2023학년도 수시 입학전형 면접 기출문제

물리학 — 한국과학기술원(KAIST)

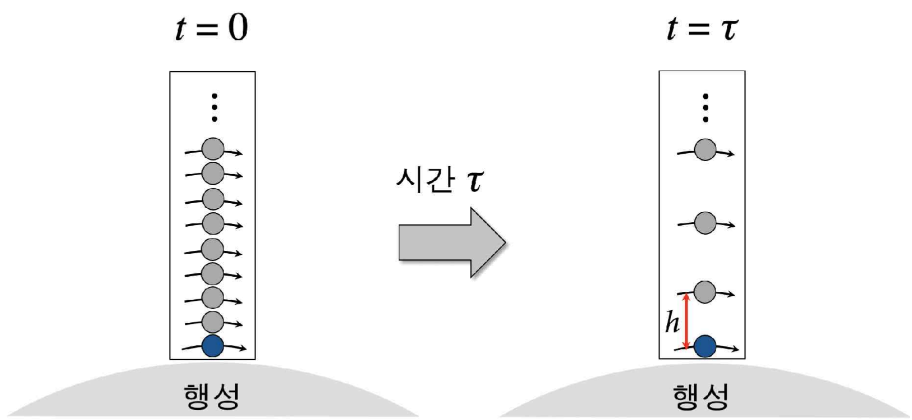
문항 및 제시문 · 채점 기준 · 예시 답안

문제 1

등속 원운동 · 케플러 법칙 · 중력 가속도

문항 및 제시문

우주 탐사선이 대기가 없고 수많은 자갈 조각들로 둘러싸인 행성을 발견하였다. 자갈들은 다양한 높이에서 등속 원운동을 하고 있다. 아래 그림은 지표면의 특정 위치에서 $t = 0$과 $t = \tau$에 관측된 자갈들의 모습이다. 지표면 근처의 자갈이 시간 τ 동안 행성을 다섯 바퀴 회전하여 제자리로 돌아왔다. 같은 시간 동안 더 높은 곳에서 제자리로 돌아온 자갈의 최소 높이는 h였다. 지표면 근처의 중력 가속도를 구하라. (행성은 완벽한 구형이고, 자갈들은 높이 방향으로 고르게 분포하며, 자갈들 사이의 만유인력과 충돌은 무시한다.) (5점)



채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
—	• 케플러 법칙 $T^2 \propto r^3$ (또는 중력에 의한 등속 원운동의 주기 공식)을 사용하면 +1점 • 높이 h의 자갈의 주기가 $\tau/4$임을 찾으면 +1점 • 식 (4)와 같이 행성의 반지름을 구하면 +1점 • 식 (6)에서 $g = R(2\pi/T)^2$까지 구하면 +1점 • 식 (6)과 같이 중력 가속도를 찾으면 +1점	5점

예시 답안

질량 m인 자갈이 행성 중심으로부터 거리 r에서 등속 원운동을 하기 위해서는 만유인력이 구심력의 역할을 해야 하므로,

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{GmM}{r^2} \qquad (1)$$

이다. 여기서 M은 행성의 질량, G는 만유인력 상수이다. 이로부터 원운동의 주기는

$$T = \frac{2\pi r}{v} = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM}} \qquad (2)$$

이며, 따라서

$$T^2 \propto r^3 \qquad (3)$$

의 케플러 제3법칙이 성립한다. 즉, 높이가 높을수록 주기가 길어진다.

시간 τ 동안 제자리로 돌아오기 위해서는 자갈의 회전수가 정수여야 한다. 지표면 근처의 자갈은 다섯 바퀴 회전하였으므로 주기는 $\tau/5$이고, 더 높은 곳에서 제자리로 돌아온 자갈 중 가장 낮은(최소 높이 h) 자갈의 회전수는 4번이므로 그 주기는 $\tau/4$이다. 식 (3)에 의해 행성의 반지름을 R이라 하면,

$$\left(\frac{\tau/5}{\tau/4}\right)^2 = \left(\frac{R}{R+h}\right)^3 \quad \rightarrow \quad R = \frac{h}{(5/4)^{2/3}-1} \qquad (4)$$

이다. 한편 지표면 근처에서 질량 m인 물체에 작용하는 중력은

$$mg = \frac{GmM}{R^2} \quad \rightarrow \quad g = \frac{GM}{R^2} \qquad (5)$$

이며, 식 (2)에서 $GM = R^3(2\pi/T)^2$ ($T = \tau/5$: 지표면 근처 자갈의 주기)이므로,

$$g = R\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = \frac{h}{(5/4)^{2/3}-1} \cdot \left(\frac{10\pi}{\tau}\right)^2 \qquad (6)$$

이다.

