



부산과학고등학교

소집면접 기출 학습교재

수학편

들어가며 — 부산과학고 수학 면접은 무엇을 보는가

부산과학고 2단계 소집면접의 수학 문항은 다섯 해 모두 같은 골격을 유지한다.

1. **중학교 교육과정 안에서만 출제된다.** 5개년 어디에도 삼각비를 넘어서는 도구, 미적분, 고등 수학 개념이 필요한 문항은 없다. 필요한 것은 원과 접선, 피타고라스 정리, 무리수, 부채꼴의 넓이와 호의 길이, 일차함수, 경우의 수, 최단거리(대칭 이동)뿐이다.
2. **“값”이 아니라 “과정”을 묻는다.** 문항의 발문이 「구하고 그 과정을 설명하시오」, 「두 가지 방법으로 구하고 각각 설명하시오」, 「~인 이유를 설명하시오」로 되어 있다. 다만 맞히면 배점의 절반도 받기 어렵다.
3. **배점이 명시된 계단식 구조다.** (1)은 1~2점의 확인 문항, 마지막 소문항은 3~4점의 일반화·확장 문항이다. 앞 소문항에서 찾아낸 규칙을 뒤에서 그대로 재사용하도록 설계되어 있다.
4. **구상지가 주어진다.** 문항지에 「구상란」이 있고, 수험생은 여기에 풀이를 정리한 뒤 말로 설명한다. 즉 **철판 없이 말로 설명 가능한 형태로 풀이를 조직하는 훈련**이 필요하다.

출제의도 · 평가포인트

이 교재의 사용법 — 각 문항을 먼저 구상지 없이 20분 안에 풀어 본 뒤, 반드시 **소리 내어 설명**해 보고 나서 예시답안을 확인하십시오. 「말하기 예시」 부분은 실제 면접에서 어떤 순서로 말하면 좋은지를 보여 줍니다.

원문 출처: 부산과학고등학교 입학게시판 공개 자료 · 문항의 저작권은 부산과학고등학교에 있습니다.

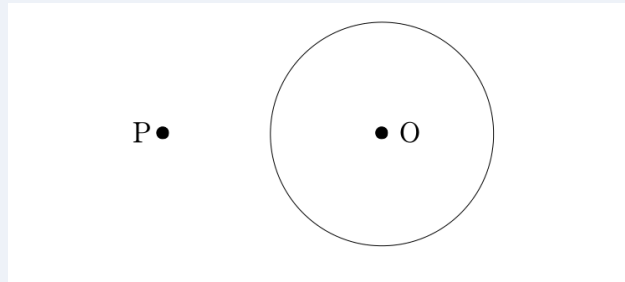
예시답안·해설·개념 정리는 본 교재에서 자체 작성한 것으로 학교의 공식 채점 기준이 아닙니다.

표지 인물 이미지는 실존 인물이 아닌 생성형 이미지입니다.

2022학년도 · 수학·과학 융합적 사고력 I

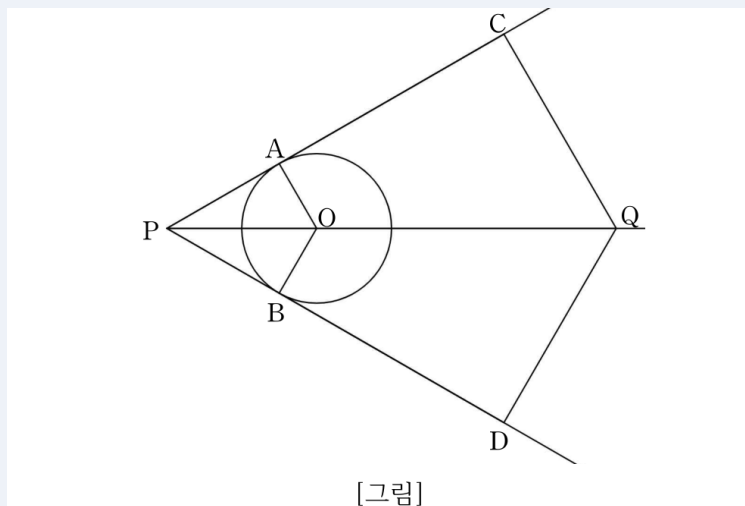
2022학년도 · 2차 소집면접 (2021. 11. 27. 시행)

점 O 를 중심으로 하고 반지름의 길이가 1 cm 인 원이 있다. 원 밖의 한 점 P 에 대하여 $\overline{OP} = 2\text{ cm}$ 일 때, 다음 물음에 답하시오.



1. 눈금 없는 자와 컴퍼스만을 이용하여 점 P 에서 이 원에 그은 두 접선의 접점을 찾는 방법과, 찾은 점이 접점인 이유를 설명하시오.

2. [그림]과 같이 점 P 에서 이 원에 그은 두 접선의 접점을 각각 A, B 라 하자. 또, 반직선 PO 위의 점 Q 에 대하여 $\overline{OQ} = 4\text{ cm}$ 이고, 점 Q 에서 반직선 PA 와 반직선 PB 에 내린 수선의 발을 각각 C, D 라 하자. 7개의 점 A, B, C, D, O, P, Q 중 두 개의 점을 양 끝점으로 하는 선분의 길이를 $x\text{ cm}$ 라 할 때, x 의 값 중 무리수를 모두 구하시오.
(※ 무리수를 구하는 과정은 설명할 필요가 없음)



[그림]

3. [그림]의 사각형 $PDQC$ 를 넓이가 같은 네 개의 다각형으로 나누는 방법 중 네 가지만 설명하시오. (단, 모든 내각의 크기가 180° 보다 작은 다각형으로만 나눈다.)

예시답안 · 풀이

1. 작도 방법

1. O와 P를 각각 중심으로 하고 반지름이 같은(그리고 $\overline{OP}$ 의 절반보다 큰) 두 원을 그려 두 교점을 잇는다. 이 직선이 $\overline{OP}$ 와 만나는 점이 $\overline{OP}$ 의 중점 M이다.
2. M을 중심으로 반지름 $\overline{MO}$ 인 원을 그린다.
3. 이 원과 원 O가 만나는 두 점이 구하는 접점 A, B이다. (직선 PA, PB가 두 접선)

접점인 이유 — M을 중심으로 하는 원에서 $\overline{OP}$ 는 지름이다. A는 이 원 위의 점이므로 반원에 대한 원주각 성질에 의해 $\angle OAP = 90^\circ$ 이다. 즉 $\overline{OA} \perp \overline{PA}$ 인데 $\overline{OA}$ 는 원 O의 반지름이므로, 직선 PA는 반지름의 끝점 A에서 반지름과 수직이다. 따라서 직선 PA는 원 O에 접하고 A는 접점이다. (B도 같다.)

