



유체

물리올림피아드 고급과정

제1장 유체의 압력과 흐름

최근 5회분(90문항)에서 유체는 4문항(4.4%)으로 비중 자체는 크지 않다. 그러나 출제 경향은 뚜렷하게 바뀌었다 – 2024년 두 회차에는 유체가 **한 문항도 없다가**, 2025년부터 **매 회차 1~2문항이 고정으로 등장한다**. 즉 이 단원은 갓 신설된 출제 영역이고, 그만큼 대비가 덜 된 학생이 많아 실질 변별력이 높다. 출제 측은 셋이다 – (i) **정지 유체의 압력 분포와 U자관 평형**, (ii) **부력과 아르키메데스 원리**, 특히 **가속하는 기준계에서의 부력**, (iii) **베르누이·토리첼리와 수위 하강**. 세 축 모두 공식은 한 줄뿐이고, 어느 높이에서 무엇과 무엇을 비교하느냐라는 판단이 답을 가른다.

학습 목표

- 정지 유체에서 $P = P_0 + \rho gh$ 를 세우고, 게이지압과 절대압을 구분해 쓸 수 있다.
- U자관에서 **연결된 같은 유체의 같은 높이**를 기준면으로 잡아 압력 평형식을 세울 수 있다.
- 아르키메데스 원리로 부력을 구하고, 뜨는 조건과 잠긴 부피 비를 밀도비로 환산할 수 있다.
- 가속하는 기준계에서 유효중력 $g_{\text{eff}} = g \pm a$ 를 써서 부력·장력의 변화를 판단할 수 있다.
- 연속 방정식과 베르누이 방정식을 결합해 토리첼리 유출 속력을 구하고, 수조 단면적이 유한할 때의 보정과 배수 시간을 계산할 수 있다.

1.1 압력과 파스칼의 원리

압력은 면에 수직으로 작용하는 힘을 넓이로 나눈 스칼라량이다.

$$P = \frac{F}{A}, \quad [P] = \text{N/m}^2 = \text{Pa}$$

유체 속 한 점의 압력은 **방향**이 없다. 같은 점에서 재면 위·아래·옆 어느 방향으로 놓인 면에도 같은 크기의 압력이 작용한다(파스칼의 법칙). 그래서 유체 문제에서는 힘이 아니라 “어느 점의 압력이 얼마인가”를 먼저 따진다.

밀폐된 비압축성 유체에 가한 압력 변화는 **줄지 않고 그대로** 유체 전체와 벽면에 전달된다. 이것이 **파스칼의 원리**이고, 유압기의 원리다. 단면적 A_1, A_2 인 두 피스톤이 같은 높이에 있으면

$$P_1 = P_2 \implies \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2} \implies F_2 = \left(\frac{A_2}{A_1}\right) F_1$$

작은 힘으로 큰 힘을 얻지만 일이 공짜인 것은 아니다. 부피가 보존되므로 $A_1 d_1 = A_2 d_2$ 이고, 따라서 $F_1 d_1 = F_2 d_2$ - **한 일은 같다**.

고층 건물 급수 문항처럼 “파스칼의 원리를 이용하여”라는 표현이 나오면 유압기를 뜻하는 것이 아니라, **물탱크의 압력이 관을 따라 손실 없이 전달된다는** 뜻으로 읽어야 한다. 결국 계산은 다음 절의 $P = P_0 + \rho gh$ 한 줄로 끝난다.

1.2 정지 유체의 압력 분포와 U자관 평형

밀도 ρ 인 정지 유체에서 깊이 h 만큼 내려가면 그 위에 얹힌 유체 기둥의 무게만큼 압력이 늘어난다.

$$P = P_0 + \rho gh, \quad \text{일반형} \quad \frac{dP}{dy} = -\rho g$$

여기서 P_0 는 수면에 작용하는 압력(대개 대기압 1.0×10^5 Pa)이다. P 자체를 **절대압**, ρgh 만 떼어낸 것을 **게이지압**이라 한다. 문제에서 대기압 값을 굳이 제시했다면 절대압을 묻는 것이다.

이 식에서 두 가지 사실이 따라 나온다.

1. 압력은 **깊이만의 함수**다. 그릇의 모양·바닥 넓이·유체의 총량과 무관하다(정수압의 역설).
2. **같은 유체로 이어져 있고 높이가 같은 두 점의 압력은 같다**. U자관 문제는 전부 이 한 줄로 푼다.

두 번째 조건에는 단서 두 개가 모두 필요하다. “이어져 있다”가 깨지는 곳(중간에 다른 유체가 끼어 있거나 칸막이가 있는 경우)에서는 같은 높이라도 압력이 다르다. 따라서 기준면을 잡을 때는 **하나의 유체만 가로지르는 수평선**을 골라야 한다.

U자관 평형식 세우는 4단계

1. **기준면을 정한다**. 두 액체의 경계면(예: 물-수은 경계) 중 **더 아래에 있는** 경계면을 지나는 수평선을 잡는다. 이 선은 좌우 양쪽에서 모두 같은 한 유체(무거운 쪽)를 통과해야 한다.
2. **양쪽 기둥을 위에서부터 쌓는다**. 기준면 위에 얹힌 유체를 층별로 나눠 $P = P_0 + \sum_i \rho_i gh_i$ 를 좌·우 각각 적는다. 대기압 P_0 는 양쪽 다 있으므로 곧 지워진다.
3. **부피(질량) 보존을 쓴다**. 한쪽이 h 올라가면 다른 쪽은 내려간다. 단면적이 다르면 높이도 다르다 $-A_1 h_1 = A_2 h_2$.
4. **두 식을 연립한다**. 미지수는 보통 두 개(h 와 H)이고, 식도 정확히 두 개다.

자주 하는 실수

U자관에서 **아무 높이**나 잡아 좌우를 비교하면 틀린다. 예컨대 오른쪽에 물, 왼쪽에 수은이 있을 때 “두 액면의 높이차”를 그대로 비교하는 것은 의미가 없다. 반드시 **같은 유체가 좌우로 연결된 수평선** 위에서만 등식을 세워라. 또 하나 – 대기압을 한쪽에만 더하거나, 절대압을 물어보는데 게이지압 ρgh 만 답하는 실수도 잦다.

