AMC 10

제 7 회

하프 모의고사

해설

정답표 • 출처 • 단계별 풀이

10문항 모두 AMC 10 기출(2000–2019)의 10–20번 문항에서 가져와 원래 번호 순서대로 배열한 것입니다. 원문 © Mathematical Association of America.

정답표와 출처

번호	정답	출처	영역
1	**C**	2015 AMC 10B 10번	정수론
2	**B**	2008 AMC 10B 11번	대수
3	**C**	2004 AMC 10A 12번	경우의 수와 확률
4	**C**	2009 AMC 10B 13번	기하
5	**C**	2014 AMC 10A 15번	대수
6	**B**	2017 AMC 10A 16번	정수론
7	**D**	2016 AMC 10B 17번	기하
8	**D**	2009 AMC 10A 18번	대수
9	**E**	2016 AMC 10A 19번	기하
10	**D**	2011 AMC 10A 20번	경우의 수와 확률

1 정수론

출처: 2015 AMC 10B 10번

> -2015보다 큰 모든 음의 홀수의 곱의 부호와 일의 자리 숫자는?
>
> **(A)** 일의 자리 숫자가 1인 음수이다. **(B)** 일의 자리 숫자가 1인 양수이다.
>
> **(C)** 일의 자리 숫자가 5인 음수이다. **(D)** 일의 자리 숫자가 5인 양수이다.
>
> **(E)** 일의 자리 숫자가 0인 음수이다.

핵심 아이디어. 부호와 일의 자리 숫자를 따로 정해 봅시다. 부호는 음수인 인수가 **몇 개**인지에만 달려 있고, 일의 자리 숫자는 인수 5와 인수 2가 나타나는지를 따져 보면 정해집니다.

부호. 곱하는 수는 $-1, -3, -5, \ldots, -2013$입니다("보다 큰"이라고 했으므로 -2015 자신은 빠집니다). 이들의 절댓값 $1, 3, \ldots, 2013$은 2013 이하의 홀수이고, 그 개수는 $\frac{2013+1}{2} = 1007$입니다. 음수인 인수가 홀수 개이므로 곱은 음수입니다.

일의 자리 숫자. 인수 -5가 들어 있으므로 곱은 5의 배수이고, 일의 자리 숫자는 0 또는 5입니다. 모든 인수가 홀수이므로 곱도 홀수이고, 일의 자리 숫자가 0일 수는 없습니다. 따라서 일의 자리 숫자는 5입니다.

주의. "보다 큰"을 "이상"으로 읽으면 -2015가 더해져 인수가 1008개, 즉 짝수 개가 됩니다. 그러면 일의 자리 숫자가 5인 양수, 선택지 (D)가 나옵니다. 또 "5의 배수"라는 사실만으로 "일의 자리 숫자가 0"이 되는 것은 아닙니다. 짝수인 인수가 없으면 일의 자리 숫자는 반드시 5이므로 (E)는 답이 아닙니다.

정답: (C) 음수, 일의 자리 숫자 5

2 대수

출처: 2008 AMC 10B 11번

> 실수로 이루어진 수열 (u_n)이 $u_{n+2} = 2u_{n+1} + u_n$을 만족하고 $u_3 = 9$, $u_6 = 128$일 때, u_5의 값은?
>
> **(A)** 40 **(B)** 53 **(C)** 68 **(D)** 88 **(E)** 104

핵심 아이디어. 알려진 두 항 u_3과 u_6은 세 단계 떨어져 있고, 그 사이의 u_4와 u_5가 빠져 있습니다. 빠진 첫 항 u_4를 미지수로 두고 다음 항들을 그것으로 나타내면, $u_6 = 128$이라는 값에서 방정식 하나를 얻습니다.