2. 무리수인 값

$\overline{PA}$ 는 접선이므로 $\overline{OA} \perp \overline{PA}$ 이고, 직각삼각형 OAP에서

$$\overline{PA} = \sqrt{\overline{OP}^2 - \overline{OA}^2} = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3}.$$

$\sin(\angle OPA) = \overline{OA}/\overline{OP} = 1/2$ 이므로 $\angle OPA = 30^\circ$, $\angle APB = 60^\circ$ 이다.

Q는 반직선 PO 위에 있고 $\overline{OQ} = 4$ 이므로 $\overline{PQ} = 2 + 4 = 6$ 이다. 직각삼각형 PCQ에서 $\angle CPQ = 30^\circ$, $\angle PCQ = 90^\circ$ 이므로

$$\overline{QC} = 6 \sin 30^\circ = 3, \quad \overline{PC} = 6 \cos 30^\circ = 3\sqrt{3}.$$

같은 방법으로 $\overline{QD} = 3$, $\overline{PD} = 3\sqrt{3}$ 이다.

좌표로 확인하면 $P(0, 0)$, $O(2, 0)$, $Q(6, 0)$, $A\left(\frac{3}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$, $B\left(\frac{3}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$, $C\left(\frac{9}{2}, 3\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$, $D\left(\frac{9}{2}, -3\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ 이고 7개 점에서 만들어지는 21개의 선분 길이는 다음 10가지 값뿐이다.

길이	1	2	3	4
해당 선분	OA, OB	OP	QC, QD	OQ

길이	6	$\sqrt{3}$	$2\sqrt{3}$	$\sqrt{13}$	$\sqrt{21}$	$3\sqrt{3}$
해당 선분	PQ	AB, AP, BP	AC, BD	CO, DO	AD, AQ, BC, BQ	CD, CP, DP

따라서 무리수는

$$\sqrt{3}, 2\sqrt{3}, 3\sqrt{3}, \sqrt{13}, \sqrt{21}$$

의 다섯 개이다.

3. 사각형 PDQC를 넓이가 같은 네 다각형으로 나누는 방법

사각형 PDQC는 두 대각선 $\overline{PQ}$, $\overline{CD}$ 가 수직인 연꼴이고

$$S = \frac{1}{2} \times \overline{PQ} \times \overline{CD} = \frac{1}{2} \times 6 \times 3\sqrt{3} = 9\sqrt{3}, \quad \frac{S}{4} = \frac{9\sqrt{3}}{4}.$$

- **방법 ①** — 대각선 $\overline{PQ}$ 를 긋고, $\overline{PQ}$ 의 중점 M에서 C와 D로 선분을 긋는다. 네 삼각형 PCM, QCM, QDM, PDM은 밑변($\overline{PM} = \overline{MQ}$)과 높이가 각각 같으므로 넓이가 모두 같다.

- **방법 ②** — 점 P에서 Q, 그리고 $\overline{CQ}$ 의 중점과 $\overline{QD}$ 의 중점으로 선분을 긋는다. $\overline{PQ}$ 가 사각형을 넓이가 같은 두 삼각형 PCQ, PQD로 나누고, 각 삼각형을 밑변의 중점을 지나는 중선이 다시 이등분한다.
- **방법 ③** — ②와 대칭으로, 점 Q에서 P, 그리고 $\overline{PC}$ 의 중점과 $\overline{PD}$ 의 중점으로 선분을 긋는다.
- **방법 ④** — 대각선 $\overline{CD}$ 를 긋는다. 점 P와 직선 CD 사이의 거리는 $\frac{9}{2}$, 점 Q와의 거리는 $\frac{3}{2}$ 이므로

$$\triangle PCD = \frac{1}{2} \times 3\sqrt{3} \times \frac{9}{2} = \frac{27\sqrt{3}}{4}, \quad \triangle QCD = \frac{1}{2} \times 3\sqrt{3} \times \frac{3}{2} = \frac{9\sqrt{3}}{4}$$

로 넓이의 비가 3 : 1이다. 따라서 $\overline{CD}$ 를 삼등분하는 두 점을 P와 이으면 삼각형 PCD가 넓이가 같은 세 조각으로 나뉘고, 삼각형 QCD와 합쳐 네 조각의 넓이가 모두 $9\sqrt{3}/4$ 로 같아진다.

말하기 예시 “먼저 접선의 길이를 피타고라스로 구하면 $\sqrt{3}$ 이고, 이때 sin값이 $\frac{1}{2}$ 이니까 $\angle OPA$ 가 30° 입니다. 그러면 $\overline{PQ} = 6$ 이므로 직각삼각형에서 $\overline{QC} = 3, \overline{PC} = 3\sqrt{3}$ 이 나옵니다. 이 값들만 있으면 7개 점 사이의 모든 길이를 좌표 없이도 셀 수 있는데, 정리해 보면 무리수는 다섯 종류입니다.”

출제의도 · 평가포인트

- (1) 「접선 $\leftrightarrow$ 반지름과 수직」과 「반원에 대한 원주각 = 90° 」를 연결해 **작도의 정당성을 설명**할 수 있는가. 작도 순서만 말하고 이유를 못 대면 감점된다.
- (2) 21개 선분을 **빠짐없이, 중복 없이** 세는 조직력. 대칭성(직선 PQ에 대한 선대칭)을 이용해 세는 개수를 절반으로 줄이면 시간을 크게 아낀다.
- (3) 정답이 하나가 아닌 **열린 문항**. 네 가지를 요구하므로 「중선으로 이등분」 하나만 알고 있으면 부족하고, 넓이비 3 : 1을 이용한 방법 ④처럼 **다른 아이디어**를 하나 이상 낼 수 있어야 만점권이다.
- 평가자는 이 문항에서 **발상의 다양성**과 **설명의 논리성**을 함께 본다.

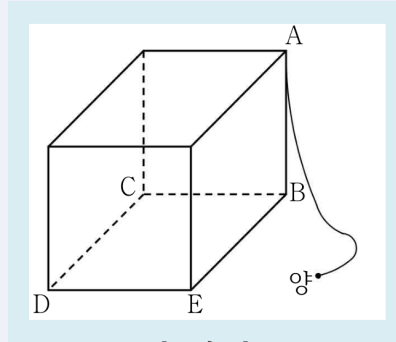
교과서 개념 정리

- **접선의 성질** — 원의 접선은 접점을 지나는 반지름과 수직이다.
- **반원에 대한 원주각** — 지름에 대한 원주각의 크기는 90° 이다. (작도에서 직각을 만들어 내는 표준 도구)
- **접선의 길이** — 원 밖의 한 점에서 그은 두 접선의 길이는 같다. $\overline{PA} = \overline{PB} = \sqrt{\overline{OP}^2 - r^2}$
- **유리수와 무리수** — $\sqrt{n}$ 은 n 이 제곱수가 아닐 때 무리수이다. $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ 처럼 반드시 **기약 꼴로 정리**한 뒤 판정한다.
- **연꼴의 넓이** — 두 대각선이 수직인 사각형의 넓이는 $\frac{1}{2}d_1d_2$ 이다.
- **넓이 이등분의 원리** — 밑변을 이등분하는 중선은 삼각형의 넓이를 이등분한다. 높이가 같은 두 삼각형의 넓이비는 밑변의 비와 같다.