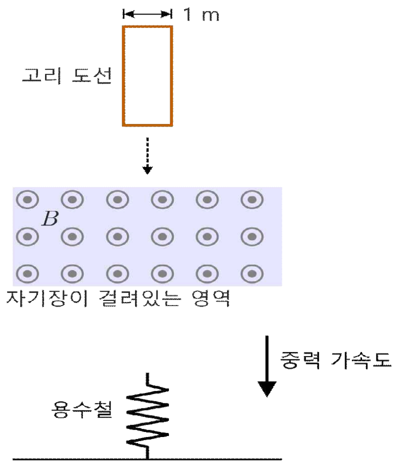
문제 2

전자기 유도 · 에너지 보존

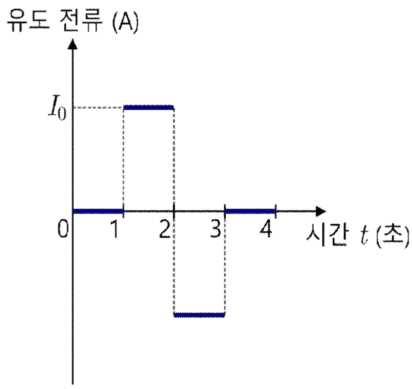
문항 및 제시문

갑돌이는 한국 최초의 달 탐사선 다누리호가 스페이스X사의 로켓에 실려 발사되는 장면을 지켜보고 있었다. 발사가 성공적으로 이루어진 후 1, 2단 로켓이 분리되고, 1단 로켓은 재활용하기 위해 다시 지구로 내려와 착륙하였다. 착륙 시 속도를 줄이기 위해 강하게 연료를 소모하는 것을 본 갑돌이는, 놀이공원에 있는 자이로드롭의 원리를 이용하면 더 효율적으로 로켓의 속도를 줄일 수 있지 않을까 하는 생각이 들어서 다음과 같은 실험을 구상해 보았다.

[그림 1]과 같이 질량이 1 kg이고 저항이 1 Ω이며 너비가 1 m인 직사각형 모양의 고리 도선을 준비하여 $t=0$ 시각에 정지 상태에서 자유낙하 시킨다. 이후 고리 도선은 세기 B의 균일한 자기장이 걸려있는 영역을 통과하며, 이 과정에서 고리 도선이 이루는 면은 자기장에 수직인 상태로 유지된다. 고리 도선은 자유낙하를 시작한 지 4초 후에 바닥에 있는 용수철에 닿았다. 이 실험을 하면서 고리 도선에서 발생하는 유도 전류를 측정하였더니 [그림 2]와 같은 결과를 얻었다. (중력 가속도는 10 m/s^{2}이고, 공기 저항과 용수철의 질량은 무시한다.)



[그림 1]



[그림 2]

(1) 고리 도선이 용수철에 붙은 채로 용수철이 압축된다. 이때 최대 2 m만큼 압축되었다면, 용수철 상수는 얼마인가? (3점)

(2) 고리 도선이 자기장이 걸려있는 영역을 통과할 때 발생하는 에너지 변환을 설명하고, 이를 이용하여 고리 도선에서 발생하는 유도 전류의 크기 I_0와 자기장의 세기 B를 구하라. (2점)

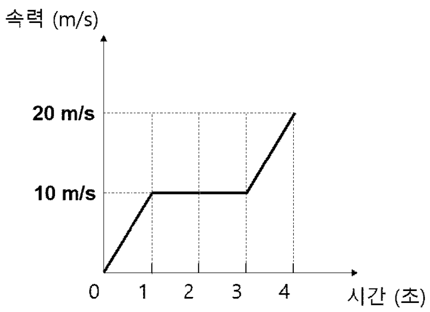
채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
(1)	• 측정된 유도 전류로부터 고리 도선의 운동상태(자유낙하–등속운동–자유낙하)를 기술할 수 있으면 +1점 • 용수철이 압축될 때 ‘고리 도선의 (운동 에너지 + 중력 퍼텐셜 에너지) $\rightarrow$ 용수철의 탄성 퍼텐셜 에너지’ 개념을 설명하면서 $\frac{1}{2}mv^2 + mgx = \frac{1}{2}kx^2$ 식을 얻었다면 +1점 • 용수철 상수 $k = 110$ N/m를 정확히 계산하였다면 +1점	3점
(2)	• 고리 도선의 운동상태로부터 ‘중력 퍼텐셜 에너지 $\rightarrow$ 전기 에너지’ 개념을 설명하면서 $mgh = I_0^2Rt$ 식을 얻었다면 +1점 • 유도 전류 $I_0 = 10$ A와 자기장 세기 $B = 1$ T를 정확히 계산하였다면 +1점	2점