1단계. $u_4 = x$라 합시다. 주어진 관계식에 $n = 3$을 대입하면

$$u_5 = 2u_4 + u_3 = 2x + 9.$$

2단계. 다시 $n = 4$를 대입하면

$$u_6 = 2u_5 + u_4 = 2(2x + 9) + x = 5x + 18.$$

3단계. $u_6 = 128$이므로 $5x + 18 = 128$이고, $5x = 110$, $x = 22$입니다. 즉 $u_4 = 22$입니다.

4단계. 따라서 $u_5 = 2 \cdot 22 + 9 = 44 + 9 = 53$입니다.

검산: $u_6 = 2 \cdot 53 + 22 = 106 + 22 = 128$입니다. ✓

u_1이나 u_2는 전혀 필요하지 않았다는 점에 주목합시다. 점화식은 서로 이웃한 항끼리만 연결하므로, u_3과 u_6 사이의 구간만 중요합니다.

주의. x를 구하면 u_5가 아니라 u_4에 대한 답을 얻은 것입니다. $x = 22$(선택지에 없음)에서 멈췄다면 한 단계 더 가라는 신호입니다.

정답: (B) 53

3 경우의 수와 확률

출처: 2004 AMC 10A 12번

> 헨리스 햄버거 헤븐에서는 햄버거에 다음 토핑을 넣을 수 있다: 케첩, 머스터드, 마요네즈, 토마토, 양상추, 피클, 치즈, 양파. 손님은 고기 패티를 한 장, 두 장, 세 장 중에서 고를 수 있고, 토핑은 어떤 조합이든 고를 수 있다. 주문할 수 있는 햄버거는 모두 몇 가지인가?
>
> **(A)** 24 **(B)** 256 **(C)** 768 **(D)** 40,320 **(E)** 120,960

핵심 아이디어. 햄버거 하나는 토핑마다 넣을지 말지를 정하는 서로 독립인 예/아니요 결정들과 패티 수의 선택으로 정해집니다. 독립인 선택의 가짓수는 곱합니다.

1단계: 토핑. 토핑 8가지를 차례로 보며 각각 버거에 넣을지 말지 정합니다. 토핑마다 선택지가 2가지이고 각 결정은 서로 영향을 주지 않으므로, 토핑 조합의 수는 다음과 같습니다.

$$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^8 = 256.$$

이 개수에는 빈 조합(아무 토핑도 넣지 않은 버거)도 들어 있으며, 이것도 허용됩니다. "어떤 조합이든"은 아무것도 고르지 않는 경우까지 포함합니다.

2단계: 패티. 이 256가지 조합 각각에 대해 손님은 패티를 1장, 2장, 3장 중에서 고릅니다. 선택지는 3가지입니다.

3단계. 서로 다른 햄버거의 총 가짓수는 다음과 같습니다.

$$3 \times 256 = 768.$$

여기서는 순서가 상관없습니다. 케첩 다음에 머스터드를 넣은 버거와 머스터드 다음에 케첩을 넣은 버거는 같은 버거입니다. 그래서 배열이 아니라 **부분집합**(2^8)을 셉니다.

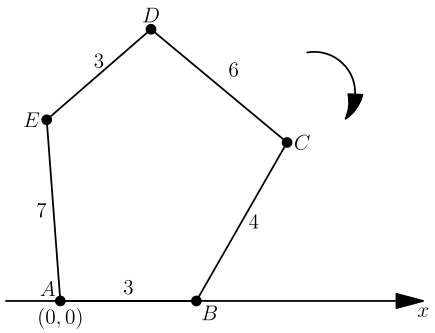
주의. 토핑을 넣는 순서까지 세면 $8! = 40{,}320$, 선택지 (D)가 나오고, 여기에 3을 곱하면 120,960, 선택지 (E)가 나옵니다. 하지만 버거는 토핑의 순서가 아니라 토핑의 집합입니다. 패티를 잊으면 256, 선택지 (B)가 남습니다.