2023학년도 · 수학중심 창의융합 문항

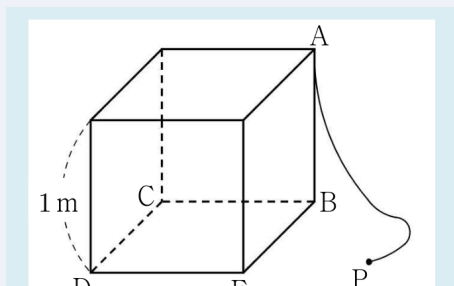
2023학년도 · 2단계 소집면접 문항 1 — 총 10점

[그림 1]과 같이 직육면체 모양의 상자의 밑면 BCDE가 평평한 바닥 위에 놓여 있고, 꼭짓점 A에 일정한 길이의 줄로 묶인 양이 그 바닥 위를 움직인다. 다음 물음에 답하시오. (단, 양은 상자 안으로 들어갈 수 없으며 양의 크기와 줄의 굵기는 무시한다.)

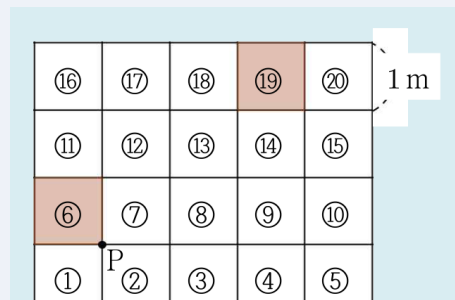


[그림 1]

1. 상자의 가로가 3 m, 세로가 4 m, 높이가 2 m이고 줄의 길이가 3 m일 때, 양이 움직일 수 있는 영역의 넓이를 구하고 그 과정을 간단히 말하시오. (단, 상자는 움직이지 않는다.) [2점]
2. 상자 밑면의 둘레의 길이가 8 m, 높이가 3 m이고 줄의 길이가 5 m일 때, 양이 움직일 수 있는 영역의 둘레의 길이를 구하고 그 과정을 간단히 말하시오. (단, 상자는 움직이지 않는다.) [4점]
3. [그림 2]와 같이 상자의 모든 모서리의 길이가 1 m이고 줄의 길이가 3 m일 때, 양을 묶었던 줄의 끝을 점 P라 하자. [그림 3]과 같이 한 변의 길이가 1 m인 정사각형 모양의 타일이 깔려 있는 바닥에 점 P를 고정시키고, 상자의 꼭짓점 B가 점 P에 오도록 상자의 밑면 BCDE를 타일 ⑥에 맞추어 놓는다.



[그림 2]



[그림 3]

상자를 바닥에 닿은 모서리를 축으로 한 면씩 굴려서 타일 ⑫로 옮기는 방법은 여러 가지가 있다. 그 중 두 가지만 찾아 상자가 지나간 타일의 번호를 순서대로 각각 말하시오. (단, 각 방법에서 한번 지나간 타일은 다시 지나갈 수 없다.) [4점]

예시답안 · 풀이

1. 넓이 = $\frac{15\pi}{4} \text{ m}^2$

꼭짓점 A는 바닥의 꼭짓점 B 바로 위 높이 2 m 지점에 있다. 바닥 위의 점 Q까지 줄이 닿으려면

$$\sqrt{BQ^2 + 2^2} \leq 3 \Rightarrow BQ \leq \sqrt{3^2 - 2^2} = \sqrt{5}.$$

즉 **바닥에서의 유효 반지름**은 $\sqrt{5} \text{ m}$ 이다. 상자는 꼭짓점 B에서 90° 를 차지하므로 양이 갈 수 있는 곳은 중심 B, 반지름 $\sqrt{5}$ 인 원의 $\frac{3}{4}$ 부분이다. $\sqrt{5} \approx 2.24 < 3$ 이고 $\sqrt{5} < 4$ 이므로 이웃한 다른 모서리를 돌아 나가지 못한다. 따라서

$$S = \frac{3}{4} \times \pi \times (\sqrt{5})^2 = \frac{15\pi}{4} \text{ m}^2 \approx 11.8 \text{ m}^2.$$

2. 둘레 = $8\pi + 8 \text{ (m)}$

같은 방법으로 바닥에서의 유효 반지름은 $\sqrt{5^2 - 3^2} = 4 \text{ m}$ 이다. 밑면의 가로·세로를 a, b 라 하면 둘레가 8이므로 $a + b = 4$ 이다.

1. 꼭짓점 B 둘레로 반지름 4인 $\frac{3}{4}$ 원 호:

$$\frac{3}{4} \times 2\pi \times 4 = 6\pi$$

2. 이웃한 두 모서리를 돌아가면 남은 줄의 길이가 각각 $4 - a, 4 - b$ 이고 각각 $\frac{1}{4}$ 원 호를 그린다:

$$\frac{1}{4}(2\pi(4 - a)) + \frac{1}{4}(2\pi(4 - b)) = \frac{\pi}{2}(8 - (a + b)) = \frac{\pi}{2} \times 4 = 2\pi$$

3. 두 호는 B의 대각선 반대쪽 꼭짓점에서 반지름이 정확히 0이 되어 만난다($a + b = 4$ 이므로). 즉 양이 갈 수 있는 영역이 상자를 한 바퀴 완전히 둘러싼다.

따라서 영역의 둘레는 바깥쪽 호 $6\pi + 2\pi = 8\pi$ 와, 안쪽 경계인 상자 밑면의 둘레 8 을 더한

$$8\pi + 8 \text{ (m)} \approx 33.1 \text{ m}$$

이다. a, b 가 각각 얼마인지는 답에 영향을 주지 않는다 — 문제에서 **둘레만** 준 이유가 여기에 있다.

※ 「영역의 둘레」를 바깥 경계만으로 해석하면 $8\pi \text{ (m)}$ 가 된다. 면접에서는 두 해석을 모두 언급하고 어느 쪽을 택했는지 밝히는 것이 안전하다.

