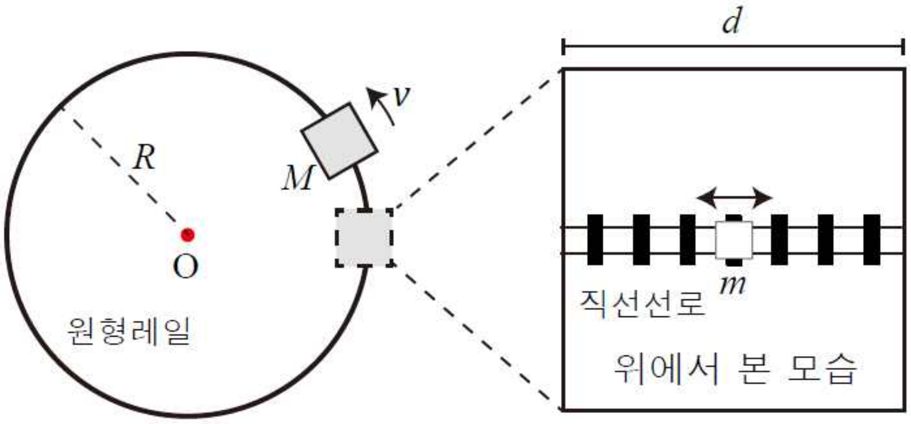
※ **제시문을 읽고 문제에 답하시오.**

문제 2.

다음 제시문을 읽고 이어지는 물음에 답하시오

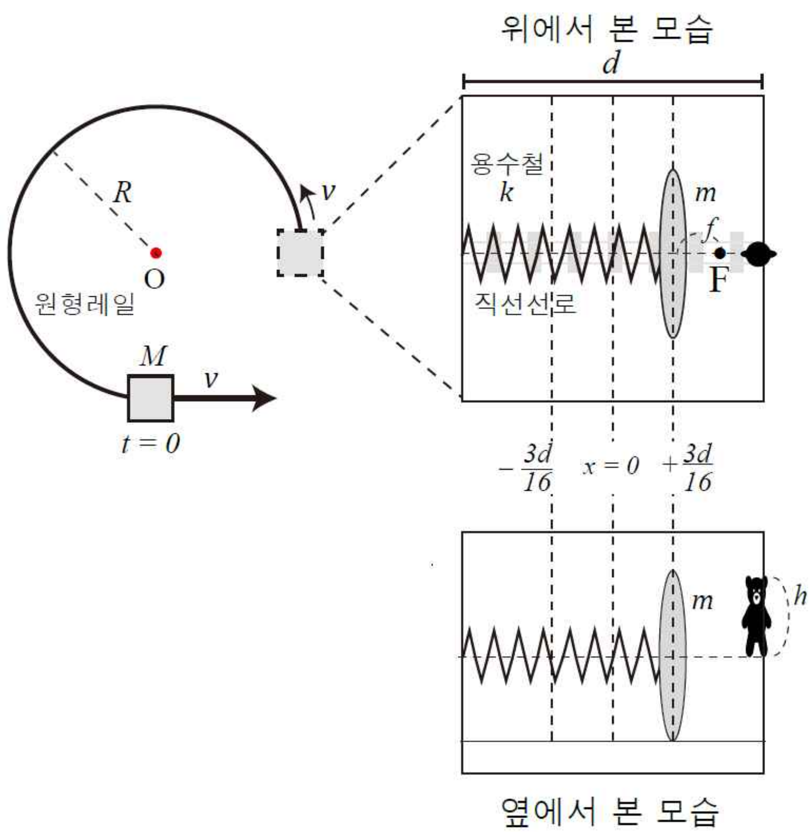
아래 **[그림 2-1]** 과 같이 길이와 너비가 d 인 수레가 반지름이 R 인 마찰이 없는 원형레일을 따라 속력 v 로 등속 원운동을 한다. 수레 내부 바닥에는 **[그림 2-1]** 의 오른쪽과 같이 원형레일과 항상 수직 방향인 직선선로가 있고, 질량이 m 이고 크기를 무시할 수 있는 물체가 직선선로의 중앙에 고정되어 있다. 수레와 내부 물체의 총질량은 M 이다. (단, M 은 m 에 비해 매우 크고, R 은 d 에 비해 매우 크다.)

2-1. 아래 **[그림 2-1]** 의 원형레일을 무중력 공간에 설치하였다. 고정되어 있던 물체가 어느 순간 고정이 풀리면서 마찰이 없는 직선선로를 따라 움직이기 시작하였다. 물체가 수레 벽에 닿는 경우 탄성충돌 한다고 가정할 때, 수레가 한 바퀴 도는 동안 물체가 수레 벽과 충돌하는 횟수를 구하시오. (단, $R = \dfrac{10000}{\pi^2} d$ 이고, 수레 벽과 물체가 충돌을 하여도 수레는 영향을 받지 않고 등속 원운동을 지속한다고 가정한다.)



[그림 2-1]

2-2. 앞서 살펴본 [그림 2-1]의 물체 대신 [그림 2-2]와 같이 질량이 m이고, 초점거리 $f=\frac{1}{8}d$인 얇은 볼록렌즈를 직선선로 중앙 $(x=0)$에 설치하였다. 렌즈는 원형레일의 중심에 가까운 쪽의 수레 벽과 용수철로 연결되어 있으며, 마찰이 없는 직선선로를 따라서 움직일 수 있다. 용수철이 변형되지 않았을 때의 길이는 $\frac{1}{2}d$이고, 용수철 상수는 k이다. 맞은편 수레 벽에는 크기가 h이고 질량과 두께를 무시할 수 있는 곰 인형이 [그림 2-2]와 같이 고정되어 있었다. 수레가 등속 원운동을 하는 동안, 수레 내부의 관찰자가 보기에 렌즈는 $x=+\frac{3}{16}d$에서 정지해 있었다. 수레는 $t=0$인 순간, 원형레일을 탈출하여 원형레일의 접선 방향으로 등속 직선 운동을 하기 시작했다. 이때 다음 물음에 답하시오. (단, 용수철의 질량은 무시할 수 있으며, 용수철과 직선선로는 상의 위치에 영향을 주지 않고, 렌즈의 운동은 수레의 등속 원운동에 영향을 주지 않는다. 수레 내부는 충분히 밝다.)