정답: (C) 768

4 기하

출처: 2009 AMC 10B 13번

아래 그림과 같이 볼록오각형 $ABCDE$의 변의 길이는 $AB = 3$, $BC = 4$, $CD = 6$, $DE = 3$, $EA = 7$이다. 처음에 이 오각형은 꼭짓점 A가 원점에, 꼭짓점 B가 x축의 양의 부분 위에 오도록 평면에 놓여 있다. 이 오각형을 x축을 따라 오른쪽으로 시계 방향으로 굴린다. x축 위의 점 $x = 2009$에 닿는 변은?



(A) $\overline{AB}$ **(B)** $\overline{BC}$ **(C)** $\overline{CD}$ **(D)** $\overline{DE}$ **(E)** $\overline{EA}$

핵심 아이디어. 다각형이 미끄러지지 않고 구르면 각 변이 차례로 축 위에 눕게 되므로, 축에 닿는 점들은 변의 길이를 차례로 더해 얻습니다. 2009는 손으로 굴려 보기에는 너무 큰 수입니다. 주기(둘레)를 찾고 나머지로 계산하라는 신호입니다.

1단계: 변의 순서. 처음에 $\overline{AB}$는 $[0, 3]$을 덮습니다. 시계 방향으로 굴리면 오각형이 B를 중심으로 회전하므로 다음에 C가 내려오고, $\overline{BC}$가 다음으로 축에 닿는 변이 됩니다. 그다음은 $\overline{CD}$, $\overline{DE}$, $\overline{EA}$이고, 그 뒤 다시 $\overline{AB}$입니다.

2단계: 한 바퀴. 둘레는 $3 + 4 + 6 + 3 + 7 = 23$입니다. 한 바퀴를 완전히 돌 때마다 꼭짓점 A는 23만큼 더 오른쪽에서 다시 축에 닿으므로, $0, 23, 46, \ldots$에 놓입니다.

3단계: 2009 줄이기. $23 \times 87 = 2001$이므로 $2009 = 2001 + 8$입니다. 따라서 87바퀴를 돈 뒤 A는 $x = 2001$에 있고, 그보다 8만큼 더 간 점을 어느 변이 덮는지 알면 됩니다.

4단계: 나머지 따라가기. A에서 출발하면 각 변이 덮는 구간은 다음과 같습니다.

$$\overline{AB} : [0, 3], \quad \overline{BC} : [3, 7], \quad \overline{CD} : [7, 13].$$

8은 $[7, 13]$의 내부(양 끝 제외)에 있으므로 변 $\overline{CD}$가 이 점을 덮습니다. 실제 좌표로는 C가 2008에, D가 2014에 놓이고, $2008 < 2009 < 2014$입니다.

주의. 변의 길이가 서로 다르므로 변의 개수만 세어서는 안 됩니다. 2009를 5로 나눈 나머지(4)를 구해 네 번째 변을 고르면 $\overline{DE}$, 선택지 (D)가 나오는데, 이는 틀린 답입니다. 한 번에 나아가는 양은 변 하나가 아니라 변의 길이이기 때문입니다.

정답: (C) $\overline{CD}$

5 대수

출처: 2014 AMC 10A 15번

> 데이비드는 비행기를 타기 위해 집에서 공항까지 차를 몰고 간다. 처음 한 시간 동안 35마일을 달렸는데, 이 속력으로 계속 가면 1시간 늦는다는 것을 깨달았다. 그래서 공항까지 남은 거리는 속력을 시속 15마일 높여 달렸고, 30분 일찍 도착했다. 집에서 공항까지의 거리는 몇 마일인가?
>
> **(A)** 140 **(B)** 175 **(C)** 210 **(D)** 245 **(E)** 280

핵심 아이디어. 두 상황은 같은 여정, 같은 마감 시각을 다룹니다. 거리 d로 각 경우의 이동 시간을 나타내 봅시다. "1시간 늦음"과 "30분 일찍"으로부터 두 이동 시간의 차가 정확히 얼마인지 알 수 있습니다.