3. 굴리기 경로

타일 ⑥은 아래에서 둘째 줄 첫째 칸, 타일 ⑨는 맨 윗줄 넷째 칸이므로 **오른쪽으로 3칸, 위로 2칸** 이동해야 한다. 한 번 굴릴 때 한 칸씩만 움직이므로 최소 $3 + 2 = 5$ 번 굴려야 하고, 한 번 지나간 타일을 다시 밟지 않는 최단 경로는 $(\frac{5}{2}) = 10$ 가지가 있다. 그 중 두 가지를 들면

방법 1 ⑥ → ⑦ → ⑧ → ⑨ → ⑭ → ⑰ **방법 2** ⑥ → ⑪ → ⑫ → ⑬ → ⑭ → ⑰

(그 밖에 ⑥ → ⑦ → ⑫ → ⑰ → ⑱ → ⑲, ⑥ → ⑪ → ⑮ → ⑰ → ⑱ → ⑲ 등도 모두 조건을 만족한다.)

출제의도 · 평가포인트

- (1) 「공간의 줄 길이 → 바닥의 유효 반지름」으로 **차원을 낮추는** 발상. 여기서 피타고라스 정리를 쓰지 못하면 이후 소문항이 모두 막힌다.
- (2) 진짜 승부처. ① 유효 반지름 4, ② 세 개의 부채꼴로 분해, ③ **두 호가 반대쪽 꼭짓점에서 정확히 만난다**는 관찰, ④ 안쪽 경계(상자 둘레)를 포함할지 판단 — 네 단계를 모두 말로 설명해야 4점이다. 「 a, b 가 정해지지 않았는데 답이 하나로 나온다」는 점을 스스로 짚어 주면 강한 인상을 준다.
- (3) 겉보기에는 쉬운 경우의 수 문항이지만, **조건을 정확히 읽고**(한 면씩 굴림, 타일 재방문 금지) 답을 **순서대로 빠짐없이** 말하는 정확성을 본다. 최단 경로가 10가지임을 덧붙이면 가산 요인이다.
- 이 문항 전체가 「울타리에 묶인 염소」 유형의 확장판이다. 부산과학고는 **교과서 안의 도구로 상황을 모형화하는 능력**을 반복해서 묻는다.

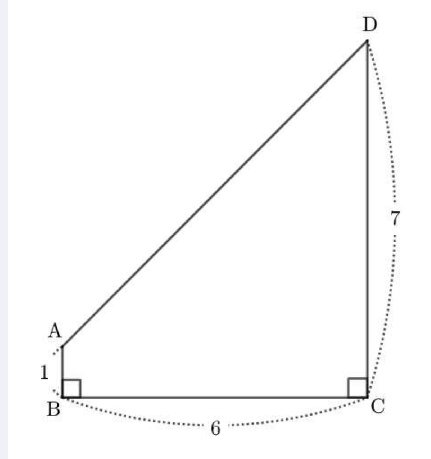
교과서 개념 정리

- **피타고라스 정리** — 직각삼각형에서 $c^2 = a^2 + b^2$. 공간의 경사진 줄을 바닥의 수평 거리로 바꿀 때 쓴다.
- **부채꼴** — 반지름 r , 중심각 θ° 일 때 넓이 $= \pi r^2 \times \frac{\theta}{360}$, 호의 길이 $= 2\pi r \times \frac{\theta}{360}$.
- **모서리를 돌아가는 줄** — 모서리를 지나면 남은 줄의 길이가 「(원래 길이) - (지나온 변의 길이)」로 줄고, 새 꼭짓점을 중심으로 다시 부채꼴을 그린다.
- **경우의 수(최단 경로)** — 오른쪽 m 칸, 위 n 칸으로 가는 최단 경로의 수는 $\binom{m+n}{n}$ 이다.

2024학년도 · 수학중심 창의인성 문항

2024학년도 · 2단계 소집면접 문항 1

그림과 같이 $\angle B = \angle C = 90^\circ$ 이고, $\overline{AB} = 1$, $\overline{BC} = 6$, $\overline{CD} = 7$ 인 사다리꼴 ABCD가 있다.



변 AB의 연장선 위에 $\overline{BE} = 1$ 이 되도록 점 E를 잡는다. 변 BC 위의 점 P에 대하여 다음 물음에 답하시오. (단, 점 A와 점 E는 서로 다른 점이다.)

1. $\overline{PA} = \overline{PE}$ 인 이유를 설명하시오.
2. $\overline{PA} + \overline{PD}$ 의 최솟값을 구하고, 그 값만 말하시오.
3. $\angle DPA = 90^\circ$ 를 만족시키는 서로 다른 점 P의 개수를 두 가지 방법으로 구하고, 그 풀이 과정을 각각 설명하시오.

예시답안 · 풀이

1. $\angle ABC = 90^\circ$ 이므로 직선 BC는 선분 AE와 수직이고, $\overline{AB} = \overline{BE} = 1$ 이므로 B는 $\overline{AE}$ 의 중점이다. 즉 직선 BC는 선분 AE의 수직이등분선이고, 수직이등분선 위의 점은 두 끝점에서 같은 거리에 있으므로 $\overline{PA} = \overline{PE}$ 이다. (합동으로 설명해도 좋다: $\overline{AB} = \overline{EB}$, $\angle ABP = \angle EBP = 90^\circ$, $\overline{BP}$ 공통 $\Rightarrow \triangle ABP \equiv \triangle EBP$ (SAS) $\Rightarrow \overline{PA} = \overline{PE}$.)

2. 최솟값 = 10

1번에 의해 $\overline{PA} + \overline{PD} = \overline{PE} + \overline{PD}$ 이다. 점 E와 점 D는 직선 BC를 기준으로 서로 반대쪽에 있으므로 삼각부등식에 의해

$$\overline{PE} + \overline{PD} \geq \overline{ED}$$

이고, 등호는 P가 선분 ED와 직선 BC의 교점일 때 성립한다. E에서 D까지의 수평 거리는 $\overline{BC} = 6$, 수직 거리는 $\overline{BE} + \overline{CD} = 1 + 7 = 8$ 이므로

$$\overline{ED} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10.$$

교점의 x 좌표는 0.75로 변 BC 위에 있으므로 최솟값은 실제로 10이다.

3. 점 P는 2개

[방법 1] 좌표평면 이용 — B(0, 0), C(6, 0), A(0, 1), D(6, 7), P(p , 0) ($0 \leq p \leq 6$)로 두면

$$\overrightarrow{PA} = (-p, 1), \quad \overrightarrow{PD} = (6-p, 7).$$

$\angle DPA = 90^\circ$ 이라면 두 벡터가 수직이므로 $-p(6-p) + 1 \times 7 = 0$, 즉

$$p^2 - 6p + 7 = 0 \Rightarrow p = 3 \pm \sqrt{2}.$$

$3 - \sqrt{2} \approx 1.59$, $3 + \sqrt{2} \approx 4.41$ 로 둘 다 0과 6 사이에 있다. 따라서 P는 2개이다.

