

메가 N제

역학적 에너지 보존

Infinite devotion to the assignment

역학적 에너지 보존

1 일과 운동 에너지

(1) **일**: 물체에 힘이 작용하여 물체가 힘의 방향으로 이동했을 때 힘이 물체에 일을 했다고 한다.

① **일의 양**: 힘이 물체에 한 일(W)은 힘의 크기(F)와 힘의 방향으로 이동한 거리(s)의 곱으로 나타낸다.

$$W = Fs \text{ [단위: J(줄)]}$$

② **힘-이동 거리 그래프와 일**: 힘-이동 거리 그래프에서 그래프가 이동 거리 축과 이루는 넓이는 힘이 물체에 한 일과 같다. **자료 1** 그래프의 형태와 관계없이 그래프가 이동 거리 축과 이루는 넓이는 힘이 한 일이다.

(2) **운동 에너지**: 운동하는 물체가 가지는 에너지로, 질량이 m 인 물체가 속력 v 로 운동할 때 물체의 운동 에너지(E_k)는 다음과 같다.

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 \text{ [단위: J(줄)]}$$

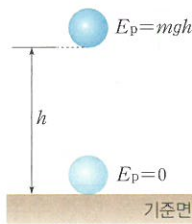
일과 에너지의 단위는 모두 J(줄)이다.

(3) **일·에너지 정리**: 마찰이 없는 수평면에서 질량 m 인 물체가 일정한 힘 F 를 받아 거리 s 만큼 이동하면서 속도가 v_0 에서 v 로 변했다면 일의 양은 다음과 같다.

$$W = Fs = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = E_k$$

2 위치 에너지

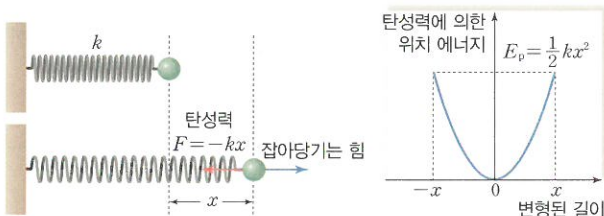
(1) **중력에 의한 위치 에너지**: 중력이 작용하는 공간에서 물체가 기준면으로부터의 높이에 따라 갖는 에너지이다. 질량이 m 인 물체가 기준면으로부터 높이가 h 인 지점에서 가지는 중력에 의한 위치 에너지(E_p)는 다음과 같다.



$$E_p = mgh \text{ [단위: J(줄)]}$$

(2) **탄성력에 의한 위치 에너지**: 용수철과 같이 변형된 물체가 갖는 에너지이다. 원래 길이로부터 x 만큼 변형된 용수철 상수가 k 인 용수철에 저장된 탄성력에 의한 위치 에너지(E_p)는 다음과 같다.

$$E_p = \frac{1}{2}kx^2 \text{ [단위: J(줄)]}$$



3 역학적 에너지 보존 법칙

(1) **역학적 에너지 보존 법칙**: 마찰력, 공기 저항력 등과 같은 힘이 물체에 일을 하지 않으면 물체의 운동 에너지와 위치 에너지의 합인 역학적 에너지는 일정하게 보존된다. $\rightarrow E = E_p + E_k = \text{일정}$

(2) **중력에 의한 역학적 에너지 보존**: 중력 이외의 힘이 물체에 일을 하지 않으면 물체의 역학적 에너지는 일정하게 보존된다. 즉, 물체의 운동 에너지 변화량과 물체의 중력에 의한 위치 에너지 변화량의 합은 0이다. **자료 2** 운동 에너지 변화량과 중력에 의한 위치 에너지 변화량의 크기는 같다.