1.3 부력과 아르키메데스 원리

유체에 잠긴 물체의 아랫면이 윗면보다 깊은 곳에 있으므로, 아래에서 미는 압력이 더 크다. 그 차이를 물체 표면 전체에 대해 합하면 위쪽으로 향하는 알짜힘이 남는다. 이것이 부력이다.

$$F_B = \rho_{\text{유체}} g V_{\text{잠긴}}$$

즉 **물체가 밀어낸 유체의 무게**와 같다(아르키메데스 원리). 여기서 ρ 는 물체가 아니라 **유체**의 밀도이고, V 는 물체 전체가 아니라 **잠긴 부분**의 부피다. 이 두 가지를 바꿔 넣는 것이 이 단원 최다 오답이다. 완전히 잠긴 물체에 대해 무게와 부력을 비교하면 결론이 곧바로 나온다.

밀도 관계	알짜힘	결과 · 줄을 매면
$\rho_{\text{물체}} < \rho_{\text{유체}}$	$F_B > W$, 위쪽	떠오른다 · 줄은 바닥 에 매야 하고 팽팽하다
$\rho_{\text{물체}} = \rho_{\text{유체}}$	$F_B = W$, 0	어느 깊이여나 정지 · 줄의 장력 0
$\rho_{\text{물체}} > \rho_{\text{유체}}$	$F_B < W$, 아래쪽	가라앉는다 · 줄은 뚜껑(위) 에 매야 한다

물체가 유체 위에 **떠 있는** 경우에는 $F_B = W$ 가 성립하므로

$$\rho_{\text{유체}} g V_{\text{잠긴}} = \rho_{\text{물체}} g V_{\text{전체}} \implies \frac{V_{\text{잠긴}}}{V_{\text{전체}}} = \frac{\rho_{\text{물체}}}{\rho_{\text{유체}}}$$

빙산이 10 %만 물 위로 나오는 이유가 이것이다. 잠긴 채 매달린 물체의 **겉보기 무게**는 $W_{\text{겉보기}} = W - F_B$ 이고, 줄의 장력이 곧 이 값이다. 줄이 물체보다 아래에 있으면 부호가 뒤집혀 $T = F_B - W$ 가 된다.

자주 하는 실수

부력은 **깊이에 무관**하다. 완전히 잠긴 뒤 더 깊이 내려도 $V_{\text{잠긴}}$ 이 그대로이므로 부력도 그대로다. “깊이 넣을수록 부력이 커진다”는 서술은 물체가 수면을 뚫고 들어가는 도중에만 참이다. 또 부력의 크기는 물체의 밀도·채질·모양과 무관하며, 오직 **유체의 밀도와 밀어낸 부피**로만 정해진다.

1.4 가속하는 기준계와 유효중력

승강기·차량처럼 가속하는 계 안의 유체를 다룰 때는, 그 계에 함께 올라탄 관찰자 입장에서 **중력가속도를 바꿔 끼운다**. 계가 위로 a 로 가속하면 관성력이 아래로 작용하므로

$$g_{\text{eff}} = g + a \quad (\text{위로 가속}), \quad g_{\text{eff}} = g - a \quad (\text{아래로 가속})$$

이 대체 한 번으로 정지 유체의 모든 결과가 그대로 살아난다.

$$P = P_0 + \rho g_{\text{eff}} h, \quad F_B = \rho_{\text{유체}} g_{\text{eff}} V_{\text{잠긴}}, \quad W = m g_{\text{eff}}$$

핵심은 무게와 부력이 같은 비율로 바뀐다는 것이다. 둘 다 g_{eff} 에 비례하므로 알짜힘 $F_B - W = (\rho_{\text{유체}} - \rho_{\text{물체}}) V g_{\text{eff}}$ 도 같은 비율로 커지거나 작아진다. 따라서 **뜨느냐 가라앉느냐(부호)는 절대 바뀌지 않고, 그 세기(크기)만 바뀐다.**

극단적인 경우를 기억해 두면 판단이 빨라진다.

- 자유낙하($a = g$): $g_{\text{eff}} = 0 \rightarrow$ 압력차도 0, 부력도 0. 물체는 유체 속에서 떠오르지도 가라앉지도 않는다.
- 위로 가속: $g_{\text{eff}} > g \rightarrow$ 부력과 무게가 동시에 커지고, 이를 붙드는 줄의 장력도 커진다.
- 수평으로 a 로 가속: 수면이 기울어져 $\tan \theta = a/g$, 등압면은 수면과 나란하다.

고무줄이나 용수철로 물체를 붙들어 둔 문항이라면 한 걸음이 더 있다. 장력이 커지면 고무줄이 **더 늘어나므로**, 물체는 고무줄이 매인 지점에서 **멀어지는** 쪽으로 이동한다. 아래(바닥)에 매였으면 위로, 위(뚜껑)에 매였으면 아래로 움직인다.

가속계 부력 문제 3단계

1. 정지 상태에서 줄이 **어디에** 매여 있는지로 밀도 대소를 먼저 읽는다. 바닥에 매였다 $\rightarrow$ 가벼운 물체($\rho_{\text{물체}} < \rho_{\text{유체}}$), 뚜껑에 매였다 $\rightarrow$ 무거운 물체.
2. $g \rightarrow g_{\text{eff}}$ 로 바뀌 장력 $T = |\rho_{\text{유체}} - \rho_{\text{물체}}| V g_{\text{eff}}$ 의 증감을 본다.
3. 장력이 커지면 줄(고무줄)이 늘어난다 $\rightarrow$ 물체는 매인 지점에서 **멀어진다**.

자주 하는 실수

“위로 가속하면 부력이 커지니 물체가 떠오른다”는 서술은 절반만 맞다. 부력이 커지는 만큼 **무게도 똑같은 비율로 커지므로**, 알짜힘의 방향은 정지해 있을 때와 같다. 가속으로 바뀌는 것은 방향이 아니라 크기뿐이다. 반대로 자유낙하 중에는 부력이 0이 되어 무거운 물체도 유체 속에 그대로 떠 있게 된다.

