AMC 10

제 14 회

하프 모의고사

해설

정답표 • 출처 • 단계별 풀이

10문항 모두 AMC 10 기출(2000–2019)의 10–20번 문항에서 가져와 원래 번호 순서대로 배열한 것입니다. 원문 © Mathematical Association of America.

정답표와 출처

번호	정답	출처	영역
1	**E**	2006 AMC 10A 10번	대수
2	**A**	2009 AMC 10B 11번	경우의 수와 확률
3	**C**	2013 AMC 10A 12번	기하
4	**A**	2019 AMC 10B 13번	대수
5	**D**	2019 AMC 10A 14번	경우의 수와 확률
6	**C**	2001 AMC 10 15번	기하
7	**B**	2002 AMC 10A 16번	대수
8	**D**	2014 AMC 10B 17번	정수론
9	**C**	2002 AMC 10B 19번	대수
10	**A**	2012 AMC 10B 20번	경우의 수와 확률

1 대수

출처: 2006 AMC 10A 10번

> $\sqrt{120-\sqrt{x}}$가 정수가 되도록 하는 실수 x의 값은 몇 개인가?
>
> **(A)** 3 **(B)** 6 **(C)** 9 **(D)** 10 **(E)** 11

핵심 아이디어. x를 직접 찾으려 하지 마십시오. 식이 같아야 하는 정수에 이름을 붙이고, 가능한 정수가 무엇인지 찾은 다음, 거꾸로 x를 구합니다.

$\sqrt{120-\sqrt{x}} = k$이고 k는 정수라 합시다. 제곱근은 음수가 아니므로 $k \geq 0$입니다. 양변을 제곱하면 $120-\sqrt{x} = k^2$이므로 $\sqrt{x} = 120-k^2$입니다.

$\sqrt{x} \geq 0$이므로 $k^2 \leq 120$이어야 합니다. $10^2 = 100 \leq 120 < 121 = 11^2$이므로 가능한 값은 $k = 0, 1, 2, \ldots, 10$으로 11개입니다.

각 k는 정확히 하나의 $x = (120-k^2)^2$을 줍니다. 예를 들어 $k = 10$이면 $x = 20^2 = 400$이고, $k = 0$이면 $x = 120^2 = 14400$입니다. k가 다르면 $120-k^2$은 서로 다른 음이 아닌 수이므로 그 제곱도 서로 다르고, 따라서 이 11개의 x의 값은 모두 다릅니다.

주의. $k = 0$을 잊지 마십시오. 이때 $x = 14400$입니다. $k = 1, \ldots, 10$만 세면 10, 즉 선택지 (D)가 됩니다.

정답: (E) 11

---

2 경우의 수와 확률

출처: 2009 AMC 10B 11번

> 숫자 $2, 2, 3, 3, 5, 5, 5$를 모두 사용하여 만들 수 있는 7자리 회문수(거꾸로 읽어도 앞으로 읽은 것과 같은 수)는 몇 개인가?
>
> **(A)** 6 **(B)** 12 **(C)** 24 **(D)** 36 **(E)** 48

핵심 아이디어. 회문수에서는 가운데 숫자를 빼면 모든 숫자가 거울처럼 짝을 이룹니다. 그러니 먼저 어떤 숫자가 가운데에 올 수 있는지 따져 봅시다. 숫자의 개수 $2, 2, 3, 3, 5, 5, 5$가 그것을 정해 줍니다.

1단계. 자리에 1부터 7까지 번호를 붙입니다. 거꾸로 읽어도 같은 수가 되어야 하므로 1번 자리와 7번 자리, 2번 자리와 6번 자리, 3번 자리와 5번 자리의 숫자가 각각 같습니다. 가운데인 4번 자리만 짝이 없습니다.