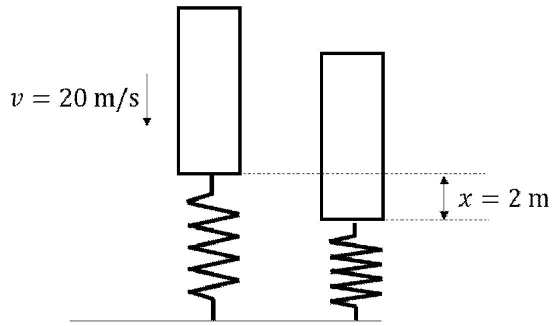
예시 답안

(1) 세기 B의 균일한 자기장이 걸린 영역에 너비 ℓ의 직사각형 고리 도선이 속력 v로 들어갈 때 발생하는 유도 기전력의 크기는 $V = B\ell v$로 표현된다. 또한 유도 전류의 크기는 $I = \frac{V}{R} = \frac{B\ell v}{R}$ (R: 고리 도선의 저항)가 된다. 여기서 중요한 사실은, 유도 전류는 고리 내부의 자기 선속이 변할 때만 발생하며, 이때 발생하는 유도 전류의 크기는 고리 도선의 속력에 비례한다는 사실이다.

고리 도선이 자유낙하를 시작한 후 0~1초 구간에는 유도 전류가 발생하지 않았기 때문에 공기 중에서 자유낙하를 하였음을 알 수 있고, 이후 1~2초 구간에서 일정한 크기의 유도 전류가 발생하였다는 것은 자기장이 걸린 영역에 진입한 후 등속 운동을 하였음을 의미한다. 이후 유도 전류의 방향이 바뀌었다는 것은 고리 도선이 자기장 영역을 빠져나가기 시작하였음을 의미하며, 2초에서 유도 전류가 즉각적으로 바뀌었다는 것은 고리 도선의 높이가 자기장이 걸린 영역의 높이와 같다는 것을 의미한다. (즉, 고리 도선이 완전히 자기장 영역에 진입하자마자 바로 빠져나가기 시작한다.) 따라서 2~3초 구간에서도 같은 속력으로 등속 운동을 함을 알 수 있다. 이후 3~4초 구간에서는 유도 전류가 발생하지 않았으므로 도선이 자기장 영역을 완전히 빠져나가 다시 자유낙하를 함을 알 수 있다. 이 과정에서 도선의 속력 변화를 그래프로 나타내면 [그림 S1]과 같다. (중력 가속도 10 m/s^{2}으로 낙하하므로, 자유낙하 시 1초당 10 m/s의 속력 변화가 발생한다.)



[그림 S1]



[그림 S2]

따라서 자유낙하를 시작한 지 4초 후 고리 도선이 용수철에 도달하였을 때 속력은 $v = 20$ m/s이 된다. 이후 [그림 S2]와 같이 용수철이 압축되기 시작하는데, 이때 고리 도선의 (중력 퍼텐셜 에너지 + 운동 에너지)가 용수철의 탄성 퍼텐셜 에너지로 변환되고, 이 과정에 적용되는 에너지 보존 법칙은 아래 식으로 표현된다.

$$\frac{1}{2}mv^2 + mgx = \frac{1}{2}kx^2 \quad (x\text{ : 용수철이 최대로 수축한 길이})$$

이 식에 $m = 1$ kg, $v = 20$ m/s, $g = 10$ m/s^2, $x = 2$ m를 대입하면 용수철 상수 $k = 110$ N/m가 나온다.