1단계: 느린 계획. 시속 35마일로 끝까지 가면 $\frac{d}{35}$시간이 걸리고, 이는 데이비드에게 주어진 시간보다 1시간 **더 깁니다**.

2단계: 실제 이동. 처음 한 시간 동안 35마일을 갑니다. 나머지 $d-35$마일은 시속 $35+15=50$마일로 가므로 $\frac{d-35}{50}$시간이 걸립니다. 따라서 실제 이동 시간은 $1+\frac{d-35}{50}$이고, 이는 주어진 시간보다 $\frac{1}{2}$시간 **짧습니다**.

3단계: 비교. 느린 계획은 실제 이동보다 $1+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$시간 더 깁니다.

$$\frac{d}{35}-\left(1+\frac{d-35}{50}\right)=\frac{3}{2}.$$

양변에 350(35, 50, 2의 최소공배수)을 곱하면

$$10d-350-7(d-35)=525,$$

즉 $10d-350-7d+245=525$이고, $3d-105=525$, $3d=630$이므로 $d=210$입니다.

검산: 시속 35마일로 가면 6시간이 걸리고, 실제 이동은 $1+\frac{175}{50}=4.5$시간이 걸립니다. 차이는 1.5시간으로, 1시간 늦음과 30분 일찍의 차이와 같습니다. ✓

주의. 처음 한 시간은 **두** 경우 모두 시속 35마일로 달립니다. 전체를 시속 50마일로 달린 것처럼 $\frac{d}{35}-\frac{d}{50}=\frac{3}{2}$로 놓으면 $d=175$, 선택지 (B)가 나옵니다.

정답: (C) 210

6 정수론

출처: 2017 AMC 10A 16번

> 말 1, 말 2, …, 말 10이라는 이름의 말 10마리가 있다. 이 이름은 원형 경주로를 한 바퀴 도는 데 걸리는 시간(분)에서 따온 것으로, 말 k는 정확히 k분 만에 한 바퀴를 돈다. 시각 0에 모든 말이 경주로의 출발점에 함께 있다. 말들은 같은 방향으로 달리기 시작하여 각자 일정한 속력으로 원형 경주로를 계속 돈다.
>
> 10마리의 말이 모두 다시 동시에 출발점에 있게 되는 가장 이른 시각 $S > 0$(분)은 $S = 2520$이다. 적어도 5마리의 말이 다시 출발점에 있게 되는 가장 이른 시각을 $T > 0$(분)이라 할 때, T의 각 자리 숫자의 합은?
>
> **(A)** 2 **(B)** 3 **(C)** 4 **(D)** 5 **(E)** 6

핵심 아이디어. 주어진 값 $S = 2520 = \mathrm{lcm}(1, \ldots, 10)$을 보면 문제를 어떻게 바꿔 읽을지 알 수 있습니다. 말 k는 정확히 k의 배수인 시각에 출발점에 있습니다. 따라서 "적어도 5마리가 출발점에 있다"는 "1부터 10까지의 수 중 적어도 5개로 나누어떨어진다"는 뜻이고, 그런 시각 중 가장 작은 것을 구하면 됩니다.

1단계: 바꿔 읽기. 말 k는 시각 $k, 2k, 3k, \ldots$에 한 바퀴를 마치므로, 시각 t에 출발점에 있는 것은 k가 t를 나눌 때이고 그때뿐입니다. 따라서 $1, 2, \ldots, 10$ 중 약수가 적어도 다섯 개인 가장 작은 양의 정수 t를 찾아야 합니다. (정수 분과 정수 분 사이에는 어떤 말도 출발점에 돌아오지 않으므로 정수만 생각하면 됩니다.)

2단계: 작은 t 확인하기. $\{1, \ldots, 10\}$에 속하는 약수를 나열하면 다음과 같습니다.

- $t = 6$: $1, 2, 3, 6$, 네 마리.
- $t = 8$: $1, 2, 4, 8$, 네 마리.
- $t = 10$: $1, 2, 5, 10$, 네 마리.
- $t = 12$: $1, 2, 3, 4, 6$, 다섯 마리.