2단계. 바깥쪽 여섯 자리에는 숫자가 같은 것끼리 짝을 지어 들어가므로, 거기서는 모든 숫자가 짝수 번 쓰입니다. 숫자 2와 3은 두 번씩 나오지만 5는 세 번 나옵니다. 남는 5 하나는 가운데에 와야 합니다. 따라서 4번 자리는 5입니다.

3단계. 남은 것은 $2, 2, 3, 3, 5, 5$로, 각 숫자가 한 쌍씩입니다. 세 쌍이 세 거울 위치 $(1, 7)$, $(2, 6)$, $(3, 5)$에 한 쌍씩 들어갑니다. 이는 $1, 2, 3$번 자리에 $2, 3, 5$를 놓는 순서를 정하는 것이므로, 순서는 $3! = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$가지입니다.

예를 들어 2355532, 2535352, 5325235가 그중 세 개입니다.

주의. 회문수는 앞의 네 자리로 정해지므로 1–4번 자리에 $2, 3, 5, 5$를 놓는 순서를 세고 싶어집니다. 그러면 $\frac{4!}{2!} = 12$, 즉 선택지 (B)가 됩니다. 하지만 이렇게 세면 가운데에 2나 3이 오는 경우도 들어갑니다. 예를 들어 4번 자리에 3이 오면 수는 $\{a, b, c\} = \{2, 5, 5\}$인 $a\,b\,c\,3\,c\,b\,a$ 꼴이 되어 5를 네 번, 3을 한 번만 쓰게 되므로 주어진 숫자와 맞지 않습니다. 4번 자리에 5가 오는 순서만 가능합니다.

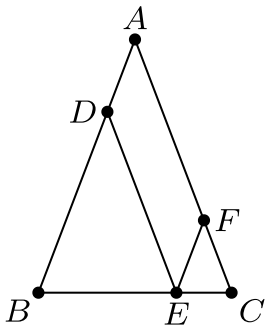
정답: (A) 6

---

3 기하

출처: 2013 AMC 10A 12번

$\triangle ABC$에서 $AB = AC = 28$, $BC = 20$이다. 점 D, E, F는 각각 변 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{AC}$ 위에 있고, $\overline{DE}$와 $\overline{EF}$는 각각 $\overline{AC}$와 $\overline{AB}$에 평행하다. 평행사변형 $ADEF$의 둘레의 길이는?



(A) 48 **(B)** 52 **(C)** 56 **(D)** 60 **(E)** 72

핵심 아이디어. 문제는 E의 위치를 알려 주지 않으므로, 둘레의 길이는 E의 위치와 무관해야 합니다. 이등변삼각형 안에 평행선을 그으면 더 작은 이등변삼각형이 생깁니다. 이를 이용해 변 DE와 EF를 $\overline{AB}$와 $\overline{AC}$의 일부로 바꿔 봅시다.

1단계. $\overline{DE} \parallel \overline{AC}$이므로 $\triangle DBE$의 각은 $\triangle ABC$의 각과 같습니다. 즉 $\angle DBE = \angle ABC$이고 $\angle DEB = \angle ACB$입니다. $AB = AC$이므로 $\angle ABC = \angle ACB$이고, 따라서 $\angle DBE = \angle DEB$입니다. 두 밑각이 같으므로 $\triangle DBE$는 $DE = DB$인 이등변삼각형입니다.

2단계. 같은 방법으로, $\overline{EF} \parallel \overline{AB}$에서 $\angle FEC = \angle ABC = \angle ACB = \angle FCE$이므로 $\triangle FEC$는 $EF = FC$인 이등변삼각형입니다.

3단계. 이제 DE를 DB로, EF를 FC로 바꾸어 $ADEF$의 네 변을 더합니다.

$$AD + DE + EF + FA = (AD + DB) + (FC + FA) = AB + AC.$$

따라서 E가 $\overline{BC}$ 위의 어디에 있든 둘레의 길이는 $28+28=56$입니다.

$BC=20$은 한 번도 쓰이지 않았다는 점에 주목하십시오. 이 조건은 도형의 모양을 정하기 위해 있을 뿐입니다.