(2) [그림 S1]에서 고리 도선이 자기장 영역을 통과하는 시간은 1~3초 구간이며, 이때 $h = 20$ m의 높이를 $v = 10$ m/s의 속도로 등속으로 낙하한다. 이 과정에서 속도가 일정하므로 운동 에너지의 변화는 없고, 중력 퍼텐셜 에너지가 전기 에너지로 변환된다. 따라서

$$mgh = I_0^2 Rt$$

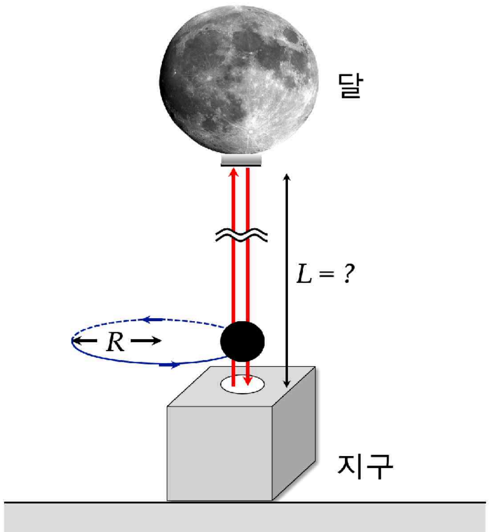
가 되며, $m = 1$ kg, $g = 10$ m/s^2, $h = 20$ m, $R = 1\,\Omega$, $t = 2$ s를 대입하면 $I_0 = 10$ A가 나온다.

유도 전류의 크기는 $I_0 = \frac{V}{R} = \frac{B\ell v}{R}$이므로, 자기장의 세기는 $B = \frac{I_0 R}{\ell v}$이며, $I_0 = 10$ A, $R = 1\,\Omega$, $\ell = 1$ m, $v = 10$ m/s를 대입하면 $B = 1$ T를 얻을 수 있다. (T는 자기장의 단위 테슬라)

문제 3 빛의 속력 · 지구–달 거리 측정

문항 및 제시문

1971년 아폴로 15호는 달에 착륙하여 달 표면에 거울을 설치하였다. 이 거울은 지구에서 보낸 빛이 반사된 후 처음 위치로 정확히 되돌아오도록 설계되었다. 아래 그림과 같이 일정한 세기의 빛이 상자의 구멍을 통해 연속적으로 방출되고, 거울에 반사되어 구멍으로 들어오는 빛의 평균 세기를 상자 안에서 측정할 수 있다. 구멍 바로 위에서는 검은색 공이 수평면 상에서 반지름 R의 등속 원운동을 하고 있으며, 공의 속력 v는 조절할 수 있다. 지구와 달 사이의 거리 L을 측정할 수 있는 방법을 정량적으로 기술하라. (공의 단면적은 구멍의 크기와 동일하고, 지구와 달의 공전과 자전은 무시한다. 상자에서는 빛의 평균 세기만 측정할 수 있다.) (5점)



채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
–	• 빛의 속력 c가 일정함을 이용하여, 빛의 왕복 시간 τ로부터 $L = c\tau/2$로 접근하면 +1점 • 빛을 주기적으로 차단해야 함을 알고, 공의 원운동에 의한 차단 주기 $T = 2\pi R/v$를 찾으면 +1점 • 되돌아온 빛의 세기가 최소가 되는 조건(공이 입구를 막는 조건)과 구체적인 실험 방법을 제시하면 +1점 • 식 (5)의 결과로 거리를 정량적으로 구하면 +2점	5점

예시 답안

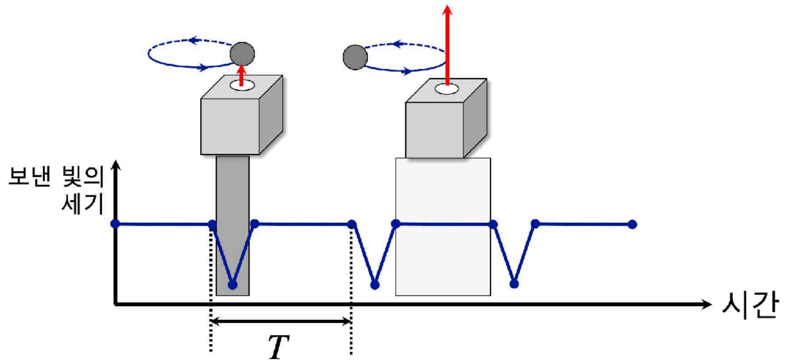
빛은 일정한 속력(c)을 가지므로, 빛이 지구에서 출발하여 달 표면의 거울에서 반사되어 돌아오는 데 걸리는 시간(τ)을 측정함으로써 지구와 달 사이의 거리(L)를 알 수 있다.

