



전자기학

물리올림피아드 고급과정

제1장 정전기학

최근 5회분(90문항)에서 전자기학은 **매회 정확히 5문항**이 출제되어 전 단원 중 비중이 가장 크다(25문항, 27.8%). 그중 정전기학은 7문항으로, 거의 매회 7번 문항 자리에 고정 배치된다. 출제 축은 세 가지로 좁혀진다 – (i) **대칭 배열에서의 벡터 합성**, (ii) **거리 의존성이 다른 전하 분포(점·선·면)의 구분**, (iii) **전위와 전기장의 미분 관계**. 이 장은 그 세 축을 차례로 다룬다.

학습 목표

- 쿨롱 법칙과 중첩원리로 대칭 배열의 알짜힘·알짜전기장을 벡터로 합성할 수 있다.
- 점전하 $1/r^2$, 무한 직선 $1/r$, 무한 평면 r 무관 – 세 거리 의존성을 구분해 쓸 수 있다.
- $E = -dV/dx$ 를 그래프 읽기에 적용해 전기장의 방향·크기와 한 일을 판단할 수 있다.
- 도체가 등전위체라는 사실로부터 $Q \propto R$, $E_{\text{표면}} \propto 1/R$ 을 유도할 수 있다.

1.1 전하와 쿨롱 법칙

전하는 **양자화**되어 있고($q = ne$, $e = 1.60 \times 10^{-19}$ C) **보존**된다. 두 점전하 사이의 힘은

$$F = k \frac{|q_1 q_2|}{r^2}, \quad k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8.99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$$

방향은 두 전하를 잇는 직선 위이며, 같은 부호면 척력·다른 부호면 인력이다.

전하가 셋 이상이면 **중첩원리**를 쓴다. 즉 한 전하가 받는 알짜힘은 나머지 전하들이 각각 만드는 힘을 **벡터**로 더한 것이고, 다른 전하의 존재가 개별 쌍의 힘을 바꾸지는 않는다.

$$\vec{F}_1 = \sum_{j \neq 1} \vec{F}_{1j}$$

경시 문항에서 중첩원리는 거의 항상 **대칭**과 함께 나온다. 정삼각형·정사각형·정육각형 배열이라면 계산에 앞서 어느 성분이 상쇄되는지부터 확인하는 것이 정석이다.

1.2 전기장

전기장은 시험전하 q_0 가 받는 힘을 전하량으로 나눈 것으로 정의한다.

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}, \quad \vec{F} = q\vec{E}$$

양전하는 $\vec{E}$ 방향으로, 음전하는 그 반대 방향으로 힘을 받는다. 점전하가 만드는 전기장은 $E = kQ/r^2$ 이고, 여러 전하가 있으면 역시 벡터 합이다.

1.3 가우스 법칙과 대표 전하 분포

닫힌 곡면을 지나는 알짜 전기선속은 그 안의 알짜 전하로만 정해진다.

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{\text{enc}}}{\epsilon_0}$$

대칭성이 좋은 분포에서는 이 식이 곧바로 E 를 준다. 아래 표는 **반드시 외워야 하는** 결과다.

전하 분포	전기장	거리 의존성
점전하 Q	$E = kQ/r^2$	$1/r^2$
균일 대전 구각 (바깥)	$E = kQ/r^2$	$1/r^2$
균일 대전 구각 (안)	$E = 0$	—
균일 대전 구 (안, $r < R$)	$E = kQr/R^3$	r 에 비례
무한 직선 (선밀도 λ)	$E = \lambda/(2\pi\epsilon_0 r)$	$1/r$
무한 평면 (면밀도 σ)	$E = \sigma/(2\epsilon_0)$	거리 무관
평행판 $\pm\sigma$ (사이)	$E = \sigma/\epsilon_0$	거리 무관
평행판 $\pm\sigma$ (바깥)	$E = 0$	—

자주 하는 실수

무한 평면의 전기장이 **거리와 무관**하다는 사실은 매년 어떤 형태로든 출제된다. “평면에서 멀어지면 약해진다”, “평행판 간격을 넓히면 사이 전기장이 약해진다”는 서술은 모두 틀린 진술이다. 간격을 넓히면 바뀌는 것은 전기장이 아니라 **전위차** $V = Ed$ 다.

1.4 전위와 전위에너지

전기력은 보존력이므로 위치에너지를 정의할 수 있고, 이를 전하량으로 나눈 것이 전위다.

$$V = k \frac{Q}{r}, \quad U = k \frac{q_1 q_2}{r}, \quad U_{\text{계}} = \sum_{\text{쌍 } i < j} k \frac{q_i q_j}{r_{ij}}$$

전하 q 를 A에서 B로 옮길 때 외력이 한 일은 $W = q(V_B - V_A) = q\Delta V$ 이다.

전기장과 전위는 미분·적분으로 연결된다. 1차원이라면

$$E_x = -\frac{dV}{dx}, \quad V_B - V_A = -\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

즉 $V-x$ 그래프의 기울기에 음의 부호를 붙인 것이 전기장이다. 이 한 줄이 그래프 해석 문항의 전부다.

$V-x$ 그래프 읽는 법

- 기울기가 음 $\rightarrow E_x > 0 \rightarrow$ 전기장은 $+x$ 방향
- 기울기가 양 $\rightarrow E_x < 0 \rightarrow$ 전기장은 $-x$ 방향
- 기울기가 0 (극값·평탄) $\rightarrow E = 0 \rightarrow$ 그 점에 놓인 전하는 힘을 받지 않는다
- 두 점 사이 일은 $W = q\Delta V$ - **경로가 아니라 두 점의 전위차만 본다**

자주 하는 실수

$V = 0$ 인 점과 $E = 0$ 인 점은 전혀 다르다. V 는 그래프의 **값**, E 는 그래프의 **기울기**다. 그래프가 x 축을 가로지르는 점($V = 0$)에서 기울기는 대개 0이 아니므로 전기장은 0이 아니다. 반대로 극값에서는 $V \neq 0$ 이어도 $E = 0$ 이다.

1.5 도체의 정전기적 성질

정전기적 평형 상태의 도체에서는

1. 도체 **내부의 전기장은 0**이다 (아니면 자유전자가 계속 움직인다).
2. 알짜 전하는 전부 **표면**에 분포한다.
3. 도체 전체가 하나의 **등전위체**다 – 내부·표면 어디서나 V 가 같다.
4. 표면 바로 바깥의 전기장은 표면에 **수직**이며 $E = \sigma/\epsilon_0$ 이다.

세 번째 성질에서 경시 단골 결론이 나온다. 반지름 R_1, R_2 인 두 도체구를 도선으로 연결해 멀리 떨어 뜨려 놓으면 두 구의 전위가 같아지므로

$$\frac{kq_1}{R_1} = \frac{kq_2}{R_2} \implies q \propto R, \quad E_{\text{표면}} = \frac{kq}{R^2} = \frac{V}{R} \propto \frac{1}{R}$$

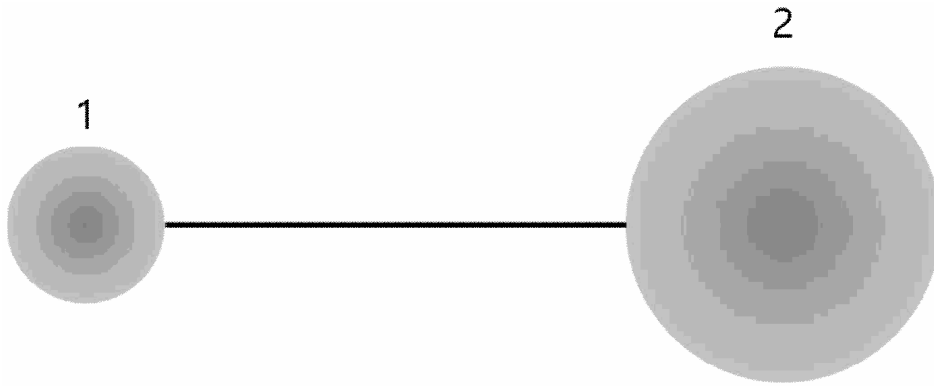
전하는 큰 구에 더 많이 모이지만, 전기장은 작은 구 표면에서 더 세다. 이것이 피뢰침의 원리(첨단 방전)다.

기출 문항

제1장 정전기학 수록 문항 7개. 해설은 다음 절에 있다.

문제 1 2024년 제1회 · 7번 · 두 도체구 전위평형과 표면 전기장

대전된 두 도체 구가 아주 멀리 떨어져 있다. 도체 구 1의 반지름은 5 cm, 도체 구 2의 반지름은 10 cm 이다. 다음 그림과 같이 두 도체 구를 도선으로 연결했다. 평형 상태에서 전하량 q_1 이 도체 구 1에, 전하량 q_2 가 도체 구 2에 균일하게 대전되어 있다. 도체 구 1의 표면에서의 전기장 E_1 과 도체 구 2의 표면에서의 전기장 E_2 의 크기 비율 $E_1 : E_2$ 는 얼마인가? 두 도체 구는 아주 멀리 떨어져 있어서 한 구에 의한 전기장이 다른 구의 전하 분포에 영향을 주지 않고, 도선에는 알짜 전하가 존재하지 않는다고 가정한다.

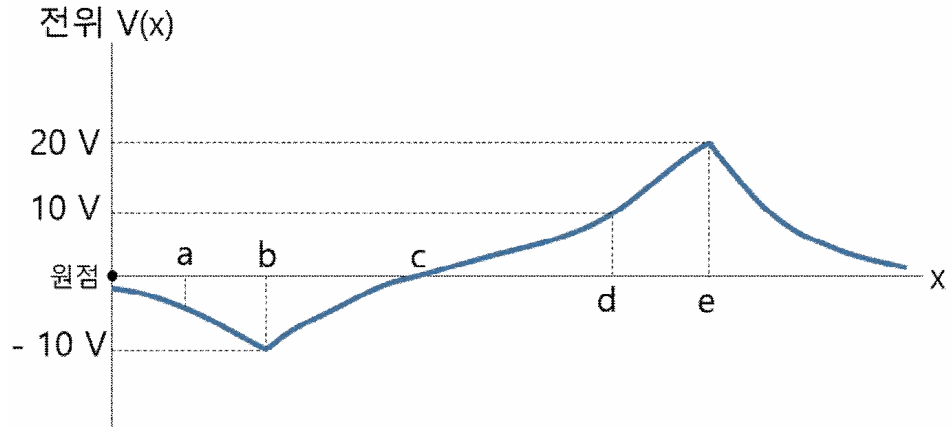


- ① 1 : 1
- ② 1 : 2
- ③ 1 : 4
- ④ 2 : 1
- ⑤ 4 : 1

문제 2

2024년 제1회 · 10번 · 위치-전위 그래프 해석

다음 그림은 위치에 따른 전위를 나타낸 그래프이다. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고른 것은?



〈 보기 〉

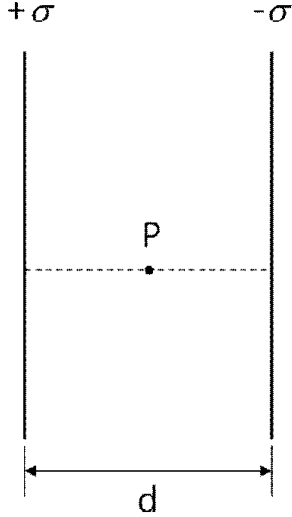
- ㄱ. a 점에 양전하를 두면 오른쪽으로 이동한다.
- ㄴ. a 점에서 전기장의 방향과 d 점에서 전기장의 방향은 같다.
- ㄷ. c 점에 놓인 음전하는 움직이지 않는다.
- ㄹ. 전하량이 2 C 인 점전하를 c 에서 d 까지 이동시키는 데 필요한 일은 b 에서 c 까지 이동시키는 데 필요한 일과 같다.

- ① ㄱ
- ② ㄱ, ㄴ
- ③ ㄴ, ㄷ
- ④ ㄱ, ㄹ
- ⑤ ㄷ, ㄹ

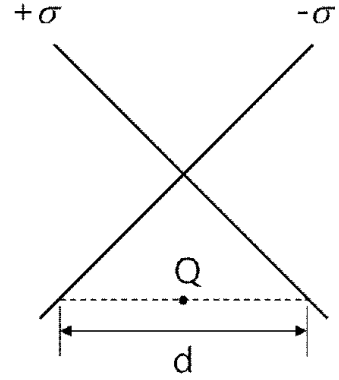
문제 3

2024년 제2회 · 7번 · 무한평면 전하 배치별 전기장

전하 밀도가 각각 $+\sigma$, $-\sigma$ 인 두 개의 균일한 무한 평면을 (가) 서로 평행하게, (나) 서로 수직으로 배치하였다. 평면의 전하 배치는 다른 평면에 의해 영향을 받지 않는다고 가정한다. 다음 설명 가운데 옳은 것을 모두 고른 것은?



(가)



(나)

〈 보기 〉

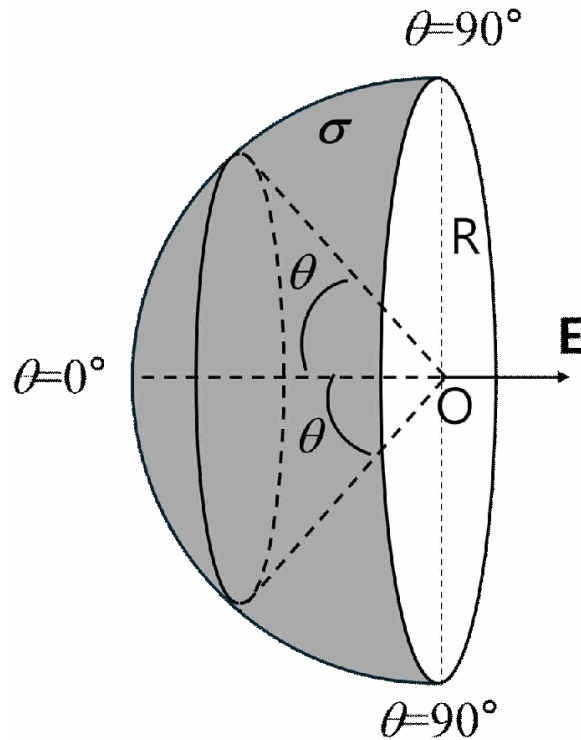
- ㄱ. (가)의 경우, 평면 사이가 아닌 외부 영역에서 전기장의 세기는 평면으로부터 멀어질수록 감소한다.
- ㄴ. (가)에서 두 평면 사이의 거리를 증가시키면 평면 사이 영역의 전기장의 크기는 감소한다.
- ㄷ. (나)에서 두 평면 사이의 거리가 d 인 선상의 가운데 점 Q에서의 전기장의 크기는 (가)에서 두 도체 평면 사이의 거리가 d 일 때 가운데 점 P에서의 전기장의 크기보다 작다.
- ㄹ. (나)에서 두 평면이 교차하는 점으로부터 멀어질수록 전기장의 크기가 감소한다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄷ, ㄹ

문제 4

2024년 제2회 · 11번 · 반구 면전하의 중심 전기장

다음 그림과 같이 반지름이 R 인 반구 모양의 면에 전하가 균일하게 분포되어 있다. 반구 면의 면전하 밀도는 σ 이다. 반구의 중심 O 에서의 전기장에 대한 다음 설명 가운데 옳은 것을 모두 고른 것은?



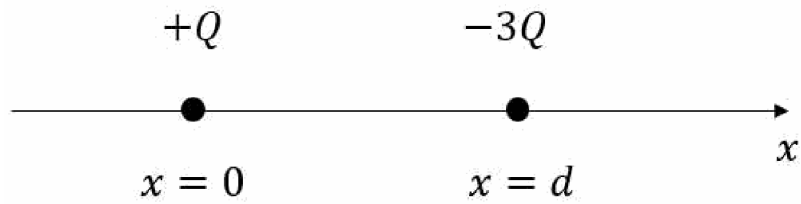
〈 보기 〉

- ㄱ. 반구의 반지름이 작아지면 전기장의 크기가 커진다.
- ㄴ. 전기장의 크기는 반지름의 크기에 무관하다.
- ㄷ. 면전하 밀도가 $\sigma = \sigma_0$ 로 균일할 때 전기장의 크기는 면전하 밀도가 $\sigma = 1.25\sigma_0 \sin \theta$ 일 때의 전기장의 크기보다 작다.
- ㄹ. 면전하 밀도가 $\sigma = \sigma_0 \sin \theta$ 일 때 전기장의 크기는 면전하 밀도가 $\sigma = \sigma_0 \cos \theta$ 일 때의 전기장의 크기와 같다.

- ① ㄱ, ㄷ ② ㄱ, ㄹ ③ ㄴ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄹ ⑤ ㄷ, ㄹ

문제 5 2025년 제1회 · 7번 · 두 점전하 전기장 0 위치와 방향

그림은 전하량이 각각 $+Q$, $-3Q$ 인 두 전하가 x 축 위에서 거리 d 만큼 떨어져 있는 것을 나타낸 것이다. 이에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기> 에서 있는 대로 고른 것은?



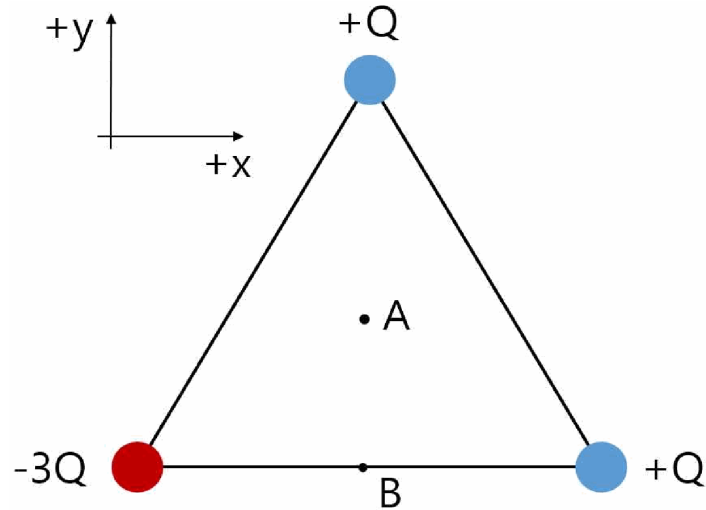
< 보기 >

- ㄱ. 두 전하 사이에는 척력이 작용한다.
- ㄴ. $x = \frac{1}{2}d$ 에서 전기장의 방향은 $+x$ 방향이다.
- ㄷ. x 축상에 전기장이 0이 되는 유한한 x 좌표는 두 개다.

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

문제 6 2025년 제2회 · 7번 · 정삼각형 점전하 전기장과 정전에너지

그림은 한 변의 길이가 L 인 정삼각형의 꼭짓점에 위치한 전하가 각각 $Q, Q, -3Q$ 인 세 개의 점전하를 나타낸 것이다. 이에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기> 에서 있는 대로 고른 것은? (단, k 는 쿨롱상수다.)



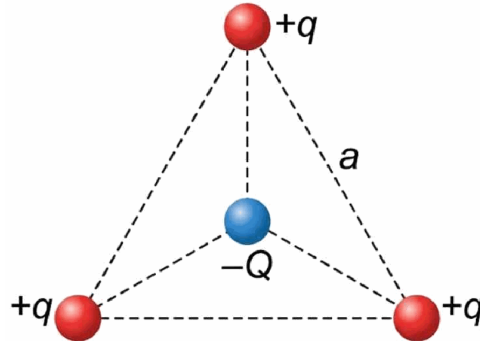
< 보기 >

- ㄱ. 삼각형의 중심 A점에서 전기장의 y 축 성분의 값은 양수이다.
- ㄴ. 삼각형의 변의 중간인 B점에서 전기장의 y 축 성분의 값은 음수이다.
- ㄷ. 이 시스템의 총 전기에너지는 $-\frac{5kQ^2}{L}$ 이다.

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

문제 7 2026년 제1회 · 7번 · 정삼각형 점전하 평형 조건

그림과 같이 한 변의 길이가 a 인 정삼각형의 각 꼭짓점에 전하량 $+q$ 인 세 전하가 고정되어 있으며, 삼각형의 중점에는 전하량이 $-Q$ 인 전하가 고정되어 있다. 꼭짓점에 위치한 각 전하에 작용하는 전기력은 0이다. Q/q 는?



〈 보기 〉

- ㄱ. $\frac{1}{3}$ ㄴ. $\frac{\sqrt{3}}{6}$ ㄷ. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ㄹ. 1 ㅁ. $\sqrt{3}$

- ① ㄱ
② ㄴ
③ ㄷ
④ ㄹ
⑤ ㅁ

해설

문제 1 2024년 제1회 · 7번 · 2 : 1

정답 ④

풀이

도선으로 연결하면 두 구는 하나의 도체가 되어 전위가 같아진다.

$$\frac{kq_1}{R_1} = \frac{kq_2}{R_2} \Rightarrow \frac{q_1}{q_2} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

표면 전기장은 $E = kq/R^2$ 이므로, 공통 전위 V 를 써서 정리하면 $E = V/R$, 즉 $E \propto 1/R$ 이다.

$$E_1 : E_2 = \frac{1}{R_1} : \frac{1}{R_2} = \frac{1}{5} : \frac{1}{10} = 2 : 1$$

전하량은 큰 구가 두 배 많지만, 표면 전기장은 작은 구가 두 배 세다. → ④

문제 2 2024년 제1회 · 10번 · ㄱ, ㄴ

정답 ④

풀이

전부 $E_x = -dV/dx$ 한 줄로 판정한다.