다른 풀이. 답이 E의 위치와 무관하므로 가장 쉬운 위치인 $\overline{BC}$의 중점을 택합시다. 그러면 D와 F는 $\overline{AB}$와 $\overline{AC}$의 중점이 되고, $ADEF$의 각 변은 28의 절반이므로 둘레의 길이는 $4\cdot 14=56$입니다.

정답: (C) 56

---

4 대수

출처: 2019 AMC 10B 13번

> 다섯 개의 수 $4, 6, 8, 17, x$의 중앙값이 이 다섯 수의 평균과 같도록 하는 모든 실수 x의 합은?
>
> **(A)** -5 **(B)** 0 **(C)** 5 **(D)** $\frac{15}{4}$ **(E)** $\frac{35}{4}$

핵심 아이디어. 평균은 x에 대한 간단한 식이지만, 중앙값은 x가 $4, 6, 8, 17$ 사이의 어디에 놓이느냐에 따라 달라집니다. 그러니 x의 위치로 경우를 나누어 각 경우를 풀고, 실제로 그 경우에 속하는 해만 남깁니다.

1단계. 평균은

$$\frac{4+6+8+17+x}{5}=\frac{35+x}{5}.$$

2단계. 중앙값은 다섯 수를 크기순으로 늘어놓았을 때 가운데(세 번째) 수입니다.

- $x\le 6$이면 늘어놓은 수의 가운데에 6이 오므로 중앙값은 6입니다.
- $6\le x\le 8$이면 x 자신이 가운데에 오므로 중앙값은 x입니다.
- $x\ge 8$이면 중앙값은 8입니다.

3단계. 각 경우를 풉니다.

$x\le 6$인 경우: $\frac{35+x}{5}=6$에서 $35+x=30$이므로 $x=-5$입니다. 이 값은 $x\le 6$을 만족하므로 해가 됩니다. 확인해 보면 $-5, 4, 6, 8, 17$의 중앙값은 6이고 평균은 $\frac{30}{5}=6$입니다.

$6\le x\le 8$인 경우: $\frac{35+x}{5}=x$에서 $35+x=5x$이므로 $x=\frac{35}{4}=8.75$입니다. 이 값은 8보다 크므로 이 경우에 속하지 않습니다. 버립니다.

$x\ge 8$인 경우: $\frac{35+x}{5}=8$에서 $x=5$인데, 이는 8보다 작으므로 버립니다.

따라서 해는 $x=-5$뿐이고, 합은 -5입니다.

주의. 각 해가 자기 경우에 속하는지 확인하는 것을 잊기 쉽습니다. 세 후보를 모두 더하면 $-5+\frac{35}{4}+5=\frac{35}{4}$, 즉 선택지 (E)가 됩니다.

정답: (A) -5

---

5 경우의 수와 확률

출처: 2019 AMC 10A 14번

> 평면 위의 서로 다른 네 직선으로 이루어진 집합에 대하여, 두 개 이상의 직선 위에 있는 서로 다른 점이 정확히 N개 있다. 가능한 모든 N의 값의 합은?
>
> **(A)** 14 **(B)** 16 **(C)** 18 **(D)** 19 **(E)** 21

핵심 아이디어. 두 직선이 만나는지는 오직 두 직선이 평행한지에 달려 있습니다. 그러니 네 직선을 서로 평행한 것끼리 묶음으로 나눕시다. 4를 나누는 방법은 다섯 가지뿐이고, 각각은 쉽게 셀 수 있습니다. 이렇게 하면 짐작 없이 가능한 N을 한꺼번에 모두 얻습니다.

같은 묶음의 직선끼리는 결코 만나지 않고, 다른 묶음의 직선끼리는 정확히 한 번 만납니다.

묶음 4. 네 직선이 모두 평행합니다. 교점이 없으므로 $N = 0$입니다.