$$2L = c\tau \qquad (1)$$

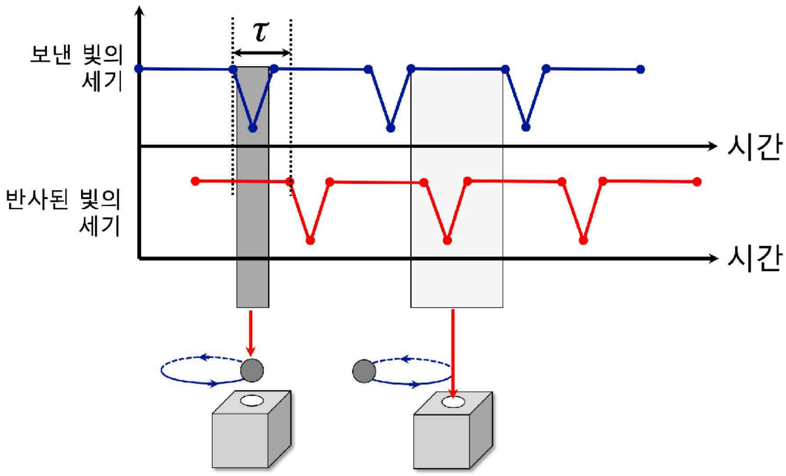
하지만 연속적으로 방출되는 빛으로는 시간 정보를 알 수 없으므로, 빛의 세기를 주기적으로 조절하는 과정이 필요하다. 등속 원운동을 하는 공은 빛을 주기적으로 차단하므로 빛의 세기를 시간에 따라 변화시킬 수 있다. 이때 빛이 차단되는 주기(T)는 공의 원운동 주기와 일치한다.

$$T = \frac{2\pi R}{v} \qquad (2)$$

따라서 공의 속력(v)을 조절하여 빛이 차단되는 주기를 조절할 수 있다. 공의 운동에 의해 발생하는 달로 보낸 빛의 세기 변화를 아래 그림과 같이 표현할 수 있다.



반사된 빛이 지구로 되돌아올 때 τ 시간만큼 지연이 생기며, 이 빛은 상자에 들어오기 직전 공의 운동에 의해 같은 방법으로 주기적으로 차단된다.



상자 안으로 들어가는 빛의 평균 세기를 최대화하려면 반사되어 되돌아온 빛의 세기가 최소가 될 때 공이 입구를 막도록 설계하면 된다. 즉

$$\tau = nT \quad (n : \text{자연수}) \qquad (3)$$

일 때 빛의 평균 세기가 최대가 된다. 이 조건은 식 (1)과 (2)를 이용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{2L}{c} = n\frac{2\pi R}{v} \quad \rightarrow \quad v = n\frac{c\pi R}{L} \qquad (4)$$

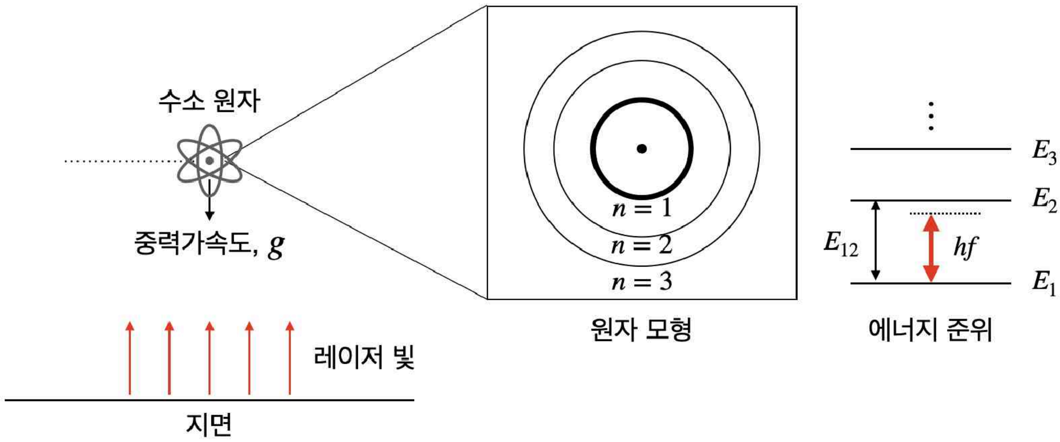
따라서 공의 속력이 $\frac{c\pi R}{L}$의 배수가 될 때 빛의 평균 세기가 최대가 된다. 공의 속력을 0에서 점차 증가시키며 처음으로 빛의 평균 세기가 최대가 되는 속력(v_0)을 찾으면, 이를 이용하여 지구와 달 사이의 거리를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$L = \frac{c\pi R}{v_0} \qquad (5)$$

문제 4 도플러 효과 · 광자 흡수/방출 · 운동량 보존

문항 및 제시문

그림과 같이 질량이 m인 수소 원자가 정지 상태에서 자유 낙하를 시작하였다. 이 원자는 연직 위 방향으로 전파하는 진동수 f의 레이저 빛에 노출되어 있다. 자유 낙하를 시작할 때 수소 원자의 전자는 에너지가 가장 낮은 바닥상태($n = 1$)에 있었으며, 레이저 빛의 광자의 에너지는 수소 원자의 첫 번째 전이 에너지 E_{12} (수소 원자가 바닥상태에서 첫 번째 들뜬상태($n = 2$)로 전이하는 데 필요한 에너지) 대비 미세하게 작다고 한다. (중력 가속도는 g이고, 레이저 빛의 전파 속력은 c이며, 플랑크 상수는 h이다. 공기 저항은 무시한다.)