ㄱ. a점은 그래프가 내려가는 구간이므로 $dV/dx < 0$, 따라서 $E_x = -dV/dx > 0$ 즉 $+x$ 방향이다. 양전하는 $\vec{F} = q\vec{E}$ 로 $+x$ (오른쪽) 힘을 받는다. → 참

ㄴ. a점은 하강 구간($E_x > 0$), d점은 b를 지나 e까지 올라가는 구간이므로 $dV/dx > 0$, 따라서 $E_x < 0$ 로 $-x$ 방향이다. 두 방향은 서로 반대다. → 거짓

ㄷ. c점에서 $V = 0$ 이지만, 그래프는 c를 기울기를 가진 채 통과한다. 기울기가 0이 아니므로 $E \neq 0$ 이고 음전하도 힘을 받는다. ($E = 0$ 인 곳은 기울기가 0인 b점과 e점이다.) → 거짓

ㄹ. $W = q\Delta V$ 이므로 두 전위차만 비교하면 된다.

$$W_{c \rightarrow d} = q(V_d - V_c) = 2 \times (10 - 0) = 20 \text{ J}, \quad W_{b \rightarrow c} = q(V_c - V_b) = 2 \times (0 - (-10)) = 20 \text{ J}$$

같다. → 참

따라서 ㄱ, ㄹ 이므로 ④.

자주 하는 실수

ㄷ은 매년 형태를 바꿔 나오는 함정이다. 전위가 0인 점 $\neq$ 전기장이 0인 점. 그래프에서 전위가 0인 곳은 x 축과 만나는 점, 전기장이 0인 곳은 접선이 수평인 점이다.

문제 3 2024년 제2회 · 7번 · ㄷ

정답 ③

풀이

무한 평면 하나의 전기장은 $E = \sigma/2\epsilon_0$ 로 거리와 무관하다.

(가) 평행 배치. 두 평면 사이에서는 두 장이 같은 방향으로 더해져 $E = \sigma/\epsilon_0$, 바깥에서는 정확히 상쇄되어 $E = 0$ 이다.

• ㄱ. 바깥 영역의 전기장은 “멀어질수록 감소”하는 것이 아니라 처음부터 0이다. → 거짓

- **ㄴ.** 사이 영역의 전기장은 σ/ε_0 로 간격 d 와 무관하다. 간격을 늘리면 전기장이 아니라 전위차 $V = Ed$ 가 커진다. → 거짓

(나) 수직 배치. 두 평면의 법선이 서로 수직이므로, Q점에서 두 전기장 벡터도 서로 수직이다. 각각의 크기가 $\sigma/2\varepsilon_0$ 이므로 합성 크기는

$$E_Q = \sqrt{2} \cdot \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{\sqrt{2}\varepsilon_0} \approx 0.71 \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

- **ㄷ.** $E_Q \approx 0.71\sigma/\varepsilon_0 < \sigma/\varepsilon_0 = E_P$. → 참
 - **ㄹ.** (나)에서도 각 평면의 장은 거리와 무관하므로 교차점에서 멀어져도 크기는 그대로다. → 거짓
- ③

문제 4 2024년 제2회 · 11번 · ㄴ, ㄹ

정답 ④

풀이

반구를 각 θ 의 고리로 잘라 중심 O에서의 전기장을 적분한다. 고리의 면적은 $dA = 2\pi R^2 \sin \theta d\theta$, 전하는 $dq = \sigma dA$ 이고, 대칭성에 의해 축 성분만 남으므로 $dE = k dq \cos \theta / R^2$ 이다.

$$E = \int_0^{\pi/2} k \frac{\sigma \cdot 2\pi R^2 \sin \theta d\theta}{R^2} \cos \theta = 2\pi k \sigma \int_0^{\pi/2} \sin \theta \cos \theta d\theta$$

여기서 R^2 이 완전히 약분된다. 고리의 전하량은 R^2 에 비례하고 쿨롱 법칙은 $1/R^2$ 이므로 둘이 정확히 상쇄되는 것이다. 균일한 경우 적분값은 $1/2$ 이므로

$$E_{\text{균일}} = \pi k \sigma_0 = \frac{\sigma_0}{4\varepsilon_0}$$

- **ㄱ.** R 이 작아져도 E 는 변하지 않는다. → 거짓
- **ㄴ.** 반지름과 무관하다. → 참
- **ㄷ.** $\sigma = 1.25\sigma_0 \sin \theta$ 이면 $E = 2\pi k(1.25\sigma_0) \int_0^{\pi/2} \sin^2 \theta \cos \theta d\theta = 2\pi k(1.25\sigma_0) \cdot \frac{1}{3} \approx 0.83\pi k \sigma_0$. 균일한 경우 $\pi k \sigma_0$ 보다 작다. 즉 “균일할 때가 더 작다”는 서술은 뒤집혀 있다. → 거짓
- **ㄹ.** $\sigma = \sigma_0 \sin \theta \rightarrow 2\pi k \sigma_0 \int \sin^2 \theta \cos \theta d\theta = 2\pi k \sigma_0 / 3$.
 $\sigma = \sigma_0 \cos \theta \rightarrow 2\pi k \sigma_0 \int \sin \theta \cos^2 \theta d\theta = 2\pi k \sigma_0 / 3$. 두 값이 같다. → 참

→ ④

문제 5 2025년 제1회 · 7번 · ㄴ — 공식 정답 수정 문항

정답 ②

풀이

$x = 0$ 에 $+Q$, $x = d$ 에 $-3Q$.

- **ㄱ.** 부호가 반대이므로 인력이다. → 거짓
- **ㄴ.** $x = d/2$ 에서 $+Q$ 가 만드는 장은 전하에서 멀어지는 $+x$ 방향, $-3Q$ 가 만드는 장은 전하를 향하는 $+x$ 방향. 둘 다 $+x$ 이므로 합도 $+x$. → 참
- **ㄷ.** $E = 0$ 이 되려면 두 장이 반대 방향이어야 하므로 두 전하 바깥쪽이어야 하고, 크기가 작은 $+Q$ 쪽($x < 0$)에서만 가능하다. $kQ/x^2 = 3kQ/(d-x)^2$ 를 $x < 0$ 에서 풀면

$$x = \frac{d}{1 - \sqrt{3}} \approx -1.37d$$

단 하나뿐이다. ($0 < x < d$ 구간에서는 두 장이 같은 방향이라 상쇄될 수 없다.) → 거짓

→ ②

※ 이 문항은 학회가 2025. 3. 26. 정답을 ④에서 ②로 수정 공지했다. 폴더의 정답 파일은 수정본이다.

문제 6

2025년 제2회 · 7번 · L, C

정답 ④

풀이

한 변 L 인 정삼각형: 위 꼭짓점 $+Q$, 왼쪽 아래 $-3Q$, 오른쪽 아래 $+Q$. 좌표를 $(-L/2, 0)$, $(L/2, 0)$, $(0, \sqrt{3}L/2)$ 로 잡으면 중심 A는 $(0, \sqrt{3}L/6)$, 변의 중점 B는 원점이다.

ㄱ. A점의 E_y . 세 전하에서 A까지 거리는 모두 $L/\sqrt{3}$ 이므로 각 장의 크기는 $3kq/L^2$ 꼴이다.

$$E_y = \underbrace{-3\frac{kQ}{L^2}}_{\text{위 } +Q} + \underbrace{+1.5\frac{kQ}{L^2}}_{\text{우하 } +Q} + \underbrace{-4.5\frac{kQ}{L^2}}_{\text{좌하 } -3Q} = -6\frac{kQ}{L^2} < 0$$

y성분은 음수다. → 거짓

ㄴ. B점의 E_y . 좌우 두 전하는 B와 같은 높이에 있으므로 y성분을 만들지 않는다. 위 꼭짓점의 $+Q$ 만 이 아래 방향($-y$) 장을 만든다.

$$E_y = -\frac{kQ}{(\sqrt{3}L/2)^2} = -\frac{4}{3}\frac{kQ}{L^2} < 0$$

음수다. → 참

ㄷ. 총 전기에너지. 쌍마다 $U = kq_iq_j/r_{ij}$ 를 더한다. 세 쌍 모두 거리가 L 이므로

$$U = \frac{k}{L}[(+Q)(+Q) + (+Q)(-3Q) + (+Q)(-3Q)] = \frac{kQ^2}{L}(1 - 3 - 3) = -5\frac{kQ^2}{L}$$

문제 7

2026년 제1회 · 7번 · $\sqrt{3}/3$

정답 ③

풀이

한 꼭짓점(맨 위 전하)에 작용하는 힘을 모두 모은다.

① 다른 두 꼭짓점이 미는 힘. 각각 크기 kq^2/a^2 이고, 두 힘 사이의 각은 정삼각형이므로 60° 다. 같은 크기의 두 벡터를 각 θ 로 합성하면 크기는 $2F \cos(\theta/2)$ 이므로

$$F_{\text{꼭짓점}} = 2 \cdot \frac{kq^2}{a^2} \cdot \cos 30^\circ = \sqrt{3}\frac{kq^2}{a^2}$$

방향은 대칭축을 따라 중심에서 바깥쪽이다.

② 중심의 $-Q$ 가 끄는 힘. 정삼각형의 무게중심에서 꼭짓점까지의 거리는 $r = a/\sqrt{3}$ 이므로

$$F_{\text{중심}} = k\frac{Qq}{r^2} = k\frac{Qq}{a^2/3} = 3\frac{kQq}{a^2}$$

방향은 인력이므로 중심을 향한 안쪽이다.

③ 평형 조건. 두 힘은 같은 직선 위에서 반대 방향이므로 크기만 같으면 된다.

$$3\frac{kQq}{a^2} = \sqrt{3}\frac{kq^2}{a^2} \implies \frac{Q}{q} = \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{1}{\sqrt{3}} \approx 0.577$$

따라서 답은 ㄷ, 즉 ③.

이 유형의 표준 절차

1. 대칭축을 먼저 찾는다 – 축에 수직인 성분은 반드시 상쇄된다.
2. 같은 크기 두 힘의 합성은 $2F \cos(\theta/2)$ 를 바로 쓴다.
3. 정다각형의 “중심까지 거리”를 정확히 넣는다. 정삼각형은 $a/\sqrt{3}$, 정사각형은 $a/\sqrt{2}$.
4. 마지막에 k 와 a^2 이 약분되는지 확인한다 – 답이 무차원 비라면 반드시 약분된다.

→ 참

→ ④

이 장의 요약

1. **대칭 배열** – 성분 상쇄를 먼저 확인하고, 같은 크기 두 힘은 $2F \cos(\theta/2)$ 로 합성한다. 정삼각형의 중심까지 거리는 $a/\sqrt{3}$.
2. **거리 의존성** – 점전하 $1/r^2$, 무한 직선 $1/r$, 무한 평면 **무관**. 평행판 사이 σ/ϵ_0 , 바깥 0.
3. **V 와 E** – 값이 아니라 기울기가 전기장이다. $V = 0$ 과 $E = 0$ 을 혼동하지 않는다. $W = q\Delta V$.
4. **도체** – 등전위체이므로 연결된 두 구는 $q \propto R$, $E_{\text{표면}} \propto 1/R$.
5. **적분형 분포** – 고리로 잘라 $\cos \theta$ 성분만 적분한다. 반구 균일 면전하는 $E = \sigma/(4\epsilon_0)$ 로 **반지를 무관**.

제2장 회로와 축전기

최근 5회분(90문항)에서 전자기학은 **매회 정확히 5문항**이 출제되어 전 단위 중 비중이 가장 크다(25문항, 27.8%). 그중 회로와 축전기는 7문항으로 정전기학과 함께 이 편의 두 기둥을 이룬다. 출제 축은 세 가지다 – (i) **직렬·병렬 저항망을 접어 들어가 전류·전위차를 읽는 문항**, (ii) **축전기의 전하 보존과 저장 에너지 – 특히 전지를 떼어낸 뒤의 재분배**, (iii) **RC 회로의 지수적 충전·방전과 시상수 $\tau = RC$** . 이 중 (ii)는 전지를 연결한 채인가, 떼어냈는가를 가려내지 못하면 통째로 틀리는 자리라 이 장에서 가장 공들여 다룬다.

학습 목표

- 저항의 직렬·병렬을 안쪽부터 합성해 각 소자의 전류와 전위차를 구할 수 있다.
- 키르히호프의 마다·고리 법칙으로 미지 저항이 들어간 회로를 풀 수 있다.
- 평행판·구형 축전기의 전기용량을 정의 $C = Q/V$ 로부터 유도할 수 있다.
- 극판 간격이나 유전체가 바뀔 때 C, Q, V, E, U 의 변화를 **전지 연결 여부로 나누어** 판정할 수 있다.
- 전하 보존으로 축전기 재분배 문제를 풀고, RC 회로의 시상수로 충전·방전 속도를 비교할 수 있다.

2.1 옴의 법칙과 저항의 직렬·병렬

도선 양단에 전위차를 걸면 자유전자가 표류하며 전류가 흐른다. 도체에서는 전류가 전위차에 비례하고, 그 비례상수의 역수를 저항이라 한다.

$$V = IR, \quad R = \rho \frac{L}{A}$$

여기서 ρ 는 물질 고유의 비저항이다. **같은 물질이라도 길게 뽑으면 저항이 커지고 굵게 만들면 작아진다.**

합성 규칙은 “무엇이 공통인가”로 외우는 것이 안전하다.

연결	공통량	합성 저항	분배
직렬	전류 I 가 같다	$R = R_1 + R_2 + \dots$	$V_i = V \cdot R_i / \sum R$ — 큰 저항에 큰 전압
병렬	전위차 V 가 같다	$1/R = 1/R_1 + 1/R_2 + \dots$	$I_i \propto 1/R_i$ — 작은 저항에 큰 전류

두 저항만 병렬이면 $R = (R_1 R_2) / (R_1 + R_2)$ 를 바로 쓴다. 병렬 합성값은 **항상 가장 작은 저항보다 작다**는 점이 계산에 유용하다. 같은 값 R 두 개면 $R/2$, n 개면 R/n 이다.

소비 전력은 세 꼴 중 아는 양이 있는 것을 고른다.

$$P = VI = I^2 R = \frac{V^2}{R}$$

직렬에서는 $P \propto R$ (전류가 공통이므로 $I^2 R$), **병렬에서는 $P \propto 1/R$** (전압이 공통이므로 V^2/R). 같은 공식에서 정반대 결론이 나오므로 어느 양이 공통인지를 먼저 못 박아야 한다.

2.2 키르히호프 법칙과 회로 푸는 순서

회로 해석의 근거는 두 보존법칙뿐이다.

$$\text{마디 법칙: } \sum I_{\text{들어옴}} = \sum I_{\text{나감}} \quad (\text{전하 보존})$$

$$\text{고리 법칙: } \sum_{\text{닫힌 고리}} \Delta V = 0 \quad (\text{에너지 보존})$$

부호는 기계적으로 처리한다. 고리를 한 방향으로 돌면서 - 저항을 **전류 방향으로** 지나면 $-IR$, 전류를 거슬러 지나면 $+IR$, 전지를 -극에서 +극으로 지나면 $+\mathcal{E}$, 반대면 $-\mathcal{E}$.

저항망 문항의 표준 절차

1. **가장 안쪽 병렬부터 하나의 값으로 접는다.** 그림을 다시 그리며 접어 나간다.
2. 전체 합성저항 R_{tot} 을 얻어 **전원이 내보내는 전체 전류** $I = V/R_{\text{tot}}$ 를 구한다.
3. 접었던 순서를 거꾸로 펴면서, 직렬 구간은 전류가 같음을, 병렬 구간은 전압이 같음을 이용해 되돌린다.
4. 계산: 각 소자의 전위차를 고리를 따라 더했을 때 전원 전압이 되는지 확인한다.

미지 저항 x 를 묻는 문항은 **역방향**으로 간다. 주어진 소자의 전위차 $\rightarrow$ 그 소자의 전류 $\rightarrow$ 직렬이면 그 전류가 곧 전체 전류 $\rightarrow$ 나머지 전압을 x 가 떠맡는다, 로 한 줄씩 밀고 나가면 된다.

자주 하는 실수

직렬 회로에서 “저항이 크면 전류가 작다”를 **한 소자에** 적용하는 실수가 잦다. 직렬로 이어진 소자에는 크기와 무관하게 **똑같은 전류**가 흐른다. 저항 크기가 가르는 것은 전류가 아니라 **그 소자가 나눠 갖는 전압**이다. 반대로 병렬에서는 전압이 같고 전류가 갈린다.

2.3 전기용량과 대표 축전기

두 도체에 $\pm Q$ 를 주면 그 사이에 전위차 V 가 생기고, 둘은 항상 비례한다. 그 비례상수가 전기용량이다.

$$C = \frac{Q}{V} \quad [\text{단위: } F = C/V]$$

C 는 Q 나 V 에 의존하지 않는다. 도체의 모양·크기·간격과 사이를 채운 물질의 유전율 ε 만으로 정해지는 순수한 기하학적 양이다. 전하를 두 배로 넣으면 전압도 두 배가 되어 비는 그대로다.

계산 절차는 어떤 모양이든 똑같다. ① Q 를 가정하고 가우스 법칙으로 E 를 구한다 $\rightarrow$ ② $V = -\int \vec{E} \cdot d\vec{s}$ 로 전위차를 얻는다 $\rightarrow$ ③ $C = Q/V$ 로 Q 를 약분한다.

구형 축전기를 이 절차로 직접 해 보자. 안쪽 반지름 r_1 , 바깥 반지름 r_2 , 사이는 유전율 ε 이다.

$$E(r) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon r^2}, \quad V = \int_{r_1}^{r_2} \frac{Q}{4\pi\varepsilon r^2} dr = \frac{Q}{4\pi\varepsilon} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{4\pi\varepsilon}{1/r_1 - 1/r_2} = \frac{4\pi\varepsilon r_1 r_2}{r_2 - r_1}$$

여기서 $r_2 \rightarrow \infty$ 로 보내면 고립된 도체구의 용량 $C = 4\pi\varepsilon_0 r_1$ 이 나온다. 반대로 $r_2 - r_1 = d \ll r_1$ 이면 $C \approx 4\pi\varepsilon r_1^2/d = \varepsilon A/d$ 로 평행판 공식으로 되돌아간다.

축전기	전기용량	사이의 전기장
평행판 (넓이 A , 간격 d)	$C = \varepsilon A/d$	$E = \sigma/\varepsilon = V/d$ - 균일
구형 ($r_1 < r < r_2$)	$C = (4\pi\varepsilon)/(1/r_1 - 1/r_2)$	$E = Q/(4\pi\varepsilon r^2)$ - r 에 의존
고립 도체구 (반지름 R)	$C = 4\pi\varepsilon_0 R$	$E = Q/(4\pi\varepsilon_0 r^2)$
원통형 (길이 L)	$C = (2\pi\varepsilon L)/\ln(r_2/r_1)$	$E \propto 1/r$

유전율은 $\varepsilon = \kappa\varepsilon_0$ 로 쓰고 $\kappa \geq 1$ 을 유전상수라 한다. 유전체를 채우면 분극 전하가 바깥 전기장을 상쇄하는 방향으로 늘어서므로 같은 Q 에 대해 E 와 V 가 줄고, 따라서 C 는 κ 배로 커진다.

자주 하는 실수

평행판의 E 가 극판 사이에서 **균일**하다는 사실을 구형·원통형에까지 확장하면 안 된다. 구형 축전기 안쪽에서 E 는 $1/r^2$ 로 감소한다. “유전체 속이니 전기장이 일정하다”는 서술은 평행판에만 해당하는 이야기다. 또 축전기의 알짜 전하가 0이면 가우스 법칙에 의해 **바깥 영역의 전기장은 0**이다 - 이것은 모양과 무관하게 성립한다.

2.4 축전기의 직렬·병렬, 저장 에너지, 전하 재분배

축전기의 합성 규칙은 저항과 **정확히 반대**다. 이유는 정의 $C = Q/V$ 에서 V 가 분모에 있기 때문이다.

$$\text{병렬(전압 공통): } C = C_1 + C_2 + \dots, \quad \text{직렬(전하 공통): } \frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots$$

직렬에서 전하가 공통인 이유는 가운데 고립된 도체 부분의 알짜 전하가 0으로 유지되기 때문이다. 따라서 직렬 연결의 합성 용량은 **가장 작은 축전기보다도 작다**.

저장 에너지는 세 꼴이 모두 같은 값이다. 어떤 양이 고정돼 있는지에 따라 골라 쓴다.

$$U = \frac{1}{2}QV = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{Q^2}{2C}, \quad u = \frac{U}{\text{부피}} = \frac{1}{2}\epsilon E^2$$

V 가 고정된 상황(전지 연결)에서는 $U \propto C$, Q 가 고정된 상황(전지 제거)에서는 $U \propto 1/C$ 이다. 같은 “ C 가 커졌다”에서 에너지 증감의 방향이 정반대로 갈리는 것이 이 단원 최대의 갈림길이다.