1.5 연속 방정식과 베르누이 방정식

비압축성 유체가 관을 정상류로 흐르면 단위 시간에 지나가는 부피가 어디서나 같다.

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 = \text{일정} \quad (\text{부피 유량 } Q = Av)$$

좁아지면 빨라진다. 이것이 연속 방정식이고, 질량 보존의 다른 이름이다.

유체에 대한 일-에너지 정리가 베르누이 방정식이다. 점성과 난류가 없는 정상류의 유선 위에서

$$P + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho gy = \text{일정}$$

세 항은 차례로 압력에 의한 에너지 밀도, 운동에너지 밀도, 위치에너지 밀도다 (각 항의 단위가 모두 $\text{J/m}^3 = \text{Pa}$ 임을 확인해 두면 실수가 준다). $v = 0$ 이면 $P + \rho gy = \text{일정}$, 즉 1.2절의 $P = P_0 + \rho gh$ 로 되돌아간다. 베르누이는 정수압 공식을 흐름까지 확장한 것이다.

여기서 유체역학의 대표적 직관 하나가 나온다 – **빠른 곳이 압력이 낮다**. 같은 높이라면 $P + \frac{1}{2}\rho v^2$ 가 일정하므로 속력이 큰 지점의 압력이 작다. 비행기 날개의 양력, 벤투리관, 분무기가 모두 이 결과다.

자주 하는 실수

“좁아지면 압력이 커진다”고 답하는 학생이 매년 있다. 연속 방정식이 먼저다 – 좁아지면 **속력이 커지고**, 베르누이에 의해 **압력은 오히려 작아진다**. 단, 이는 같은 높이의 유선 위에서만이다. 높이가 달라지면 ρgy 항을 반드시 함께 세어야 한다.

1.6 토리첼리 정리와 수위 하강

수면이 열려 있는 큰 수조의 옆면, 수면에서 깊이 h 인 곳에 작은 구멍이 있다. 수면(점 1)과 구멍(점 2)에 베르누이를 적용하면 양쪽 다 대기압이므로 P 항이 지워지고

$$\frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho gh = \frac{1}{2}\rho v_2^2 \implies v_2 = \sqrt{\frac{2gh}{1 - (A_2/A_1)^2}}$$

수조 단면적 A_1 이 구멍 A_2 보다 훨씬 크면 $A_2/A_1 \approx 0$ 이므로

$$v_2 = \sqrt{2gh}$$

이것이 **토리첼리 정리**다. 높이 h 에서 자유낙하한 물체의 속력과 정확히 같다. 여기서 h 는 수조의 전체 높이가 아니라 **수면에서 구멍까지의 깊이(수두)** 임에 주의하라.

물이 빠져나가면 수면이 내려가므로 h 도 줄고 유출 속도도 준다. 수면 높이를 y , 구멍 높이를 y_{hole} , 수두를 $u = y - y_{\text{hole}}$ 이라 하면

$$A_1 \frac{dy}{dt} = -A_2 v_2 \implies \frac{du}{\sqrt{u}} = -\left(\frac{A_2}{A_1}\right) \sqrt{\frac{2g}{1 - (A_2/A_1)^2}} dt$$

양변을 적분하면 수두가 u_0 에서 u_1 로 줄 때까지 걸리는 시간이 나온다.

배수 시간 공식

$\beta = A_2/A_1$ 이라 두면

$$t = \frac{2}{\beta} \sqrt{\frac{1 - \beta^2}{2g}} (\sqrt{u_0} - \sqrt{u_1})$$

$\beta \ll 1$ 인 보통의 경우에는

$$t \approx \left(\frac{A_1}{A_2}\right) \sqrt{\frac{2}{g}} (\sqrt{u_0} - \sqrt{u_1})$$

로 줄어든다. $\sqrt{u}$ 의 차에 비례한다는 구조를 외워 두면 대입만 남는다.

자주 하는 실수

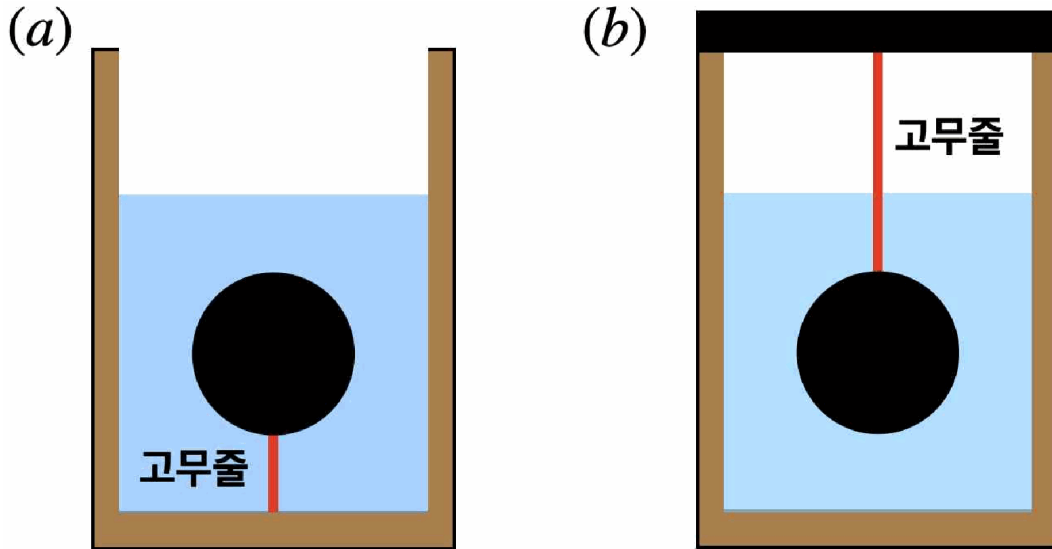
$v = \sqrt{2gh}$ 는 수조가 구멍보다 훨씬 클 때만 성립하는 근사식이다. 문제가 굳이 $A_1 = 2A_2$ 처럼 단면적 비를 구체적으로 주었다면, 그것은 수면이 내려가는 속력을 무시하지 말라는 신호다. 이때는 연속 방정식 $v_1 = (A_2/A_1)v_2$ 를 베르누이에 그대로 대입해 $v_2 = \sqrt{2gh/(1 - (A_2/A_1)^2)}$ 를 써야 한다. $A_1 = 2A_2$ 이면 보정 인자가 $1/\sqrt{1 - 1/4} = 2/\sqrt{3} \approx 1.15$ 로, 무시할 수 없는 15 % 차이이다.