자유 낙하하는 물체의 역학적 에너지 보존

물체가 p에서 q까지 운동하는 동안

① 중력이 물체에 한 일: $W = Fs = mg(h_1 - h_2) = mgh_1 - mgh_2$

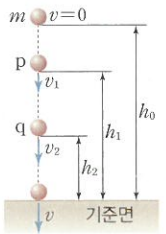
② 물체의 운동 에너지 증가량:

$$\Delta E_k = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$$

③ 일·운동 에너지 정리에 의해 중력이 물체에 한 일은 물체의 운동 에너지 변화량과 같다.

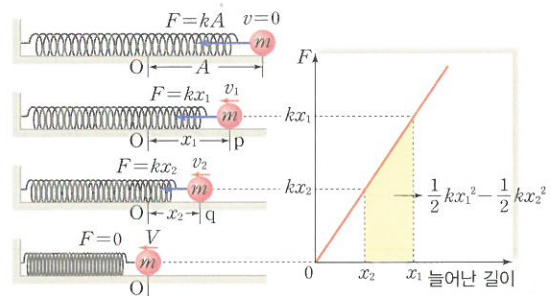
$$mg(h_1 - h_2) = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$$

$$\rightarrow mgh_1 + \frac{1}{2}mv_1^2 = mgh_2 + \frac{1}{2}mv_2^2$$



(3) **탄성력에 의한 역학적 에너지 보존**: 탄성력 이외의 힘이 물체에 일을 하지 않으면 물체의 역학적 에너지는 일정하게 보존된다. 즉, 물체의 운동 에너지 변화량과 탄성력에 의한 위치 에너지 변화량의 합은 0이다. **자료 3** **자료 1**

탄성력에 의한 역학적 에너지 보존



물체가 p에서 q까지 운동하는 동안

① 탄성력이 한 일: $W = \frac{1}{2}kx_1^2 - \frac{1}{2}kx_2^2$

② 물체의 운동 에너지 증가량: $\Delta E_k = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$

③ 일·운동 에너지 정리에 의해 탄성력이 물체에 한 일은 물체의 운동 에너지 변화량과 같다.

$$\frac{1}{2}kx_1^2 - \frac{1}{2}kx_2^2 = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$$

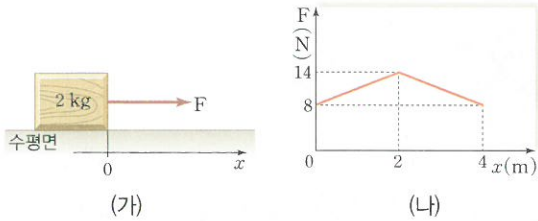
$$\rightarrow \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}kx_1^2 + \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}kx_2^2 + \frac{1}{2}mv_2^2 = \frac{1}{2}mV^2$$

다음 자료에 대한 설명으로 옳은 것은 ○표, 옳지 않은 것은 ×표 하시오.

자료 1 힘-이동 거리 그래프

동아, 비상, 천재

그림 (가)는 마찰이 없는 수평면에 정지해 있던 질량이 2 kg인 물체에 +x 방향으로 힘 F가 작용하는 모습을 나타낸 것이고, (나)는 F의 크기를 물체의 이동 거리 x에 따라 나타낸 것이다. (단, 공기 저항은 무시한다.)

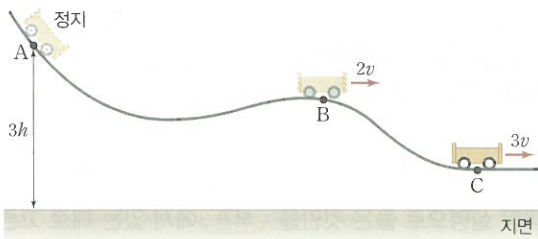


- 098 x=0에서 x=2 m까지 F가 한 일은 22 J이다. ○/×
- 099 x=2 m에서 물체의 속력은 4 m/s이다. ○/×
- 100 x=4 m에서 물체의 운동 에너지는 44 J이다. ○/×
- 101 x=0에서 x=2 m까지 중력이 물체에 한 일은 0이다. ○/×
- 102 x=2 m에서 x=4 m까지 물체의 운동 에너지 변화량은 44 J이다. ○/×

자료 2 중력에 의한 역학적 에너지 보존

동아, 미래엔, 비상, 천재

그림은 높이가 3h인 점 A에 가만히 놓은 수레가 궤도를 따라 운동하는 모습을 나타낸 것이다. 점 B에서 중력에 의한 위치 에너지는 운동 에너지의 2배이다. (단, 공기 저항과 마찰은 무시한다.)