전하 재분배. 전지를 떼어낸 축전기들을 서로 이으면 회로에 전원이 없으므로 쓸 수 있는 것은 **전하 보존**뿐이다. 연결된 두 극판이 이루는 고립된 도체 덩어리의 알짜 전하는 보존된다.

$$Q_{\text{net}} = Q_1 \pm Q_2, \quad V_{\text{공통}} = \frac{Q_{\text{net}}}{C_1 + C_2}, \quad U_{\text{후}} = \frac{Q_{\text{net}}^2}{2(C_1 + C_2)}$$

부호가 갈림길이다. **같은 극성끼리** 이으면 $Q_{\text{net}} = Q_1 + Q_2$ 로 더해지고, **반대 극성끼리(역극성)** 이으면 $Q_{\text{net}} = |Q_1 - Q_2|$ 로 상쇄된다. 연결 후 두 축전기는 같은 두 마디 사이에 걸리므로 언제나 **병렬**로 취급하면 된다.

재분배 문제 3단계

1. **연결 전** 각 축전기의 전하 $Q_i = C_i V_i$ 를 부호까지 적는다.
2. 연결되는 두 극판의 전하를 **부호와 함께 더해** Q_{net} 을 구한다. (역극성이면 상쇄)
3. 두 축전기를 병렬로 보고 $V = Q_{\text{net}}/(C_1 + C_2)$, $U = Q_{\text{net}}^2/(2(C_1 + C_2))$.

에너지는 재분배 과정에서 반드시 **감소**한다. 사라진 몫은 도선의 저항에서 열로, 또는 전자기파로 방출된다. 전하는 보존되지만 에너지는 보존되지 않는다는 점이 이 유형의 핵심이다.

자주 하는 실수

“전하가 보존되니 에너지도 보존된다”고 놓으면 반드시 틀린다. 극성을 뒤집어 연결하면 전하가 상쇄되어 Q_{net} 이 작아지고, $U = Q_{\text{net}}^2/(2C)$ 는 **제곱**으로 줄어든다. 전하가 절반으로 줄면 에너지는 1/4이 된다.

2.5 극판 간격과 유전체 – 전지를 연결한 채인가, 떼었는가

이 절이 이 장 전체에서 가장 자주 함정으로 쓰인다. 판정 원리는 한 줄이다.

전지 연결 유지 $\Rightarrow V$ 가 고정, 전지 제거 $\Rightarrow Q$ 가 고정

고정된 양을 먼저 못 박고, $C = \epsilon A/d$ 로 C 의 변화를 구한 다음, 나머지를 $Q = CV$, $E = V/d$, $U = \frac{1}{2}CV^2 = Q^2/(2C)$ 로 차례로 끌어내면 된다. 아래는 간격을 $d \rightarrow 2d$ 로 넓힌 경우다.

$d \rightarrow 2d$	$C = \epsilon A/d$	Q	V	E (판 사이)	U
(가) 전지 연결 유지 V 고정	1/2 배	1/2 배	불변	1/2 배 ($E = V/d$)	1/2 배
(나) 전지 제거 후 Q 고정	1/2 배	불변	2 배	불변 ($E = \sigma/\epsilon$)	2 배

두 줄의 E 칸을 나란히 보는 것이 요령이다. (가)에서는 V 가 고정이라 $E = V/d$ 가 절반이 되고, (나)에서는 Q 가 고정이라 $\sigma = Q/A$ 가 그대로여서 $E = \sigma/\epsilon$ 이 **변하지 않는다**. 같은 “간격을 넓혔다”인데 전기장의 운명이 갈린다.

에너지도 마찬가지다. (가)에서는 U 가 줄고(줄어든 뭉은 전지로 되돌아간다), (나)에서는 U 가 늘어난다(늘어난 뭉은 두 판을 서로 당기는 인력에 거슬러 우리가 한 일이다).

유전상수 κ 인 유전체를 채워 넣는 경우도 같은 논리다. 이때는 C 가 κ 배로 **커진다**.

유전체 삽입 ($\kappa > 1$)	C	Q	V	E	U
(가) 전지 연결 유지	κ 배	κ 배	불변	불변	κ 배 – 증가
(나) 전지 제거 후	κ 배	불변	$1/\kappa$ 배	$1/\kappa$ 배	$1/\kappa$ 배 – 감소

자주 하는 실수

“유전체를 넣으면 에너지가 줄어든다”는 말은 **전지를 떼어낸 경우에만** 맞다. 전지를 연결한 채라면 $U = \frac{1}{2}CV^2$ 에서 V 가 불박이이므로 C 가 커진 만큼 U 도 커진다. 부족한 에너지는 전지가 추가 전하 ΔQ 를 밀어 넣으며 공급한다. 문제를 읽을 때 “전원에 연결된 상태에서”, “전지를 제거한 후”라는 구절에 반드시 밑줄을 그어라.

2.6 RC 회로 – 충전·방전과 시상수

저항과 축전기가 직렬로 이어진 회로에서는 전하가 한 번에 옮겨 가지 못한다. 축전기에 전하가 쌓일수록 역전압이 커져 전류가 스스로 줄어들기 때문이다. 고리 법칙에 $i = dq/dt$ 를 넣으면 1계 미분방정식이 되고, 그 해는 언제나 지수함수다.

$$\text{충전: } \mathcal{E} = iR + \frac{q}{C} \Rightarrow q(t) = C\mathcal{E}(1 - e^{-t/\tau})$$

$$\text{방전: } 0 = iR + \frac{q}{C} \Rightarrow q(t) = Q_0 e^{-t/\tau}$$

$$\tau = RC \quad [\text{시상수} \text{ — 단위 확인: } \Omega \cdot \text{F} = \text{s}]$$

	충전 (전지 $\mathcal{E}$ 연결)	방전 (초기 전하 Q_0)	비고
전하 $q(t)$	$C\mathcal{E}(1 - e^{-t/\tau})$	$Q_0 e^{-t/\tau}$	$\tau = RC$
전류 $i(t)$	$(\mathcal{E}/R)e^{-t/\tau}$	$(Q_0/(RC))e^{-t/\tau}$	둘 다 지수 감소
축전기 전압	$\mathcal{E}(1 - e^{-t/\tau})$	$V_0 e^{-t/\tau}$	$V_C = q/C$
저항 전압	$\mathcal{E}e^{-t/\tau}$	$V_0 e^{-t/\tau}$	$V_R = iR$
$t = \tau$ 에서	최종값의 63.2%	초기값의 36.8%	$e^{-1} \approx 0.368$
$t = 0 / t \rightarrow \infty$	도선처럼 / 끊긴 것처럼	도선처럼 / 전류 0	극한 상태 판정

RC 회로 암기 카드

- 시상수 $\tau = RC$ 는 R 에도 C 에도 비례한다. 둘 중 어느 쪽을 키워도 느려진다.
- 충전은 “1 에서 지수로 채워지고”, 방전은 “지수로 빠진다”. 어느 쪽이든 **직선이 아니다**.
- $t = 0^+$ 순간: 축전기 전압은 아직 0이므로 **도선처럼** 행동한다 → 전류가 최대.
- $t \rightarrow \infty$: 전류가 0이므로 축전기는 **끊어진 회로처럼** 행동한다 → $V_C = \mathcal{E}$.
- 절반이 되는 시각은 $t_{1/2} = \tau \ln 2 \approx 0.693\tau$.

자주 하는 실수

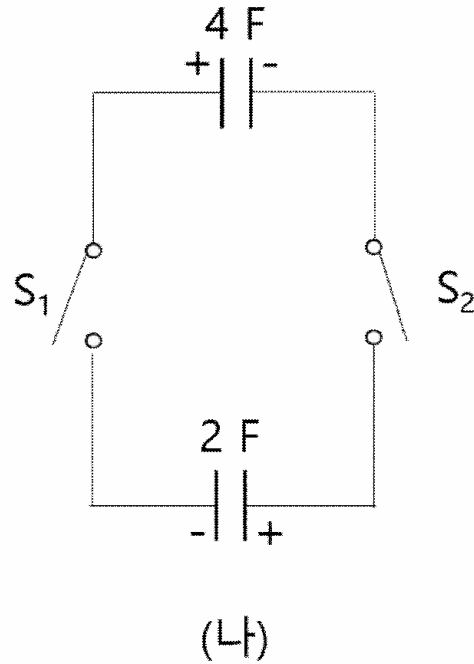
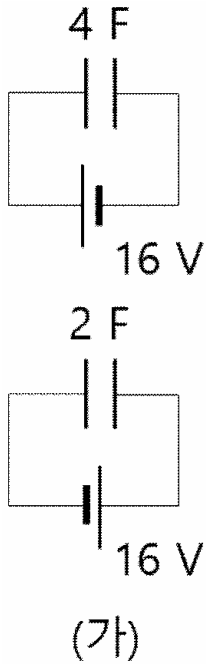
“전기용량은 방전 속도와 무관하다”는 서술은 매력적인 오답이다. $\tau = RC$ 이므로 C 가 클수록 느리게 방전한다. 큰 축전기는 담아 둔 전하가 많은데 같은 저항으로 빼내야 하니 오래 걸린다. 또 하나, 방전 곡선을 **선형 감소**로 서술하는 보기도 단골이다. 지수 감소는 “매 τ 마다 같은 비율로” 줄어드는 것이지 “매초 같은 양만큼” 줄어드는 것이 아니다.

기출 문항

제2장 회로와 축전기 수록 문항 7개. 해설은 다음 절에 있다.

문제 1 2024년 제1회 · 8번 · 축전기 역극성 연결 에너지

그림 (가)와 같이 전기 용량이 4 F 과 2 F 인 축전기를 같은 전위차 16 V 로 충전하였다. 그리고 전지를 제거한 후 그림 (나)와 같이 반대 극성을 갖는 판끼리 연결되도록 배치하였다. 그림 (나)의 스위치 S_1 , S_2 를 닫기 전에 두 축전기에 저장된 에너지와 닫은 후에 두 축전기에 저장된 에너지의 비율 $U_{\text{전}} : U_{\text{후}}$ 는 얼마인가?

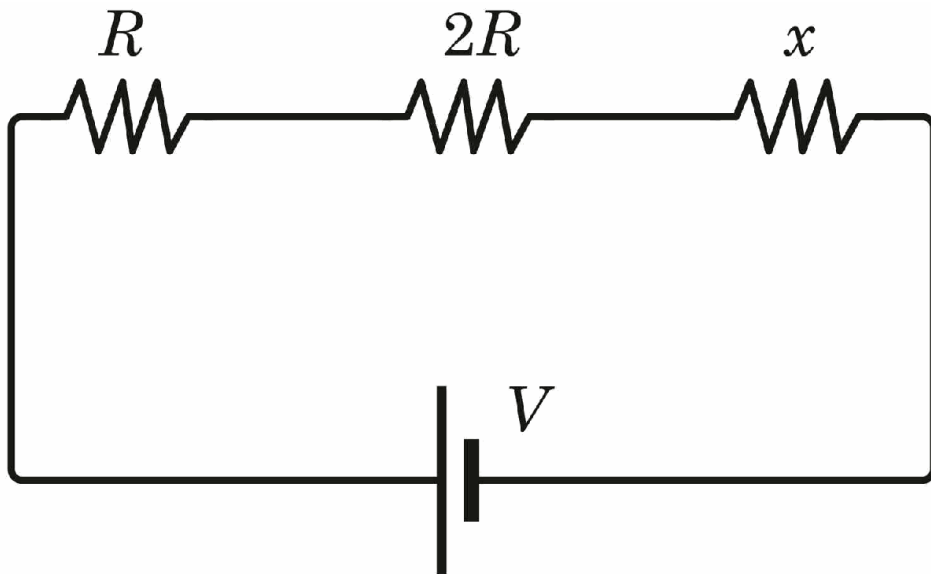


- ① 2 : 1
- ② 3 : 1
- ③ 4 : 1
- ④ 9 : 1
- ⑤ 16 : 1

문제 2

2025년 제1회 · 8번 · 직렬 회로 미지 저항

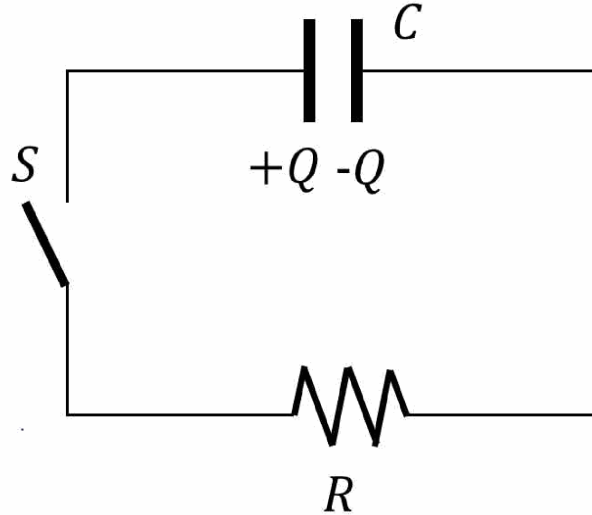
그림과 같이 저항값이 R , $2R$, x 인 저항과 전압 V 인 전원 장치로 회로를 구성하였다. 저항값이 $2R$ 인 저항 양단의 전위차가 $\frac{V}{2}$ 일 때, x 는?



- ① 0
- ② $0.5R$
- ③ $1R$
- ④ $2R$
- ⑤ $3R$

문제 3 2025년 제1회 · 11번 · RC 회로 축전기 방전

그림과 같이 축전기(C)와 저항(R)과 스위치(S)로 연결된 회로가 있다. 축전기에는 전하량 Q 가 충전되어 있고 스위치는 열려 있다. 시간 $T = 0$ 에서 스위치를 닫아 전류가 흐를 수 있다. 이에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?



< 보기 >

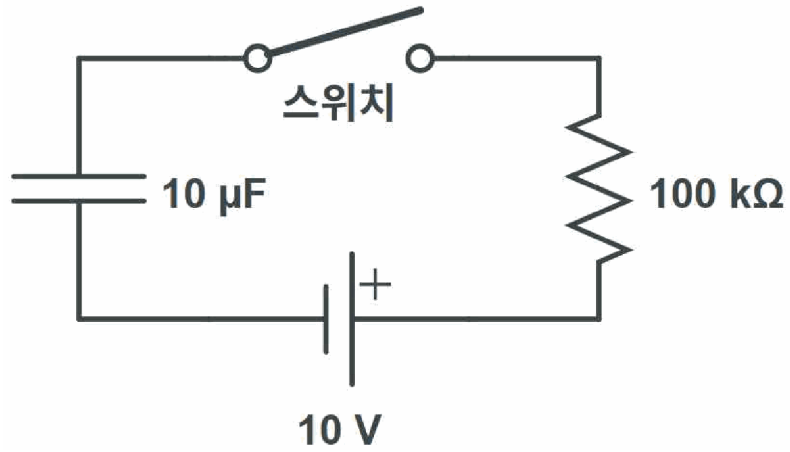
- ㄱ. 저항이 클수록 축전기는 느리게 방전된다.
- ㄴ. 전기용량과 전하 방전속도는 상관이 없다.
- ㄷ. 축전기에 충전된 전하는 시간에 대해 선형적으로 감소한다.

- ① ㄱ
- ② ㄷ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ
- ⑤ ㄴ, ㄷ

문제 4

2025년 제2회 · 9번 · RC 회로 충전 과도응답

그림은 RC 회로를 나타낸다. 직류 전원 10 V, 저항 $100\text{ k}\Omega$, 축전기 $10\mu\text{F}$ 가 직렬로 연결되어 있다. 스위치가 열려있다가 시간 $t = 0$ 인 순간에 스위치를 닫는다. $t = 1.0\text{ s}$ 에서 축전기 양단에 걸리는 전압은? (단, $e^{-1} \approx 0.368$)

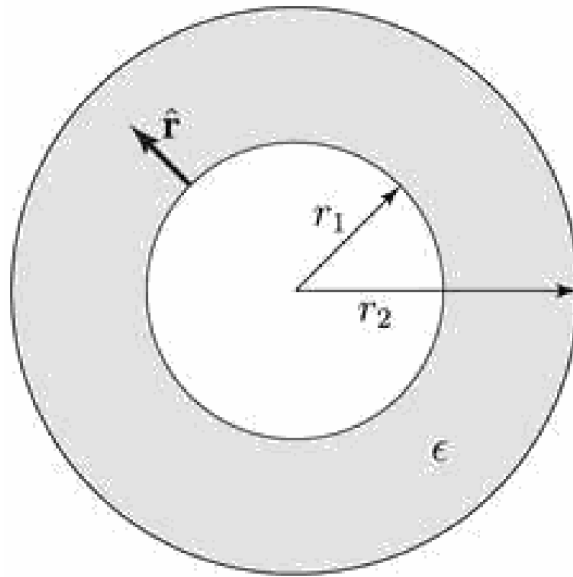


- ① 3.7V
- ② 5.0V
- ③ 6.3V
- ④ 7.8V
- ⑤ 9.0V

문제 5

2025년 제2회 · 10번 · 구형 축전기와 유전체

그림은 구형 축전기의 단면도를 나타낸다. 내반지름은 r_1 , 외반지름은 r_2 이며 두 전극 사이 공간은 유전율 ϵ 인 유전체로 가득 차 있다. 이에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기> 에서 있는 대로 고른 것은?



< 보기 >

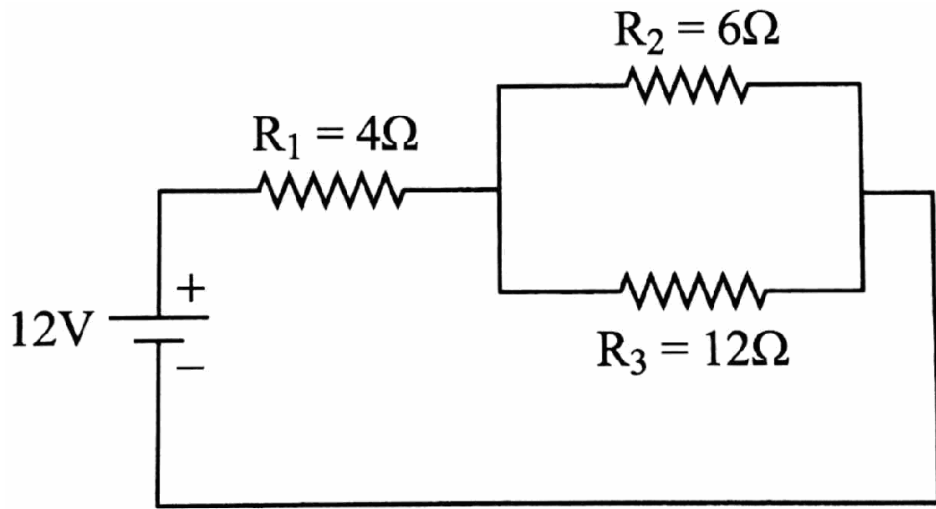
- ㄱ. 전압이 걸려있을 때, 유전체 내부에서 전기장의 세기는 동일하다.
- ㄴ. 축전기의 알짜전하가 0이면 $r > r_2$ 인 축전기 바깥 영역에서 축전기에 의한 전기장은 0이다.
- ㄷ. 전압 V 인 전원에 연결된 상태에서 유전체를 유전율이 더 큰 물질로 채우면, 축전기에 저장된 에너지가 증가한다.

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ
- ⑤ ㄴ, ㄷ

문제 6

2026년 제1회 · 8번 · 직렬-병렬 저항 회로 전류

그림과 같이 저항의 크기가 R_1, R_2, R_3 인 3개의 저항과 전압 V 인 전원 장치로 회로를 구성하였다. 이 회로에서 저항 R_1 에 흐르는 전류의 세기는?



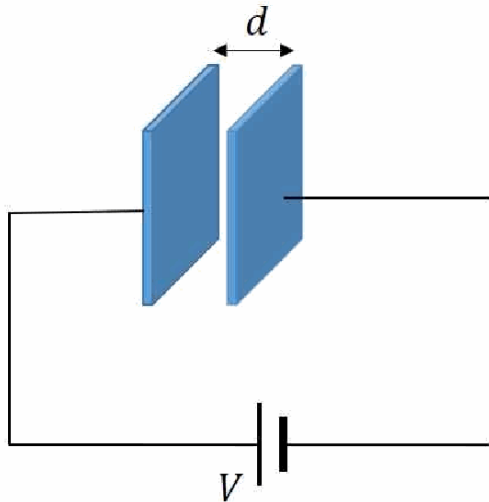
〈 보기 〉

ㄱ. 0.5 A ㄴ. 1.0 A ㄷ. 1.5 A ㄹ. 2.0 A ㅁ. 2.5 A

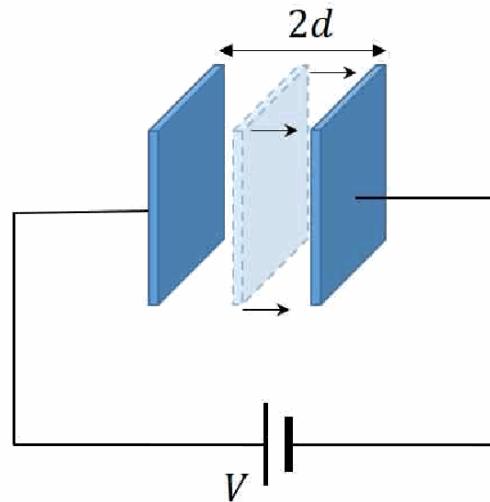
- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄷ
- ④ ㄹ
- ⑤ ㅁ

문제 7 2026년 제1회 · 10번 · 평행판 축전기 극판간격 변화

그림 (가)와 같이 면적이 A 이고 간격이 d 인 평행판 축전기가 전압 V 인 전원에 연결되어 완전히 충전되었고, (나)에서는 (가)를 전원을 연결한 채로 평행판 사이의 거리를 $2d$ 로 넓혔다. 이에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?