기출 문항

제1장 유체의 압력과 흐름 수록 문항 4개. 해설은 다음 절에 있다.

문제 1 2025년 제1회 · 3번 · 가속 엘리베이터 속 부력

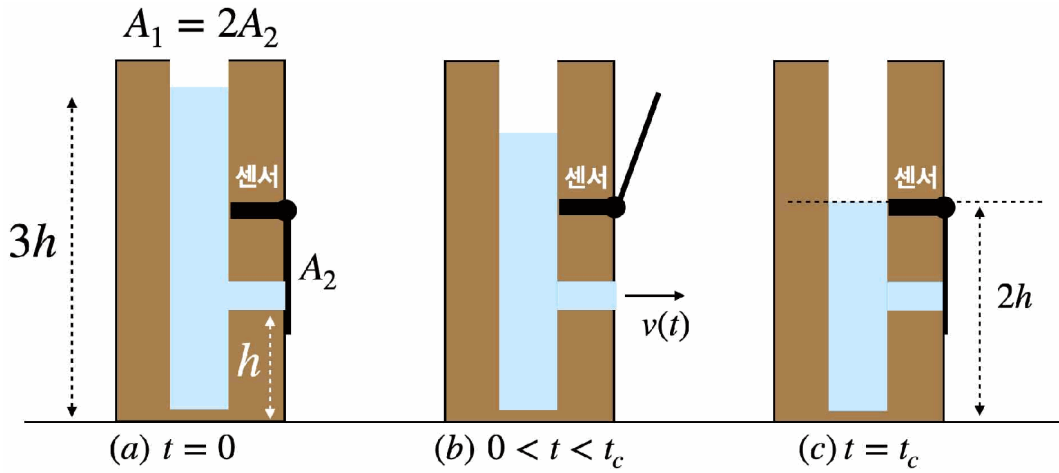
그림과 같이 구 모양의 물체를 각각 다른 비중의 액체가 담긴 비커 안에 넣었다. 물체를 액체 내부에 담가둔 상태로 고정시키기 위해 고무줄을 (a)에서는 비커 바닥에, (b)에서는 비커 뚜껑에 연결 하였다. 이 비커들을 가지고, 위로 가속되는 엘리베이터에 탑승을 하였다. 엘리베이터 안에 탑승하고 있는 사람이 비커 내부를 관측할 때, 다음의 경우 중 맞는 경우를 고르시오.



- ① (a) 물체가 위로 올라간다. (b) 물체가 아래로 내려간다
- ② (a) 물체가 아래로 내려간다 (b) 물체가 위로 올라간다.
- ③ (a) 물체가 위로 올라간다. (b) 물체가 위로 올라간다.
- ④ (a) 물체가 아래로 내려간다 (b) 물체가 아래로 내려간다
- ⑤ (a) 물체의 위치는 변화가 없다. (b) 물체의 위치는 변화가 없다.

문제 2 2025년 제1회 · 5번 · 수조 배수 토리첼리와 수위 하강

그림과 같이 위가 열린 수조가 있다. 수조의 옆면에는 밑바닥으로부터 높이 h 의 위치에 넓이 A_2 의 구멍이 있다. 이 수조에는 센서가 부착되어 있으며, 센서가 구멍의 마개를 여닫는다. (a)와 같이 시각 $t = 0$ 일 때, 물의 수면 높이가 $3h$ 이다. 시각 $t = 0$ 일때 구멍의 마개가 열리면, (b)와 같이 물이 구멍을 통해 나오게 된다. 시간이 지남에 따라 물의 수위가 낮아지는데, 수위가 $2h$ 가 되었을 때 (c)와 같이 센서를 통해 구멍의 마개가 닫힌다. 물의 수위가 $2h$ 가 되는 시각 t_c 를 구하라. (단, 열린 수조 윗면의 넓이 A_1 은 구멍의 단면적 A_2 의 두배이며, h 에 비해 구멍의 너비는 무시한다.)



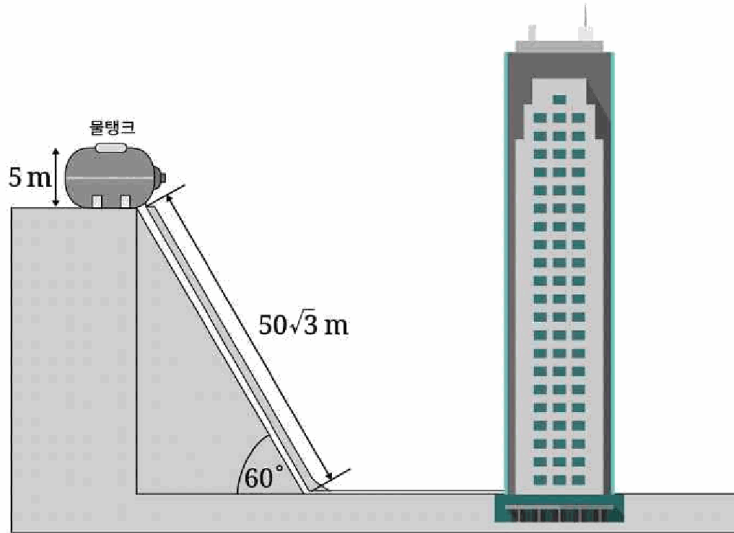
< 보기 >

㉠. $\sqrt{\frac{3h}{g}}$ ㉡. $(2 - \sqrt{2})\sqrt{\frac{3h}{g}}$ ㉢. $2\sqrt{\frac{5h}{g}}$ ㉣. $(3 - \sqrt{2})\sqrt{\frac{5h}{g}}$ ㉤. $\sqrt{\frac{5h}{g}}$