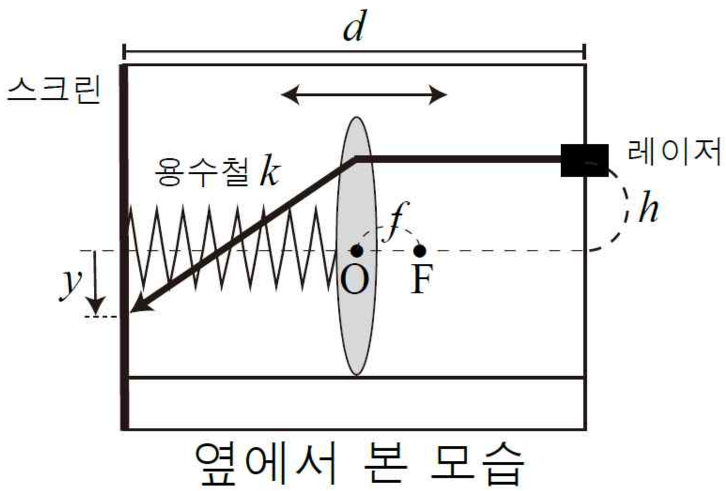


[그림 2-2]

(1) 용수철 상수 k를 주어진 문자 m, v, d, R로 나타내시오.

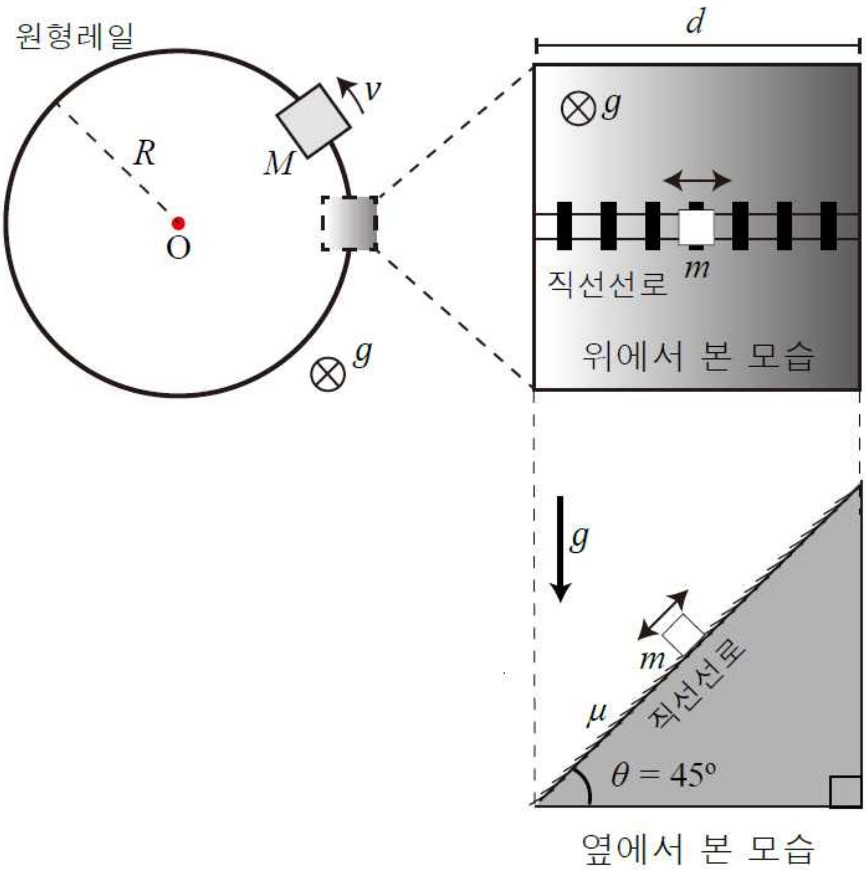
(2) 렌즈가 곰 인형과 가장 멀 때 생기는 곰 인형의 상의 위치 x_{far}과 가장 가까울 때 생기는 곰 인형의 상의 위치 x_{near}을 구하시오. 또한, 이때 각각의 상의 배율을 구하고 상의 종류를 설명하시오. (단, 앞선 **[그림 2-2]**에 표시된 $x=0$을 기준점으로 하여 좌표를 구하시오.)

(3) 이번에는 곰 인형 대신 **[그림 2-3]**과 같이 렌즈의 광축$(y=0)$으로부터 높이 h에 레이저를 설치하였다. 레이저 빛은 렌즈의 광축과 평행하게 렌즈에 입사한다. 용수철이 매달린 벽에는 스크린이 설치되어 있어, 렌즈를 통과한 레이저 빛이 스크린에 맺힌다. 스크린에 맺힌 레이저 빛이 광축으로부터 떨어진 거리를 y라 할 때, y의 범위를 구하시오.