(가)



(나)

< 보기 >

- ㄱ. (가)와 (나)의 전기장 세기는 같다.
- ㄴ. (나)의 축전기에 저장된 전기 에너지는 (가)의 $1/2$ 배다.
- ㄷ. (가)와 (나)에서 축전기의 전하량은 같다.

- ① ㄴ
- ② ㄷ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ
- ⑤ ㄴ, ㄷ

해설

문제 1 2024년 제1회 · 8번 · 9 : 1 — 역극성 연결과 전하 상쇄

정답 ④

풀이

전지를 제거한 뒤 있는 문제이므로 쓸 수 있는 것은 전하 보존뿐이다. 순서대로 간다.

① (가) 연결 전. 두 축전기가 각각 16 V로 충전되었으므로

$$Q_4 = 4 \times 16 = 64 \text{ C}, \quad Q_2 = 2 \times 16 = 32 \text{ C}$$

$$U_{\text{전}} = \frac{1}{2}(4)(16)^2 + \frac{1}{2}(2)(16)^2 = 512 + 256 = 768 \text{ J}$$

② (나) 어떤 극판끼리 이어졌는가. 그림에서 4 F의 +판은 S_1 을 거쳐 2 F의 -판과, 4 F의 -판은 S_2 를 거쳐 2 F의 +판과 이어진다. 즉 반대 극성끼리 연결된 배치다.

③ 스위치를 닫은 뒤. 위쪽 마디에 모인 전하는 부호를 살려 더한다.

$$Q_{\text{net}} = (+64) + (-32) = +32 \text{ C}$$

이제 두 축전기는 같은 두 마디 사이에 걸려 있으므로 병렬이다. $C_{\text{eq}} = 4 + 2 = 6 \text{ F}$.

$$V_{\text{공통}} = \frac{Q_{\text{net}}}{C_{\text{eq}}} = \frac{32}{6} = \frac{16}{3} \text{ V}, \quad U_{\text{후}} = \frac{Q_{\text{net}}^2}{2C_{\text{eq}}} = \frac{32^2}{2 \times 6} = \frac{256}{3} \approx 85.3 \text{ J}$$

④ 비.

$$U_{\text{전}} : U_{\text{후}} = 768 : \frac{256}{3} = 9 : 1$$

더 빠른 길도 있다. 연결 전에도 두 축전기의 용량 합은 6 F이고 둘 다 16 V였으므로 $U_{\text{전}} = \frac{1}{2}(6)(16)^2$, 연결 후에도 합성 용량은 그대로 6 F이고 전압만 16/3 V가 되었다. 용량이 같으니 $U \propto V^2$ 이고, 전압이 1/3 로 줄었으니 에너지는 1/9 이다. → ④

사라진 $768 - 85.3 \approx 683 \text{ J}$ 은 도선의 저항에서 열로 빠져나갔다. 전하는 보존되지만 에너지는 보존되지 않는다.

이 유형의 표준 절차 — 축전기 재분배

1. 전지가 붙어 있는가 떼어졌는가부터 확인한다. 떼어졌으면 전하 보존, 붙어 있으면 V 고정.
2. 연결 전 각 축전기의 전하 $Q_i = C_i V_i$ 를 부호까지 적는다.
3. 실제로 이어지는 극판끼리 전하를 더해 Q_{net} 을 구한다. 같은 극성이면 합, 역극성이면 차.
4. 연결 후 두 축전기는 항상 병렬이다. $V = Q_{\text{net}}/(\sum C)$, $U = Q_{\text{net}}^2/(2 \sum C)$.
5. 검산: $U_{\text{후}} \leq U_{\text{전}}$ 이어야 한다. 커졌다면 어딘가에서 부호를 틀린 것이다.

자주 하는 실수

극성을 살피지 않고 $Q_{\text{net}} = 64 + 32 = 96 \text{ C}$ 로 놓으면 $V = 16 \text{ V}$ 가 되어 에너지가 그대로, 즉 1 : 1 이라는 엉뚱한 답이 나온다. 문제가 “반대 극성을 갖는 판끼리 연결되도록”이라고 명시한 이상, 두 전하는 더해지는 것이 아니라 상쇄된다. 회로도의 +, - 표시를 반드시 눈으로 따라가라.

문제 2 2025년 제1회 · 8번 · x = R — 직렬 회로의 전압 분배

정답 ③

풀이

$R, 2R, x$ 가 한 줄로 이어진 순수 직렬 회로다. 직렬이므로 **세 저항에 흐르는 전류가 모두 같다**. 이 한 줄이 문제의 전부다.

① $2R$ 의 전위차로부터 전류를 읽는다.

$$I = \frac{V_{2R}}{2R} = \frac{V/2}{2R} = \frac{V}{4R}$$

② **같은 전류가 전체 회로에 흐른다**. 전체 저항은 $R + 2R + x = 3R + x$ 이므로

$$I = \frac{V}{3R + x}$$

③ 두 식을 같게 놓는다.

$$\frac{V}{4R} = \frac{V}{3R + x} \implies 3R + x = 4R \implies x = R$$

→ ③

전압 분배로 보면 더 직관적이다. 직렬에서 각 저항이 갖는 전압은 저항값에 비례하므로

$$V_{2R} = V \cdot \frac{2R}{3R + x} = \frac{V}{2} \implies 4R = 3R + x \implies x = R$$

$2R$ 이 전체 전압의 절반을 가져간다는 말은 곧 **$2R$ 이 전체 저항의 절반**이라는 뜻이고, 따라서 전체는 $4R$, 나머지 $R + x = 2R$ 에서 $x = R$ 이다.

검산: $x = R$ 이면 전체 $4R$, $I = V/4R$, 각 전압은 $V/4, V/2, V/4$ 이고 합이 V 다. 맞다.

이 유형의 표준 절차 – 저항망

1. 회로가 순수 직렬인지, 병렬 덩어리를 품고 있는지부터 판정한다.
2. 직렬이면 **전류**, 병렬이면 **전압**이 공통 – 아는 소자에서 그 공통량을 먼저 뽑아낸다.
3. 공통량을 전체 회로에 그대로 적용해 미지량을 푼다.
4. 마지막에 각 소자의 전압을 다 더해 전원 전압이 되는지(또는 전류 합이 맞는지) 검산한다.

문제 3 2025년 제1회 · 11번 · ㄱ – RC 방전의 시상수

정답 ①

풀이

전원이 없는 RC 고리이므로 방전이다. 고리 법칙 $q/C + R(dq)/(dt) = 0$ 의 해는

$$q(t) = Qe^{-t/\tau}, \quad i(t) = \frac{Q}{RC}e^{-t/\tau}, \quad \tau = RC$$

세 보기 모두 이 한 식에서 판정된다.

ㄱ. 저항이 크면 $\tau = RC$ 가 커진다. 시상수가 크다는 것은 곧 전하가 $1/e$ 로 줄어드는 데 더 오래 걸린다는 뜻이므로 **느리게 방전**된다. 물리적으로도 저항이 크면 같은 전압에서 전류가 작아 전하가 천천히 빠져나간다. → 참

ㄴ. 시상수에는 C 도 똑같이 들어 있다. $\tau = RC$ 이므로 전기용량이 클수록 방전이 **느려진다**. “무관하다”는 서술은 틀렸다. → 거짓

ㄷ. $q(t) = Qe^{-t/\tau}$ 는 지수함수이지 일차함수가 아니다. 선형 감소라면 유한한 시각에 전하가 0이 되어야 하지만, 지수 감소는 $t \rightarrow \infty$ 에서야 0에 도달한다. 매 τ 마다 남은 양의 같은 비율(36.8%)만큼 남는 것이지, 매초 같은 양이 빠지는 것이 아니다. → 거짓

→ ①

자주 하는 실수

ㄴ은 “저항이 방전을 지배한다”는 인상 때문에 참으로 착각하기 쉽다. 시상수는 R 과 C 의 곱이므로 둘은 완전히 대등하다. C 가 두 배면 담긴 전하도 두 배인데 회로 전류는 그대로이니 두 배 오래 걸린다고 생각하면 외우지 않아도 된다.

문제 4 2025년 제2회 · 9번 · 6.3 V — 충전 곡선의 $t = \tau$ 지점

정답 ③

풀이

전지·저항·축전기가 직렬인 표준 충전 회로다. 스위치를 닫은 뒤

$$V_C(t) = \mathcal{E}(1 - e^{-t/\tau}), \quad \tau = RC$$

① 시상수를 먼저 구한다. 단위를 SI로 맞추는 것이 유일한 계산 실수 지점이다.

$$\tau = RC = (100 \times 10^3 \text{ } \Omega)(10 \times 10^{-6} \text{ F}) = 10^5 \times 10^{-5} = 1.0 \text{ s}$$

② 묻는 시각과 비교한다. $t = 1.0 \text{ s} = 1\tau$ — 정확히 시상수 한 개 지점이다.

$$V_C = 10(1 - e^{-1}) = 10(1 - 0.368) = 10 \times 0.632 = 6.32 \text{ V}$$

→ ③

이때 저항에 걸리는 전압은 나머지 $10 - 6.32 = 3.68 \text{ V}$ 이고, 전류는 $i = 3.68/(100 \text{ k } \Omega) = 36.8 \mu\text{A}$ 로 초기값 $100 \mu\text{A}$ 의 36.8% 다. 충전에서 63.2% 와 36.8% 는 언제나 짝을 이룬다.

자주 하는 실수

선택지 ①의 3.7 V는 방전 공식 $V = \mathcal{E}e^{-t/\tau} = 10 \times 0.368$ 를 쓴 답이다. 문제는 “스위치가 열려 있다가 닫는다”고 했으므로 축전기는 빈 상태에서 채워지는 중이다. 지수 앞에 $1 -$ 가 붙는지 아닌지를 회로에서 먼저 확정하라.

간단한 판정법: $t = 0$ 에서 축전기 전압이 0이어야 하면 $1 - e^{-t/\tau}$, $t = 0$ 에서 최대여야 하면 $e^{-t/\tau}$ 다.

문제 5 2025년 제2회 · 10번 · ㄴ, ㄷ — 구형 축전기와 유전체

정답 ⑤

풀이

반지름 r_1 인 안쪽 전극에 $+Q$, r_2 인 바깥 전극에 $-Q$ 가 있고 사이는 유전율 ϵ 인 유전체다. 가우스 법칙으로 사이 영역의 전기장부터 구해 둔다.

$$E(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon r^2} \quad (r_1 < r < r_2), \quad C = \frac{4\pi\epsilon}{1/r_1 - 1/r_2}$$

ㄱ. 위 식에서 보듯 $E \propto 1/r^2$ 이므로 유전체 내부에서 전기장은 안쪽 전극 가까이가 가장 세고 바깥으로 갈수록 약해진다. 균일하지 않다. 전기장이 균일한 것은 평행판 축전기뿐이다. → 거짓

ㄴ. $r > r_2$ 인 곳에 반지름 r 의 가우스 구면을 잡으면 그 안에 든 알짜 전하는 $(+Q) + (-Q) = 0$ 이다. 구대칭이므로 E 는 면 위에서 일정하고

$$E \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q_{\text{enc}}}{\epsilon_0} = 0 \implies E = 0$$

축전기 바깥에는 전기장이 새어 나가지 않는다. → 참

ㄷ. 여기서 조건 하나가 결정적이다 – “전압 V 인 전원에 연결된 상태에서”. 즉 V 가 고정이다. 유전율이 더 큰 물질로 바꾸면 $C = 4\pi\epsilon/(1/r_1 - 1/r_2)$ 가 커지고

$$U = \frac{1}{2}CV^2 \implies V \text{ 고정이므로 } U \propto C \implies U \text{ 증가}$$

전지가 추가 전하 $\Delta Q = \Delta C \cdot V$ 를 밀어 넣으면서 에너지를 공급한다. → 참

→ ⑤

자주 하는 실수

ㄷ은 “유전체를 넣으면 전기장이 약해지니 에너지가 준다”는 정성적 인상 때문에 거짓으로 찍기 쉽다. 그 인상은 전지를 떼어낸(Q 고정) 경우의 이야기다. 이 문항처럼 전원에 물려 있으면 V 가 불박이여서 $U = \frac{1}{2}CV^2 \propto C$ 로 오히려 늘어난다. 2.5절의 표에서 (가)행과 (나)행을 다시 확인하라.

문제 6 2026년 제1회 · 8번 · 1.5 A – 직렬·병렬 합성

정답 ③

풀이

R_1 은 전원과 직렬이고, 그 뒤에 R_2 와 R_3 이 병렬로 매달려 있다. 안쪽부터 접는다.

① 병렬부를 하나로 접는다.

$$R_{23} = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = \frac{6 \times 12}{6 + 12} = \frac{72}{18} = 4 \quad \Omega$$

② 전체 합성저항. 이제 R_1 과 R_{23} 은 직렬이다.

$$R_{\text{tot}} = R_1 + R_{23} = 4 + 4 = 8 \quad \Omega$$

③ R_1 에 흐르는 전류. R_1 은 전원과 직렬이므로 전원이 내보내는 전체 전류가 그대로 흐른다.

$$I_1 = \frac{V}{R_{\text{tot}}} = \frac{12}{8} = 1.5 \quad \text{A}$$

보기에서 1.5 A는 ㄷ이다. → ③

검산해 두자. 병렬부에 걸리는 전압은 $V_{23} = 1.5 \times 4 = 6 \text{ V}$ 이고 R_1 에 걸리는 전압도 $1.5 \times 4 = 6 \text{ V}$ 로, 합이 12 V다. 갈라진 전류는 $I_2 = 6/6 = 1 \text{ A}$, $I_3 = 6/12 = 0.5 \text{ A}$ 이며 $I_2 + I_3 = 1.5 \text{ A} = I_1$ 로 마디 법칙도 맞는다. 작은 저항 R_2 에 더 큰 전류가 흐른다는 병렬의 성질이 그대로 보인다.

자주 하는 실수

R_2 와 R_3 을 직렬로 착각해 $R_{\text{tot}} = 4 + 6 + 12 = 22 \quad \Omega$ 로 놓는 실수가 가장 흔하다. 두 저항이 같은 두 마디를 잇고 있으면 그림이 아무리 위아래로 벌어져 있어도 병렬이다. 또 병렬 합성값 $4 \quad \Omega$ 가 6 과 12 중 어느 쪽보다도 작다는 점을 확인하면 곱셈·나눗셈을 뒤집는 실수를 즉시 잡을 수 있다.

문제 7 2026년 제1회 · 10번 · L – 전지를 연결한 채 간격을 넓히면

정답 ①

풀이

문제의 핵심 구절은 단 하나다 – “전원을 연결한 채로”. 따라서 V 가 고정이다. 고정된 양을 못 박았으면 나머지는 기계적으로 따라 나온다. 간격은 $d \rightarrow 2d$ 이므로

$$C' = \frac{\epsilon_0 A}{2d} = \frac{1}{2}C$$

ㄱ. 전기장. V 가 그대로이고 간격만 두 배가 되었으므로

$$E = \frac{V}{d} \rightarrow E' = \frac{V}{2d} = \frac{1}{2}E$$

전기장은 절반으로 줄어든다. → 거짓

ㄴ. 저장 에너지. V 가 고정이므로 $U \propto C$ 를 쓴다.

$$U' = \frac{1}{2}C'V^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}C\right)V^2 = \frac{1}{2}U$$

(가)의 1/2 배가 맞다. → 참

ㄷ. 전하량. $Q = CV$ 에서 V 는 그대로, C 가 절반이므로

$$Q' = C'V = \frac{1}{2}Q$$

전하는 절반으로 줄어든다. 줄어든 뭇은 전지로 되돌아 흐른다. → 거짓

→ ①

자주 하는 실수

이 문항은 ①과 ④가 정확히 “전지를 뺀가 아닌가”로 갈리도록 설계돼 있다. 만약 전지를 제거한 뒤 간격을 넓혔다면 Q 가 고정이므로 $E = \sigma/\epsilon_0 = Q/(\epsilon_0 A)$ 는 불변(ㄱ 참), Q 도 당연히 불변(ㄷ 참), 대신 $U = Q^2/(2C)$ 는 두 배로 늘어나 ㄴ이 거짓이 되어 답이 ④가 된다. 문장 하나가 세 보기의 참·거짓을 모두 뒤집는다. 발문에서 “연결한 채로 / 제거한 후”를 찾아 표시하는 것이 이 유형의 첫 동작이어야 한다.

이 장의 요약

- 저항망** – 안쪽 병렬부터 접는다. 직렬은 전류 공통·전압은 R 에 비례, 병렬은 전압 공통·전류는 $1/R$ 에 비례. 병렬 합성값은 언제나 가장 작은 저항보다 작다.
- 전지 연결 여부가 모든 것을 가른다** – 연결한 채면 V 고정($U \propto C$), 떼어냈으면 Q 고정($U \propto 1/C$). 간격을 넓힐 때 E 는 전자에서 줄고 후자에서 불변이다.
- 재분배는 전하 보존** – 역극성 연결이면 $Q_{\text{net}} = |Q_1 - Q_2|$ 로 상쇄되고, 연결 후 두 축전기는 병렬이다. 에너지는 반드시 줄어든다($U \propto Q_{\text{net}}^2$).
- 축전기 합성은 저항과 반대** – 병렬 $C = \sum C_i$, 직렬 $1/C = \sum 1/C_i$. 저장 에너지는 $U = \frac{1}{2}QV = \frac{1}{2}CV^2 = Q^2/(2C)$ 세 꼴 중 고정된 양이 든 것을 고른다.
- RC 회로** – $\tau = RC$ 는 R 과 C 에 대응하게 비례한다. 충전 $1 - e^{-t/\tau}$, 방전 $e^{-t/\tau}$; $t = \tau$ 에서 각각 63.2%, 36.8%. 감소는 선형이 아니라 지수다.

제3장 자기장과 로런츠 힘

전자기학은 최근 5회분에서 **매회 정확히 5문항**이 출제되어 전 단원 중 비중이 가장 크며(25문항), 그중 이 장에 배정된 것은 5문항이다. 주목할 것은 편중의 정도다 – 하전입자의 원운동 반지름 $r = mv/(qB)$ 한 식이 **5회 중 4회**에 등장했다. 사실상 이 장은 그 한 식을 어떻게 변형해 묻느냐의 문제집이다. 출제 측은 셋이다 – (i) $r = mv/(qB)$ 의 비례관계 조작(질량·속력·전하량·운동에너지), (ii) 나선운동에서 속도를 $\vec{B}$ 에 평행·수직 성분으로 분해하고 전하 부호를 회전 방향으로 판별, (iii) 대표 전류 분포의 자기장 공식, 특히 토로이드 $\mu NI/(2\pi r)$. 세 번째 측은 계산이 단순한 대신 어느 r 를 넣느냐로 오답을 유도한다.

학습 목표

- $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$ 로 힘의 방향을 구하고, 전하의 부호까지 역으로 판별할 수 있다.
- 자기력이 일을 하지 않는다는 사실로부터 속력·운동에너지 불변을 설명할 수 있다.
- $r = mv/(qB)$, $T = 2\pi m/(qB)$ 를 질량·속력·전하량·운동에너지의 비례관계로 변형해 쓸 수 있다.
- 속도를 $\vec{B}$ 에 평행·수직 성분으로 분해해 나선운동의 반지름·주기·피치를 구할 수 있다.
- 무한직선·원형고리·솔레노이드·토로이드가 만드는 자기장을 구분해 적용할 수 있다.

3.1 로런츠 힘과 방향 판별

자기장 $\vec{B}$ 속을 속도 $\vec{v}$ 로 움직이는 전하 q 가 받는 힘은

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}, \quad F = |q| vB \sin \theta$$

여기서 θ 는 $\vec{v}$ 와 $\vec{B}$ 사이의 각이다. 이 한 줄에 세 가지 성질이 전부 들어 있다.

1. **속도에 수직.** 외적이므로 $\vec{F} \perp \vec{v}$ 이고 $\vec{F} \perp \vec{B}$ 다.
2. **속도가 0이면 힘도 0.** 정지한 전하는 자기력을 받지 않는다 – 전기력과의 결정적 차이다.
3. **$\vec{v} \parallel \vec{B}$ 이면 힘도 0.** $\sin 0 = 0$. 자기장에 나란히 던진 전하는 그냥 직진한다.