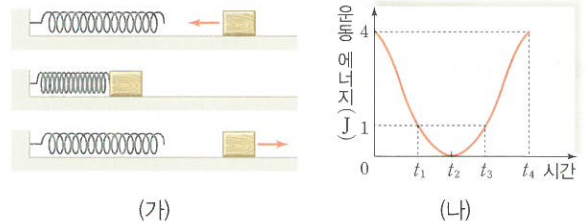


- 103 역학적 에너지는 A에서와 B에서가 같다. ○/×
- 104 운동 에너지는 B에서가 C에서의 $\frac{2}{3}$ 배이다. ○/×
- 105 중력에 의한 위치 에너지는 B에서가 C에서보다 크다. ○/×
- 106 수레가 A에서 B까지 운동하는 동안 중력이 한 일은 B에서 C까지 운동하는 동안 중력이 한 일보다 크다. ○/×
- 107 B의 높이는 2h이다. ○/×

자료 3 탄성력에 의한 역학적 에너지 보존

동아, 미래엔, 비상, 천재

그림 (가)는 용수철 상수가 200 N/m인 용수철에 물체가 충돌하였다가 튀어나오는 것을 나타낸 것이고, (나)는 이 물체의 운동 에너지를 시간에 따라 나타낸 것이다. 충돌하기 전후 물체의 운동 에너지는 각각 4 J이다. (단, 공기 저항과 마찰은 무시한다.)

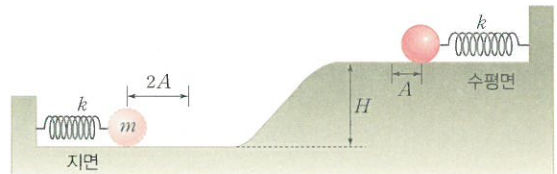


- 108 t1일 때 용수철에 저장된 탄성력에 의한 위치 에너지는 3 J이다. ○/×
- 109 t1일 때 물체에 작용하는 탄성력의 방향은 운동 방향과 반대이다. ○/×
- 110 물체의 속력은 t4일 때가 t3일 때의 4배이다. ○/×
- 111 t2일 때 용수철이 압축된 길이는 0.1 m이다. ○/×
- 112 t2일 때 물체의 가속도는 0이다. ○/×

자료 4 역학적 에너지 보존

동아, 미래엔, 비상, 천재

그림과 같이 질량이 m인 물체로 지면에 있는 용수철을 원래 길이로부터 2A만큼 압축시켰다 가만히 놓았다. 그 후 물체는 빗면을 따라 운동하여 높이가 H인 수평면에 있는 용수철을 원래 길이로부터 최대 A만큼 압축시켰다. 두 용수철의 용수철 상수는 k로 같다. (단, 중력 가속도는 g이고, 용수철의 질량, 물체의 크기, 공기 저항과 마찰은 무시한다.)



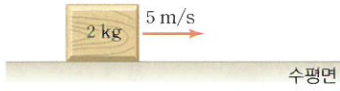
- 113 물체가 지면에 있는 용수철에서 분리되었을 때 물체의 운동 에너지는 $2kA^2$ 이다. ○/×
- 114 높이가 H인 수평면에서 용수철과 충돌하기 직전 물체의 속력은 $A\sqrt{\frac{k}{m}}$ 이다. ○/×
- 115 지면에서 가만히 놓은 물체가 수평면에서 용수철을 압축하여 속력이 0이 될 때 물체의 중력에 의한 위치 에너지 증기량은 탄성력에 의한 위치 에너지 감소량보다 크다. ○/×
- 116 H는 $\frac{3kA^2}{2mg}$ 이다. ○/×

1 일과 운동 에너지

★ 고빈출

117

그림은 마찰이 없는 수평면에서 질량이 2 kg인 물체가 5 m/s의 속력으로 운동하는 것을 나타낸 것이다.