묶음 $3+1$. 혼자인 직선이 평행한 세 직선과 서로 다른 세 점에서 만나고, 다른 교점은 없습니다. $N = 3$입니다.

묶음 $2+2$. 한 쌍의 각 직선이 다른 쌍의 두 직선과 모두 만나므로 4개의 점이 생깁니다. 이 점들은 모두 다릅니다(같은 직선 위에 있는 두 점은 서로 다른 두 평행선에서 생기기 때문입니다). $N = 4$입니다.

묶음 $2+1+1$. 평행한 쌍을 p_1, p_2, 나머지를 m, n이라 합시다. m과 n은 각각 p_1, p_2와 만나고, m과 n도 만나므로 교차가 다섯 번 일어납니다. m과 n이 p_1 (또는 p_2) 위에서 만나면 세 교차가 한 점으로 합쳐져 $N = 3$이고, 그렇지 않으면 다섯 점이 모두 달라 $N = 5$입니다.

묶음 $1+1+1+1$. 어느 두 직선도 평행하지 않으므로 $\binom{4}{2} = 6$개의 쌍이 모두 만납니다. 어떤 세 직선도 한 점을 지나지 않으면 $N = 6$입니다. 정확히 세 직선이 한 점 P를 지나면 그 세 직선의 3쌍이 P를 공유하고, 네 번째 직선이 그 세 직선과 다른 3개의 점에서 만나므로 $N = 4$입니다. 네 직선이 모두 한 점을 지나면 $N = 1$입니다. (세 직선으로 이루어진 서로 다른 두 조는 두 직선을 공유하므로 같은 점에서 만납니다. 따라서 "세 직선이 지나는 점이 두 개"라면 사실 네 직선이 모두 한 점을 지납니다.)

따라서 N은 $0, 1, 3, 4, 5, 6$만 될 수 있고, 특히 $N = 2$인 경우는 없습니다. 합은 $0+1+3+4+5+6 = 19$입니다.

주의. 0부터 6까지의 모든 값이 가능하다고 가정하면 $0+1+2+\cdots+6 = 21$, 즉 선택지 (E)가 됩니다. $N = 2$는 위의 어느 경우에도 나오지 않습니다.

정답: (D) 19

6 기하

출처: 2001 AMC 10 15번

> 어떤 도로의 양쪽 연석은 서로 평행하고 그 사이의 거리는 40피트이다. 두 평행한 줄무늬로 경계가 지어진 횡단보도가 도로를 비스듬히 가로지른다. 두 줄무늬 사이에 있는 연석의 길이는 15피트이고, 각 줄무늬의 길이는 50피트이다. 두 줄무늬 사이의 거리는 몇 피트인가?
>
> **(A)** 9 **(B)** 10 **(C)** 12 **(D)** 15 **(E)** 25

핵심 아이디어. 횡단보도는 평행사변형이고, 한 밑변과 그 높이, 그리고 다른 밑변의 길이가 주어져 있습니다. 평행사변형에서 두 밑변을 알고 높이를 구해야 할 때는 넓이를 두 가지 방법으로 계산하면 됩니다.

1단계. 횡단보도는 연석 위에 놓인 두 변(각각 길이 15피트)과 줄무늬를 따라 놓인 두 변(각각 길이 50피트)으로 이루어집니다. 마주 보는 변이 서로 평행하므로 평행사변형입니다.

2단계. 길이가 15피트인 연석 쪽 변을 밑변으로 잡습니다. 높이는 두 연석 사이의 수직 거리인 40피트입니다. 따라서 넓이는

$$15 \cdot 40 = 600 \text{ 제곱피트.}$$

3단계. 이번에는 길이가 50피트인 줄무늬를 밑변으로 잡습니다. 이에 대응하는 높이는 두 줄무늬 사이의 수직 거리 d로, 바로 우리가 구하려는 값입니다. 따라서 $50d = 600$이고, $d = \dfrac{600}{50} = 12$입니다.