(벡터를 쓰지 않으려면 $\overline{PA}^2 + \overline{PD}^2 = \overline{AD}^2$, 즉 $(p^2 + 1) + ((6-p)^2 + 49) = 72$ 에서 같은 이차방정식을 얻는다.)

[방법 2] 지름이 AD인 원 이용 — $\angle DPA = 90^\circ$ 인 점 P의 자취는 선분 AD를 지름으로 하는 원이다(반원에 대한 원주각). 그 원의 중심은 $\overline{AD}$ 의 중점 (3, 4), 반지름은

$$\frac{\overline{AD}}{2} = \frac{\sqrt{6^2 + 6^2}}{2} = \frac{6\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2} \approx 4.24.$$

중심에서 직선 BC(x 축)까지의 거리는 4이고 $4 < 3\sqrt{2}$ 이므로 원과 직선은 서로 다른 두 점에서 만난다. 두 교점의 x 좌표는 $3 \pm \sqrt{2}$ 로 모두 선분 BC 위에 있으므로 P는 2개이다.

말하기 예시 “ $\angle DPA$ 가 직각이라는 건 P가 AD를 지름으로 하는 원 위에 있다는 뜻입니다. 그 원의 중심은 (3, 4)이고 반지름이 $3\sqrt{2} \approx 4.24$ 인데, 중심에서 변 BC까지 거리가 4로 반지름보다 짧으니까 원이 BC를 두 점에서 자릅니다. 그래서 2개입니다.”

출제의도 · 평가포인트

- (1) 「수직이등분선」이라는 **한 단어**로 끝나는 문항. 여기서 합동 조건을 장황하게 늘어놓기보다 성질을 정확히 지목하는 것이 좋은 답변이다.
- (2) 「그 값만 말하시오」 → 과정 설명을 요구하지 않는 대신 **속도**를 본다. 대칭 이동으로 최단 경로를 만드는 고전적 기법(빛의 반사, 강가에서 물 길기)을 알고 있는지가 전부다.
- (3) 「두 가지 방법으로」가 핵심. 좌표만 두 번 쓰면 한 가지로 본다. 대수적 방법(좌표·이차방정식)과 기하적 방법(원과 직선의 위치 관계)을 **서로 다른 관점**으로 제시해야 만점이다. 부산과학고 수학 문항에서 「두 가지 방법」은 거의 항상 **대수 ↔ 기하** 짝을 뜻한다.

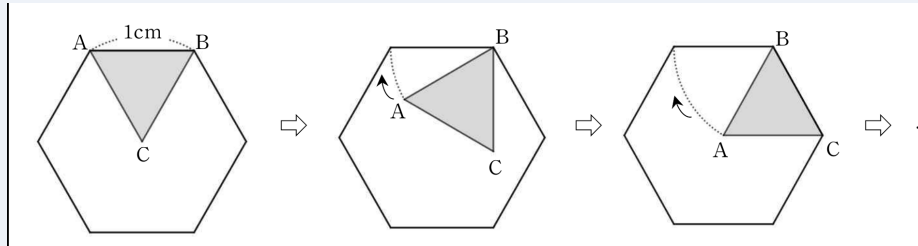
교과서 개념 정리

- 수직이등분선 — 선분의 수직이등분선 위의 점은 그 선분의 두 끝점에서 같은 거리에 있다.
- 최단 경로(대칭 이동) — 직선 ℓ 위의 점 P 에 대해 $\overline{PA} + \overline{PD}$ 의 최솟값은, A 를 ℓ 에 대해 대칭 이동한 점 A' 을 잡아 $\overline{A'D}$ 로 구한다.
- 반원에 대한 원주각 — $\angle APB = 90^\circ \Leftrightarrow P$ 는 $\overline{AB}$ 를 지름으로 하는 원 위에 있다.
- 원과 직선의 위치 관계 — 중심과 직선 사이의 거리 d , 반지름 r 에 대해 $d < r$ 이면 두 점, $d = r$ 이면 한 점(접함), $d > r$ 이면 만나지 않는다.
- 두 직선의 수직 조건 — 기울기의 곱이 -1 . (또는 두 벡터의 내적이 0)

2025학년도 · 수학중심 창의인성 문항

2025학년도 · 자기주도학습전형 수학중심 창의인성 소집면접

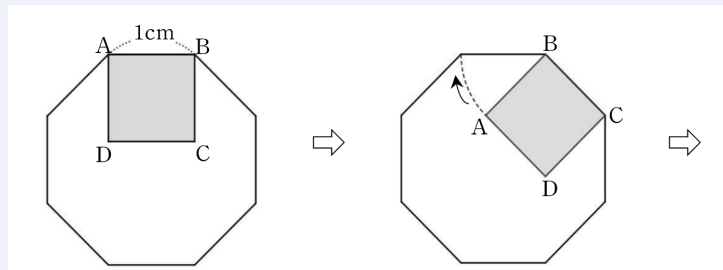
1. 그림과 같이 정삼각형 ABC가 한 변의 길이가 1 cm인 정육각형의 한 변과 변 AB가 완전히 겹치도록 정육각형의 내부에 놓여 있다. 정삼각형 ABC를 정육각형의 내부에서 정육각형의 변을 따라 한 방향으로 굴린다.



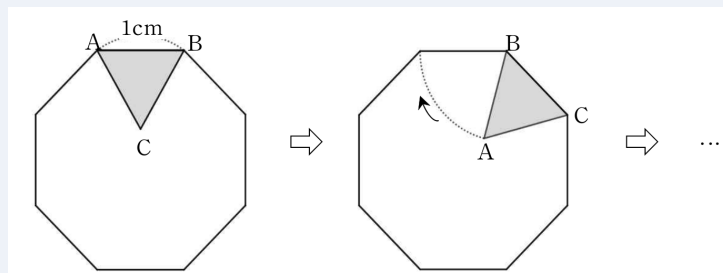
(1-1) 변 BC가 정육각형의 한 변과 처음으로 완전히 겹쳐질 때까지 점 A가 움직인 거리를 구하고, 그 값만 말하시오. (1점)

(1-2) 점 A가 처음으로 출발점에 돌아올 때까지 점 A가 움직인 거리를 구하고, 그 과정을 설명하시오. (2점)