이 물체의 운동 에너지는?

- ① 10 J ② 15 J ③ 20 J
- ④ 25 J ⑤ 30 J

118

그림은 마찰이 없는 수평면에서 질량이 각각 4m, m인 물체 A, B가 등속도 운동을 하는 것을 나타낸 것이다. A, B의 속력은 각각 v_A, v_B 이다.

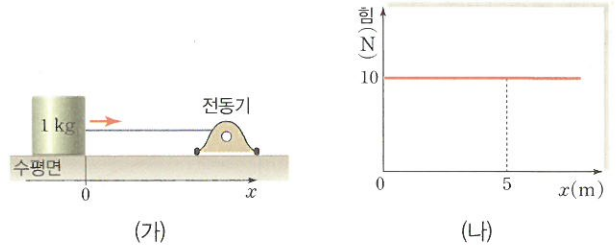


A와 B의 운동 에너지가 같을 때, $v_A : v_B$ 는?

- ① 1 : $\sqrt{2}$ ② 1 : 2 ③ 1 : $\sqrt{3}$
- ④ 1 : 3 ⑤ 1 : 4

119

그림 (가)는 마찰이 없는 수평면에 정지해 있는 질량이 1 kg인 물체에 연결된 실을 전동기가 +x 방향으로 당기는 모습을 나타낸 것이고, (나)는 전동기가 실을 당기는 힘의 크기를 물체의 이동 거리 x에 따라 나타낸 것이다.



물체가 $x=5$ m인 지점을 지날 때, 속력은? (단, 물체의 크기, 실의 질량, 공기 저항은 무시한다.)

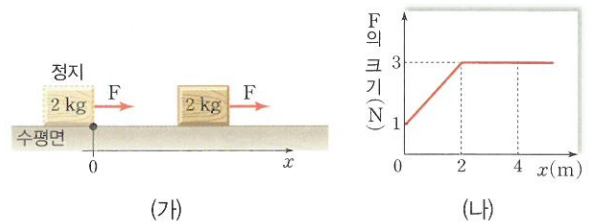
- ① 2 m/s ② 5 m/s ③ $\sqrt{10}$ m/s
- ④ 10 m/s ⑤ $10\sqrt{2}$ m/s

★ 고빈출

120

난이도 상

그림 (가)는 마찰이 없는 수평면에 정지해 있는 물체에 수평 방향으로 힘 F를 작용하는 것을 나타낸 것이다. 물체의 질량은 2 kg이다. 그림 (나)는 F의 크기를 물체의 이동 거리 x에 따라 나타낸 것이다.



이에 대한 설명으로 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은? (단, 공기 저항은 무시한다.)

보기

- ㄱ. $x=0$ 에서 $x=2$ m까지 F가 한 일은 4 J이다.
- ㄴ. $x=2$ m에서 물체의 속력은 3 m/s이다.
- ㄷ. 물체의 운동 에너지는 $x=4$ m에서가 $x=2$ m에서의 $\frac{5}{2}$ 배이다.

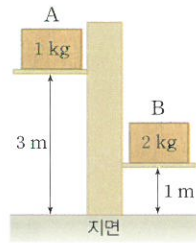
- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
- ④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄱ, ㄷ

2 위치 에너지

☆ 고빈출

121

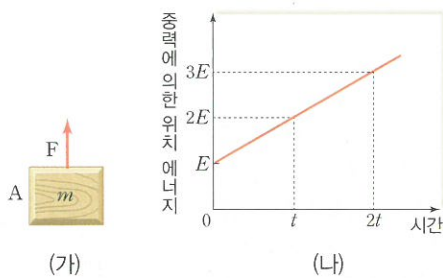
그림은 선반 위의 물체 A, B를 나타낸 것이다. A, B의 질량은 각각 1 kg, 2 kg이고, 지면으로부터의 높이는 각각 3 m, 1 m이다. A, B의 중력에 의한 위치 에너지를 각각 E_A , E_B 라고 할 때, E_A 와 E_B 를 옳게 짝지은 것은? (단, 중력 가속도는 10 m/s^2 이고, 지면에서 중력에 의한 위치 에너지는 0이다.)