(1) 수소 원자의 전자가 첫 번째 들뜬 상태로 전이되는 시점까지 낙하한 거리를 구하라. (자유 낙하를 시작할 때 수소 원자가 지면으로부터 충분히 높은 곳에 있었다고 가정한다.) (2점)

(2) 수소 원자의 전자가 첫 번째 들뜬 상태로 전이된 직후 바로 광자를 방출하여 바닥상태로 돌아오게 된다. 이때 광자가 방출되는 방향은 언제나 연직 아래 방향이라고 가정하고, 방출되는 광자의 에너지는 항상 E_{12}이다. 광자를 방출하는 시간 동안 수소 원자가 이동한 거리는 무시하자. 광자를 방출한 직후 수소 원자의 운동 방향이 연직 위 방향으로 바뀌게 될 수 있음을 설명하고 그러기 위한 레이저 빛의 진동수 f의 조건을 구하라. 그리고 이 경우 시간이 더 지남에 따라 원자가 나타낼 수 있는 움직임 양상을 정성적으로 기술하고, 매우 긴 시간이 흐르는 동안의 원자의 변위를 최소화하는 레이저 빛의 진동수 f를 구하라. (3점)

채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
(1)	• 도플러 효과로 인해 자유 낙하하는 원자가 느끼는 빛의 진동수(f_v)가 점점 증가하여 $hf_v = E_{12}$가 성립할 때 원자가 광자를 흡수할 수 있음을 설명했으면 +1점 • 전이가 일어날 때의 원자의 속력 $v_1 = c\left(1 - \frac{hf}{E_{12}}\right)$ 및 그때까지의 낙하 거리 $L = \frac{c^2}{2g}\left(1 - \frac{hf}{E_{12}}\right)^2$을 구했으면 +1점	2점
(2)	• 운동량 보존 법칙을 적용하여 광자의 방출 직후 원자의 운동량(p_1')을 얻은 후, 레이저 빛의 진동수(f)가 $f > \frac{mc^2 - E_{12}}{h(1+mc^2/E_{12})}$의 조건을 만족할 때 원자가 광자를 방출한 직후 연직 위 방향으로 운동하게 됨을 구했으면 +1점 (동일한 답안으로 $f > \frac{E_{12}(mc^2 - E_{12})}{h(mc^2 + E_{12})}$, $f > \frac{E_{12}(1 - E_{12}/mc^2)}{h(1 + E_{12}/mc^2)}$, $f > \frac{1}{h}\left(\frac{mc - E_{12}/c}{1/c + mc/E_{12}}\right)$) • 원자가 광자를 반복적으로 흡수 및 방출하면서 상하운동이 반복됨을 언급하고(세 가지 가능성을 모두 열거하지 않아도 됨), 매우 긴 시간이 흐르는 동안의 원자의 변위가 최소화되려면 일정한 높이에서 상하운동을 하게 만드는 조건(광자 방출 직후 속도가 $-v_1$ 또는 (*) $p_1' = -mv_1$)을 만족해야 함을 설명했으면 +1점 • 원자가 일정한 높이에서 상하운동을 반복하게 만드는 레이저 빛의 진동수 $f = \frac{2mc^2 - E_{12}}{h(1+2mc^2/E_{12})}$를 구했으면 +1점 (동일한 답안으로 $f = \frac{E_{12}(2mc^2 - E_{12})}{h(2mc^2 + E_{12})}$, $f = \frac{E_{12}(2 - E_{12}/mc^2)}{h(2 + E_{12}/mc^2)}$, $f = \frac{1}{h}\left(\frac{2mc - E_{12}/c}{1/c + 2mc/E_{12}}\right)$)	3점

예시 답안

(1) 수소 원자가 자유낙하를 하면서 연직 아래 방향으로 $v=gt$의 속력을 갖게 된다. 그러면 원자의 움직임으로 인한 도플러 효과로 원자가 느끼는 레이저 빛의 진동수(f_v)가 변하게 된다. 특수 상대성 이론의 광속 불변 원리에 의하면 빛의 속력(c)은 관찰자의 속도에 관계없이 일정하다. 따라서 원자가 빛을 향해 이동하는 거리만큼 빛이 덜 이동함을 이용하여, 움직이는 원자가 느끼는 레이저 빛의 주기(T_v)를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$cT_v = cT - vT \quad \rightarrow \quad T_v = T\left(\frac{c-v}{c}\right) \quad (T: \text{빛의 원래 주기})$$

이를 빛의 진동수로 표현하면 다음과 같다.