방향은 오른손으로 $\vec{v}$ 에서 $\vec{B}$ 로 감아쥐었을 때 엄지가 가리키는 쪽이며, **전하가 음(-)이면 그 반대다.** 부호를 놓치는 것이 이 단원 오답의 절반이다.

방향 판별의 두 가지 쓰임

- **정방향** – $q, \vec{v}, \vec{B}$ 를 알고 힘의 방향을 구한다. 오른손 법칙 한 번.
- **역방향** – 궤적(회전 방향)과 $\vec{B}$ 를 보고 **전하의 부호를 알아낸다.**
원운동이라면 힘은 반드시 **원 중심을 향해야** 한다. 임의의 한 점을 잡아 $\vec{v} \times \vec{B}$ 를 계산하고, 그것이 중심 쪽이면 $q > 0$, 바깥쪽이면 $q < 0$.

기출에서 실제로 묻은 것은 대부분 **역방향**이다. 나선 궤적 그림을 주고 “양으로 대전되어 있다”의 참·거짓을 묻는 식이다. 이때 그림 전체를 보려 하지 말고 **점 하나만** 잡아 판정하는 것이 정석이다.

3.2 자기력은 일을 하지 않는다

$\vec{F} \perp \vec{v}$ 이므로 미소 일은 항상 0이다.

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{s} = \vec{F} \cdot \vec{v} dt = 0$$

따라서 자기력만 작용하면 **운동에너지와 속력은 절대 변하지 않는다**. 변하는 것은 속도의 **방향**뿐이다.

이 성질은 두 가지로 쓰인다. 첫째, “속력이 일정한가”를 묻는 보기는 궤적이 원이든 나선이든 계산 없이 **참**이다. 둘째, 입자를 가속하려면 자기장이 아니라 **전기장**이 필요하다는 점 – 사이클로트론에서 자기장은 궤도를 휘게만 하고, 에너지는 전극 사이의 전기장이 준다.

자주 하는 실수

“자기력이 구심력이므로 일을 한다”는 서술은 틀렸다. 구심력은 방향만 바꾸는 힘이고, 등속원운동에서 구심력이 하는 일은 언제나 0이다. 자기력은 **가속도는 만들지만 일은 하지 않는** 힘이다. 같은 이유로 나선운동에서도 속력은 일정하다 – 위로 올라가면서 빨라지는 것이 아니다.

3.3 균일 자기장 속의 원운동

$\vec{v} \perp \vec{B}$ 이면 힘의 크기 $|q| v B$ 가 일정하고 항상 속도에 수직이므로 궤도는 **원**이다.

$$|q| v B = \frac{mv^2}{r} \implies r = \frac{mv}{|q| B}$$

주기와 각진동수는 여기서 바로 나온다.

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi m}{|q| B}, \quad \omega = \frac{|q| B}{m}$$

주기가 속력과 반지름에 무관하다는 것이 핵심이다. 빠른 입자는 큰 원을 그리지만 한 바퀴 도는 데 걸리는 시간은 느린 입자와 같다. 사이클로트론이 고정 주파수로 작동하는 이유다.

운동량과 운동에너지로 바꿔 쓰는 형태도 반드시 익혀야 한다.

$$p = mv = |q| B r, \quad K = \frac{p^2}{2m} \implies r = \frac{p}{|q| B} = \frac{\sqrt{2mK}}{|q| B}$$

특히 정지 상태에서 전압 V 로 가속했다면 $K = qV$ 이므로

$$r = \frac{\sqrt{2mqV}}{qB} = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2mV}{q}} \implies r \propto \sqrt{m/q}$$

질량분석기가 동위원소를 갈라내는 원리다.

$r = mv/(qB)$ 비례관계 정리 – 암기 카드

- 속력 v 가 주어짐 $\rightarrow r \propto mv/q$ (질량·속력에 비례, 전하량에 반비례)
- 운동에너지 K 가 주어짐 $\rightarrow r \propto \sqrt{mK}/q$ (질량의 제곱근에 비례)
- 가속전압 V 가 주어짐 $\rightarrow r \propto \sqrt{m/q}/B$
- 주기 $T = 2\pi m/(qB)$ 는 v 와 r 에 무관 – 속력이 바뀌어도 주기는 그대로.

자주 하는 실수

“속력이 두 배면 반지름도 두 배”는 옳지만, “운동에너지가 두 배면 반지름도 두 배”는 틀렸다. $r \propto \sqrt{K}$ 이므로 $\sqrt{2}$ 배다. 문항이 속력을 주는지 운동에너지를 주는지부터 확인하라 – 2024년 제2회 8번이 정확히 이 갈림길에서 갈렸다.

3.4 나선운동 – 속도의 분해

속도가 $\vec{B}$ 와 비스듬하면, 자기력은 $\vec{B}$ 에 수직인 성분에만 작용한다. 그래서 운동을 두 개로 쪼개면 끝난다.

$$\vec{v} = \vec{v}_{\parallel} + \vec{v}_{\perp}, \quad v_{\parallel} = v \cos \theta, \quad v_{\perp} = v \sin \theta$$

- **평행 성분** $v_{\parallel}$ – 자기력을 전혀 받지 않으므로 **등속직선운동**. 그대로 유지된다.
- **수직 성분** $v_{\perp}$ – 반지름 $r = mv_{\perp}/(|q| B)$ 인 등속원운동.

둘을 겹치면 나선(helix)이다. 축 방향으로 한 바퀴 도는 동안 나아간 거리를 **피치**라 한다.

$$r = \frac{mv_{\perp}}{|q| B} = \frac{mv \sin \theta}{|q| B}, \quad p_{\text{pitch}} = v_{\parallel} T = \frac{2\pi m v \cos \theta}{|q| B}$$

주기 T 는 원운동 때와 똑같다 – $v_{\parallel}$ 이 있든 없든 $T = 2\pi m/(|q| B)$ 다. 그리고 **속력 v 는 여전히 일정하다**. 축 방향으로 나아가는 것은 처음부터 있던 $v_{\parallel}$ 이지, 자기력이 밀어준 결과가 아니다.

나선운동 문항 4단계 절차

1. **분해한다.** $\vec{v}$ 를 $\vec{B}$ 에 평행한 $v_{\parallel}$ 과 수직인 $v_{\perp}$ 로 나눈다. 나선이 “위로 진행”한다면 $v_{\parallel} \neq 0$ 이라는 뜻일 뿐, 힘의 결과가 아니다.
2. **속력을 확정한다.** 자기력은 일을 하지 않는다 $\rightarrow v, K, v_{\parallel}, v_{\perp}$ 모두 일정. “속력이 일정하다”는 보기는 여기서 즉시 참.
3. **부호를 판별한다.** 궤도 위의 편한 한 점(예: 축의 $+x$ 쪽)을 잡고 그 점에서의 $\vec{v}_{\perp}$ 를 읽는다. $\vec{v}_{\perp} \times \vec{B}$ 를 계산해 중심을 향하면 $q > 0$, 바깥을 향하면 $q < 0$.
4. **반지름·피치를 쓴다.** $r = mv_{\perp}/(|q| B)$ 이므로 B 가 커지면 반지름은 작아진다. 피치는 $v_{\parallel} T$ 이므로 B 가 커지면 피치도 작아진다(나선이 촘촘해진다).

구체적으로, 자기장이 연직 위($+z$)이고 위에서 볼 때 **시계방향**으로 돌며 위로 올라가는 나선이라 하자. 축에서 $+x$ 쪽에 있는 순간, 시계방향이므로 $\vec{v}_{\perp}$ 는 $-y$ 방향이다.

$$(-\hat{y}) \times (\hat{z}) = -\hat{x}$$

이 방향은 중심 쪽이다. 따라서 $q > 0$ 이면 힘이 중심을 향해 원운동이 성립한다 – **양전하다**. 2025년 제1회 10번과 2026년 제1회 9번이 이 그림을 그대로 공유하며, 보기 문장만 뒤집어 냈다.

자주 하는 실수

“위로 올라가니까 자기장이 밀어 올린 것”이라는 오해가 흔하다. $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$ 는 $\vec{B}$ 에 항상 수직이므로 **축 방향 성분이 원리적으로 0**이다. 축 방향 운동은 초기 조건일 뿐이다. 같은 이유로 나선의 피치는 처음부터 끝까지 일정하다.

3.5 전류가 만드는 자기장

전류 요소 $I d\vec{l}$ 가 거리 $\vec{r}$ 만큼 떨어진 점에 만드는 자기장은 비오-사바르 법칙으로,

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}, \quad \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m} / \text{A}$$

대칭성이 좋으면 앙페르 법칙이 훨씬 빠르다.

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{\text{enc}}$$

가우스 법칙이 대칭적 전하 분포에서 E 를 바로 주듯, 앙페르 법칙은 대칭적 전류 분포에서 B 를 바로 준다. 아래 표는 반드시 외워야 하는 결과다.

전류 분포	자기장	거리 의존성
무한 직선 도선 (수직거리 r)	$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$	$1/r$
원형 고리 중심 (N 회, 반지름 R)	$B = \frac{\mu_0 NI}{2R}$	$1/R$
반원 고리 중심	$B = \frac{\mu_0 I}{4R}$	$1/R$
솔레노이드 내부 (단위길이 n 회)	$B = \mu_0 nI$	위치 무관·균일
토로이드 내부 (총 N 회, 중심축에서 r)	$B = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r}$	$1/r$ - 균일 아님
토로이드 바깥 · 구멍 속	$B = 0$	—
유한 직선 도선 (수직거리 d , 양 끝 각 θ_1, θ_2)	$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi d} (\sin \theta_2 - \sin \theta_1)$	$\leq \mu_0 I / (2\pi d)$
반무한 직선 도선 (끝점 옆)	$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi d}$	무한직선의 $1/2$

표에서 반드시 구분할 두 쌍이 있다.

- **솔레노이드 대 토로이드.** 솔레노이드는 $B = \mu_0 nI$ 로 내부 어디서나 같다(n 은 단위길이당 감은 수). 토로이드는 $B = \mu_0 NI / (2\pi r)$ 로 안쪽 벽에서 세고 바깥쪽 벽에서 약하다(N 은 총 감은 수). 토로이드를 크게 펴서 $r \rightarrow \infty$ 로 보내면 $N / (2\pi r) \rightarrow n$ 이 되어 두 식이 하나로 만난다.
- **유한 대 무한.** 유한 막대는 언제나 무한직선보다 약하다. 막대의 정중앙 옆이면 $B = \mu_0 IL / (2\pi d \sqrt{L^2 + 4d^2})$ 이고, $L \gg d$ 에서 $\mu_0 I / (2\pi d)$ 로 수렴한다.

자주 하는 실수

토로이드 문항에서 반지름을 잘못 고르는 실수가 압도적이다. 공식의 r 는 자기장을 구하려는 그 지점까지의 거리이지, 내반지름 a 도 외반지름 b 도 평균도 아니다. 2025년 제2회 8번은 $a = 4 \text{ cm}$, $b = 6 \text{ cm}$ 를 주고 $r = 5 \text{ cm}$ 를 물었는데, r 대신 a 를 넣으면 0.120 T ④, b 를 넣으면 0.080 T ②가 나온다. 두 오답이 모두 선택지에 준비되어 있다.

3.6 자성체와 상대투자율

물질 속에서는 진공의 μ_0 대신 그 물질의 투자율 μ 를 쓴다.

$$\mu = \mu_r \mu_0$$

μ_r 를 **비투자율**(상대투자율)이라 하며 무차원이다. 물질은 μ_r 값으로 셋으로 나뉜다.

- **반자성체** (μ_r 가 1보다 아주 조금 작음) – 구리, 물, 비스무트. 자기장을 아주 약하게 밀어낸다.
- **상자성체** (μ_r 가 1보다 아주 조금 큼) – 알루미늄, 산소.
- **강자성체** (μ_r 가 수백 수십만) – 철, 니켈, 코발트, 페라이트.

경사에서 필요한 것은 사실상 마지막 하나다. 코일 속에 철심을 넣으면 **같은 전류로도 자기장이 μ_r 배**가 된다. 공식에서 μ_0 를 $\mu = \mu_r \mu_0$ 로 바꿔 쓰기만 하면 되므로

$$B_{\text{솔레노이드}} = \mu n I = \mu_r \mu_0 n I, \quad B_{\text{토로이드}} = \frac{\mu N I}{2\pi r} = \frac{\mu_r \mu_0 N I}{2\pi r}$$

문제에 “내부의 자기투자율은 $400\mu_0$ ”처럼 주어지면 $\mu_r = 400$ 이라는 뜻이고, 그대로 μ 자리에 대입한다. μ_0 를 쓰고 나서 마지막에 400을 곱하려다 잊는 것이 전형적인 실수다.

자주 하는 실수

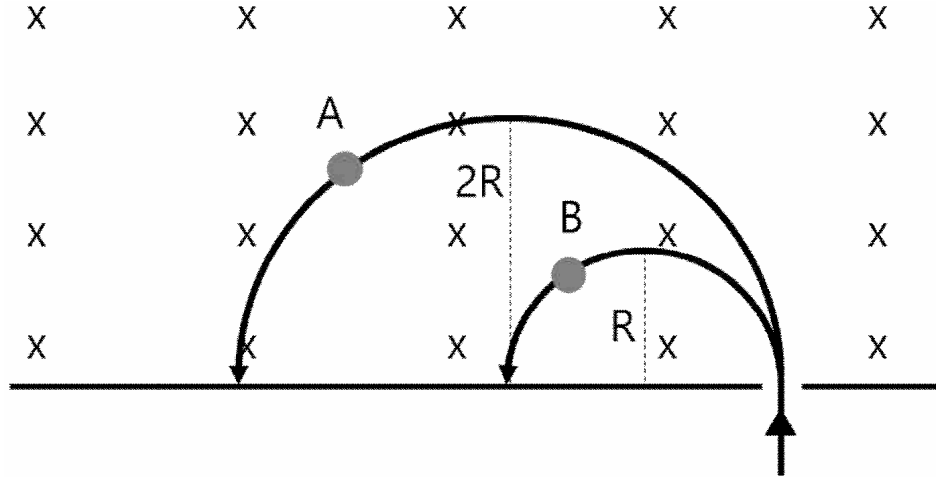
$\mu = 400\mu_0$ 를 대입할 때 $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ 의 4π 와 분모의 2π 는 반드시 약분된다. 약분이 안 되고 π 가 답에 남아 있다면 어딘가에서 2π 를 두 번 썼거나 μ_0 를 빠뜨린 것이다. 자기장 계산은 π 가 살아남지 않는지를 계산 지표로 쓸 수 있다.

기출 문항

제3장 자기장과 로런츠 힘 수록 문항 5개. 해설은 다음 절에 있다.

문제 1 2024년 제1회 · 11번 · 자기장 속 하전입자 원운동 반지름

다음 그림과 같이 두 대전 입자 A, B가 균일한 자기장 영역에 자기장의 방향과 수직하게 입사하여 원운동을 하였다. 자기장의 방향은 화면으로 들어가는 방향이다. 전하 A의 질량을 m_A , 전하량을 q_A , 자기장 영역 입사 속력을 v_A 라 하고, 전하 B의 질량을 m_B , 전하량을 q_B , 자기장 영역 입사 속력을 v_B 라고 하자. 전하 A의 궤도 반지름이 전하 B의 궤도 반지름의 2배가 되는 조건을 모두 고른 것은?



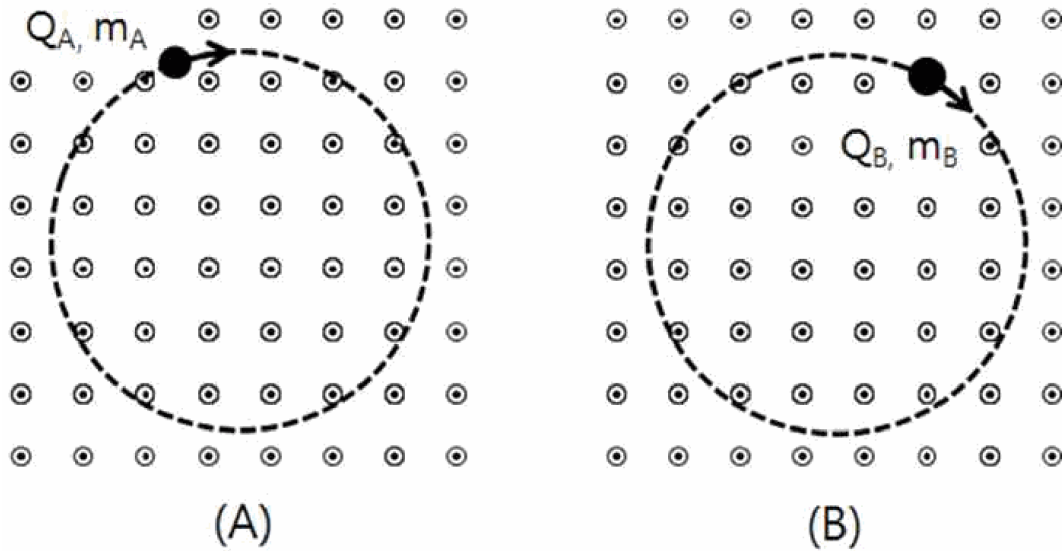
〈 보기 〉

- ㉠. $m_A = m_B, v_A = 2v_B, q_A = 2q_B$
- ㉡. $m_A = m_B, v_A = 2v_B, q_A = q_B$
- ㉢. $m_A = 2m_B, v_A = 2v_B, q_A = 2q_B$
- ㉤. $m_A = 2m_B, v_A = v_B, q_A = 2q_B$

- ① ㉠, ㉡
- ② ㉠, ㉢
- ③ ㉡, ㉢
- ④ ㉡, ㉤
- ⑤ ㉢, ㉤

문제 2 2024년 제2회 · 8번 · 자기장 속 하전입자 원운동 반지름

그림 (A)와 (B)는 같은 세기의 균일한 자기장에서 같은 운동 에너지를 가진 입자가 같은 반지름으로 원운동 하는 것을 나타낸다. 두 입자의 질량이 m_A 와 m_B 라면 두 입자의 전하량 Q_A 와 Q_B 의 비율은?



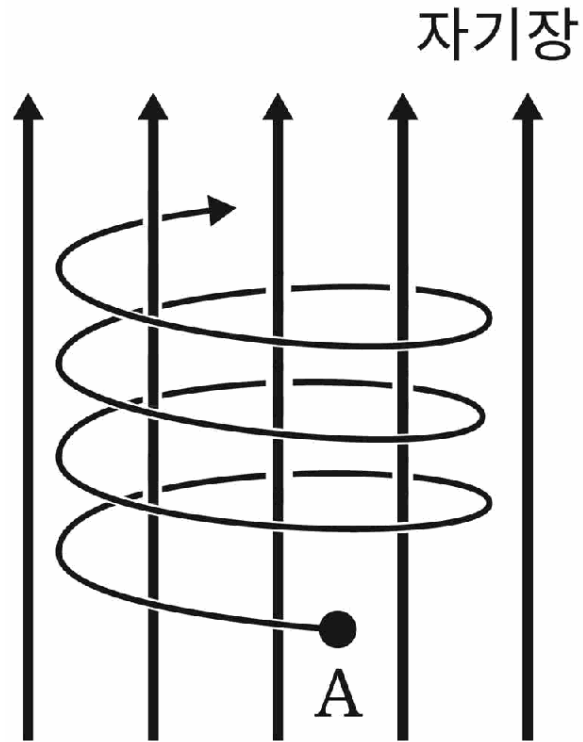
〈 보기 〉

㉠. $m_A^2 : m_B^2$ ㉡. $m_A : m_B$ ㉢. $\sqrt{m_A} : \sqrt{m_B}$ ㉣. $\frac{1}{m_A} : \frac{1}{m_B}$ ㉤. $\frac{1}{m_A^2} : \frac{1}{m_B^2}$

- ① ㉠ ② ㉡ ③ ㉢
④ ㉣ ⑤ ㉤

문제 3 2025년 제1회 · 10번 · 자기장 속 하전입자 나선운동

그림은 균일한 자기장 내에서 전하를 띤 입자 A가 나선운동 하는 것을 나타낸 것이다. 전하는 위에서 보았을 때 시계방향으로 원운동을 하고 있다. A에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?



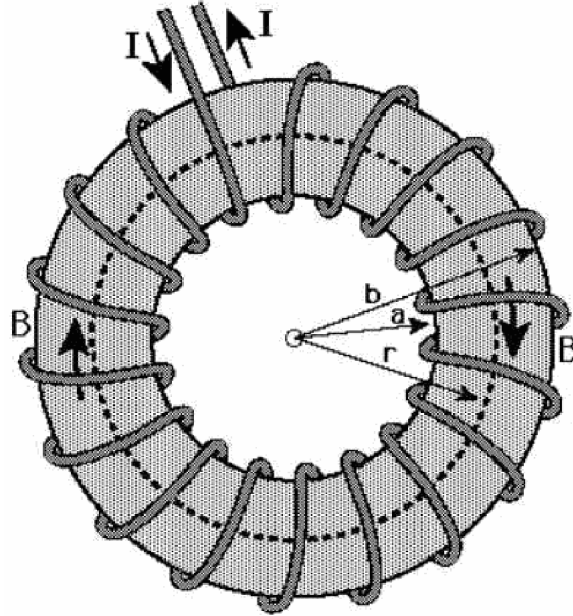
< 보기 >

- ㄱ. 음(-)으로 대전되어 있다.
- ㄴ. 전하의 속력은 일정하다.
- ㄷ. 자기장의 세기가 클수록 원운동의 반지름은 크다.