- ① ㉠
② ㉡
③ ㉢
④ ㉣
⑤ ㉤

문제 3 2025년 제2회 · 5번 · 파스칼 원리 급수와 토리첼리 유출

그림은 파스칼의 원리를 이용하여 층간 높이가 4 m 인 22층 건물에 물을 공급하는 방법을 도식화한 것이다. 밑면이 아주 넓고 뚜껑이 열려있는 물탱크가 경사각 60° , 길이 $50\sqrt{3}$ m 인 경사면이 있는 언덕 위에 설치되어 있으며, 물은 5 m 까지 채워져 있다. 이에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기> 에서 있는 대로 고른 것은? (단, 물의 밀도는 10^3 kg/m³ 이고, 대기압은 10^5 N/m² 이며 높이에 따른 대기압 변화는 무시한다. 중력 가속도의 크기는 10 m/s² 이다.



< 보기 >

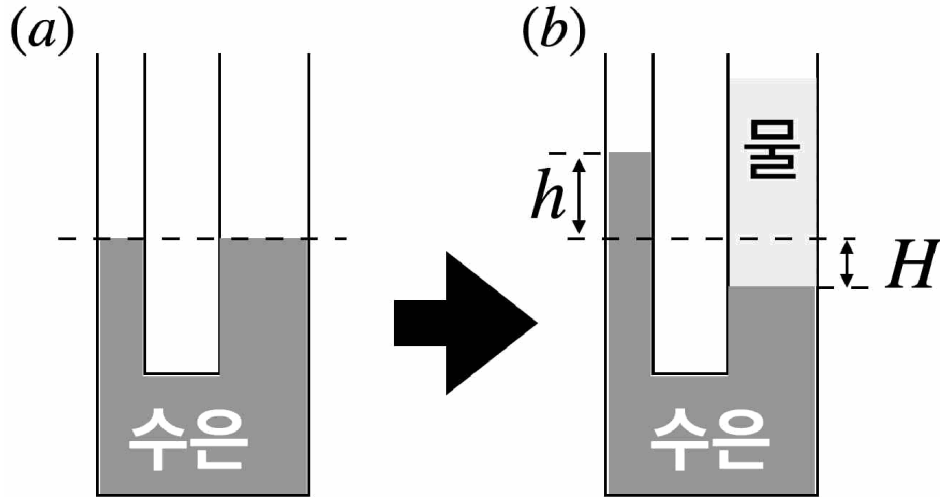
- ㄱ. 지면에 위치한 수도관의 수압은 물이 정지해 있을 때 8×10^5 N/m² 이다.
- ㄴ. 9층으로 연결되는 수도관에 구멍(지상 높이 35m)이 생기면, 구멍에서 나오는 물의 속력은 30m/s이다.
- ㄷ. 22층까지 물을 공급할 수 있다.

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄷ
- ④ ㄱ, ㄴ
- ⑤ ㄱ, ㄷ

문제 4

2026년 제1회 · 4번 · U자관 수은-물 압력평형

그림 (a)와 같이 U자형 관에 수은이 채워져 있다. 왼쪽 관의 단면적 $A_1 = 2\text{cm}^2$, 오른쪽 관의 단면적 $A_2 = 10\text{cm}^2$ 이다. U자형 관에 채워져 있는 수은의 총 질량은 10.5 kg 이다. 이제 (b)와 같이 280 g 의 물을 부어 평형을 이루었던, 물을 붓기 전 수은면(점선)에 비해 수은의 왼쪽 표면이 h 만큼 올라가고, 오른쪽 수은면은 H 만큼 아래로 내려갔다. h 와 H 를 각각 구하시오. (단, 중력가속도 $g = 10\text{m/s}^2$, 수은의 밀도 $\rho_m = 14\text{g/cm}^3$, 물의 밀도 $\rho_w = 1\text{g/cm}^3$ 로 둔다. 물을 붓는 과정에서 물과 수은은 U관 밖으로 흘러 넘치지 않는다. 수은과 물을 이상적인 비압축성 액체로 간주하고, 물과 수은은 섞이지 않는다. 그리고 표면에서 표면장력 현상 및 모세관 현상을 무시한다.)



< 보기 >

- ㄱ. $h = \frac{5}{3}\text{ cm}$, $H = \frac{1}{3}\text{ cm}$
- ㄴ. $h = \frac{1}{3}\text{ cm}$, $H = \frac{5}{3}\text{ cm}$
- ㄷ. $h = \frac{25}{2}\text{ cm}$, $H = \frac{5}{2}\text{ cm}$
- ㄹ. $h = \frac{5}{2}\text{ cm}$, $H = \frac{25}{2}\text{ cm}$
- ㅁ. $h = \frac{10}{14}\text{ cm}$, $H = \frac{2}{14}\text{ cm}$

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄷ
- ④ ㄹ
- ⑤ ㅁ

해설

문제 1 2025년 제1회 · 3번 · 가속 엘리베이터 속 부력

정답 ①

풀이

계산이 거의 없는 문항이지만, 세 단계의 판단을 순서대로 밟지 않으면 반드시 틀린다.

① 정지 상태에서 고무줄의 위치가 밀도를 알려준다.

(a)에서 고무줄은 물체를 비커 바닥에 붙들어 두고 있다. 고무줄은 밀지 못하고 당기기만 하므로, 이 줄은 물체를 아래로 당기고 있다. 즉 그렇게 붙들지 않으면 물체가 떠오른다는 뜻이다.

$$F_B > W \implies \rho_{\text{물체}} < \rho_{\text{액체}} \quad ((a) \text{의 경우})$$

(b)에서는 고무줄이 뚜껑에 매여 물체를 위로 당긴다. 붙들지 않으면 가라앉는다는 뜻이다.

$$F_B < W \implies \rho_{\text{물체}} > \rho_{\text{액체}} \quad ((b) \text{의 경우})$$

두 그림에서 액체의 비중이 다르다고 한 것은 바로 이 차이를 만들기 위해서다.