	$E_A(\text{J})$	$E_B(\text{J})$		$E_A(\text{J})$	$E_B(\text{J})$
①	20	15	②	20	20
③	20	25	④	30	15
⑤	30	20			

122

그림 (가)는 질량이 m 인 물체 A에 연직 방향으로 힘 F 를 작용하여 일정한 속력으로 들어 올리는 모습을 나타낸 것이고, (나)는 F 가 작용하는 동안 A의 중력에 의한 위치 에너지를 시간에 따라 나타낸 것이다.



이에 대한 설명으로 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은? (단, 공기 저항은 무시한다.)

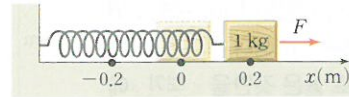
보기

- ㄱ. 0부터 $2t$ 까지 F 가 A에 한 일은 $2E$ 이다.
- ㄴ. F 의 크기는 $2t$ 일 때가 t 일 때보다 크다.
- ㄷ. 0부터 t 까지 이동한 거리는 0부터 $2t$ 까지 이동한 거리의 $\frac{1}{2}$ 배이다.

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

123

그림은 마찰이 없는 수평면에서 용수철 상수가 50 N/m 인 용수철에 연결되어 $x=0 \text{ m}$ 인 지점에 정지해 있던 질량이 1 kg 인 물체를 용수철의 원래 길이로부터 $+x$ 방향으로 0.2 m 만큼 당겨 정지시킨 모습을 나타낸 것이다. 이때 물체를 수평 방향으로 당기는 힘의 크기는 F 이다.



크기가 F 인 힘을 제거했을 때, 이에 대한 설명으로 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은? (단, 용수철의 질량, 공기 저항은 무시한다.)

보기

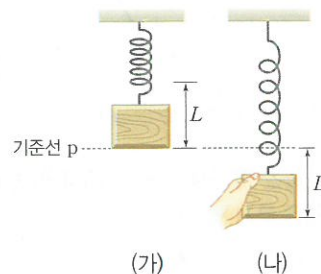
- ㄱ. $F=10 \text{ N}$ 이다.
- ㄴ. $x=-0.1 \text{ m}$ 에서 물체의 가속도의 크기는 10 m/s^2 이다.
- ㄷ. 물체의 운동 에너지는 $x=0$ 에서가 $x=0.1 \text{ m}$ 에서의 2배이다.

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄷ
- ④ ㄱ, ㄴ
- ⑤ ㄱ, ㄷ

☆ 최다오답

124

그림 (가)는 용수철에 물체를 매달았더니, 용수철이 원래 길이로부터 L 만큼 늘어난 상태로 기준선 p에 정지해 있는 것을 나타낸 것이다. 그림 (나)는 (가)에서 물체를 L 만큼 당긴 후 잡고 있는 것을 나타낸 것이다. 이때 용수철에 저장된 탄성력에 의한 위치 에너지는 E_0 이다.



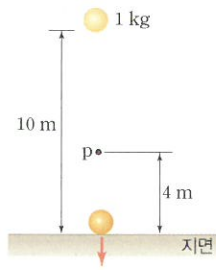
(나)에서 물체를 가만히 놓았을 때, p에서 물체의 운동 에너지는? (단, 물체의 크기, 용수철의 질량, 공기 저항과 마찰은 무시한다.)