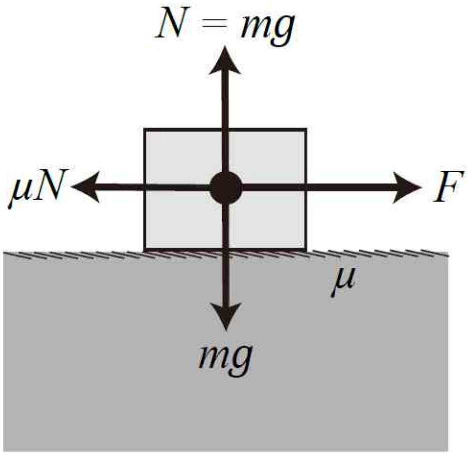
[그림 2-3]

2-3. 아래 **[그림 2-4]** 와 같이, 앞서 살펴본 **[그림 2-1]** 의 원형레일을 중력장 안에 놓았다. (중력은 **[그림 2-4]** 와 같이 원형레일을 포함한 평면에 수직인 방향으로 작용하며, 중력 가속도는 g 이다.) 또한, 바닥이 평평한 수레 대신 원형레일 안쪽으로 기울어진 경사면을 가진 수레로 바꾸었으며 (경사각 $\theta = 45^\circ$), 이 수레는 원형레일을 일정한 속력 v 로 돌고 있었다. 수레 내부의 경사면에는 마찰이 있는 직선선로가 설치되어 있어, 질량 m 인 물체가 직선선로를 따라 이동할 수 있다. 직선선로 중앙에 고정되어 있던 물체가 $t = 0$ 인 순간 고정이 풀리면서 직선선로 위에서 움직이기 시작하였다. 이 순간 수레 내부 관찰자가 측정한 물체의 가속도의 크기와 방향을 각각 구하시오. (단, $R = \dfrac{v^2}{4g}$ 이며, 물체의 운동은 수레의 등속 원운동에 영향을 주지 않는다. 물체와 직선선로 사이의 운동마찰계수 $\mu = \dfrac{1}{5}$ 이며, 토막글④ 를 참고하시오.)



[그림 2-4]

토막글④: 수직 항력과 운동마찰력



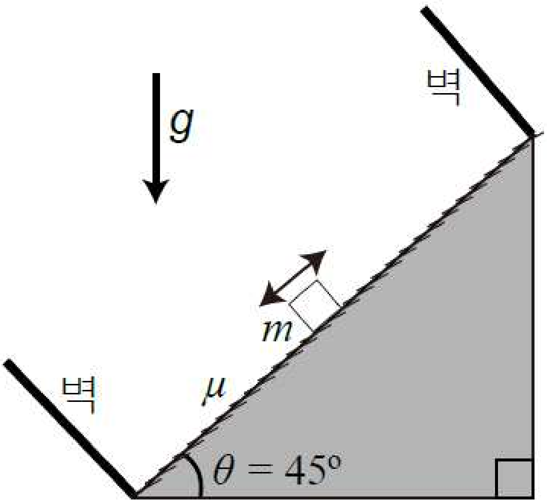
[그림 2-5] 움직이는 물체에 작용하는 힘

위 그림은 크기를 무시할 수 있는 물체가 수평면 위에서 운동하는 동안 물체에 작용하는 힘을 모두 나타낸 것이다. 움직이는 물체에 작용하는 힘은 외력 F, 수직 항력 N, 중력 mg, 운동마찰력 μN이다.

수직 항력은 물체가 접촉하고 있는 면이 물체를 접촉면에 수직인 방향으로 밀어내는 힘이다. 물체가 지면을 뚫고 이동하지 않는 이유는 지면이 중력과 같은 크기의 수직 항력으로 물체를 떠받치고 있기 때문이다.

운동마찰력은 물체가 움직이는 동안 물체가 움직이는 반대 방향으로 작용하여 물체의 운동을 방해하는 마찰력을 말한다. 운동마찰력은 수직 항력 N에 비례하며, 그 비례상수는 운동마찰 계수 μ이다.

2-4. 이제 [그림 2-6]과 같이 [문제 2-3]의 경사면 양 끝에 벽을 세웠다. 직선선로 중앙에 고정되어 있던 물체가, 시간 $t=0$인 순간 고정이 풀리면서 직선선로를 따라 움직일 수 있게 되었다. 물체가 벽에 닿는 경우 탄성충돌 한다고 가정할 때, 다음 물음에 답하시오. (단, 물체와 벽의 충돌은 수레의 등속 원운동에 영향을 주지 않는다.)



열에서 본 모습

[그림 2-6]

(1) 물체의 속력-시간 그래프를 개략적으로 그리고 설명하시오.

(2) 물체가 벽에 다섯 번 충돌할 때까지의 총 이동 거리는 d의 몇 배인지 구하시오.

문제 2

활용 모집단위	자연과학대학(물리·천문학부 물리학전공, 물리·천문학부 천문학전공, 지구환경과학부) | 사범대학(물리교육과)
문항해설	[2-1] 등속 원운동에서 구심력을 설명할 수 있는지 평가한다. 등가 원리를 사용하여 원심 가속도를 설명하고, 물체가 받는 알짜힘을 계산하여 물체의 운동을 정량적으로 계산할 수 있는지 평가한다. [2-2] 힘의 평형 조건을 이용하여 물체에 작용하는 힘을 계산할 수 있는지 평가한다. 용수철에 매단 물체 운동의 특징을 바탕으로 렌즈의 위치를 정량적으로 구할 수 있는지 평가한다. 볼록 렌즈에서 상이 맺히는 도식을 이용하여 설명하고, 초점과 상의 관계, 상의 배율을 정량적으로 구할 수 있는지 평가한다. [2-3] 빗면 상에서 여러 가지 힘이 합성될 때 힘의 벡터를 이용하여 알짜힘을 구해 물체의 운동을 정량적으로 예측할 수 있는지 평가한다. 뉴턴 운동 법칙을 이용하여 직선 상에서 물체의 가속도를 정량적으로 예측할 수 있는지 평가한다. [2-4] 등가속도 직선 운동을 하는 물체의 이동 거리를 계산할 수 있음을 평가한다. 물체의 1차원 충돌에서 충돌 전후의 운동량 보존을 이용하여 속력의 변화를 정량적으로 예측할 수 있음을 평가한다.
출제의도	[2-1] 등속 원운동에서 구심력을 설명할 수 있는지 평가한다. 가속 좌표계 개념을 이용하여 등가 원리 및 원심 가속도를 설명할 수 있는지 평가한다. [2-2] 힘의 평형 조건을 이용하여 물체에 작용하는 힘을 계산할 수 있는지 평가한다. 볼록 렌즈에서 상이 맺히는 과정을 도식을 이용하여 설명하고, 초점과 상의 관계, 상의 배율을 정량적으로 구할 수 있는지 평가한다. 용수철에 매단 물체(렌즈) 운동의 특징을 바탕으로 스크린에 맺히는 상의 위치를 추론할 수 있는지 평가한다. [2-3] 빗면 상에서 여러 가지 힘이 합성될 때 힘의 벡터를 이용하여 알짜힘을 구해 물체의 운동을 정량적으로 예측할 수 있는지 평가한다. 뉴턴 운동 법칙을 이용하여 직선 상에서 물체의 가속도를 정량적으로 예측할 수 있는지 평가한다. [2-4] 등가속도 직선 운동을 하는 물체의 이동 거리를 계산할 수 있음을 평가한다. 물체의 1차원 충돌에서 충돌 전후의 운동량 보존을 이용하여 속력의 변화를 정량적으로 예측할 수 있음을 평가한다.