② 위로 가속하면 유효중력이 커진다.

엘리베이터가 위로 a 로 가속하면, 함께 타고 있는 관찰자에게는 아래 방향 관성력이 더해져

$$g_{\text{eff}} = g + a > g$$

가 된다. 정지 유체의 압력식과 부력식은 g 자리에 g_{eff} 를 끼우는 것만으로 그대로 살아난다. 따라서 부력도 무게도 모두 $(g + a)/g$ 배로 동시에 커진다.

③ 고무줄의 장력이 어떻게 변하는가.

물체가 액체 속에서 정지해 있으려면 (엘리베이터와 같은 가속도로 움직이려면) 고무줄의 장력이 부력과 무게의 차를 감당해야 한다. 부피 V 인 물체에 대해

$$(a) : T_a = F_B - W = (\rho_{\text{액체}} - \rho_{\text{물체}})V(g + a)$$

$$(b) : T_b = W - F_B = (\rho_{\text{물체}} - \rho_{\text{액체}})V(g + a)$$

두 경우 모두 괄호 안이 양수이므로, $a > 0$ 이면 장력은 반드시 커진다.

④ 장력이 커지면 고무줄은 늘어난다.

여기가 이 문항의 진짜 핵심이다. 고무줄은 훅 법칙을 따르는 탄성체이므로 T 가 커지면 길이가 길어진다. 길이가 길어지면 물체는 고무줄이 매인 지점에서 멀어진다.

- (a): 고무줄이 바닥에 매여 있다 → 줄이 길어지면 물체는 바닥에서 멀어진다 → 위로 올라간다.
- (b): 고무줄이 뚜껑에 매여 있다 → 줄이 길어지면 물체는 뚜껑에서 멀어진다 → 아래로 내려간다.

(a) 위로, (b) 아래로. → ①

이 유형의 표준 절차

1. **줄이 매인 위치로 밀도 대소를 읽는다.** 바닥에 매였으면 물체가 유체보다 가볍고, 위에 매였으면 무겁다. 이 판단이 없으면 아무것도 시작되지 않는다.
2. $g \rightarrow g_{\text{eff}} = g \pm a$ **로 통째로 바꾼다.** 부력과 무게는 둘 다 g_{eff} 에 비례하므로 알짜힘의 **방향은 그대로**, 크기만 같은 비율로 변한다.
3. **장력의 증감을 본다.** $T = |\rho_{\text{유체}} - \rho_{\text{물체}}| V g_{\text{eff}}$ - 위로 가속하면 증가, 아래로 가속하면 감소.
4. **탄성체는 장력이 커지면 늘어난다.** 물체는 줄이 매인 지점에서 멀어지는 쪽으로 이동한다.

자주 하는 실수

가장 흔한 오답은 ㉓(둘 다 올라간다)이다. “위로 가속하면 부력이 커지니까 두 물체 모두 뜬다”는 논리인데, 부력이 커지는 만큼 **무게도 정확히 같은 비율로** 커진다는 사실을 놓친 것이다. g_{eff} 는 두 힘에 공통으로 곱해지므로 대소 관계, 즉 물체가 뜰지 가라앉을지는 절대 바뀌지 않는다. 바뀌는 것은 오직 그것을 붙드는 **줄의 장력**뿐이고, 물체의 이동 방향은 **줄이 어디에 매여 있는지**가 정한다. 같은 이유로, 엘리베이터가 자유낙하($a = -g$)한다면 $g_{\text{eff}} = 0$ 이 되어 부력도 무게도 사라지고 두 고무줄 모두 자연 길이로 돌아간다 - (a)는 아래로, (b)는 위로 움직인다.

풀이

“ $v = \sqrt{2gh}$ 를 쓰고 적분하면 되겠지”라고 달려들면 정확히 함정에 빠지는 문항이다. 문제가 굳이 $A_1 = 2A_2$ 라고 못박은 이유부터 읽어야 한다.

① 수두를 정의한다.

구멍은 바닥에서 높이 h 에 있고, 수면 높이를 y 라 하면 유출을 결정하는 것은 전체 높이가 아니라 수면에서 구멍까지의 깊이, 즉 수두 $u = y - h$ 다.

$$t = 0 : u_0 = 3h - h = 2h, \quad t = t_c : u_1 = 2h - h = h$$

② 유출 속력 – 수면의 하강 속력을 무시할 수 없다.

수면(점 1)과 구멍(점 2)에 베르누이를 적용한다. 양쪽 모두 대기압이므로 압력 항은 지워진다.

$$\frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g u = \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

연속 방정식 $A_1 v_1 = A_2 v_2$ 에서 $v_1 = (A_2/A_1)v_2 = v_2/2$ 이므로

$$\frac{1}{2}v_2^2 - \frac{1}{2}\left(\frac{v_2}{2}\right)^2 = g u \implies \frac{1}{2}v_2^2\left(1 - \frac{1}{4}\right) = g u \implies v_2 = \sqrt{\frac{8gu}{3}}$$

토리첼리의 $\sqrt{2gu}$ 보다 $2/\sqrt{3} \approx 1.15$ 배 빠르다. A_1 이 A_2 의 겨우 두 배뿐이므로 15 %의 차이가 그대로 답에 남는다.