2. 그림과 같이 정사각형 ABCD가 한 변의 길이가 1 cm인 정팔각형의 한 변과 변 AB가 완전히 겹치도록 정팔각형의 내부에 놓여 있다. 정사각형 ABCD를 정팔각형의 내부에서 정팔각형의 변을 따라 한 방향으로 굴린다. 점 A가 처음으로 출발점에 돌아올 때까지 점 A가 움직인 거리를 구하고, 그 과정을 설명하시오. (3점)



3. 그림과 같이 정삼각형 ABC가 한 변의 길이가 1 cm인 정팔각형의 한 변과 변 AB가 완전히 겹치도록 정팔각형의 내부에 놓여 있다. 정삼각형 ABC를 정팔각형의 내부에서 정팔각형의 변을 따라 한 방향으로 굴린다. 점 A가 처음으로 출발점에 돌아올 때까지 점 A가 움직인 거리를 구하고, 그 과정을 설명하시오. (4점)



예시답안 · 풀이

공통 원리 — 한 번 굴릴 때의 회전각

안쪽 도형이 바깥 정다각형의 꼭짓점을 축으로 회전한다. 그 꼭짓점에서 바깥 정다각형의 내각은 α , 안쪽 정다각형의 내각은 β 이므로, 안쪽 도형의 다음 변이 바깥 다각형의 다음 변에 딱 붙을 때까지 돌아가는 각은

$$\theta = \alpha - \beta.$$

또 한 번 굴릴 때 안쪽 도형은 바깥 다각형의 변을 정확히 한 칸 전진하고, 회전축(피벗)은 안쪽 도형의 꼭짓점을 순서대로 돌아가며 말한다. **피벗이 점 A 자신인 회차에는 A가 움직이지 않는다.**

	1번 (정육각형·정삼각형)	2번 (정팔각형·정사각형)	3번 (정팔각형·정삼각형)
바깥 내각 α	120°	135°	135°
안쪽 내각 β	60°	90°	60°
회전각 θ	$60^\circ = \frac{\pi}{3}$	$45^\circ = \frac{\pi}{4}$	$75^\circ = \frac{5\pi}{12}$

1-(1) 처음 상태에서 변 AB가 바깥 변 위에 있다. 점 B를 축으로 한 번 굴리면 변 BC가 다음 변에 완전히 겹친다. 이때 A는 반지름 $\overline{AB} = 1$, 중심각 60° 인 호를 그리므로

$$1 \times \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{3} \text{ (cm)} \approx 1.05 \text{ cm}.$$

1-(2) 정육각형의 꼭짓점을 차례로 $P_0, P_1, \dots, P_5$ 라 하고 처음에 $A = P_0, B = P_1$ 이라 하자. 굴릴 때마다 안쪽 삼각형의 한 꼭짓점이 바깥 꼭짓점에 새로 놓인다.

굴림	1회	2회	3회	4회	5회
피벗	B	C	A	B	C
A의 위치	내부	P_3	P_3 (고정)	내부	P_0 복귀
A의 이동	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{3}$	0	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{3}$

5회 굴린 뒤 A가 처음 자리 P_0 로 돌아온다. 실제로 움직인 회차는 4번이고 매번 반지름 1, 중심각 60° 이므로

$$4 \times \frac{\pi}{3} = \frac{4\pi}{3} \text{ (cm)} \approx 4.19 \text{ cm}.$$

2. 정팔각형 안의 정사각형

회전각은 45° , 피벗은 $B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A$ 순서로 돌아간다. 점 A에서 피벗까지의 거리가 곧 회전 반지름이다.

굴림	1	2	3	4	5	6	7
피벗	B	C	D	A	B	C	D
반지름	1	$\sqrt{2}$	1	0	1	$\sqrt{2}$	1
A 위치	내부	내부	P_4	P_4	내부	내부	P_0 복귀

7회째에 A가 출발점으로 돌아오므로

$$(1 + \sqrt{2} + 1 + 0 + 1 + \sqrt{2} + 1) \times \frac{\pi}{4} = (4 + 2\sqrt{2}) \frac{\pi}{4} = \frac{(2 + \sqrt{2})\pi}{2} \text{ (cm)} \approx 5.36 \text{ cm}.$$

3. 정팔각형 안의 정삼각형

회전각은 $75^\circ = \frac{5\pi}{12}$ 이고, 피벗은 $B \rightarrow C \rightarrow A$ 순으로 3회마다 반복된다. A가 바깥 꼭짓점에 놓이는 것은 2회, 5회, 8회, ... 굴림 직후이고, 그때의 위치는

$$P_0 \rightarrow P_3 \rightarrow P_6 \rightarrow P_1 \rightarrow P_4 \rightarrow P_7 \rightarrow P_2 \rightarrow P_5 \rightarrow P_0$$

처럼 **3씩 건너뛰다**. $\gcd(3, 8) = 1$ 이므로 8번 착지한 뒤에야 P_0 로 돌아오고, 이는 $2 + 3 \times 7 = 23$ 번째 굴림이다. 23회 중 피벗이 A인 회차(3, 6, 9, 12, 15, 18, 21회 — 총 7회)에는 A가 움직이지 않으므로, 실제로 움직인 회차는 $23 - 7 = 16$ 회이고 매번 반지름 1, 중심각 75° 이다.

$$16 \times \frac{5\pi}{12} = \frac{80\pi}{12} = \frac{20\pi}{3} \text{ (cm)} \approx 20.94 \text{ cm.}$$

출제의도 · 평가포인트

- 세 소문항이 **완전히 같은 원리의 난이도 계단**이다. 1번에서 「회전각 = 바깥 내각 - 안쪽 내각」과 「피벗이 A일 때는 0」을 스스로 발견했다면 2, 3번은 표만 그리면 된다. **일반화 능력**을 보는 전형적인 설계다.
- 3번의 핵심은 $\gcd(3, 8) = 1$ 이다. 안쪽 도형의 꼭짓점 수와 바깥 도형의 변의 수가 서로소이면 모든 꼭짓점을 다 돌아야 제자리에 온다. 여기서 「8번 착지 → 23번째 굴림」의 계산을 정확히 세는 것이 4점의 승부처.
- 무작정 그림을 그려 세면 시간이 부족하다. **표로 구조화해서 세는 습관**이 곧 점수다.
- 답을 π 로 남겨 두고 근삿값을 덧붙이는 것이 좋은 답변 습관이다.

교과서 개념 정리

- **정 n 각형의 한 내각** — $\frac{180^\circ \times (n-2)}{n}$. (정삼각형 60° , 정사각형 90° , 정육각형 120° , 정팔각형 135°)
- **호의 길이** — 반지름 r , 중심각 θ (라디안)일 때 $\ell = r\theta$. 중학교 표기로는 $\ell = 2\pi r \times \frac{\theta^\circ}{360}$.
- **정사각형의 대각선** — 한 변이 1이면 대각선은 $\sqrt{2}$.
- **최소공배수·서로소** — 주기가 a 인 현상과 b 인 현상이 처음으로 다시 겹치는 것은 $\text{lcm}(a, b)$ 시점. $\gcd(a, b) = 1$ 이면 ab 번 만에 겹친다.