교육과정 출제근거	[개념] 등가 원리, 등속 원운동, 등가속도 직선 운동, 볼록렌즈 [출처] 교육부 고시 2015-74호 [별책9] “과학과 교육과정” 《물리학Ⅰ》 - (1) 역학과 에너지 《물리학Ⅱ》 - (1) 역학적 상호 작용, (2) 전자기장, (3) 파동과 물질의 성질
자료출처	강남화 외,《물리학Ⅰ》, 천재교육, 2020, 18-31, 37-45쪽 곽영직 외,《물리학Ⅰ》, 와이비엠, 2020, 12-25, 31-36, 48-55쪽 김성원 외,《물리학Ⅰ》, 지학사, 2020, 12-24, 31-36, 46-52쪽 김성진 외,《물리학Ⅰ》, 미래엔, 2020, 12-39, 50-55쪽 김영민 외,《물리학Ⅰ》, 교학사, 2020, 12-25, 42-49, 57-70쪽 손정우 외,《물리학Ⅰ》, 비상교육, 2020, 12-25, 29-33, 46-51쪽 송진웅 외,《물리학Ⅰ》, 동아출판, 2020, 11-46쪽 이상연 외,《물리학Ⅰ》, 금성출판사, 2019, 16-23, 26-33, 40-45쪽 강남화 외,《물리학Ⅱ》, 천재교육, 2020, 11-28, 34-38, 47-51, 61-75, 164-168쪽 김성원 외,《물리학Ⅱ》, 지학사, 2020, 13-33, 41-45, 56-61, 191-196쪽 김성진 외,《물리학Ⅱ》, 미래엔, 2020, 12-30, 42-47, 53-57, 70-82, 186-191쪽 김영민 외,《물리학Ⅱ》, 교학사, 2020, 13-30, 35-41, 49-58, 67-80, 190-194쪽 손정우 외,《물리학Ⅱ》, 비상교육, 2020, 12-27, 32-37, 50-54, 62-76, 160-167쪽

서울대학교 2026 면접 및 구술고사

자연계 물리 · 문제 2 예시답안

회전 좌표계와 원심력 · 단진동 · 볼록 렌즈 결상 · 빗면 마찰 운동

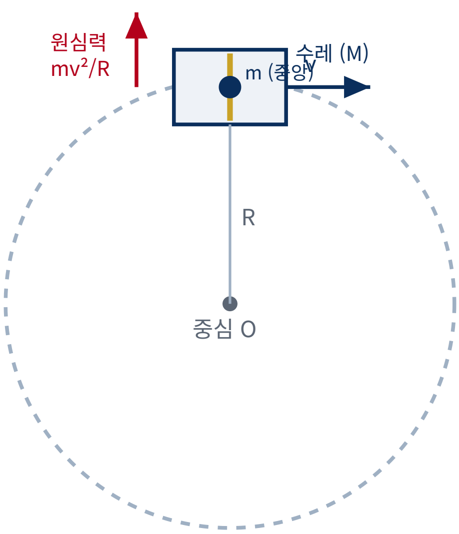
활용 모집단위 · 자연과학대학 물리·천문학부, 지구환경과학부 / 사범대학 물리교육과

평가 요소 · 회전 좌표계에서의 원심력(등가 원리) 해석, 단진동, 운동량·에너지 보존, 기하 광학, 빗면에서의 힘 분해를 통합적으로 적용하는 능력

문제 상황 정리

반지름 R인 원형 레일 위를 일정한 속력 v로 도는 수레(가로·세로 길이 d) 안에서 일어나는 운동을 다룬다. 수레 안에는 레일의 반지름 방향(중심 $\rightarrow$ 바깥)으로 놓인 **마찰 없는 직선선로**가 있고, 크기를 무시할 수 있는 질량 m인 물체가 그 **선로 중앙**에 고정되어 있다. 조건 $R \gg d$, $M \gg m$ 이 핵심이다.

핵심 통찰 — 수레와 함께 도는 회전 좌표계에서 물체는 바깥쪽으로 **원심력** $F = \dfrac{mv^2}{R}$ 를 받는다. $R \gg d$ 이면 선로 어디에서나 v^2/R 가 거의 일정하므로, 원심력은 **크기가 일정하고 바깥쪽을 향하는 균일한 "유효 중력장"** $g_{\text{eff}} = \dfrac{v^2}{R}$ 처럼 작용한다. 이 등가 원리가 문제 전체를 관통하는 열쇠다.



회전하는 수레 안의 반지름 방향 직선선로 — 회전 좌표계에서 물체는 바깥쪽으로 균일한 원심력 mv^2/R 를 받는다.