이 값은 타당합니다. 줄무늬가 비스듬히 지나가므로, 똑바로 가로질러 잰 간격(12)이 연석을 따라 잰 간격(15)보다 짧습니다.

주의. 15피트는 줄무늬에 대해 비스듬한 **연석을 따라** 잰 길이이므로, 두 줄무늬 사이의 거리가 아닙니다. 15라고 답하면 선택지 (D)입니다.

정답: (C) 12

7 대수

출처: 2002 AMC 10A 16번

> $a+1=b+2=c+3=d+4=a+b+c+d+5$일 때, $a+b+c+d$의 값은?
>
> **(A)** -5 **(B)** $-\frac{10}{3}$ **(C)** $-\frac{7}{3}$ **(D)** $\frac{5}{3}$ **(E)** 5

핵심 아이디어. 길게 이어진 등식은 공통인 값에 k와 같은 이름 하나를 붙여 다루는 것이 가장 좋습니다. 그러면 모든 변수를 k로 나타낼 수 있고, 등식의 마지막 고리는 k에 대한 방정식 하나가 됩니다.

1단계. 공통인 값을 k라 합시다. 그러면

$$a=k-1,\quad b=k-2,\quad c=k-3,\quad d=k-4.$$

2단계. 이들을 더하면

$$a+b+c+d=4k-(1+2+3+4)=4k-10.$$

3단계. 등식의 마지막 식도 k와 같습니다.

$$a+b+c+d+5=k.$$

대입하면 $4k-10+5=k$, 즉 $4k-5=k$이므로 $3k=5$이고 $k=\frac{5}{3}$입니다.

4단계. 문제에서 묻는 것은 k가 아니라 $a+b+c+d$입니다. 3단계에서 $a+b+c+d=k-5$이므로

$$a+b+c+d=\frac{5}{3}-5=\frac{5}{3}-\frac{15}{3}=-\frac{10}{3}.$$

확인: $a=\frac{2}{3}$, $b=-\frac{1}{3}$, $c=-\frac{4}{3}$, $d=-\frac{7}{3}$입니다. $a+1$, $b+2$, $c+3$, $d+4$는 모두 $\frac{5}{3}$이고, $a+b+c+d+5=-\frac{10}{3}+5=\frac{5}{3}$입니다. ✓

다른 풀이. $S=a+b+c+d$로 놓고 바로 구할 수도 있습니다. 네 등식 $a+1=k$, $b+2=k$, $c+3=k$, $d+4=k$를 모두 더하면 $S+10=4k$이고, 마지막 고리에서 $k=S+5$입니다. 따라서

$$S+10=4(S+5)=4S+20,$$

이므로 $-3S=10$, $S=-\frac{10}{3}$입니다. k를 구할 필요조차 없습니다.

주의. $k=\frac{5}{3}$을 구하고 멈추기 쉽습니다. 이것은 공통인 값이지 $a+b+c+d$가 아니며, 선택지 (D)입니다.

정답: (B) $-\frac{10}{3}$

8 정수론

출처: 2014 AMC 10B 17번

> $10^{1002} - 4^{501}$의 약수인 2의 거듭제곱 중 가장 큰 것은?
>
> **(A)** 2^{1002} **(B)** 2^{1003} **(C)** 2^{1004} **(D)** 2^{1005} **(E)** 2^{1006}

핵심 아이디어. 두 항 모두 인수 2를 많이 가지고 있으므로, 먼저 공통인 거듭제곱을 묶어 냅니다. 남는 것은 제곱의 차인 $5^{1002}-1$이고, 이것을 인수분해하면 2가 정확히 몇 개 더 숨어 있는지 알 수 있습니다.