- ① ㄴ
- ② ㄷ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ
- ⑤ ㄴ, ㄷ

문제 4 2025년 제2회 · 8번 · 토로이드 내부 자기장

그림은 토로이드를 나타낸 것이다. 내반지름 $a = 4.0 \text{ cm}$, 외반지름이 $b = 6.0 \text{ cm}$ 인 토로이드 내부의 자기투자율은 $400\mu_0$ 이며 600 회를 감은 코일에 전류 0.1 A 가 흐른다. 토로이드 내부의 $r = 5.0 \text{ cm}$ 인 지점에서 자기장의 크기는 얼마인가? (단, 진공의 투자율은 $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}$ 이다.)

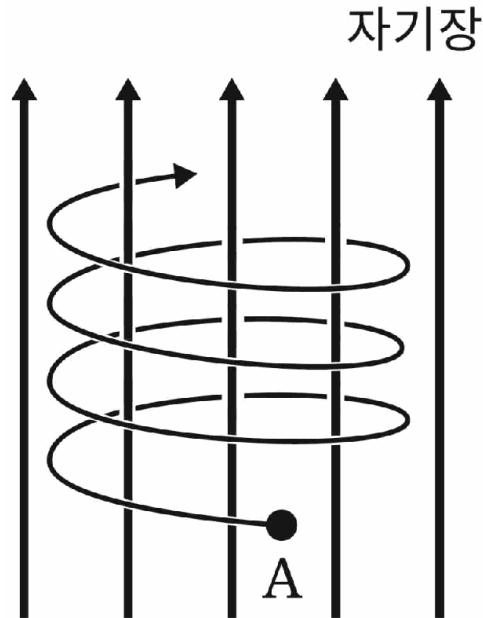


- ① 0.060T
- ② 0.080T
- ③ 0.096T
- ④ 0.120T
- ⑤ 0.160T

문제 5

2026년 제1회 · 9번 · 자기장 내 하전입자 나선운동

그림은 균일한 자기장 내에서 전하를 띤 입자 A가 나선운동 하는 것을 나타낸 것이다. 전하는 위에서 보았을 때 시계방향으로 원운동을 하면서 진행하고 있다. A에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?



< 보기 >

- ㄱ. 양(+)으로 대전되어 있다.
- ㄴ. 전하의 속력은 일정하다.
- ㄷ. 자기장의 세기가 클수록 원운동의 반지름은 작아진다.

- ① ㄴ
- ② ㄷ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

해설

문제 1 2024년 제1회 · 11번 · ㄴ, ㄷ

정답 ③

풀이

두 입자 모두 자기장에 수직으로 입사했으므로 $v_{\perp} = v$ 이고, 반지름 공식이 그대로 적용된다.

$$r = \frac{mv}{qB}$$

두 입자는 같은 자기장 영역에 있으므로 B 는 공통이다. 따라서 조건 $r_A = 2r_B$ 는

$$\frac{m_A v_A}{q_A} = 2 \frac{m_B v_B}{q_B} \iff (m_A/m_B) \frac{v_A/v_B}{q_A/q_B} = 2$$

로 정리된다. **비(比)만 남으므로 B 도 단위도 신경 쓸 필요가 없다.** 각 보기를 $(m_A/m_B, v_A/v_B, q_A/q_B)$ 세 숫자로 읽고 mv/q 를 계산하면 된다.

ㄱ. $(1, 2, 2) \rightarrow 1 \times 2/2 = 1$. 속력이 두 배가 된 효과를 전하량이 두 배가 된 효과가 정확히 상쇄해 반지름이 **같아진다**. → **거짓**

ㄴ. $(1, 2, 1) \rightarrow 1 \times 2/1 = 2$. → **참**

ㄷ. $(2, 2, 2) \rightarrow 2 \times 2/2 = 2$. 질량과 속력이 각각 두 배(분자 4배), 전하량이 두 배(분모 2배)라 알짜로 2배다. → **참**

ㄹ. $(2, 1, 2) \rightarrow 2 \times 1/2 = 1$. 질량 두 배를 전하량 두 배가 상쇄한다. → **거짓**

따라서 ㄴ, ㄷ 이므로 ③.

덧붙이면, 그림에서 두 입자는 아래쪽 경계로 들어와 위로 돌아 반원을 그린 뒤 다시 경계로 나온다. 자기장이 화면으로 들어가는 방향($-z$)인데 궤도가 반시계 방향이므로, 3.1절의 역방향 판별을 적용하면 두 입자는 모두 **양전하**다. 다만 이 문항은 크기의 비만 묻고 있어 부호는 답에 영향을 주지 않는다.

이 유형의 표준 절차 – 비례관계 조작

1. B 가 공통인지 먼저 확인한다. “같은 자기장 영역”, “같은 세기의 자기장”이면 B 는 약분된다.
2. 주어진 것이 속력인지 운동에너지인지 판별한다.
속력이면 $r \propto mv/q$, 운동에너지면 $r \propto \sqrt{mK}/q$ – 여기서 갈린다.
3. 각 보기를 배수 세 개로 바꿔 적고

$$(m \text{ 배수}) \times (v \text{ 배수}) / (q \text{ 배수})$$

를 암산한다.

4. 목표값(여기서는 2)과 비교한다. 상쇄되어 1이 되는 함정 보기가 반드시 섞여 있다.

풀이

주어진 것은 **속력이 아니라 운동에너지**다. 이 한 줄을 놓치면 답이 ㄴ으로 간다.

반지름을 운동량으로 쓰면 $r = p/(qB)$ 이고, 운동에너지와 운동량의 관계는

$$K = \frac{p^2}{2m} \implies p = \sqrt{2mK}$$

이므로

$$r = \frac{\sqrt{2mK}}{qB}$$

문제 조건은 두 입자의 B, K, r 가 모두 같다는 것이다. 위 식을 q 에 대해 풀면

$$q = \frac{\sqrt{2mK}}{rB} \implies q \propto \sqrt{m}$$

K, r, B 가 전부 상수이므로 남는 의존성은 $\sqrt{m}$ 뿐이다.

$$Q_A : Q_B = \sqrt{m_A} : \sqrt{m_B}$$

→ ③

왜 제곱근인가. 같은 운동에너지라면 무거운 입자가 **더 느리다** ($v \propto 1/\sqrt{m}$). 그래서 $mv = m \cdot 1/\sqrt{m} \propto \sqrt{m}$ 으로, 질량이 4배면 운동량은 2배밖에 되지 않는다. 같은 반지름을 유지하려면 전하량도 2배면 충분하다.

자주 하는 실수

“질량이 크면 반지름이 크니까 전하량도 그만큼 커야 한다” 식으로 $Q \propto m$ (보기 ㄴ)을 고르는 것이 이 문항의 최다 오답이다. $r \propto mv/q$ 에서 v 를 상수로 착각한 결과다. **속력이 같다**는 조건은 문제 어디에도 없다 – 같은 것은 **운동에너지**다. 운동에너지가 고정되면 m 과 v 는 연동되어 움직이고, 그 결합이 $\sqrt{m}$ 을 낳는다.

이 유형의 표준 절차 – “무엇이 같은가”를 먼저 적어라

1. 문제가 고정한 양을 나열한다: 여기서는 B, K, r – 세 개.
2. 세 가지 형태 중 고정된 양만 남는 것을 고른다.

$$r = \frac{mv}{qB} \quad r = \frac{\sqrt{2mK}}{qB} \quad r = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2mV}{q}}$$

3. 묻는 양(Q_A/Q_B)에 대해 풀고, 상수는 전부 지운다.
4. **제곱근이 남는지** 확인한다. 운동에너지·가속전압 조건이면 거의 항상 남는다.

풀이

3.4절의 4단계 절차를 그대로 밟는다.

분해. 자기장은 연직 위(+ $\hat{z}$)이고, A는 원을 그리면서 동시에 위로 나아간다. 즉 $\vec{v}$ 에 $\vec{B}$ 와 나란한 성분 $v_{\parallel} > 0$ 과 수직 성분 $v_{\perp}$ 가 모두 있다. 자기력은 $v_{\perp}$ 에만 작용하고, $v_{\parallel}$ 은 그대로 유지되어 나선이 된다.

ㄱ. 전하의 부호. 위에서 볼 때 **시계방향**이다. 나선 축을 z 축으로 두고 입자가 축의 $+x$ 쪽을 지나는 순간을 잡으면, 시계방향이므로 그 순간 $\vec{v}_{\perp}$ 는 $-\hat{y}$ 방향이다.

$$\vec{v}_{\perp} \times \vec{B} = (-v_{\perp}\hat{y}) \times (B\hat{z}) = -v_{\perp}B(\hat{y} \times \hat{z}) = -v_{\perp}B\hat{x}$$

이 벡터는 축(중심)을 향한다. 원운동이 되려면 $\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B})$ 가 중심을 향해야 하므로 $q > 0$, 즉 A는 **양(+)전하**다. 따라서 “음(-)으로 대전되어 있다”는 서술은 틀렸다. → **거짓**

ㄴ. 속력. 자기력은 언제나 속도에 수직이므로 일을 하지 않는다($dW = \vec{F} \cdot \vec{v} dt = 0$). 운동에너지가 변하지 않으므로 속력은 일정하다. 나선이 위로 올라간다고 해서 빨라지는 것이 아니다. → **참**

ㄷ. 반지름과 자기장. $r = mv_{\perp}/(qB)$ 에서 B 는 **분모**에 있다. 자기장이 셀수록 더 강하게 휘므로 반지름은 **작아진다**. 서술이 정반대다. → **거짓**

따라서 ㄴ 뿐이므로 ①.

자주 하는 실수

ㄱ에서 “위로 진행하니까 자기력이 위로 밀어준다 → 오른손 엄지를 위로” 식으로 판별하면 반드시 틀린다. $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$ 는 $\vec{B}$ 에 항상 수직이므로 **축 방향 힘 성분은 0**이다. 축 방향 운동은 힘의 결과가 아니라 처음부터 있던 초기 속도다. 부호 판별에는 오직 **수평면 안의 회전**만 쓴다.

풀이

토로이드 내부에 반지름 r 인 원형 앙페르 고리를 잡는다. 대칭성에 의해 B 는 고리 위에서 일정하고 고리에 나란하므로

$$B \cdot 2\pi r = \mu NI \implies B = \frac{\mu NI}{2\pi r}$$

여기서 N 은 총 감은 수(600)이고, r 는 자기장을 구하려는 지점까지의 거리다. $a = 4.0 \text{ cm} < r = 5.0 \text{ cm} < b = 6.0 \text{ cm}$ 이므로 이 지점은 토로이드 내부이고 위 식이 유효하다.

투자율은 $\mu = 400\mu_0 = 400 \times 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}$ 이다. 대입하면

$$B = \frac{400 \times 4\pi \times 10^{-7} \times 600 \times 0.1}{2\pi \times 0.050}$$

π 를 약분하고 정리한다.

$$B = \frac{400 \times 4 \times 10^{-7} \times 60}{2 \times 0.050} = \frac{9.6 \times 10^{-3}}{0.1} = 0.096 \text{ T}$$

→ ③

크기 감각. 철심 없이 μ_0 만이었다면 $B = 2.4 \times 10^{-4} \text{ T} = 240\mu\text{T}$ 로 지구 자기장의 몇 배 수준에 불과하다. $\mu_r = 400$ 인 자성체 코어가 이를 400배로 끌어올려 0.096 T를 만든다.

자주 하는 실수

선택지 ④ 0.120 T와 ② 0.080 T는 각각 r 자리에 **내반지름** $a = 4 \text{ cm}$ 와 **외반지름** $b = 6 \text{ cm}$ 를 넣었을 때 나오는 값이다. 출제자가 두 오답을 미리 깔아 둔 것이다. a 와 b 는 “여기가 토로이드 내부인지” 판정하는 데만 쓰이고, 공식에는 r 만 들어간다. 또 하나 - $N = 600$ 은 총 감은 수이지 단위길이당 감은 수가 아니다. 솔레노이드 공식 $B = \mu nI$ 와 혼동해 600 을 n 자리에 넣으면 자릿수가 통째로 어긋난다.

풀이

그림과 상황은 문제 3(2025년 제1회 10번)과 **완전히 같고**, 보기 세 문장이 모두 뒤집혀 있다. 같은 판정을 그대로 적용하면 이번에는 셋 다 참이 된다.

ㄱ. 양(+)으로 대전되어 있다. 자기장은 $+\hat{z}$, 회전은 위에서 볼 때 시계방향. 축의 $+x$ 쪽을 지나는 순간 $\vec{v}_\perp = -v_\perp \hat{y}$ 이므로

$$\vec{v}_\perp \times \vec{B} = (-v_\perp \hat{y}) \times (B \hat{z}) = -v_\perp B \hat{x}$$

축(중심)을 향한다. 구심력이 되려면 $q > 0$ 이어야 하므로 A는 양전하다. → 참

ㄴ. 속력은 일정하다. $\vec{F} \perp \vec{v}$ 이므로 자기력이 하는 일은 0이고, 운동에너지와 속력은 변하지 않는다. 축 방향 성분 $v_\parallel$ 과 수직 성분 $v_\perp$ 도 각각 일정하므로 나선의 반지름과 피치도 처음부터 끝까지 그대로다. → 참

ㄷ. 자기장이 셀수록 반지름이 작아진다. $r = mv_\perp / (qB)$ 에서 B 가 분모이므로 B 가 커지면 r 는 반비례로 줄어든다. → 참

셋 모두 참이므로 ⑤.

두 문항을 나란히 보는 법. 2025년 제1회 10번은 ㄱ·ㄷ을 거짓 문장으로 냈고(답 ①), 2026년 제1회 9번은 같은 두 항목을 참 문장으로 되돌려 냈다(답 ⑤). 그림이 같다고 답을 외워 오면 정확히 뒤집힌 답을 고르게 된다. 판정 근거를 외워야지 답을 외우면 안 되는 이유가 여기 있다.

이 장의 요약

1. $r = mv / (qB)$ – 5회 중 4회 출제된 최빈출 식. 주어진 것이 속력이면 $r \propto mv/q$, 운동에너지면 $r \propto \sqrt{mK}/q$, 가속전압이면 $r \propto \sqrt{m/q}/B$. 셋을 구분하는 것이 전부다.
2. 주기 $T = 2\pi m / (qB)$ 는 속력·반지름과 무관하다. 빠른 입자는 큰 원을 그리되 같은 시간에 한 바퀴 돈다.
3. 자기력은 일을 하지 않는다. “속력이 일정한가” 보기는 궤도가 원이든 나선이든 계산 없이 참이다.
4. 나선운동은 분해가 전부다. $v_\parallel$ 은 등속직선(자기력 0), $v_\perp$ 는 원운동. 부호는 한 점에서 $\vec{v}_\perp \times \vec{B}$ 가 중심을 향하는지로 판별한다 – 축 방향 운동은 근거가 아니다.
5. 토로이드 $B = \mu NI / (2\pi r)$ – N 은 총 감은 수, r 는 구하려는 지점까지의 거리. a 나 b 를 넣은 오답이 선택지에 함께 놓여 있다. 솔레노이드 $\mu_0 n I$ 와 달리 내부에서 균일하지 않다.

제4장 전자기 유도

최근 5회분(90문항)에서 전자기학은 **매회 정확히 5문항**이 출제되어 전 단원 중 비중이 가장 크다(25문항, 27.8%). 그중 전자기 유도는 6문항으로, **이 편에서 최고 난이도 문항이 몰려 있는 구간**이다. 9번 11번 자리에 배치되어 사실상 변별 문항 역할을 한다. 출제 축은 세 가지다 – (i) **비균일 자기장에서 선속을 적분해 기전력을 구하는 문항**, (ii) **레일 위 두 도체막대 – 운동량 보존으로 최종 속도와 발생 열을 결정하는 문항**, (iii) **자석이 코일을 통과할 때의 유도전류 파형 판정**. 특히 (ii)와 (iii)은 **계산이 아니라 보존량과 그래프 개형**으로 승부가 갈리는 자리라, 이 장에서 가장 공들여 다룬다.

학습 목표

- 자기선속을 $\Phi = \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$ 로 정의하고, 비균일 자기장에서 직접 적분할 수 있다.
- 패러데이 법칙과 렌츠 법칙으로 유도 기전력의 크기와 유도전류의 방향을 함께 판정할 수 있다.
- 운동 기전력 BLv 와 자기 제동력 B^2L^2v/R 로 도체막대의 운동방정식을 세울 수 있다.
- 레일 위 두 막대 문제를 **운동량 보존**으로 풀어 최종 공통속도와 소산된 열을 구할 수 있다.
- 자석이 코일을 통과할 때 유도전류 파형의 부호 반전 시점과 두 봉우리의 비대칭을 설명할 수 있다.

4.1 자기선속과 비균일 자기장에서의 적분

자기선속은 면을 “뚫는 자기력선의 개수”에 해당하는 양으로, 자기장과 면적벡터의 내적을 면 전체에 대해 더한 것이다.

$$\Phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{A} = \int_S B \cos \theta dA \quad [\text{Wb} = \text{T} \cdot \text{m}^2]$$

자기장이 면에 걸쳐 **균일할 때만** $\Phi = BA \cos \theta$ 로 줄어든다. 경시 문항은 바로 이 지점을 노린다 – 자기장이 위치에 따라 다르면 반드시 적분해야 하고, “가운데 값 $\times$ 넓이”로 어렵다면 대부분 틀린 답이 나온다.

(예 1) $B = B_0 x^2 t^3$ 인 자기장 속의 $a \times b$ 사각회로 (x : 0 에서 a , 세로 b)

$$\Phi = \int_0^b \int_0^a B_0 x^2 t^3 dx dz = B_0 b t^3 \left[\frac{x^3}{3} \right]_0^a = \frac{1}{3} B_0 a^3 b t^3$$

가로 길이는 a^3 으로, 세로 길이는 b^1 로 들어간다. **가로와 세로가 대칭이 아니다.** 자기장이 x 에만 의존하므로 x 방향은 적분이 되고 z 방향은 단순히 곱해지기 때문이다.

(예 2) 무한 직선전류에서 d 만큼 떨어진 $a \times b$ 사각회로 (가로 a 가 도선에 수직)

도선에서 거리 x 인 곳의 자기장은 $B = \mu_0 I / 2\pi x$ 이고, 폭 dx 인 띠의 넓이는 $b dx$ 이므로

$$\Phi = \int_d^{d+a} \frac{\mu_0 I}{2\pi x} b dx = \frac{\mu_0 I b}{2\pi} \ln \left(\frac{d+a}{d} \right) = \frac{\mu_0 I b}{2\pi} \ln \left(1 + \frac{a}{d} \right)$$

$1/x$ 를 적분하면 $\ln$ 이 나온다 – 직선전류 옆 사각회로가 나오면 답에 반드시 로그가 들어간다. 선택지에 $\ln$ 이 보이지 않는다면 그 선택지는 볼 것도 없이 틀린 것이다.

자주 하는 실수

비균일 자기장에서 “회로 중심의 자기장 $\times$ 회로 넓이”로 선속을 구하는 것은 근사조차 아니다. 직선전류 옆 사각회로에서 그렇게 하면 $\Phi \approx \mu_0 I a b / 2\pi (d + a/2)$ 가 되는데, 정확한 값 $(\mu_0 I b / 2\pi) \ln(1 + a/d)$ 와는 a/d 가 클수록 크게 어긋난다. 다만 “**중심에서의 자기장의 크기**”만을 묻는 보기라면 $\mu_0 I / 2\pi (d + a/2)$ 가 맞다 – 선속을 묻는지 한 점의 자기장을 묻는지 문장을 정확히 읽어야 한다.

4.2 패러데이 법칙과 렌츠 법칙

회로를 지나는 자기선속이 변하면 회로에 기전력이 생긴다.

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt}, \quad N \text{ 회 감긴 코일이면 } \mathcal{E} = -N\frac{d\Phi}{dt}$$

음의 부호가 **렌츠 법칙**이다. 유도전류는 언제나 **자신을 만든 선속 변화를 방해하는** 쪽으로 흐른다. 선속이 늘면 줄이는 쪽으로, 줄면 유지하는 쪽으로 자기장을 만든다. 이 부호는 에너지 보존의 다른 표현이다 – 만약 유도전류가 변화를 도와준다면 작은 흔들림이 스스로 증폭되어 에너지가 무한정 생겨날 것이다.

기전력의 크기를 결정하는 것은 **선속 자체가 아니라 선속의 변화율**이다. 선속이 아무리 커도 변하지 않으면 기전력은 0이고, 선속이 순간적으로 0이어도 빠르게 변하면 기전력은 크다.