[문제 2-1] 무중력 상태에서의 충돌 횟수

문제

원형레일을 무중력 공간에 설치하였다. 선로 **중앙**에 고정되어 있던 물체가 어느 순간 고정이 풀리면서 마찰 없는 직선선로를 따라 움직이기 시작한다. 물체가 수레 벽에 닿을 때 탄성충돌 한다고 할 때, 수레가 한 바퀴 도는 동안 물체가 수레 벽과 충돌하는 횟수를 구하여라. (단, $R = \dfrac{10000}{\pi^2}d$ 이고, 충돌은 수레의 등속 원운동에 영향을 주지 않는다.)

예시답안

무중력이고 선로에 마찰이 없으므로, 회전 좌표계에서 물체에 작용하는 힘은 바깥쪽으로 일정한 원심력 $F = \dfrac{mv^2}{R}$ 뿐이다. 이는 크기 $g_{\text{eff}} = \dfrac{v^2}{R}$ 인 균일한 유효 중력장과 같다.

"공 튀기기" 비유 — 물체는 선로 중앙에서 정지 상태로 출발해 바깥쪽 벽(거리 $\dfrac{d}{2}$)까지 "낙하"하듯 가속한다. 바깥 벽과 **탄성 충돌**($M \gg m$)하여 같은 속력으로 튕겨 나오고, 안쪽으로 갈수록 원심력이 감속시켜 정확히 **중앙에서 순간 정지**한 뒤 다시 바깥으로 향한다. 즉 물체는 **중앙 ↔ 바깥 벽** 사이만 왕복하며, 충돌은 항상 바깥 벽에서만 일어난다.

중앙에서 바깥 벽까지(거리 $\dfrac{d}{2}$, 처음 속력 0) 떨어지는 데 걸리는 시간 t_0 는

$$\frac{d}{2} = \tfrac{1}{2}\,g_{\text{eff}}\,t_0^2 = \tfrac{1}{2}\cdot\frac{v^2}{R}\,t_0^2 \;\Rightarrow\; t_0 = \frac{\sqrt{dR}}{v}.$$

충돌과 충돌 사이의 한 주기(바깥 벽 $\longrightarrow$ 중앙 $\longrightarrow$ 바깥 벽)는 올라갔다 내려오는 시간이 같으므로 $T_{\text{왕복}} = 2t_0 = \dfrac{2\sqrt{dR}}{v}$ 이고, 이 한 주기마다 **충돌이 한 번** 일어난다.

한편 수레가 원형 레일을 한 바퀴 도는 데 걸리는 시간은 $T = \dfrac{2\pi R}{v}$ 이다. 따라서 한 바퀴 도는 동안의 충돌 횟수는

$$N = \frac{T}{T_{\text{왕복}}} = \frac{2\pi R/v}{2\sqrt{dR}/v} = \pi\frac{R}{\sqrt{dR}} = \pi\sqrt{\frac{R}{d}}.$$

$R = \dfrac{10000}{\pi^2} d$ 를 대입하면

$$N = \pi\sqrt{\frac{R}{d}} = \pi\sqrt{\frac{10000}{\pi^2}} = \pi \cdot \frac{100}{\pi} = 100.$$

$$\boxed{\text{수레 1회전당 충돌 횟수 } N = \pi\sqrt{\frac{R}{d}} = 100 \text{ 회}}$$

※ 출제 의도는 "원심력 = 균일한 유효 중력장"이라는 등가 원리를 포착하는 것이다. 물체가 **중앙에서 출발**하므로 바깥 벽까지만 왕복하고(왕복 거리 d가 아니라 $\frac{d}{2}$씩), R 값에 π^2 이 들어 있어 π 가 약분되며 정확히 100이 나온다.

[문제 2-2] 용수철에 달린 볼록 렌즈의 단진동과 결상

문제

선로 중앙($x = 0$)에, 초점거리 $f = \dfrac{d}{8}$ 인 얇은 볼록 렌즈(질량 m)를 설치한다. 렌즈는 원형레일 **중심에 가까운 쪽(안쪽) 벽**에 용수철(자연 길이 $\dfrac{d}{2}$, 용수철 상수 k)로 연결되어 마찰 없는 선로를 따라 움직일 수 있다. 맞은편 **바깥쪽 벽**($x = +\dfrac{d}{2}$)에는 크기 h 인 곰 인형이 고정되어 있다. 수레가 등속 원운동을 하는 동안 렌즈는 $x = \dfrac{3d}{16}$ 에서 정지해 있었다. 수레는 $t = 0$ 인 순간 원형레일을 탈출하여 접선 방향으로 등속 직선 운동을 시작한다.

(1) 용수철 상수 k 를 m, v, d, R 로 나타내어라.

(2) 렌즈가 곰 인형과 **가장 멀 때**의 상의 위치 x_{far} 와 **가장 가까울 때**의 상의 위치 x_{near}, 그리고 각각의 배율과 상의 종류를 구하여라.

(3) 곰 인형 대신 광축($y = 0$)에서 높이 h 로 광축과 나란하게 레이저를 쏜다. 렌즈가 매달린 벽(안쪽 벽 $x = -\dfrac{d}{2}$)의 스크린에 맺히는 빛의 높이 y 의 범위를 구하여라.

(1) 용수철 상수 k

예시답안

수레가 돌고 있을 때 렌즈는 평형 상태이므로, 바깥쪽으로 당기는 **원심력**과 안쪽으로 당기는 **용수철 복원력**이 균형을 이룬다.