1단계. 두 항을 밑 2가 드러나게 씁니다. $10^{1002} = 2^{1002}\cdot 5^{1002}$이고 $4^{501} = (2^2)^{501} = 2^{1002}$이므로

$$10^{1002} - 4^{501} = 2^{1002}\left(5^{1002} - 1\right).$$

2단계. $1002 = 2\cdot 501$이므로 제곱의 차를 이용합니다.

$$5^{1002} - 1 = \left(5^{501} - 1\right)\left(5^{501} + 1\right).$$

3단계. 나머지를 살펴 각 인수에 들어 있는 2의 개수를 셉니다. $5^2 = 25$를 8로 나눈 나머지는 1입니다. 501이 홀수이므로 $5^{501} = 5\cdot (5^2)^{250}$을 8로 나눈 나머지는 5입니다.

- $5^{501}-1$을 8로 나눈 나머지는 4이므로, 4로는 나누어떨어지지만 8로는 나누어떨어지지 않습니다. 즉 정확히 2^2을 포함합니다.
- $5^{501}+1$을 8로 나눈 나머지는 6이므로 4로 나눈 나머지는 2입니다. 따라서 2로는 나누어떨어지지만 4로는 나누어떨어지지 않습니다. 즉 정확히 2^1을 포함합니다.

4단계. 따라서 $5^{1002}-1$은 정확히 $2^{2+1} = 2^3$을 포함하고, 전체 수에 들어 있는 것은 정확히

$$2^{1002}\cdot 2^3 = 2^{1005}.$$

주의. $5^{1002}-1$이 $5-1=4$로 나누어떨어진다는 것만 보고 멈추면 $2^{1002}\cdot 2^2 = 2^{1004}$, 즉 선택지 (C)가 됩니다. 인수분해를 하면 $5^{501}+1$에 세 번째 2가 숨어 있음을 알 수 있습니다.

정답: (D) 2^{1005}

9 대수

출처: 2002 AMC 10B 19번

> 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여
>
> $$a_1 + a_2 + \cdots + a_{100} = 100$$
>
> 이고
>
> $$a_{101} + a_{102} + \cdots + a_{200} = 200.$$
>
> 이때 $a_2 - a_1$의 값은?
>
> **(A)** 0.0001 **(B)** 0.001 **(C)** 0.01 **(D)** 0.1 **(E)** 1

핵심 아이디어. 두 합은 길이가 같은 구간(100개의 항씩)을 다루고, 두 구간은 정확히 100자리 떨어져 있습니다. 그러니 둘째 구간의 각 항을 100자리 앞의 항과 짝 지어 봅시다. 각 쌍의 차가 모두 같으므로 두 합의 차가 바로 나옵니다.

공차를 $d = a_2 - a_1$이라 합시다.

1단계. 등차수열에서 100자리 나아가면 d를 백 번 더하게 되므로

$$a_{k+100} = a_k + 100d \quad \text{모든 } k.$$

예를 들어 $a_{101} = a_1 + 100d$이고 $a_{200} = a_{100} + 100d$입니다.

2단계. 둘째 합을 항별로 쓰면

$$a_{101} + \cdots + a_{200} = (a_1 + 100d) + \cdots + (a_{100} + 100d).$$

항이 100개이고 각 항이 짝보다 $100d$만큼 크므로

$$a_{101} + \cdots + a_{200} = (a_1 + \cdots + a_{100}) + 100 \cdot 100d.$$

3단계. 주어진 합을 대입하면 $200 = 100 + 10000d$이므로 $10000d = 100$이고, $d = \dfrac{100}{10000} = 0.01$입니다.

(모순이 없는지 확인하면, $a_1 = 0.505$일 때 첫째 합이 100이 됩니다.)

다른 풀이. 평균을 이용할 수도 있습니다. 등차수열에서 연속한 항들의 평균은 첫 항과 끝 항의 평균과 같습니다. 첫째 구간의 평균은 $\frac{100}{100} = 1$이므로 $\frac{a_1 + a_{100}}{2} = 1$이고, 둘째 구간의 평균은 $\frac{200}{100} = 2$이므로 $\frac{a_{101} + a_{200}}{2} = 2$입니다. a_{101}, a_{200}은 각각 a_1, a_{100}보다 $100d$만큼 크므로 둘째 평균은 첫째 평균보다 $100d$만큼 큽니다. 따라서 $100d = 2 - 1 = 1$이고 $d = 0.01$입니다.