2026학년도 · 수학중심 창의융합 문항

2026학년도 · 자기주도학습전형 2단계 소집면접 · 질문(구상)지

1. 99 이하의 자연수를 입력할 수 있는 앱(App)이 있다. 이 앱은 다음 [규칙]에 따라 값을 출력한다.

[규칙]

0 이상 9 이하의 정수 a, b 에 대하여

(가) 한 자리 자연수 $\bar{a}$ 를 입력하면 a 를 출력한다.

(나) 두 자리 자연수 $\bar{ab}$ 를 입력하면 $a + b^2$ 의 값을 출력한다.

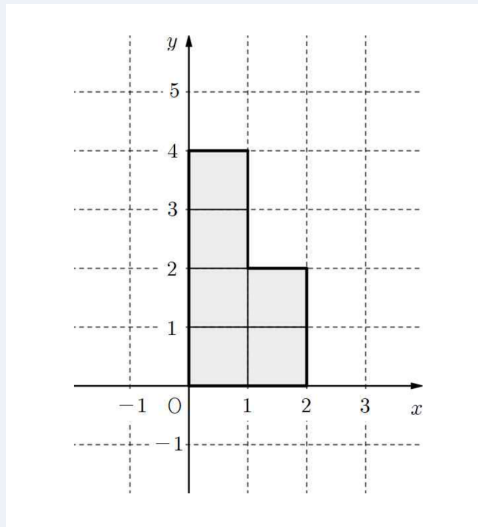
예를 들어 34를 입력하면 $3 + 4^2 = 19$ 이므로 19가 출력된다. 55를 입력하면 $5 + 5^2 = 30$ 이므로 30이 출력된다.

(1) 앱이 출력하는 값 중에서 최댓값을 말하시오.

(2) 자연수 n 을 앱에 입력하면 10이 출력된다. n 의 값을 모두 말하시오.

(3) 자연수 x 를 앱에 입력하면 y 가 출력된다. y 를 다시 앱에 입력하면 10이 출력될 때, x 의 값을 모두 말하시오.

2. 그림과 같이 좌표평면에 한 변의 길이가 1인 정사각형 6개로 이루어진 도형 A가 있다. 도형 A의 경계 및 내부에 있는 점들 중 x 좌표와 y 좌표가 모두 정수인 점들을 ‘도형 A의 격자점’이라 하자.



(1) 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 점 $(2, 2)$ 를 지나면서 도형 A의 넓이를 이등분한다. 상수 a, b 의 값을 차례로 말하시오.

(2) 기울기가 m ($m < 0$)인 일차함수의 그래프가 도형 A의 격자점 중 적어도 하나를 지난다. 이 그래프가 도형 A의 넓이를 이등분하도록 하는 m 의 값을 모두 말하시오.

예시답안 · 풀이

1-(1) 최댓값 = 90

한 자리 수를 넣으면 출력의 최댓값은 9이다. 두 자리 수 $\bar{a}b$ 에서는 $a \leq 9, b \leq 9$ 이므로

$$a + b^2 \leq 9 + 9^2 = 90$$

이고, 99를 입력할 때 실제로 90이 나온다. 따라서 최댓값은 90이다.

1-(2) $n = 13, 62, 91$

한 자리 수는 자기 자신을 출력하므로 10이 나올 수 없다. 두 자리 수 $\bar{a}b$ 에서 $a + b^2 = 10$, 단 $1 \leq a \leq 9, 0 \leq b \leq 9$ 이므로 b 로 경우를 나눈다.

b	0	1	2	3	$b \geq 4$
$a = 10 - b^2$	10 (X)	9	6	1	음수 (X)
n	—	91	62	13	—

1-(3) $x = 43, 92$

y 를 넣어 10이 나오므로 (2)에 의해 $y \in \{13, 62, 91\}$ 이다. 이제 각 y 에 대해 $f(x) = y$ 인 x 를 찾는다.

- $a + b^2 = 13$: $b = 2 \Rightarrow a = 9$ ($x = 92$), $b = 3 \Rightarrow a = 4$ ($x = 43$). $b = 0, 1$ 이면 $a \geq 12$ 로 불가, $b \geq 4$ 면 음수. $\rightarrow x = 92, 43$
- $a + b^2 = 62$: $b \leq 7$ 이면 $a = 62 - b^2 \geq 13$ 로 불가, $b = 8$ 이면 $a = -2$, $b = 9$ 이면 $a = -19$. $\rightarrow$ 없음
- $a + b^2 = 91$: $b = 9$ 일 때 $a = 10$ 으로 불가. $\rightarrow$ 없음

또 x 가 한 자리이면 $y = x$ 이고 다시 $f(y) = y = 10$ 이 되어야 하는데 10은 한 자리 수가 아니므로 불가능하다. 따라서 $x = 43, 92$.

2-(1) $a = \frac{1}{2}, b = 1$

도형 A의 넓이는 6이므로 이등분선은 위아래를 각각 3씩 나눈다. 점 (2, 2)를 지나는 직선이 왼쪽 변 $x = 0$ 과 만나는 점을 (0, t)라 하면 기울기는 $a = \frac{2-t}{2}$, y 절편은 $b = t$ 이다.

직선 위쪽 넓이를 두 열로 나누어 구하면

$$\underbrace{\int_0^1 (4 - (ax + t))dx}_{\text{왼쪽 열}} + \underbrace{\int_1^2 (2 - (ax + t))dx}_{\text{오른쪽 열}} = \left(4 - \frac{a}{2} - t\right) + \left(2 - \frac{3a}{2} - t\right) = 6 - 2a - 2t.$$

(적분을 쓰지 않아도 된다. 직선 아래는 사다리꼴 두 개이므로 「윗변+아랫변 나누기 2 곱하기 높이」로 같은 식을 얻는다.)

이것이 3이어야 하므로 $2a + 2t = 3$ 이고, $a = \frac{2-t}{2}$ 를 대입하면 $(2-t) + 2t = 3$, 즉 $t = 1$ 이다. 따라서

$$a = \frac{2-1}{2} = \frac{1}{2}, \quad b = 1 \quad \Rightarrow \quad y = \frac{1}{2}x + 1.$$

이 직선은 (0, 1)과 (2, 2)를 잇고, 도형 안에서 실제로 넓이를 3 : 3으로 가른다. 조건을 만족하는 직선은 이것 하나뿐이다.