용수철은 안쪽 벽($x = -\dfrac{d}{2}$)에 고정되어 있고 자연 길이가 $\dfrac{d}{2}$ 이므로, 변형되지 않았을 때 끝은 $x = 0$ 에 온다. 렌즈가 $x = +\dfrac{3d}{16}$ 에 있으므로 늘어난 길이는

$$\Delta x = \frac{3d}{16} - 0 = \frac{3d}{16}.$$

힘의 균형 $k\,\Delta x = \dfrac{mv^2}{R}$ 에서

$$k \cdot \frac{3d}{16} = \frac{mv^2}{R} \quad \Rightarrow \quad \boxed{k = \frac{16\,mv^2}{3\,dR}}.$$

$$\boxed{k = \frac{16\,mv^2}{3dR}}$$

(2) 단진동하는 렌즈가 만드는 인형의 상

예시답안

핵심 — $t = 0$ 이후 렌즈는 단진동한다 — 수레가 레일을 탈출하면 원심력이 사라진다. 이제 렌즈에는 용수철 복원력만 작용하므로, 렌즈는 자연 길이 위치 $x = 0$ 을 중심으로 **단진동**한다. $t = 0$ 에 렌즈는 $x = +\dfrac{3d}{16}$ 에서 정지 상태였으므로 이 점이 진동의 한쪽 끝이다. 따라서 진폭은 $A = \dfrac{3d}{16}$, 렌즈는 $x = -\dfrac{3d}{16}$ 와 $x = +\dfrac{3d}{16}$ 사이를 오간다.

곰 인형은 바깥쪽 벽 $x = +\dfrac{d}{2}$ 에 고정. 렌즈에서 인형까지의 거리(물체 거리)는 렌즈 위치에 따라 변한다. ($f = \dfrac{d}{8} = \dfrac{2d}{16}$)

- **가장 멀 때**: 렌즈가 가장 안쪽 $x = -\dfrac{3d}{16} \rightarrow s_o = \dfrac{d}{2} - \left(-\dfrac{3d}{16}\right) = \dfrac{11d}{16}$
- **가장 가까울 때**: 렌즈가 가장 바깥 $x = +\dfrac{3d}{16} \rightarrow s_o = \dfrac{d}{2} - \dfrac{3d}{16} = \dfrac{5d}{16}$

① **가장 멀 때** ($s_o = \dfrac{11d}{16}$). 얇은 렌즈 공식 $\dfrac{1}{s_o} + \dfrac{1}{s_i} = \dfrac{1}{f}$:

$$\frac{1}{s_i} = \frac{16}{2d} - \frac{16}{11d} = \frac{88 - 16}{11d} = \frac{72}{11d} \quad \Rightarrow \quad s_i = \frac{11d}{72}.$$

상은 렌즈의 반대쪽(안쪽)에 맺히므로, 렌즈 위치 $-\dfrac{3d}{16}$ 에서 s_i 만큼 더 안쪽:

$$x_{\text{far}} = -\frac{3d}{16} - \frac{11d}{72} = -\frac{27d}{144} - \frac{22d}{144} = -\frac{49d}{144}.$$

$$M_{\text{far}} = -\frac{s_i}{s_o} = -\frac{11d/72}{11d/16} = -\frac{16}{72} = -\frac{2}{9}.$$

② **가장 가까울 때** ($s_o = \frac{5d}{16}$):

$$\frac{1}{s_i} = \frac{16}{2d} - \frac{16}{5d} = \frac{40-16}{5d} = \frac{24}{5d} \Rightarrow s_i = \frac{5d}{24}.$$

$$x_{\text{near}} = +\frac{3d}{16} - \frac{5d}{24} = \frac{9d}{48} - \frac{10d}{48} = -\frac{d}{48}.$$

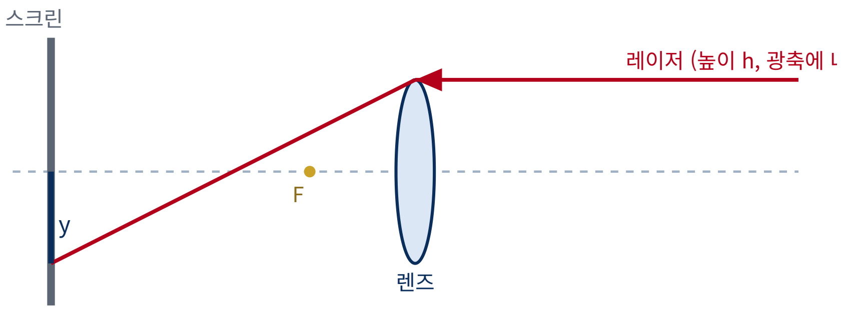
$$M_{\text{near}} = -\frac{s_i}{s_o} = -\frac{5d/24}{5d/16} = -\frac{16}{24} = -\frac{2}{3}.$$

상의 종류 — 두 경우 모두 $s_i > 0$ 이므로 **실상**, $M < 0$ 이므로 **도립**, $|M| < 1$ 이므로 **축소**된 상이다(물체 거리 s_o 가 모두 f 보다 크므로 실상이 맺힘).

가장 멀 때: $x_{\text{far}} = -\frac{49d}{144}$, $M = -\frac{2}{9}$ **· 가장 가까울 때:** $x_{\text{near}} = -\frac{d}{48}$, $M = -\frac{2}{3}$ **— 모두 도립 축소 실상**

(3) 레이저가 스크린에 닿는 높이 y 의 범위

예시답안



광축에 나란히 입사한 레이저는 렌즈를 지나 초점 F(f만큼 뒤)를 통과한 뒤, 거리 D 떨어진 스크린에 높이 y 로 닿는다.

광축에 나란하게 들어온 광선은 렌즈를 지나 **초점**(렌즈에서 f 만큼 떨어진 점)을 통과한다. 렌즈면에서 높이 h 였던 광선이 거리 f 에서 광축과 만나므로 기울기는 $-\frac{h}{f}$. 렌즈에서 스크린까지 거리를 D 라 하면 스크린에서의 높이는

$$|y| = h \cdot \frac{D-f}{f} \qquad (D > f).$$

스크린은 안쪽 벽 $x = -\frac{d}{2}$ 에 있고 렌즈는 단진동하므로, 렌즈–스크린 거리 $D = x_{\text{렌즈}} + \frac{d}{2}$ 도 변한다.