주의. 둘째 합을 첫째 합에 $100d$를 더한 것으로 쓰면, 즉 이동량을 항마다 한 번씩이 아니라 한 번만 더하면, $200 = 100 + 100d$에서 $d = 1$, 즉 선택지 (E)가 됩니다.

정답: (C) 0.01

10 경우의 수와 확률

출처: 2012 AMC 10B 20번

> 베르나르도와 실비아가 다음과 같은 게임을 한다. 0 이상 999 이하의 정수 하나를 골라 베르나르도에게 준다. 베르나르도는 수를 받을 때마다 그 수를 두 배 하여 결과를 실비아에게 넘긴다. 실비아는 수를 받을 때마다 그 수에 50을 더하여 결과를 베르나르도에게 넘긴다. 1000보다 작은 수를 마지막으로 만든 사람이 이긴다.
>
> 베르나르도가 이기게 되는 처음 수 중 가장 작은 것을 N이라 하자. N의 각 자리 숫자의 합은?
>
> **(A)** 7 **(B)** 8 **(C)** 9 **(D)** 10 **(E)** 11

핵심 아이디어. 두 사람이 하는 일은 완전히 정해져 있어 고를 것이 없습니다. 그러니 처음 수 x로 나오는 수들을 나타내기만 하면 됩니다. 베르나르도는 자기 수가 1000보다 작은데 실비아의 다음 수가 그렇지 않을 때 정확히 이깁니다.

1단계. x에서 시작합니다. 베르나르도를 B, 실비아를 S로 나타내면 만들어지는 수는

$$\begin{aligned} &\text{B: } 2x, && \text{S: } 2x+50,\\ &\text{B: } 4x+100, && \text{S: } 4x+150,\\ &\text{B: } 8x+300, && \text{S: } 8x+350,\\ &\text{B: } 16x+700, && \text{S: } 16x+750,\\ &\text{B: } 32x+1500. \end{aligned}$$

수는 결코 줄어들지 않으므로, 게임은 수가 처음으로 1000에 이를 때 끝납니다. 마지막에 적은 수는 1500 이상이므로, 게임은 늦어도 그때까지는 반드시 끝납니다.

2단계. 베르나르도는 자기 수가 1000보다 작고 실비아의 다음 수가 1000 이상일 때 이깁니다. 실비아는 50을 더하므로, 베르나르도의 수는 950부터 999까지여야 합니다. 그의 각 줄을 확인합니다.

- $950 \le 2x \le 999$: $x = 475, \dots, 499$.
- $950 \le 4x+100 \le 999$: $x = 213, \dots, 224$.
- $950 \le 8x+300 \le 999$: $x = 82, \dots, 87$.
- $950 \le 16x+700 \le 999$: $250 \le 16x \le 299$이므로 $x = 16, 17, 18$.

3단계. 베르나르도가 이기는 가장 작은 처음 수는 $N = 16$입니다. 확인해 보면 $16 \to 32 \to 82 \to 164 \to 214 \to 428 \to 478 \to 956 \to 1006$입니다. 1000보다 작은 마지막 수 956을 베르나르도가 만들었으므로 그가 이깁니다. $x \le 15$이면 실비아의 수 $16x+750 \le 990$이 아직 1000보다 작고, 그다음 베르나르도의 수 $32x+1500$은 그렇지 않으므로 실비아가 이깁니다.

각 자리 숫자의 합은 $1+6=7$입니다.

주의. 베르나르도의 첫 차례에서 멈추면 안 됩니다. 475–499 구간은 가장 작은 것이 아닙니다. 그 최솟값 475의 각 자리 숫자의 합은 16으로 선택지에 없으니, 계속 찾아야 한다는 신호입니다.

정답: (A) 7