12보다 작은 나머지 t도 이보다 낫지 않습니다. $1, 2, 3, 4, 5, 7, 9, 11$은 그런 약수가 많아야 세 개입니다. 따라서 $T = 12$입니다.

3단계. T의 각 자리 숫자의 합은 $1 + 2 = 3$입니다.

주의. 말 1은 매분 출발점에 있으므로 다섯 마리 중 하나로 셉니다. 이 말을 빼면 $2, \ldots, 10$ 중에서 약수 다섯 개를 찾아야 하는데, 이는 24(약수 $2, 3, 4, 6, 8$)에서 처음 일어나므로 각 자리 숫자의 합이 6, 선택지 (E)가 됩니다.

정답: (B) 3

7 기하

출처: 2016 AMC 10B 17번

> 수 $2, 3, 4, 5, 6, 7$을 정육면체의 여섯 면에 한 면에 하나씩 모두 배정한다. 정육면체의 여덟 꼭짓점 각각에 대하여, 그 꼭짓점을 포함하는 세 면에 배정된 세 수의 곱을 계산한다. 이 여덟 개의 곱의 합의 최댓값은?
>
> **(A)** 312 **(B)** 343 **(C)** 625 **(D)** 729 **(E)** 1680

핵심 아이디어. 세 개의 "쌍"에서 인수를 하나씩 골라 만든 여덟 개의 곱의 합은, 세 합의 곱을 전개한 것과 정확히 같습니다. 이 인수분해를 알아차리면 문제는 합이 일정할 때 곱을 최대로 만드는 문제가 됩니다.

1단계: 합을 인수분해하기. 여섯 면을 서로 마주 보는 면끼리 세 쌍으로 나누어 a_1, a_2; b_1, b_2; c_1, c_2라 합시다. 꼭짓점 하나는 마주 보는 각 쌍에서 정확히 한 면과 만나고(마주 보는 두 면에 동시에 닿을 수는 없습니다), 각 쌍에서 한 면씩 고르는 모든 경우는 한 꼭짓점에서 만납니다. 고르는 경우는 $2 \times 2 \times 2 = 8$가지이고 꼭짓점도 8개입니다. 따라서 여덟 꼭짓점의 곱은 정확히 다음 식을 전개한 여덟 개의 항입니다.

$$(a_1 + a_2)(b_1 + b_2)(c_1 + c_2).$$

2단계: 조건. 세 쌍의 합을 모두 더하면 $2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 = 27$입니다.

3단계: 상한. 합이 일정한 양수들의 곱은 그 수들이 모두 같을 때 가장 큽니다(산술평균–기하평균 부등식). 따라서 $xyz \le \left(\frac{x+y+z}{3}\right)^3 = 9^3 = 729$입니다.

4단계: 실제로 가능함. 2와 7, 3과 6, 4와 5를 서로 마주 보게 놓습니다. 각 쌍의 합은 9이고, 총합은 $9 \cdot 9 \cdot 9 = 729$입니다.

따라서 729는 상한이면서 실제로 달성되는 값입니다.

마주 보는 세 쌍의 합만 중요하고, 어느 쌍이 서로 이웃하는지는 상관없다는 점에 주목합시다. 7과 6, 5와 4, 3과 2처럼 균형이 맞지 않게 짝지으면 $13 \cdot 9 \cdot 5 = 585$에 그칩니다.