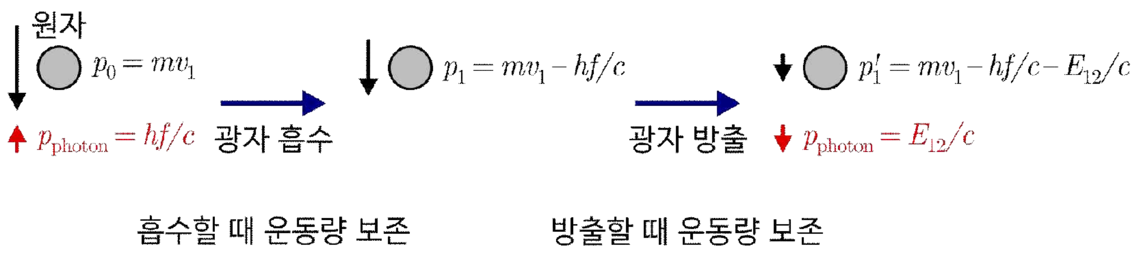
$$f_v = f\left(\frac{c}{c-v}\right)$$

첫 번째 들뜬상태로 전이가 일어나기 위해서는 $hf_v = E_{12}$의 관계를 만족해야 하므로, 수소 원자는 다음의 속력을 가질 때 첫 번째 들뜬상태로 전이된다.

$$v_1 = c\left(1-\frac{hf}{E_{12}}\right)$$

따라서 자유 낙하를 시작하여 전이가 일어날 때까지 걸리는 시간은 $t_1 = \frac{c}{g}\left(1-\frac{hf}{E_{12}}\right)$이며, 그때까지의 낙하 거리는 $L=\frac{1}{2}gt_1^2 = \frac{c^2}{2g}\left(1-\frac{hf}{E_{12}}\right)^2$이다.

(2) 운동량 보존 법칙에 따라 광자가 흡수된 직후 원자의 운동량은 $p_1 = mv_1 - h/\lambda = mv_1 - hf/c$ ($\lambda = c/f$: 레이저 빛의 파장)가 된다. 이후 연직 아래 방향으로 광자를 다시 방출하기 때문에 바닥상태로 돌아온 직후의 원자의 운동량은 $p_1' = mv_1 - hf/c - E_{12}/c$가 된다.

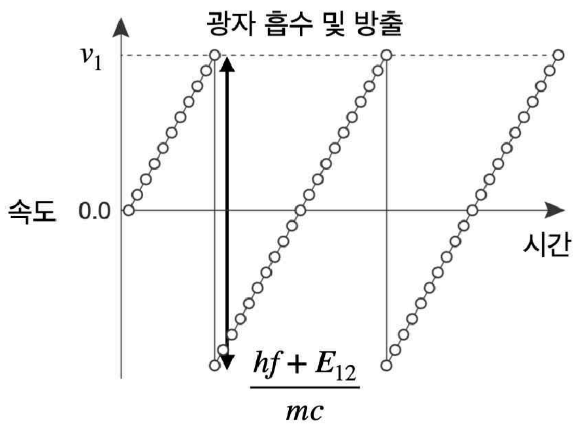


따라서 $p_1' < 0$일 때, 즉,

$$mc\left(1-\frac{hf}{E_{12}}\right) - \frac{hf}{c} - \frac{E_{12}}{c} < 0 \quad \rightarrow \quad f > \frac{mc^2 - E_{12}}{h(1+mc^2/E_{12})}$$

일 때 원자가 광자를 방출한 직후 연직 위 방향으로 운동하게 된다.