유도 기전력이 생기는 세 가지 원인

변하는 것	기전력	대표 상황	이 장의 기출
자기장 B	$\mathcal{E} = -A\frac{dB}{dt}$	전자석의 전류를 바꾼다 / 옆 도선의 전류가 변한다 / 자석이 다가온다	2024-2 9번, 10번 2025-1 9번, 2025-2 11번
넓이 A	$\mathcal{E} = -B\frac{dA}{dt}$	레일 위 막대가 미끄러진다 / 회로를 잡아당겨 늘린다	2024-1 9번 2026-1 11번
방향(각) θ	$\mathcal{E} = BA\omega \sin \omega t$	회로가 자기장 속에서 회전한다 – 발전기, 교류의 원리	(본 5회분 미출제)

세 원인이 동시에 작동하면 $\Phi = BA \cos \theta$ 를 통째로 미분한다 – 곱의 미분이므로 항이 세 개 나온다.

렌츠 법칙 적용 4단계

- 회로면을 뚫는 자기장의 **방향**을 정한다 (지면 안? 밖?).
- 그 방향 선속이 지금 **늘고 있는지 줄고 있는지** 판정한다.
- 유도전류가 만들 자기장의 방향을 정한다 – 늘면 **반대**, 줄면 **같은** 방향.
- 오른손 법칙으로 그 자기장을 만드는 전류의 회전 방향을 읽는다.

자주 하는 실수

방향을 묻는 보기는 좌표계에서 먼저 무너진다. x 축이 오른쪽, z 축이 위쪽인 **오른손 좌표계**라면 $+y$ 축은 반드시 **지면 안쪽**을 향한다 ($\hat{x} \times \hat{y} = \hat{z}$). 그림에서 y 축이 오른쪽 위로 비스듬히 그려져 있어도 그것은 깊이 방향을 비스듬히 그린 것일 뿐, 독자 쪽으로 나오는 것이 아니다. 이 한 번의 착각으로 시계/반시계가 통째로 뒤집힌다. 2024년 제2회 9번이 정확히 그 문항이다.

4.3 운동 기전력과 자기 제동

자기장 B 속에서 길이 L 인 도체막대가 속도 v 로 (막대와 $\vec{B}$ 둘 다에 수직하게) 움직이면, 막대 안의 자유전하가 $q\vec{v} \times \vec{B}$ 의 힘을 받아 양 끝에 쌓인다. 평형에서

$$\mathcal{E} = BLv$$

이것은 선속으로 봐도 같다. 레일 사이 간격이 L 이고 막대가 dx 만큼 가면 회로 넓이가 $L dx$ 만큼 변하므로 $|\mathcal{E}| = BL dx/dt = BLv$ 다.

회로 저항이 R 이면 전류와 막대가 받는 힘은

$$I = \frac{BLv}{R}, \quad F = -BIL = -\frac{B^2 L^2}{R} v$$

속도에 비례하는 제동력이다. 공기저항의 점성 항과 수학적으로 완전히 같은 꼴이라, 막대 하나만 움직이는 문제에서는 속도가 지수적으로 감소한다.

$$m \frac{dv}{dt} = -\frac{B^2 L^2}{R} v \implies v(t) = v_0 e^{-t/\tau}, \quad \tau = \frac{mR}{B^2 L^2}$$

τ 를 보면 물리가 한눈에 읽힌다. **저항이 크면 제동이 약해 오래 미끄러지고, 자기장이 세면 금방 멈춘다.** 그리고 소산되는 총 열은 $\int Fv dt = \frac{1}{2}mv_0^2$ 로 R 와 무관하다 – 결국 운동에너지 전부가 열이 된다. 저항이 바뀌는 것은 **에너지의 총량이 아니라 그 에너지가 나오는 데 걸리는 시간과 이동 거리**다.

4.4 레일 위 두 도체막대 – 운동량 보존

이 장에서 가장 자주, 가장 어려운 형태로 나오는 설정이다. 질량 m , 길이 L , 저항 R 인 두 막대가 같은 레일 위에 있고, 왼쪽 막대가 v_0 로 출발한다.

핵심은 회로가 하나라는 것이다. 두 막대는 직렬로 연결된 하나의 고리를 이루므로 같은 전류가 흐른다. 기전력은 두 막대의 운동 기전력의 차이이고, 총 저항은 $2R$ 이다.

$$\mathcal{E} = BL(v_1 - v_2), \quad I = \frac{BL(v_1 - v_2)}{2R}$$

같은 전류가 같은 자기장 속의 같은 길이 막대에 흐르므로, **두 막대가 받는 힘은 크기가 같고 방향이 반대다.** 따라서 계의 운동량이 보존된다. 이것이 이 유형의 전부다.

$$mv_1 + mv_2 = mv_0 = \text{일정} \implies v_\infty = \frac{v_0}{2}$$

상대속도는 지수적으로 사라진다. 두 식을 빼면

$$\frac{d}{dt}(v_1 - v_2) = -\frac{B^2 L^2}{mR}(v_1 - v_2) \implies v_1 - v_2 = v_0 e^{-t/\tau}, \quad \tau = \frac{mR}{B^2 L^2}$$

$v_1 - v_2$ 는 지수함수라 **0에 접근할 뿐 결코 음수가 되지 않는다.** 즉 왼쪽 막대가 오른쪽 막대보다 느려지는 순간은 영원히 오지 않는다.

발생한 열은 처음과 나중 운동에너지의 차이이다.

$$Q = \frac{1}{2}mv_0^2 - \frac{1}{2}(2m)\left(\frac{v_0}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}mv_0^2 - \frac{1}{4}mv_0^2 = \frac{1}{4}mv_0^2 = \frac{1}{2}K_0$$

초기 운동에너지의 정확히 절반이 열로 사라진다. 이는 같은 질량 두 물체의 **완전 비탄성 충돌**과 완전히 같은 결과다 – 전자기 유도가 “저항이라는 브레이크를 통한 느린 완전 비탄성 충돌” 역할을 하는 것이다.

두 막대가 접근한 거리는 상대속도를 적분해서 얻는다.

$$\Delta s = \int_0^\infty v_0 e^{-t/\tau} dt = v_0 \tau = \frac{mRv_0}{B^2 L^2}$$

레일 위 두 막대 – 외워야 할 네 줄

1. 두 막대에 걸리는 힘은 작용-반작용 꼴 $\rightarrow$ **운동량 보존**. 질량이 같으면 $v_\infty = v_0/2$.
2. 발생 열 $Q = \frac{1}{2}\mu(\Delta v)^2$ (μ 는 환산질량). 질량이 같으면 $Q = K_0/2$.
3. Q 는 B, L, R 에 **전혀 의존하지 않는다**. 보존량만으로 정해지기 때문이다.
4. R 가 커지면 τ 가 커져 **더 천천히, 더 멀리** 간다. 접근 거리 $\Delta s = v_0 \tau \propto R$.

자주 하는 실수

“저항이 커지면 저항에서 소모되는 에너지가 커진다”는 서술은 회로 상식으로는 그럴듯하지만 이 문제에서는 **거짓**이다. 소산되는 열은 운동량 보존이 정해 버리므로 R 와 무관하다. R 가 바꾸는 것은 열의 총량이 아니라 **그 열이 나오는 데 걸리는 시간**($\tau \propto R$)뿐이다. 2024년 제1회 9번의 $\perp$ 보기가 정확히 이 함정이다.

4.5 상호유도와 자체유도

회로 1의 전류가 회로 2에 만드는 선속은 전류에 비례한다. 그 비례상수가 **상호 인덕턴스**다.

$$\Phi_{2 \leftarrow 1} = MI_1, \quad \mathcal{E}_2 = -M \frac{dI_1}{dt}$$

무한 직선전류와 그 옆 $a \times b$ 사각회로라면 4.1의 결과에서 곧바로 읽힌다.

$$M = \frac{\mu_0 b}{2\pi} \ln\left(1 + \frac{a}{d}\right)$$

M 은 **기하학적 배치만으로 정해지는 상수**다. 전류가 어떻게 변하든 M 은 그대로이므로, $I(t) = I_0 e^{-\lambda t}$ 라면

$$|\mathcal{E}| = M \left| \frac{dI}{dt} \right| = \frac{\mu_0 b}{2\pi} \ln\left(1 + \frac{a}{d}\right) \cdot \lambda I_0 e^{-\lambda t}$$

즉 **기하 인자 M 을 한 번 구해 두고 dI/dt 만 곱하면 끝난다**. 시간 함수를 선속 적분 안으로 끌고 들어갈 필요가 없다.

자기 자신에 대해서도 같은 관계가 성립하며, 이때의 계수를 **자체 인덕턴스 L** 이라 한다.

$$\Phi = LI, \quad \mathcal{E} = -L \frac{dI}{dt}, \quad U = \frac{1}{2} LI^2$$

자체유도는 전류의 변화를 방해하므로, 인덕터는 **전류에 대한 관성**처럼 행동한다. 축전기가 전압을 갑자기 못 바꾸는 것과 정확히 짝을 이루는 성질이다.

4.6 자석이 코일을 통과할 때의 파형

매년 형태를 바꿔 나오는 그래프 판정 유형이다. 자석이 코일에 다가와 관통하고 빠져나갈 때, 코일을 지나는 선속 $\Phi(t)$ 는 0 에서 시작해 최대를 찍고 다시 0 으로 돌아온다. 따라서 $\mathcal{E} = -d\Phi/dt$ 는

- 들어갈 때: 선속 증가 $\rightarrow$ 기전력 한쪽 부호
- 자석이 코일 한가운데: 선속 최대 $\rightarrow$ 변화율 0 $\rightarrow$ 기전력 0
- 나올 때: 선속 감소 $\rightarrow$ 기전력 반대 부호

즉 그래프는 반드시 **봉우리 두 개, 부호가 서로 반대인** 모양이다. 한쪽 부호만 있는 그래프, 일정한 값인 그래프는 선택지에서 즉시 지운다.

두 봉우리의 관계는 **면적**이 결정한다. 기전력을 시간으로 적분하면 선속 변화량이 되므로

$$\int_{\text{들어갈 때}} |\mathcal{E}| dt = \Phi_{\max} = \int_{\text{나올 때}} |\mathcal{E}| dt$$

두 봉우리의 면적은 자석의 속도와 무관하게 항상 같다. 그러므로

- 등속으로 지나가면: 들어갈 때와 나올 때가 같은 속도 $\rightarrow$ 두 봉우리의 **높이도 폭도 같다**(부호만 반대).
- 가속하며 지나가면: 나올 때가 더 빠르다 $\rightarrow$ 두 번째 봉우리가 **더 높고 더 좁다**. 면적이 같아야 하므로 높아지면 반드시 좁아진다.
- 감속하며 지나가면: 그 반대 – 첫 번째 봉우리가 높고 좁다.

이 세 줄이면 2025년 제1회 9번과 제2회 11번을 선택지만 보고 가를 수 있다.

자석-코일 파형 3초 판정법

1. 부호가 한 번 뒤집히는가? – 아니면 탈락.
2. 뒤집히는 순간(0을 지나는 점)이 있는가? – 자석이 코일 중앙에 있는 순간이다.
3. 속력이 일정하면 좌우 대칭, 빨라지면 **뒤쪽이 높고 좁게**, 느려지면 **앞쪽이 높고 좁게**.
4. 두 봉우리의 **면적**은 어느 경우에도 같다 – 높이와 폭은 반비례로만 바뀐다.

자주 하는 실수

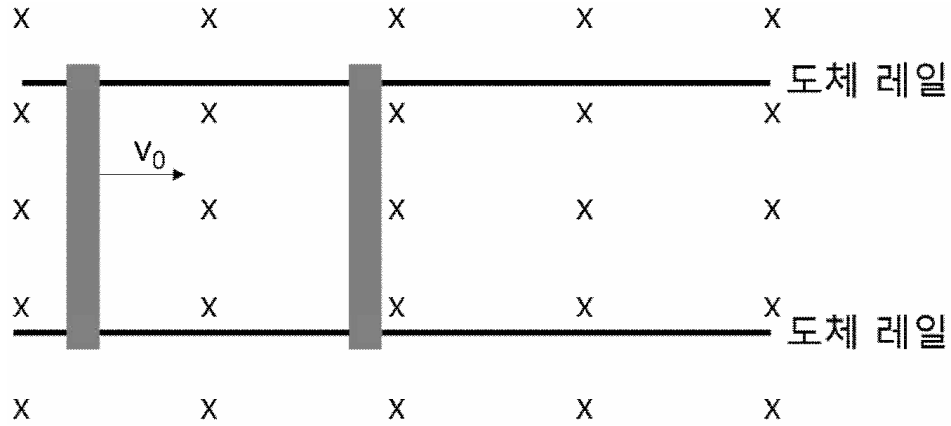
“자석이 코일 한가운데 있을 때 선속이 최대이므로 전류도 최대”라는 서술은 매년 오답 1순위다. 기전력은 선속이 아니라 **선속의 변화율**이다. 선속이 최대인 그 순간, 기울기가 0이므로 전류는 0이다. 1장에서 “ V 가 0인 점과 E 가 0인 점은 다르다”고 했던 것과 완전히 같은 구조의 함정이다.

기출 문항

제4장 전자기 유도 수록 문항 6개. 해설은 다음 절에 있다.

문제 1 2024년 제1회 · 9번 · 두 도체막대 유도 상호작용

화면으로 들어가는 방향의 균일한 자기장이 존재하는 공간에 평행한 도체 레일이 고정되어 있다. 다음 그림과 같이 도체 레일 위에 길이, 질량, 저항이 같은 도체 막대 두 개를 놓는다. 시간 $t = 0$ 일 때 왼쪽 막대가 속력 v_0 로 오른쪽으로 움직이기 시작하고, 오른쪽 막대는 정지해 있다. 도체 레일의 저항, 레일과 막대 사이의 마찰, 공기 저항은 무시한다. 또한 두 막대는 서로 충돌하지 않는다고 가정한다. 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은?



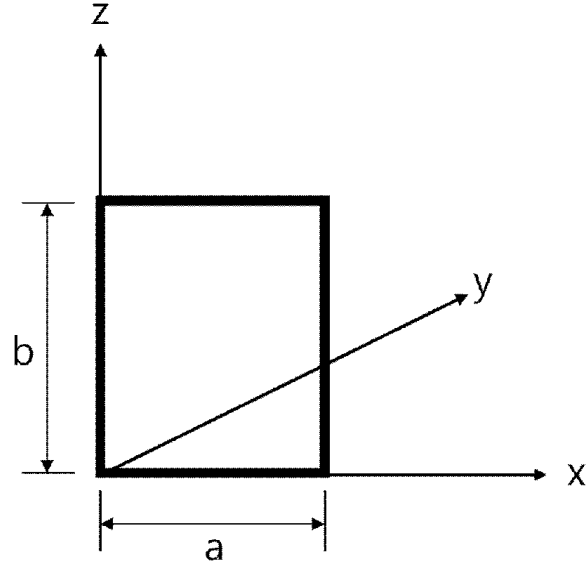
< 보기 >

- ㄱ. 아주 오랜 시간이 지났을 때 계의 초기 운동 에너지 가운데 $1/2$ 이 저항에 의해 소모된다.
- ㄴ. 두 막대의 저항이 커지면 초기 운동 에너지 가운데 저항에 의해 소모되는 에너지가 커진다.
- ㄷ. 왼쪽 막대가 오른쪽 막대보다 느려지는 순간이 있다.
- ㄹ. 아주 오랜 시간이 흐른 뒤 두 막대 사이의 거리는 처음보다 작아진다.

- ① ㄱ, ㄴ
- ② ㄴ, ㄷ
- ③ ㄷ, ㄹ
- ④ ㄱ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄹ

문제 2 2024년 제2회 · 9번 · 시간의존 비균일 자기장의 유도기전력

가로 길이가 a , 세로 길이가 b 인 직사각형 도선이 다음 그림과 같이 xz 평면 위에 놓여 있다. $+y$ 방향으로 $B = B_0 x^2 t^3$ 형태의 자기장이 가해진다. B_0 는 양수이다. 다음 설명 가운데 옳은 것을 모두 고른 것은?



〈 보기 〉

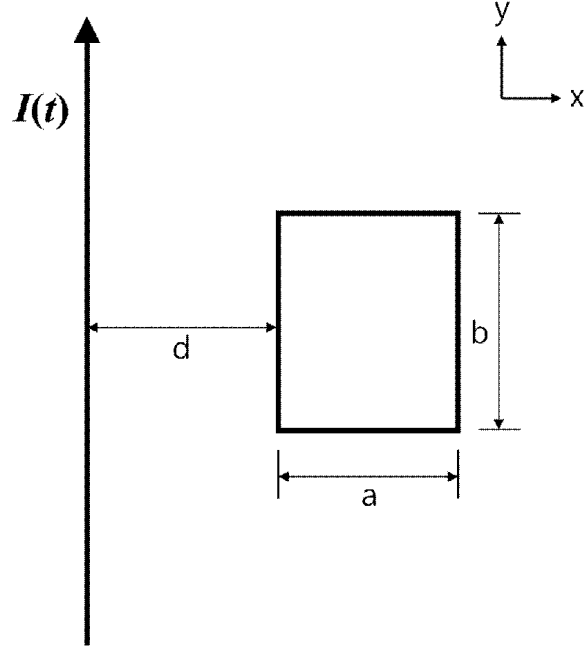
- ㄱ. 유도 기전력의 크기는 시간에 선형적으로 비례한다.
- ㄴ. 유도 기전력의 크기는 시간의 제곱에 비례한다.
- ㄷ. 직사각형 도선에서 전류는 시계 방향으로 흐른다.
- ㄹ. 유도 기전력의 크기는 직사각형 도선의 세로 길이에 선형적으로 비례한다.

- ① ㄱ, ㄷ ② ㄱ, ㄹ ③ ㄴ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄹ ⑤ ㄴ, ㄷ, ㄹ

문제 3

2024년 제2회 · 10번 · 직선전류 옆 사각회로 상호유도

다음 그림은 무한 직선 도선과 거리 d 만큼 떨어진 곳에 위치한 직사각형 모양의 회로를 나타낸 것이다. 회로의 가로 길이는 a , 세로 길이는 b 이다. 무한 직선 도선에 전류 $I(t) = I_0 e^{-\lambda t}$ 가 $+y$ 방향으로 흐른다. 여기서 I_0 와 λ 는 양수이다. 다음 설명 가운데 옳은 것을 모두 고른 것은?



〈 보기 〉

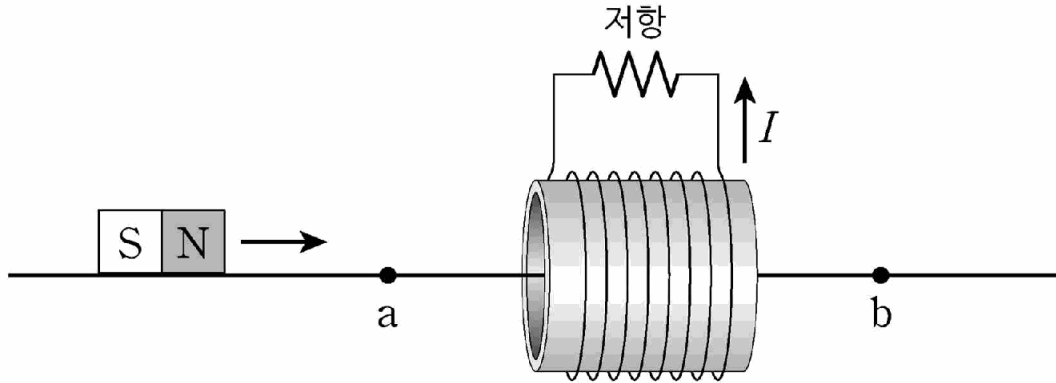
- ㄱ. 회로의 중심에서 무한 도선에 의한 자기장의 크기는 $\frac{\mu_0 I_0 e^{-\lambda t}}{2\pi(d+a/2)}$ 이다.
- ㄴ. 회로에 유도된 기전력의 크기는 $\frac{\mu_0 \lambda b I_0 e^{-\lambda t}}{2\pi} \ln\left(1 + \frac{a}{d}\right)$ 이다.
- ㄷ. 회로에 유도되는 전류는 반시계 방향으로 흐른다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
 ④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

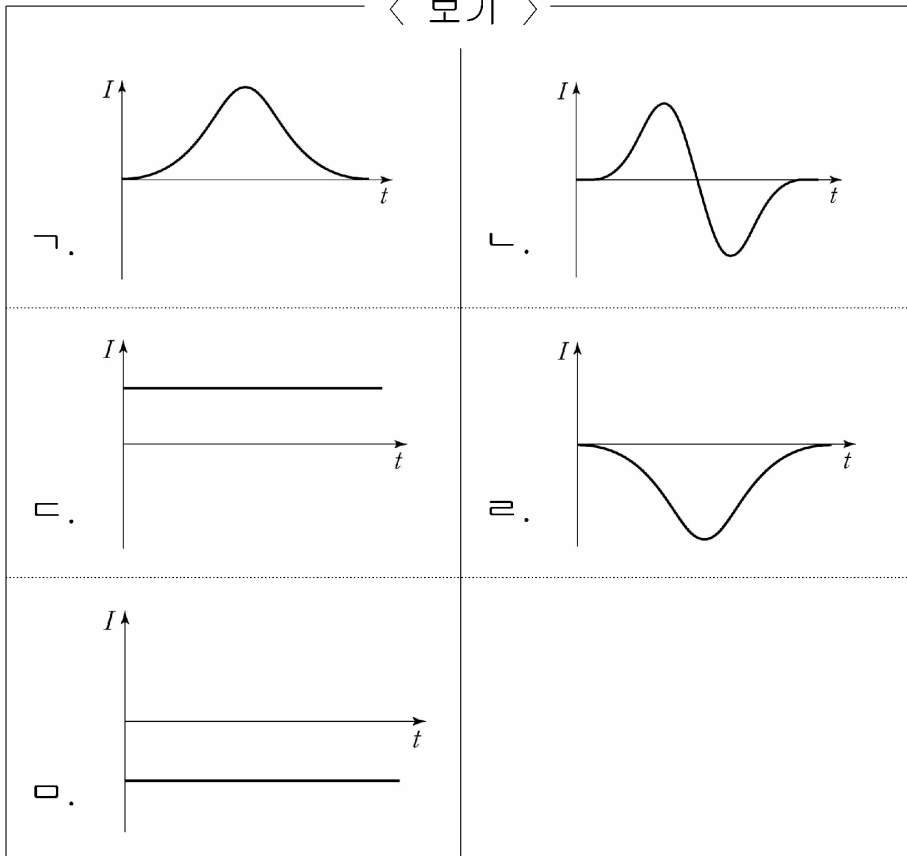
문제 4

2025년 제1회 · 9번 · 코일 통과 자석의 유도전류 파형

그림과 같이 저항이 연결된 코일을 통과하는 마찰이 없는 레일 위에서 자석이 일정한 속력으로 운동하고 있다. 자석이 a 에서 b 를 지날 때, 저항에 흐르는 전류 I 로 가장 적절한 것은? (단, 화살표 방향으로 전류가 흐를 때를 양(+)으로 한다. 시간은 자석이 코일을 완벽하게 지나갈 때까지 측정한다.)