정답: (D) 729

8 대수

출처: 2009 AMC 10A 18번

> 제퍼슨 여름 캠프에서 어린이의 60%는 축구를 하고, 어린이의 30%는 수영을 하며, 축구를 하는 어린이의 40%는 수영을 한다. 수영을 하지 않는 어린이 중 축구를 하는 어린이는 몇 퍼센트인가? (일의 자리까지 반올림하여 정수 퍼센트로 나타낸다.)
>
> **(A)** 30% **(B)** 40% **(C)** 49% **(D)** 51% **(E)** 70%

핵심 아이디어. 서로 다른 집단에 대한 퍼센트를 한꺼번에 다루기는 까다로우므로, 어린이가 100명인 캠프를 구체적으로 정하고 모든 퍼센트를 사람 수로 바꿔 봅시다. 질문의 "**수영을 하지 않는 어린이 중** 몇 퍼센트"라는 표현은 분모가 100이 아니라 수영을 하지 않는 어린이의 수라는 뜻입니다.

1단계: 축구를 하는 어린이. 어린이 100명 중 60%가 축구를 하므로 60명입니다.

2단계: 축구를 하면서 수영도 하는 어린이. 그 60명 중 40%가 수영을 하므로 $0.4 \times 60 = 24$명입니다. 따라서 축구를 하는 어린이 중 $60 - 24 = 36$명은 수영을 **하지 않습니다**.

3단계: 수영을 하지 않는 어린이. 어린이의 30%가 수영을 하므로 30명은 수영을 하고 $100 - 30 = 70$명은 하지 않습니다.

4단계: 비율. 수영을 하지 않는 70명 중 36명이 축구를 합니다.

$$\frac{36}{70} = \frac{18}{35} \approx 0.514,$$

이것을 정수 퍼센트로 반올림하면 51%입니다.

어린이를 100명으로 정해도 잃는 것은 없습니다. 모든 사람 수가 캠프의 크기에 비례하므로, 비 $\frac{36}{70}$은 어떤 캠프에서도 같습니다.

주의. 틀리기 쉬운 곳은 분모입니다. 수영을 하지 않는 축구 선수 36명을 전체 어린이 100명으로 나누면 36%, 축구를 하는 어린이 60명으로 나누면 60%가 나옵니다. 둘 다 "수영을 하지 않는 어린이 중 몇 퍼센트"에 대한 답이 아닙니다.

정답: (D) 51%

9 기하

출처: 2016 AMC 10A 19번

> 직사각형 $ABCD$에서 $AB = 6$, $BC = 3$이다. 점 E는 B와 C 사이에, 점 F는 E와 C 사이에 있으며 $BE = EF = FC$이다. 선분 $\overline{AE}$와 $\overline{AF}$가 $\overline{BD}$와 만나는 점을 각각 P와 Q라 하자.
>
> 비 $BP : PQ : QD$는 r, s, t의 최대공약수가 1이 되도록 $r : s : t$로 나타낼 수 있다. $r + s + t$의 값은?
>
> **(A)** 7 **(B)** 9 **(C)** 12 **(D)** 15 **(E)** 20

핵심 아이디어. 구하는 점은 모두 A에서 나온 직선이 대각선 $\overline{BD}$와 만나는 점이고, $\overline{AD}$는 $\overline{BC}$와 평행합니다. 평행한 두 선분을 엇갈리는 직선으로 이으면 "나비넥타이" 모양의 닮은 삼각형이 생기고, 이것으로 $\overline{BD}$ 위의 비를 바로 얻습니다.

1단계: 길이. $BC = 3$이고 $BE = EF = FC$이므로 $BE = 1$, $BF = 2$입니다. 또 $AD = BC = 3$입니다.

2단계: P의 위치. $\overline{BE} \parallel \overline{AD}$이므로 삼각형 PBE와 PDA는 닮음입니다(P에서 맞꼭지각, B와 D에서 엇각). 따라서

$$\frac{BP}{PD} = \frac{BE}{DA} = \frac{1}{3}, \qquad \text{이므로} \qquad BP = \frac{1}{4}\,BD.$$

3단계: Q의 위치. 같은 방법으로 삼각형 QBF와 QDA도 닮음이므로

$$\frac{BQ}{QD} = \frac{BF}{DA} = \frac{2}{3}, \qquad \text{이므로} \qquad BQ = \frac{2}{5}\,BD, \quad QD = \frac{3}{5}\,BD.$$

4단계: 세 조각. $PQ = BQ - BP = \left(\frac{2}{5} - \frac{1}{4}\right) BD = \frac{3}{20}\,BD$입니다. 따라서

$$BP : PQ : QD = \frac{1}{4} : \frac{3}{20} : \frac{3}{5} = \frac{5}{20} : \frac{3}{20} : \frac{12}{20} = 5 : 3 : 12.$$

5, 3, 12의 최대공약수는 1이므로 $r + s + t = 5 + 3 + 12 = 20$입니다.