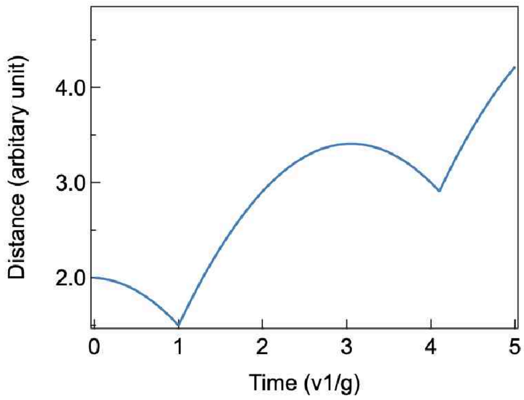
이 경우 시간이 더 지남에 따라 원자가 나타내는 운동을 속도-시간 그래프로 그리면 다음과 같다.



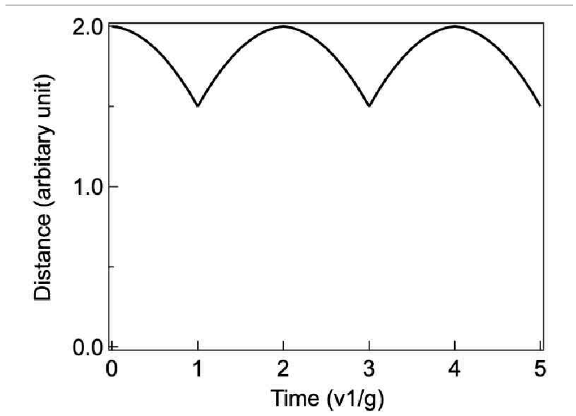
광자가 흡수 및 방출되는 과정에서 광자의 운동량에 의해 원자의 속도가 $(hf + E_{12})/mc$만큼 바뀌면서 원자는 연직 위 방향으로 운동하게 된다. 중력에 의해 원자가 다시 낙하하여 $v_1 = c\left(1 - \frac{hf}{E_{12}}\right)$ 조건을 만족하면 앞선 운동을 반복하게 된다.

광자의 운동량에 따라 원자가①점점 위로 올라가는 경우,②지면으로 떨어지거나 위로 올라가지 않고 계속 상하운동을 하는 경우,③점점 지면으로 떨어지는 경우를 생각해 볼 수 있다. 각 경우에 대해 위치-시간 그래프는 다음과 같다.

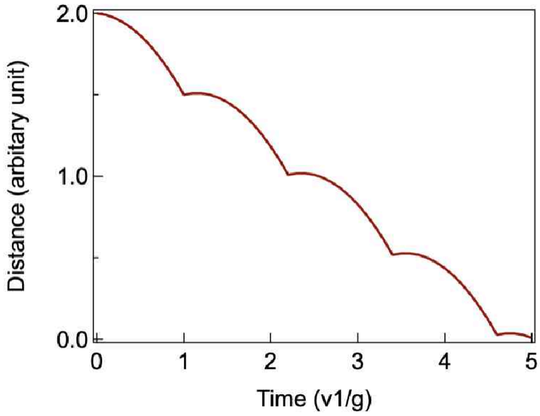
①점점 위로 올라가는 경우



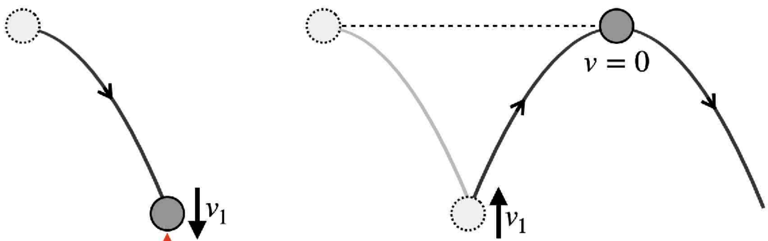
②일정한 높이에서 상하운동을 하는 경우



③점점 지면으로 떨어지는 경우



특히 매우 긴 시간이 흐르는 동안의 원자의 변위가 최소화되는 경우는②일정한 높이에서 상하운동을 하는 경우이다. 이를 위해서는 원자가 광자를 방출한 직후의 속도가 $-v_1$이어야 한다 (아래 그림 참고).



광자 흡수전　　광자 흡수,방출 이후

이러한 조건을 만족하려면 (*) $p_1' = mv_1 - \frac{hf}{c} - \frac{E_{12}}{c} = -mv_1$, 즉, $\frac{hf}{c} = 2mv_1 - \frac{E_{12}}{c}$이어야 하며, 이때 레이저 빛의 진동수($f$)는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\frac{hf}{c} = 2mc\left(1 - \frac{hf}{E_{12}}\right) - \frac{E_{12}}{c} \quad \rightarrow \quad f = \frac{2mc^2 - E_{12}}{h(1 + 2mc^2/E_{12})}$$