- ① $\frac{1}{7}E_0$
- ② $\frac{1}{6}E_0$
- ③ $\frac{1}{5}E_0$
- ④ $\frac{1}{4}E_0$
- ⑤ $\frac{1}{3}E_0$

3 역학적 에너지 보존 법칙

125

그림은 높이가 10 m인 지점에서 가만히 놓은 물체가 점 p를 지나며 낙하하는 것을 나타낸 것이다. 물체의 질량은 1 kg이고, p의 지면으로부터 높이는 4 m이다.



이에 대한 설명으로 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은? (단, 중력 가속도는 10 m/s^2 이고, 물체의 크기, 공기 저항과 마찰은 무시한다.)

보기

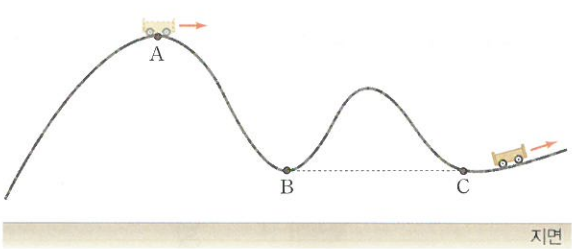
- ㄱ. 물체의 역학적 에너지는 100 J이다.
- ㄴ. p에서 물체의 중력에 의한 위치 에너지는 운동 에너지보다 작다.
- ㄷ. 지면에 닿는 순간 물체의 속력은 10 m/s 이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
- ④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄱ, ㄷ

★ 고빈출

126

그림은 수레가 곡선 레일의 점 A, B, C를 따라 운동하는 것을 나타낸 것이다. 지면으로부터 높이는 B와 C가 같다.



이에 대한 설명으로 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은? (단, 공기 저항과 마찰은 무시한다.)

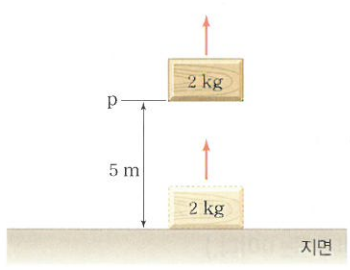
보기

- ㄱ. 역학적 에너지는 A에서가 B에서보다 크다.
- ㄴ. 중력에 의한 위치 에너지는 A에서가 B에서보다 크다.
- ㄷ. 운동 에너지는 B에서와 C에서가 같다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
- ④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

127

그림은 지면에 놓여 있는 질량이 2 kg인 물체를 5 m 높이의 기준선 p까지 연직 방향으로 일정한 속력으로 들어 올리는 것을 나타낸 것이다.



물체가 지면에서부터 p까지 이동하는 동안, 이에 대한 설명으로 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은? (단, 중력 가속도는 10 m/s^2 이고, 물체의 크기, 공기 저항과 마찰은 무시한다.)

보기

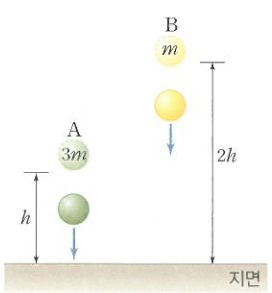
- ㄱ. 물체에 작용하는 알짜힘은 0이다.
- ㄴ. 물체의 중력에 의한 위치 에너지 증가량은 100 J이다.
- ㄷ. 물체의 역학적 에너지 증가량은 중력에 의한 위치 에너지 증가량보다 크다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

★ 고빈출

128

그림은 물체 A, B를 각각 지면으로부터 높이가 $h, 2h$ 인 지점에서 가만히 놓아 물체가 운동하는 것을 나타낸 것이다. A, B의 질량은 각각 $3m, m$ 이다. 이에 대한 설명으로 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은? (단, 물체의 크기, 공기 저항과 마찰은 무시한다.)