주의. $\frac{BP}{PD} = \frac{1}{3}$은 BP를 대각선 전체가 아니라 PD와 비교한 것입니다. BP는 BD의 $\frac{1}{1+3} = \frac{1}{4}$입니다. 또 $\frac{2}{5}BD$는 B에서 Q까지의 거리이므로, PQ를 구하려면 BP를 빼야 합니다.

정답: (E) 20

10 경우의 수와 확률

출처: 2011 AMC 10A 20번

> 반지름의 길이가 r인 원의 둘레 위에서 두 점을 서로 독립적으로 무작위로 택한다. 각 점에서 시계 방향으로 길이가 r인 현을 긋는다. 두 현이 만날 확률은?
>
> **(A)** $\frac{1}{6}$ **(B)** $\frac{1}{5}$ **(C)** $\frac{1}{4}$ **(D)** $\frac{1}{3}$ **(E)** $\frac{1}{2}$

핵심 아이디어. 반지름이 r인 원에서 길이가 r인 현은 중심과 함께 정삼각형을 이루므로, 항상 60°의 호를 잘라 냅니다. 회전 대칭성 때문에 첫 번째 현을 고정하고 두 번째 현이 어디에서 시작할 수 있는지만 따지면 됩니다.

1단계: 호. 현과 그 양 끝으로 그은 두 반지름은 세 변이 모두 r인 삼각형, 즉 정삼각형을 이루므로 중심각은 60°입니다. 따라서 각 현은 시작점에서 시계 방향으로 이어지는 60°의 호에 걸쳐 있습니다.

2단계: 첫 번째 현 고정하기. 첫 번째 현이 0°에서 시계 방향으로 -60°까지 이어지도록 회전시키고, 이 호를 X라 합시다. 두 번째 현은 균등하게 무작위로 정해지는 각 θ에서 시작하여 $\theta - 60^\circ$에서 끝납니다.

3단계: 언제 만나는가? 두 현이 만나는 것은 두 번째 현의 한 끝점이 호 X 안에 있고 다른 끝점은 밖에 있을 때이고 그때뿐입니다(원 위에서 두 현의 끝점이 번갈아 놓이는 경우).

- θ가 X 안에(-60°와 0° 사이) 있으면, 다른 끝 $\theta - 60^\circ$는 -60°를 지나 X 밖에 있으므로 두 현은 만납니다.
- θ가 0°와 60° 사이에 있으면, 시작점은 X 밖에 있지만 끝점 $\theta - 60^\circ$는 X 안에 들어가므로 두 현은 만납니다.
- 그 밖의 θ에 대해서는 두 끝이 모두 X 밖에 있으므로(60°의 호는 X를 뛰어넘을 수 없습니다) 두 현은 만나지 않습니다.

4단계. 조건을 만족하는 시작점은 360°의 원 중 $60^\circ + 60^\circ = 120^\circ$를 차지하므로, 확률은 $\dfrac{120}{360} = \dfrac{1}{3}$입니다.

주의. 두 번째 현이 호 X 위에서 **시작하는** 경우만 세기 쉬운데, 그러면 $\frac{60}{360} = \frac{1}{6}$, 선택지 (A)가 나옵니다. X 바로 앞에서 시작하여 그 안으로 들어오는 현도 첫 번째 현과 만납니다.

정답: (D) $\frac{1}{3}$