2-(2) $m = -8, -4, -\frac{8}{3}, -\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}$

기울기 m 을 하나 고정하면 넓이를 이등분하는 직선은 **단 하나로** 정해진다(y 절편을 키우면 아래쪽 넓이가 계속 커지므로). 따라서 “격자점을 지나면서 이등분”하는 m 을 찾으려면, 도형 A의 격자점 13개를 하나씩 지나게 하고 이등분이 되는 $m < 0$ 을 구하면 된다. 그 결과는 다음 5개다.

m	직선	지나는 격자점	아래쪽 넓이
$-\frac{1}{2}$	$y = -\frac{1}{2}x + 2$	$(0, 2), (2, 1)$	3
$-\frac{3}{2}$	$y = -\frac{3}{2}x + 3$	$(0, 3), (2, 0)$	3
$-\frac{8}{3}$	$y = -\frac{8}{3}x + 4$	$(0, 4)$	3
-4	$y = -4x + 5$	$(1, 1)$	3
-8	$y = -8x + 8$	$(1, 0)$	3

검산 예 $-y = -4x + 5$: 왼쪽 열 $0 \leq x \leq 1$ 에서 직선은 $x = \frac{1}{4}$ 까지 $y > 4$ 이므로 잘려서 넓이 $4 \times \frac{1}{4} = 1$, 나머지 $\frac{1}{4} \leq x \leq 1$ 은 사다리꼴 $\frac{4+1}{2} \times \frac{3}{4} = \frac{15}{8}$. 오른쪽 열에서는 $x = \frac{5}{4}$ 에서 $y = 0$ 이 되므로 삼각형 $\frac{1 \times \frac{1}{4}}{2} = \frac{1}{8}$. 합이 $1 + \frac{15}{8} + \frac{1}{8} = 3 \checkmark$

출제의도 · 평가포인트

- **1번** 은 「규칙을 정의하고 그 규칙을 두 번 적용한다」는, 최근 과학고 면접에서 가장 자주 나오는 **함수 합성형** 문항이다. (3)에서 학생 대부분이 「 y 가 될 수 있는 값이 (2)의 답이다」를 놓치고 처음부터 다시 계산하다 시간을 잃는다. **앞 소문항의 결과를 재사용하라**는 신호를 읽는 것이 관건.
- 또 (3)에서 **해가 없는 경우**($y = 62, 91$)를 **명시적으로 배제**하는지, **한 자리 입력의 경우를 따로 확인**하는지가 배점 차이를 만든다. 「빠짐없이 나누어 세기」가 평가 항목이다.
- **2번** 은 일차함수와 도형의 넓이를 연결한다. (1)은 점 하나가 고정되어 미지수가 사실상 하나뿐이므로 계산 문제지만, (2)는 “**기울기를 정하면 이등분선은 유일하다**”는 구조를 먼저 말할 수 있느냐가 갈림길이다. 이 한 문장을 말하면 남은 일은 격자점 13개를 훑는 유한 확인 작업으로 바뀐다.
- 답이 5개나 되므로 **하나라도 빠뜨리면 감점**이다. 격자점을 $x = 0, x = 1, x = 2$ 세 줄로 나누어 체계적으로 훑었다고 말하면 좋다.

교과서 개념 정리

- **십진법의 자리 표현** — 두 자리 자연수는 $10a + b$ ($1 \leq a \leq 9, 0 \leq b \leq 9$). 자릿수 조건을 빠뜨리면 오답이 생긴다.
- **유한 탐색과 경우 나누기** — b^2 처럼 빠르게 커지는 항이 있으면 **그 항을 기준으로** 경우를 나누는 것이 가장 짧다.
- **일차함수의 그래프** — $y = ax + b$ 에서 a 는 기울기, b 는 y 절편.
- **넓이 이등분** — 직선이 도형의 넓이를 이등분한다 $\Leftrightarrow$ 직선 위·아래 넓이가 같다. 기울기를 고정하면 그런 직선은 유일하다(평행 이동에 대해 넓이가 단조증가하므로).
- **사다리꼴의 넓이** — $\frac{(\text{윗변} + \text{아랫변}) \times \text{높이}}{2}$. 직선 아래 영역을 열 단위로 잘라 사다리꼴로 계산하는 것이 중학교 범위의 표준 풀이다.
- **격자점** — 좌표가 모두 정수인 점. 도형의 경계 위의 점도 포함한다는 점에 주의.

부록 · 5개년 수학 문항 한눈에 보기

학년도	소재	핵심 개념	정답 요약
2022	원과 두 접선, 연꼴의 등분할	접선의 성질, 원주각, 무리수, 넓이비	$\sqrt{3}, 2\sqrt{3}, 3\sqrt{3}, \sqrt{13}, \sqrt{21}$
2023	상자에 묶인 양이 움직이는 영역	피타고라스, 부채꼴, 최단경로 경우의 수	$\frac{15\pi}{4} \text{ m}^2, 8\pi + 8 \text{ m}, 5\text{회 굴림(최단 10가지)}$
2024	직각사다리꼴 위 점의 최적화	수직이등분선, 대칭 최단거리, 원주각	10, 점 P는 2개
2025	정다각형 안에서 정다각형 굴리기	내각, 호의 길이, 주기와 서로소	$\frac{\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}, \frac{(2+\sqrt{2})\pi}{2}, \frac{20\pi}{3}$
2026	규칙(함수) 합성, 격자점과 넓이 이등분	자릿수, 경우 나누기, 일차함수, 넓이	$90 / 13, 62, 91 / 43, 92 / a = \frac{1}{2}, b = 1 / m = -8, -4, -\frac{8}{3}, -\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}$

출제의도 · 평가포인트

5개년을 관통하는 학습 전략

1. 교과서 정리 10개면 충분하다 — 피타고라스, 원주각, 접선, 수직이등분선, 부채꼴, 정다각형 내각, 일차함수, 경우의 수, 무리수, 사다리꼴 넓이. 이 열 개를 자유롭게 조합하는 훈련이 선행학습보다 훨씬 유효하다.
2. 마지막 소문항은 언제나 일반화다 — 앞 소문항에서 얻은 규칙을 표로 정리해 두면 마지막 문항이 계산으로 바뀐다.
3. “두 가지 방법”, “네 가지” 같은 발문에 주의 — 개수를 채우지 못하면 그만큼 깎인다. 대수적 방법과 기하적 방법을 항상 쌍으로 준비하라.
4. 말로 설명하는 연습 — 구상지에 쓴 것을 보지 않고 3분 안에 설명하는 연습을 반복하라. 「먼저 ...를 구하고, 그다음 ...」처럼 순서를 먼저 말하고 들어가는 습관이 평가에 유리하다.