③ 수위 하강 미분방정식을 푼다.

$$A_1 \frac{dy}{dt} = -A_2 v_2 \implies 2 \frac{du}{dt} = -\sqrt{\frac{8gu}{3}}$$

변수분리하여 $u = 2h$ 에서 $u = h$ 까지 적분한다.

$$\int_{2h}^h \frac{du}{\sqrt{u}} = -\frac{1}{2}\sqrt{\frac{8g}{3}} \int_0^{t_c} dt \implies 2(\sqrt{2h} - \sqrt{h}) = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{8g}{3}} t_c$$

$$t_c = \frac{4(\sqrt{2}-1)\sqrt{h}}{\sqrt{8g/3}} = 2(\sqrt{2}-1)\sqrt{\frac{3h}{2g}} = (2-\sqrt{2})\sqrt{\frac{3h}{g}}$$

수치로 확인하면 $(2-\sqrt{2})\sqrt{3} \approx 0.586 \times 1.732 \approx 1.01$, 즉 $t_c \approx 1.01\sqrt{h/g}$ 이다. 보기 ㄴ과 정확히 일치한다. → ②

④ 근사식을 썼다면. 만약 $v_2 = \sqrt{2gu}$ 로 놓고 같은 적분을 하면

$$t_c^{\text{근사}} = 4 \frac{\sqrt{2h} - \sqrt{h}}{\sqrt{2g}} = (4 - 2\sqrt{2})\sqrt{\frac{h}{g}} \approx 1.17\sqrt{\frac{h}{g}}$$

가 나오는데, 이 값은 보기 다섯 개 중 어디에도 없다. **보기에 없는 값이 나왔다면 근사를 잘못 쓴 것**이라는 신호로 읽어야 한다.

이 유형의 표준 절차

1. 수두를 먼저 정의한다. $u = (\text{수면 높이}) - (\text{구멍 높이})$. 수조 전체 높이가 아니다.
2. 단면적 비를 확인한다. $A_1 \gg A_2$ 면 $v = \sqrt{2gu}$, 비가 구체적으로 주어졌으면 $v_2 = \sqrt{2gu/(1 - (A_2/A_1)^2)}$.
3. 부피 보존으로 미분방정식을 세운다. $A_1 du/dt = -A_2 v_2$.
4. 변수분리 적분. $\int du/\sqrt{u} = 2\sqrt{u}$ 이므로 답은 항상 $\sqrt{u_0} - \sqrt{u_1}$ 에 비례한다.
5. 일반해:

$$t = \frac{2}{\beta} \sqrt{\frac{1 - \beta^2}{2g}} (\sqrt{u_0} - \sqrt{u_1}), \quad \beta = A_2/A_1$$

자주 하는 실수

“구멍이 작다”는 단서가 있어야 비로소 $v = \sqrt{2gh}$ 를 쓸 수 있다. 이 문항은 반대로 $A_1 = 2A_2$ 라고 명시했다 – 수면이 구멍 유속의 절반이나 되는 속력으로 내려간다는 뜻이다. 또 하나, 수두를 $3h$ 와 $2h$ 로 잡아 $\sqrt{3h} - \sqrt{2h}$ 를 계산하는 실수도 잦다. 구멍이 바닥이 아니라 높이 h 에 있으므로 수두는 $2h \rightarrow h$ 다.

풀이

먼저 물탱크 수면의 높이를 지면 기준으로 확정해야 한다. 이후는 전부 대입이다.

① **기준 높이 구하기.** 경사면의 길이가 $50\sqrt{3}$ m, 경사각이 60° 이므로 언덕의 높이는

$$H_{\text{언덕}} = 50\sqrt{3} \times \sin 60^\circ = 50\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 75 \text{ m}$$

물탱크는 그 위에 놓였고 물이 5 m 까지 차 있으므로, **수면의 지면 기준 높이**는

$$H = 75 + 5 = 80 \text{ m}$$

수조의 밑면이 아주 넓고 뚜껑이 열려 있다는 단서는 (i) 수면이 대기압을 받고 있으며 (ii) 물을 조금 빼도 수면 높이가 사실상 변하지 않는다는 뜻이다.

ㄱ. 물이 정지해 있을 때 지면 높이 수도관의 압력은 $P = P_0 + \rho g H$ 이다.

$$P = 1.0 \times 10^5 + (10^3)(10)(80) = 1.0 \times 10^5 + 8.0 \times 10^5 = 9.0 \times 10^5 \text{ N/m}^2$$

8×10^5 은 대기압을 뺀 **게이지압**이다. 문제가 대기압 10^5 Pa 을 굳이 제시했으므로 절대압 9×10^5 Pa 이 답이어야 한다. → **거짓**

ㄴ. 지상 35 m 지점에 구멍이 나면 그곳의 수두는 $80 - 35 = 45$ m 다. 수면과 구멍 모두 대기압이므로 토리첼리 정리를 그대로 쓴다.

$$v = \sqrt{2g(H - y)} = \sqrt{2 \times 10 \times 45} = \sqrt{900} = 30 \text{ m/s}$$

(수조 밑면이 아주 넓다는 단서 덕분에 수면 하강 속력은 무시할 수 있다.) → **참**

ㄷ. 물이 저절로 올라갈 수 있는 최고 높이는 수면 높이인 80 m 다($v = 0$ 일 때 $\rho g H$ 가 전부 소진된다). 층간 높이가 4 m 이므로 n 층 바닥의 높이는 $4(n - 1)$ m 이고,

$$4(n - 1) \leq 80 \implies n \leq 21$$

즉 21층까지가 한계다. 22층 바닥은 $4 \times 21 = 84$ m 로 수면보다 4 m 높으므로 물이 닿지 않는다. → **거짓**

따라서 옳은 것은 ㄴ 하나뿐이다. → ②

자주 하는 실수

ㄱ은 **게이지압과 절대압**을 가르는 전형적인 함정이다. “수압”이라고만 쓰여 있어도, 문제에 대기압 값이 제시되어 있다면 그것을 더해야 한다. 반대로 대기압을 언급조차 하지 않는 문항이라면 게이지압을 묻는 것이다. ㄷ에 서는 층 번호와 높이의 대응에 주의하라. 1층 바닥이 지면(0 m)이므로 n 층은 $4(n - 1)$ m 이지, $4n$ m 이 아니다. 다만 이 문항은 $80 < 84$ 로 여유가 있어 어느 쪽으로 세도 결론은 같다.

풀이

U자관 문항은 언제나 식이 두 개다 – **부피 보존** 하나와 **압력 평형** 하나. 미지수도 h, H 두 개다.