- 렌즈가 가장 바깥 $x = +\frac{3d}{16}$: $D = \frac{3d}{16} + \frac{8d}{16} = \frac{11d}{16} \to$ $|y| = h \cdot \frac{11/16 - 2/16}{2/16} = \frac{9}{2}h$
- 렌즈가 가장 안쪽 $x = -\frac{3d}{16}$: $D = \frac{5d}{16} \to |y| = h \cdot \frac{5/16 - 2/16}{2/16} = \frac{3}{2}h$

결론 — 렌즈가 단진동하며 D 가 $\frac{5d}{16}$ 와 $\frac{11d}{16}$ 사이를 오가므로, 스크린에 맺히는 빛은 광축에서

$$\frac{3}{2}h \;\le\; y \;\le\; \frac{9}{2}h$$

범위를 쓸고 지나간다.

스크린 위 도달 높이 범위 $\frac{3}{2}h \le y \le \frac{9}{2}h$

[문제 2-3] 빗면 선로 위의 가속도

문제

원형레일을 중력장 안에 놓는다. 중력은 레일을 포함한 평면에 **수직**이며 가속도는 g 이다. 바닥이 평평한 수레 대신 원형레일 안쪽으로 $45°$ 기울어진 경사면을 가진 수레로 바꾸었고, 경사면 위 선로에는 마찰이 있다. 선로 **중앙**에 고정되어 있던 물체가 $t = 0$ 에 풀려 움직이기 시작한다. 이 순간 물체의 가속도 크기와 방향을 구하여라. (단, $R = \frac{v^2}{4g}$, 운동마찰계수 $\mu = \frac{1}{5}$, [토막글④] 참고.)

예시답안

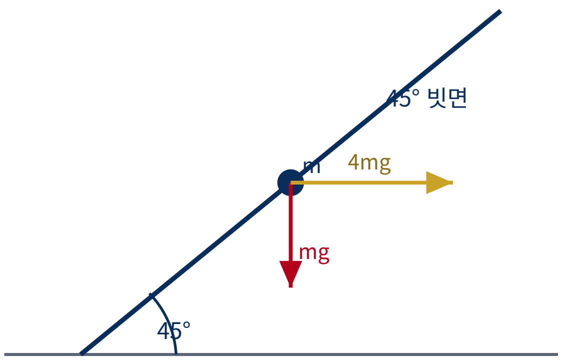
회전 좌표계에서 물체에 작용하는 외력은 두 가지다.

1. **중력** mg — 레일 평면에 수직(연직 아래) 방향.
2. **원심력** $\dfrac{mv^2}{R}$ — 레일 평면 안에서 바깥쪽(수평) 방향.

$R = \dfrac{v^2}{4g}$ 이므로 원심력의 크기는

$$\frac{mv^2}{R} = \frac{mv^2}{v^2/4g} = 4mg.$$

두 힘의 합성 — 중력 mg(연직 아래)와 원심력 $4mg$(수평 바깥)을 45° 빗면의 **빗면 방향**과 **빗면 수직 방향**으로 분해한다. 경사면이 바깥쪽으로 올라가므로(그림 2-6) "바깥·위"를 빗면의 $+$ 방향으로 잡는다.



중력 mg(아래)와 원심력 $4mg$(수평 바깥)이 45° 빗면 위 물체에 작용한다.

빗면에 나란한 성분(바깥·위가 $+$): 두 힘의 수평·연직 성분에 각각 $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ 이 곱해진다.

$$F_\parallel = \underbrace{\frac{4mg}{\sqrt{2}}}_{\text{원심력(위로)}} - \underbrace{\frac{mg}{\sqrt{2}}}_{\text{중력(아래로)}} = \frac{3mg}{\sqrt{2}}.$$

빗면에 수직인 성분(수직항력과 균형):

$$N = \frac{4mg}{\sqrt{2}} + \frac{mg}{\sqrt{2}} = \frac{5mg}{\sqrt{2}}.$$

알짜 빗면 성분이 바깥·위를 향하므로 물체는 그 방향으로 미끄러지고, 운동마찰력은 반대(빗면 아래)로 작용한다.

$$f = \mu N = \frac{1}{5} \cdot \frac{5mg}{\sqrt{2}} = \frac{mg}{\sqrt{2}}.$$

빗면 방향 알짜힘과 가속도는

$$F_{\text{net}} = F_{\parallel} - f = \frac{3mg}{\sqrt{2}} - \frac{mg}{\sqrt{2}} = \frac{2mg}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}\,mg \;\Rightarrow\; a = \frac{F_{\text{net}}}{m} = \sqrt{2}\,g.$$

가속도 크기 $a = \sqrt{2}\,g$ · 방향: 빗면을 따라 바깥·위쪽(중심에서 멀어지며 올라가는 방향)

[문제 2-4] 빗면 왕복과 5번째 충돌까지의 이동 거리

문제

2-3의 경사면 **양 끝에 벽**을 세웠다. 선로 **중앙**에 고정되어 있던 물체가 $t = 0$ 에 풀려 움직이기 시작하고, 벽과는 **탄성충돌** 한다.

(1) 물체의 속력–시간 그래프 개형을 그리고 설명하여라.

(2) 물체가 벽에 5번째 충돌할 때까지 이동한 총 거리는 d 의 몇 배인가?

예시답안

두 방향의 가속도가 다르다 — 2-3에서 보았듯 빗면 방향 알짜 보존력 성분 $F_{\parallel} = \dfrac{3mg}{\sqrt{2}}$ 은 항상 **바깥·위 방향**이고, 마찰력 $f = \dfrac{mg}{\sqrt{2}}$ 만 운동 방향에 따라 부호가 바뀐다.