보기

- ㄱ. 가속도의 크기는 A가 B의 3배이다.
- ㄴ. 낙하하는 동안 역학적 에너지는 A가 B의 $\frac{3}{2}$ 배이다.
- ㄷ. 지면에 도달하는 순간 속력은 B가 A의 2배이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
- ④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

129

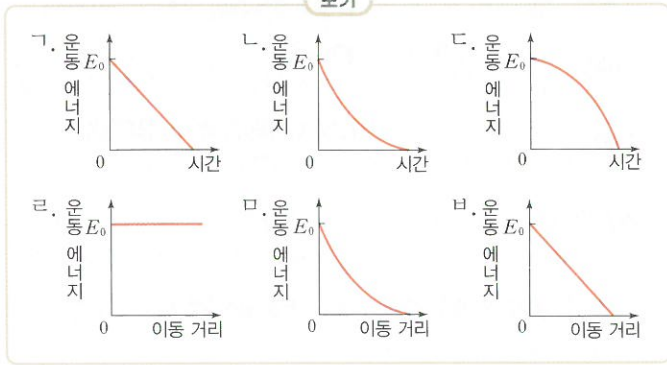
난이도 상

그림은 수평면에서 등속도 운동을 하는 물체가 빗면을 향해 운동하는 것을 나타낸 것이다. 수평면에서 물체의 운동 에너지는 E_0 이다.



물체가 빗면을 오르는 순간부터 물체의 운동 에너지를 시간과 이동 거리에 따라 나타낸 것으로 가장 적절한 것을 보기에서 옳게 고른 것은? (단, 공기 저항과 마찰은 무시한다.)

보기



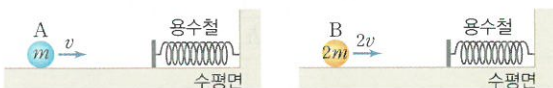
운동 에너지-시간

운동 에너지-이동 거리

- | | | |
|---|---|---|
| ① | 가 | ㄱ |
| ② | 나 | ㄴ |
| ③ | 다 | ㄷ |
| ④ | 라 | ㄹ |
| ⑤ | 리 | ㅁ |

130 서술형

그림은 마찰이 없는 수평면에서 물체 A, B가 각각 동일한 용수철을 향해 운동하는 것을 나타낸 것이다. A, B의 질량은 각각 $m, 2m$ 이고, 속력은 각각 $v, 2v$ 이다. 용수철과 충돌한 A, B가 용수철을 최대 압축한 길이는 용수철의 원래 길이로부터 각각 x_A, x_B 이다.

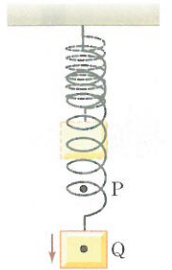


$\frac{x_B}{x_A}$ 를 풀이 과정과 함께 구하시오. (단, 용수철의 질량, 공기 저항은 무시한다.)

최다오답

131

그림은 용수철이 늘어나지 않은 상태에서 물체를 매달았더니, 용수철이 늘어나면서 물체가 점 P, Q를 지나서 운동을 하는 것을 나타낸 것이다. 물체가 P에서 Q로 운동하는 동안, 이에 대한 설명으로 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은? (단, 용수철의 질량, 공기 저항과 마찰은 무시한다.)



보기

- ㄱ. 물체의 가속도의 크기는 감소한다.
- ㄴ. 용수철에 저장된 탄성력에 의한 위치 에너지는 증가한다.
- ㄷ. 물체의 중력에 의한 위치 에너지 감소량은 탄성력에 의한 위치 에너지 증가량과 같다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

132 서술형

그림은 마찰이 없는 수평면에서 용수철을 향해 속력 $3v$ 로 운동하는 물체가 용수철을 압축하여 속력 v 가 된 순간을 나타낸 것이다. 이때 용수철에 저장된 탄성력에 의한 위치 에너지는 E_p 이고, 물체의 운동 에너지는 E_k 이다.



$\frac{E_p}{E_k}$ 를 풀이 과정과 함께 구하시오. (단, 용수철의 질량, 공기 저항은 무시한다.)