① **부은 물기둥의 높이.** 물 280 g 은 밀도가 1 g/cm^3 이므로 부피가 280 cm^3 이다. 오른쪽 관(단면적 $A_2 = 10 \text{ cm}^2$)에 들어갔으므로 물기둥의 높이는

$$L_w = \frac{280}{10} = 28 \text{ cm}$$

② **부피 보존.** 수은은 새지 않으므로 왼쪽에서 늘어난 부피와 오른쪽에서 줄어든 부피가 같다.

$$A_1 h = A_2 H \Rightarrow 2h = 10H \Rightarrow h = 5H$$

단면적이 다르므로 올라간 높이와 내려간 높이도 다르다. 좁은 왼쪽 관이 5배 더 많이 움직인다.

③ **압력 평형 – 기준면을 어디에 잡을 것인가.**

이것이 이 문항의 전부다. 기준면은 **오른쪽의 물-수은 경계면**을 지나는 수평선으로 잡는다. 이 경계면은 처음 수은면(점선)보다 H 만큼 아래에 있고, 이 높이에서 좌우를 이으면 **양쪽 모두 수은** 이므로 압력이 같아야 한다. (물-수은 경계보다 위에서 자르면 왼쪽은 수은, 오른쪽은 물이 되어 “같은 유체로 연결”이라는 조건이 깨진다.)

• **오른쪽:** 기준면 바로 위에는 높이 28 cm 의 물기둥이 있고 그 위는 대기다.

$$P_{\text{오}} = P_0 + \rho_w g L_w$$

• **왼쪽:** 왼쪽 수은면은 점선보다 h 위에 있으므로, 기준면에서 왼쪽 수은면까지의 높이는 $h + H$ 다.

$$P_{\text{좌}} = P_0 + \rho_m g (h + H)$$

대기압 P_0 는 양쪽에 모두 있으므로 소거되고,

$$\rho_m (h + H) = \rho_w L_w \Rightarrow 14(h + H) = 1 \times 28 \Rightarrow h + H = 2 \text{ cm}$$

④ **연립.** $h = 5H$ 를 대입하면 $6H = 2$ 이므로

$$H = \frac{1}{3} \text{ cm}, \quad h = \frac{5}{3} \text{ cm}$$

보기 ㄱ과 일치한다. → ①

검산. 왼쪽이 올라간 부피 $2 \times 5/3 = 10/3 \text{ cm}^3$ 과 오른쪽이 내려간 부피 $10 \times 1/3 = 10/3 \text{ cm}^3$ 이 같다. 또 두 수은면의 높이차는 $h + H = 2 \text{ cm}$ 이고, 이 수은 기둥이 만드는 압력 $14 \times 2 = 28 \text{ (g/cm}^2 \text{ 단위)}$ 은 물기둥 $1 \times 28 = 28$ 과 같다. 밀도비 14 : 1 이 높이비 1 : 14 로 뒤집힌 것이다.

수은의 총질량 10.5 kg 은 쓰이지 않는다. 부피로는 $10500/14 = 750 \text{ cm}^3$ 이며, 이는 수은이 양쪽 관에 충분히 남아 있어 어느 쪽도 바닥을 드러내지 않음을 보장하는 조건일 뿐이다. 경시 문항에서 이런 수치는 종종 **풀이에 쓰이지 않는 타당성 조건**으로 주어진다.

자주 하는 실수

이 문항의 오답 ㄴ ($h = 1/3, H = 5/3$)은 **부피 보존을 거꾸로 적용한** 결과다. “좁은 관이니까 조금만 움직인다”는 직관은 틀렸다 – 같은 부피가 옮겨 가려면 **좁은 관에서 더 많이 움직여야** 한다. $A_1 h = A_2 H$ 에서 A 가 작은 쪽의 h 가 크다.

오답 ㄷ·ㄹ은 부피 보존을 빼먹고 h 나 H 하나만으로 압력식을 세운 경우이고, ㄱ은 밀도비 $1/14$ 를 그대로 답에 남겨 부피 보존을 적용하지 않은 경우다.

그리고 기준면을 **처음 수은면(점선)**에 잡으면 안 된다. 그 높이에서는 오른쪽이 이미 물이므로 “같은 유체·같은 높이” 조건이 성립하지 않는다. 반드시 **더 아래에 있는 경계면**을 지나는 수평선을 잡아라.

이 장의 요약

1. **정지 유체** – $P = P_0 + \rho gh$. 압력은 깊이만의 함수다. 대기압을 더하면 절대압, 빼면 게이지압 – 문제가 P_0 를 제시했다면 절대압을 묻는 것이다.
2. **U자관** – 기준면은 **더 아래에 있는 경계면**을 지나고 **좌우 모두 같은 유체**를 통과하는 수평선. 식은 언제나 둘, 압력 평형 $\rho_1 h_1 = \rho_2 h_2$ 와 부피 보존 $A_1 h = A_2 H$. 단면적이 작은 쪽이 더 많이 움직인다.
3. **부력** – $F_B = \rho_{\text{유체}} g V_{\text{잠긴}}$. 유체의 밀도, 잠긴 부피. 깊이·물체 재질과 무관. 줄이 바닥에 매였으면 물체가 가볍고, 위에 매였으면 무겁다.
4. **가속계** – $g \rightarrow g_{\text{eff}} = g \pm a$ 를 통째로 갈아 끼운다. 부력과 무게가 같은 비율로 변하므로 **방향은 그대로, 크기만** 변한다. 자유낙하하면 부력은 0.
5. **흐르는 유체** – 연속 $A_1 v_1 = A_2 v_2$, 베르누이 $P + \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho gy = \text{일정}$. 토리첼리 $v = \sqrt{2gh}$ 는 $A_1 \gg A_2$ 일 때의 근사이며, 단면적 비가 주어지면 $v_2 = \sqrt{2gh / (1 - (A_2/A_1)^2)}$ 로 보정한다. 배수 시간은 항상 $\sqrt{u_0} - \sqrt{u_1}$ 에 비례한다.