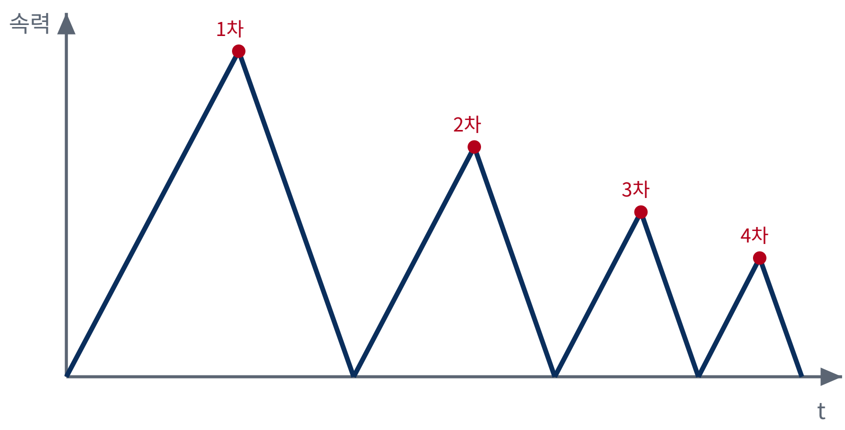
- **바깥·위로 운동**(중앙 → 바깥 벽): $a_{\text{out}} = \dfrac{F_{\parallel} - f}{m} = \dfrac{2mg/\sqrt{2}}{m} = \sqrt{2}\,g$ (가속)
- **안쪽·아래로 운동**(바깥 벽 → 안쪽): $a_{\text{in}} = \dfrac{F_{\parallel} + f}{m} = \dfrac{4mg/\sqrt{2}}{m} = 2\sqrt{2}\,g$ (감속, 더 큼)

물체는 중앙에서 정지 상태로 출발해 바깥 벽 쪽으로 가속된다($a_{\text{out}} = \sqrt{2}g$). 바깥 벽까지 거리는 $\dfrac{d}{2}$ 이고, 여기서 **1번째 충돌**이 일어난다. 탄성충돌로 같은 속력으로 튕겨 안쪽으로

향하면 큰 감속 $2\sqrt{2}g$ 를 받아 곧 멈췄다가 다시 바깥으로 가속된다. 따라서 **모든 충돌은 바깥 벽에서만** 일어난다.

(1) 속력-시간 그래프

각 구간이 등가속도이므로 그래프는 **직선 조각**들로 이루어진다. 충돌 순간 속력은 보존되며(탄성, $M \gg m$), 봉우리(충돌 지점)는 점점 낮아지고 골(되돌아가는 순간 정지점)은 0에 닿는다.



완만한 상승($\sqrt{2}g$, 바깥으로 가속)과 가파른 하강($2\sqrt{2}g$, 안쪽에서 감속)이 번갈아 나타난다. 충돌(빨간 점)마다 봉우리 속력이 직전의 $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ 배로 작아진다.

(2) 5번째 충돌까지의 총 이동 거리

에너지로 따지면 깔끔하다. 한 구간(길이 ℓ)에서 운동에너지 변화는

- 바깥으로 갈 때 얻는 에너지: $\left(\dfrac{3mg}{\sqrt{2}} - \dfrac{mg}{\sqrt{2}}\right)\ell = \dfrac{2mg}{\sqrt{2}}\ell = \sqrt{2}\,mg\,\ell$
- 안쪽으로 갈 때 잃는 에너지: $\left(\dfrac{3mg}{\sqrt{2}} + \dfrac{mg}{\sqrt{2}}\right)\ell = \dfrac{4mg}{\sqrt{2}}\ell = 2\sqrt{2}\,mg\,\ell$

충돌마다 안쪽 침투 거리가 절반 — 1차 충돌 때 운동에너지 $E_1 = \sqrt{2}\,mg \cdot \dfrac{d}{2}$. 튕겨 안쪽으로 들어가 멈추는 거리 s_1 은 $2\sqrt{2}\,mg\,s_1 = E_1 \Rightarrow s_1 = \dfrac{d}{4}$. 다시 그 거리만큼 바깥으로 나와 2차 충돌(에너지 $E_2 = \sqrt{2}mg \cdot \dfrac{d}{4} = \dfrac{E_1}{2}$). 이렇게 침투 거리가 $\dfrac{d}{4}, \dfrac{d}{8}, \dfrac{d}{16}, \dfrac{d}{32} \ldots$ 로 **매번 절반**씩 줄어든다.

충돌 사이 이동 거리를 차례로 더한다(모든 침투는 왕복하므로 $\times 2$):

- 중앙 → 바깥 벽 (1차): $\dfrac{d}{2}$
- 1차 → 2차: $\dfrac{d}{4}+\dfrac{d}{4}=\dfrac{d}{2}$
- 2차 → 3차: $\dfrac{d}{8}+\dfrac{d}{8}=\dfrac{d}{4}$
- 3차 → 4차: $\dfrac{d}{16}+\dfrac{d}{16}=\dfrac{d}{8}$
- 4차 → 5차: $\dfrac{d}{32}+\dfrac{d}{32}=\dfrac{d}{16}$

$$s_{\text{총}}=\frac{d}{2}+\frac{d}{2}+\frac{d}{4}+\frac{d}{8}+\frac{d}{16}=\frac{8+8+4+2+1}{16}d=\frac{23}{16}d.$$

$$\boxed{\textbf{5번째 충돌까지 총 이동 거리}=\frac{23}{16}d}$$

※ 핵심은 "원심력·중력의 빗면 성분은 위치만으로 정해지는 보존력처럼 작용하고, 마찰만 매 구간 같은 비율로 에너지를 깎는다"는 점이다. 물체가 **중앙에서 출발**하므로 첫 구간이 $\dfrac{d}{2}$ 이고, 이후 침투 거리가 등비수열을 이루어 합이 $\dfrac{23}{16}d$ 로 깔끔히 정리된다.