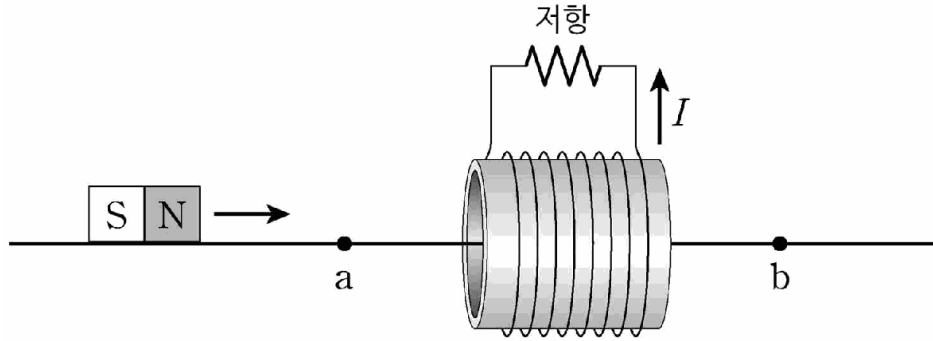
〈 보기 〉



- ① ㉠
- ② ㉡
- ③ ㉢
- ④ ㉣
- ⑤ ㉤

문제 5 2025년 제2회 · 11번 · 코일 통과 자석의 유도기전력 개형

그림과 같이 저항이 연결된 코일을 통과하는 마찰이 없는 레일 위에서 자석이 속력이 증가하는 등가속 운동으로 접근하고 있다. 자석이 a에서 b를 지날 때, 시간에 따른 저항에 흐르는 전류 I 로 가장 적절한 것은? (단, 화살표 방향으로 전류가 흐를 때를 양(+)으로 한다. 시간은 자석이 코일을 완벽하게 지나갈 때까지 측정한다.)



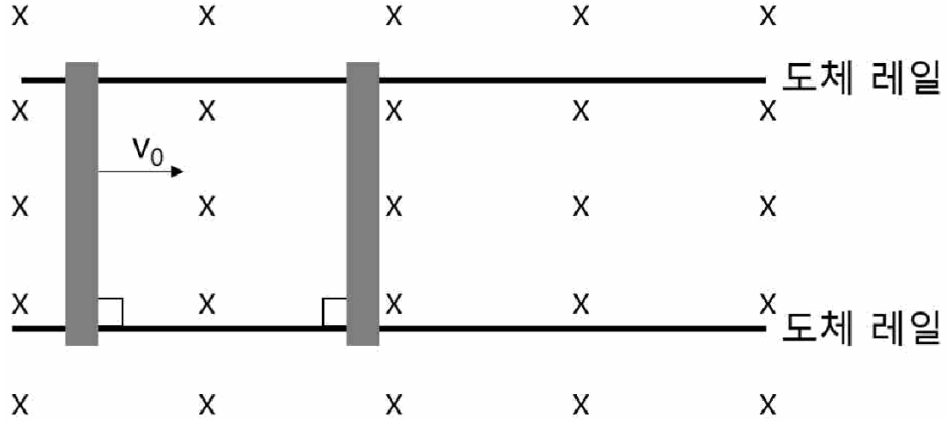
<보기>					
㉠		㉡		㉢	
㉣		㉤			

- ① ㉠
- ② ㉡
- ③ ㉢
- ④ ㉣
- ⑤ ㉤

문제 6

2026년 제1회 · 11번 · 레일 위 두 도체막대 전자기유도

그림과 같이 화면으로 들어가는 방향의 균일한 자기장이 존재하는 공간에 고정된 평행한 두 도체 레일 위에 길이, 질량, 저항이 같은 도체 막대 두 개가 놓여 있다. 시간 $t = 0$ 일 때 오른쪽 막대는 정지해 있고, 왼쪽 막대는 속도 v_0 로 오른쪽으로 움직이기 시작한다. 이에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, 도체 레일의 저항, 레일과 막대 사이의 마찰, 공기 저항은 무시한다. 또한 두 막대는 서로 충돌하지 않으며 도체 레일은 충분히 길다.)



< 보기 >

- ㄱ. 시간이 지남에 따라 왼쪽 막대는 속력이 감소하고, 오른쪽 막대는 정지한 상태를 유지한다.
- ㄴ. 두 막대의 운동에너지는 열에너지로 변환되어 손실이 일어난다.
- ㄷ. 시간이 충분히 흐르면 두 막대의 속력은 서로 같아진다.

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

해설

문제 1 2024년 제1회 · 9번 · ㄱ, ㄴ — 두 막대의 운동량 보존

정답 ⑤

풀이

두 막대는 레일을 통해 **하나의 닫힌 고리**를 이룬다. 따라서 어느 순간에도 두 막대에는 같은 전류가 흐른다.

① **운동방정식**. 왼쪽 막대의 속도를 v_1 , 오른쪽을 v_2 라 하면 고리의 알짜 기전력은 두 운동 기전력의 차이이고, 총 저항은 두 막대의 직렬인 $2R$ 이다.

$$\mathcal{E} = BL(v_1 - v_2), \quad I = \frac{BL(v_1 - v_2)}{2R}$$

같은 전류가 같은 자기장 속의 같은 길이 막대에 흐르므로 두 막대가 받는 자기력은 **크기가 같고 방향이 반대**다. 왼쪽은 감속, 오른쪽은 가속.

$$m \frac{dv_1}{dt} = -\frac{B^2 L^2}{2R}(v_1 - v_2), \quad m \frac{dv_2}{dt} = +\frac{B^2 L^2}{2R}(v_1 - v_2)$$

② **두 개의 보존·감쇠 관계**. 두 식을 더하면 우변이 사라진다 — 운동량 보존.

$$v_1 + v_2 = v_0 = \text{일정} \implies v_\infty = \frac{v_0}{2}$$

두 식을 빼면 상대속도의 지수 감쇠가 나온다.

$$\frac{d}{dt}(v_1 - v_2) = -\frac{B^2 L^2}{mR}(v_1 - v_2) \implies v_1 - v_2 = v_0 e^{-t/\tau}, \quad \tau = \frac{mR}{B^2 L^2}$$

이제 네 보기를 차례로 판정한다.

ㄱ. 최종 상태는 두 막대가 같은 속도 $v_0/2$ 로 나란히 가는 것이다.

$$K_0 = \frac{1}{2}mv_0^2, \quad K_\infty = \frac{1}{2}(2m)\left(\frac{v_0}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}mv_0^2$$

$$Q = K_0 - K_\infty = \frac{1}{4}mv_0^2 = \frac{1}{2}K_0$$

정확히 절반이 저항에서 열로 소모된다. → 참

ㄴ. 위 계산 어디에도 R 가 들어가지 않았다. Q 는 운동량 보존과 최종 공통속도만으로 결정되므로 **저항과 무관**하다. R 가 커지면 $\tau = mR/B^2 L^2$ 가 커져 같은 열이 **더 천천히** 나올 뿐이다. “저항이 크면 열이 많이 난다”는 직류회로의 감각($P = I^2 R$)을 그대로 옮긴 것이 이 보기의 함정이다. 실제로는 R 가 커지면 전류가 작아져 $I^2 R$ 가 오히려 줄어든다. → 거짓

ㄷ. $v_1 - v_2 = v_0 e^{-t/\tau}$ 는 지수함수이므로 **모든 유한한 시각에서 양수**다. 0에 한없이 가까워질 뿐 음수가 되지 않는다. 왼쪽 막대가 오른쪽보다 느려지는 순간은 존재하지 않는다. → 거짓

ㄹ. 두 막대 사이 거리의 변화율이 바로 $-(v_1 - v_2) < 0$ 이므로 거리는 계속 줄어든다. 줄어드는 총량은

$$\Delta s = \int_0^\infty v_0 e^{-t/\tau} dt = v_0 \tau = \frac{mRv_0}{B^2 L^2}$$

유한한 값만큼 가까워진 뒤 멈춘다(문제에서 충돌하지 않는다고 했으므로 처음 간격이 이보다 크다).
→ 참

따라서 ㄱ, ㄴ 이므로 ⑤.

이 유형의 표준 절차 – 레일 위 두 막대

1. 회로가 하나임을 확인한다 → 두 막대에 **같은 전류**, 총 저항은 **직렬 합**.
2. 기전력은 $BL \times (\text{상대속도})$. 절대속도가 아니다.
3. 두 힘이 크기 같고 반대 → **운동량 보존** → 최종 공통속도를 먼저 적는다.
4. 열은 $Q = K_0 - K_\infty$ 로 구한다. B, L, R 가 **답에 들어가면 틀린 것이다**.
5. B, L, R 가 관여하는 것은 오직 시상수 $\tau = mR/B^2L^2$ – 즉 걸리는 시간과 이동 거리.

자주 하는 실수

이 유형에서 “최종적으로 두 막대가 정지한다”고 답하는 학생이 매우 많다. 정지하면 운동량이 사라진다 – 외력이 없는 계에서 불가능하다. 멈추는 것은 **상대운동**이지 계 전체의 운동이 아니다. 상대속도가 0이 되면 기전력도 전류도 0이 되어, 그 뒤로는 두 막대가 $v_0/2$ 로 영원히 나란히 간다.

풀이

회로는 xz 평면 위의 $a \times b$ 직사각형이고($x: 0 \sim a, z: 0 \sim b$), 자기장은 회로면에 수직한 $+y$ 방향으로 $B = B_0 x^2 t^3$ 이다. 자기장이 x 에 따라 달라지므로 $\Phi = BA$ 를 쓰면 안 된다.

① 선속. 폭 dx , 높이 b 인 세로 띠로 잘라 적분한다.

$$\Phi = \int_0^b \int_0^a B_0 x^2 t^3 dx dz = B_0 b t^3 \left[\frac{x^3}{3} \right]_0^a = \frac{1}{3} B_0 a^3 b t^3$$

② 기전력.

$$|\mathcal{E}| = \left| \frac{d\Phi}{dt} \right| = B_0 a^3 b t^2$$

여기서 두 가지가 한꺼번에 읽힌다. 시간 의존성은 t^3 을 미분한 t^2 이고, 길이 의존성은 가로가 a^3 , 세로가 b^1 이다.

ㄱ. $|\mathcal{E}| \propto t^2$ 이지 t 가 아니다. → 거짓

ㄴ. $|\mathcal{E}| \propto t^2$ — 시간의 제곱에 비례한다. → 참

ㄷ. 방향 판정이 이 문항의 진짜 승부처다. x 축이 오른쪽, z 축이 위쪽인 오른손 좌표계이므로 $\hat{x} \times \hat{y} = \hat{z}$ 를 만족하려면 $+y$ 는 **지면 안쪽**을 향해야 한다. 그림의 비스듬한 y 화살표는 깊이 방향을 비스듬히 그린 것이지 독자 쪽으로 나오는 방향이 아니다.

$t > 0$ 에서 $\Phi \propto t^3$ 은 증가하므로, 지면 안쪽으로 들어가는 선속이 늘고 있다. 렌츠 법칙에 따라 유도전류는 이를 방해하는 **지면 밖으로 나오는** 자기장을 만들어야 하고, 오른손 법칙으로 그것은 독자가 볼 때 **반시계 방향**이다. → 거짓

ㄹ. $|\mathcal{E}| = B_0 a^3 b t^2$ 는 세로 길이 b 의 1차식이다. (x 방향으로만 자기장이 변하므로 z 방향은 적분 없이 그대로 곱해진 결과다.) → 참

따라서 ㄴ, ㄹ 이므로 ④.

이 유형의 표준 절차 — 비균일 자기장의 기전력

1. 자기장이 어느 좌표에 의존하는지 먼저 본다. 의존하는 방향으로만 적분하고, 나머지는 곱한다.
2. 시간 함수는 적분 밖으로 빼낸다 — 적분은 기하 인자만 만든다.
3. 마지막에 시간으로 한 번 미분한다. $t^n \rightarrow n t^{n-1}$, $e^{-\lambda t} \rightarrow -\lambda e^{-\lambda t}$.
4. 방향은 좌표계의 손잡이(handedness)부터 확정한 뒤 렌츠 법칙을 적용한다.

자주 하는 실수

$\Phi = BA$ 로 어림해 $\Phi = B_0 a^2 t^3 \cdot ab = B_0 a^3 b t^3$ 라고 쓰면 계수 $1/3$ 만 틀리고 비례관계는 우연히 맞는다. 이 문항은 비례관계만 묻기 때문에 그 학생도 정답을 맞힌다. 그러나 같은 설정에서 값을 물으면 그대로 3배 오답이 된다. 운이 좋았던 것을 실력으로 착각하지 말 것.

풀이

무한 직선도선에 $I(t) = I_0 e^{-\lambda t}$ 가 +y(위쪽)로 흐르고, 오른쪽으로 d 만큼 떨어진 곳에 가로 a , 세로 b 인 사각회로가 있다.

ㄱ. 회로의 중심은 도선에서 $d + a/2$ 만큼 떨어져 있고, 무한 직선전류의 자기장은 $B = \mu_0 I / 2\pi r$ 이므로

$$B_{\text{중심}} = \frac{\mu_0 I_0 e^{-\lambda t}}{2\pi(d + a/2)}$$

한 점에서의 자기장의 크기를 물었을 뿐이므로 이대로 맞다. → 참

ㄴ. 여기서는 선속을 적분해야 한다. 도선에서 거리 x 인 곳의 폭 dx 짜리 띠의 넓이는 $b dx$ 이므로

$$\Phi = \int_d^{d+a} \frac{\mu_0 I}{2\pi x} b dx = \frac{\mu_0 I b}{2\pi} \ln\left(\frac{d+a}{d}\right) = \frac{\mu_0 I b}{2\pi} \ln\left(1 + \frac{a}{d}\right)$$

기하 인자를 상호 인덕턴스로 묶으면 $M = (\mu_0 b / 2\pi) \ln(1 + a/d)$ 이고, 시간 미분은 전류에만 걸린다.

$$|\mathcal{E}| = M \left| \frac{dI}{dt} \right| = \frac{\mu_0 b}{2\pi} \ln\left(1 + \frac{a}{d}\right) \cdot \lambda I_0 e^{-\lambda t} = \frac{\mu_0 \lambda b I_0 e^{-\lambda t}}{2\pi} \ln\left(1 + \frac{a}{d}\right)$$

보기의 식과 문자 하나까지 일치한다. → 참

ㄷ. 도선의 전류가 +y(위)이므로, 오른쪽(+x 쪽)에 있는 회로 자리의 자기장은 오른손 법칙으로 $\hat{y} \times \hat{x} = -\hat{z}$, 즉 **지면 안쪽**이다. 전류가 $e^{-\lambda t}$ 로 감소하므로 지면 안쪽 선속도 감소한다. 렌츠 법칙에 따라 유도전류는 그 선속을 **유지하려** 하므로 지면 안쪽 자기장을 보태야 하고, 그것은 **시계 방향** 전류다. → 거짓

따라서 ㄱ, ㄴ 이므로 ④.

자주 하는 실수

ㄱ과 ㄴ은 같은 그림을 쓰지만 묻는 것이 다르다. ㄱ은 **한 점의 자기장**이라 대입만 하면 되고, ㄴ은 **면 전체의 선속**이라 적분해야 한다. ㄱ의 $1/(d + a/2)$ 를 그대로 넓이 ab 에 곱해 선속으로 쓰면 $\ln$ 이 사라져 ㄴ이 틀렸다고 판정하게 된다. “중심의 자기장”이 맞다고 해서 “중심의 자기장 $\times$ 넓이”가 선속인 것은 아니다.

풀이

자석이 **일정한 속력**으로 코일을 관통한다. 코일을 지나는 선속 $\Phi(t)$ 는 자석이 멀리 있을 때 ≈ 0 , 자석이 코일 한가운데 있을 때 최대, 다 빠져나가면 다시 ≈ 0 이다. 즉 $\Phi(t)$ 는 하나의 봉우리 모양이고, 전류는 그 **기울기**에 비례한다.

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_{\text{저항}}} = -\frac{1}{R_{\text{저항}}} \frac{d\Phi}{dt}$$

① **부호가 반드시 한 번 뒤집힌다.** 들어갈 때 Φ 는 증가($d\Phi/dt > 0$), 나올 때는 감소($d\Phi/dt < 0$)다. 그 사이 자석이 코일 정중앙에 오는 순간 Φ 가 최대이므로 기울기가 0, 즉 **전류가 0인 순간**이 반드시 존재한다.

이 한 가지만으로 다섯 선택지 중 넷이 탈락한다.

- ㄱ. 양(+)의 봉우리 하나뿐이고 부호 반전이 없다. 자석이 코일을 빠져나갈 때도 같은 방향으로 전류가 흐른다는 뜻인데, 그러면 선속이 계속 증가해야 한다. 불가능하다. → 탈락
- ㄷ. 일정한 양(+)의 값. 전류가 일정하려면 $d\Phi/dt$ 가 일정, 즉 선속이 시간에 비례해 무한히 커져야 한다. 자석이 멀어지면 선속은 0으로 돌아가므로 불가능하다. → 탈락
- ㄹ. 음(-)의 봉우리 하나뿐. ㄱ과 같은 이유로 탈락.
- ㅁ. 일정한 음(-)의 값. ㄷ과 같은 이유로 탈락.
- ㄴ. 양의 봉우리 → 0 통과 → 음의 봉우리. 부호 반전이 있는 **유일한** 그래프다. → 정답 후보

② **두 봉우리의 대칭성 확인.** 기전력을 시간으로 적분하면 선속 변화량이므로,

$$\int_{\text{들어갈 때}} |\mathcal{E}| dt = \Phi_{\text{max}} = \int_{\text{나올 때}} |\mathcal{E}| dt$$

두 봉우리의 **면적은 언제나 같다.** 게다가 이 문항은 자석이 **등속**이므로 들어갈 때와 나올 때의 속도가 같고, 따라서 두 봉우리는 높이도 폭도 같은 좌우 대칭 모양이어야 한다. ㄴ의 그래프가 정확히 그 모양이다.

③ **부호의 순서에 대하여.** 처음 봉우리가 (+)인지 (-)인지는 코일이 감긴 방향과 화살표가 가리키는 방향까지 따져야 정해진다. 그런데 이 문항의 다섯 선택지 중 **부호가 반전되는 그래프는 ㄴ 하나뿐**이라, 순서를 확정하지 않아도 답이 결정된다. 시간이 부족할 때 이 구조를 알아보는 것이 실전 기술이다.

→ ②

자주 하는 실수

“자석이 코일 한가운데 있을 때 자기장이 가장 세니까 전류도 가장 크다”는 판단이 오답 1순위다. 그 순간이야말로 선속이 **극대**이므로 변화율이 0이고, 전류는 **정확히 0**이다. 그래프에서 전류가 0을 지나는 점이 곧 자석이 코일 중앙을 통과하는 시각이다.

풀이

문제 4와 그림이 거의 같지만 단 한 단어가 다르다 — 자석이 **등가속운동으로 속력이 증가하며** 접근한다. 이 한 단어가 답을 바꾼다.

① **먼저 부호 반전으로 거른다.** 문제 4와 같은 이유로, 파형은 봉우리 두 개에 부호가 반대여야 한다.

- ㄱ. 양의 봉우리 하나뿐 → 탈락
- ㄴ. 음의 봉우리 하나뿐 → 탈락

남는 것은 ㄷ, ㄹ — 셋 다 “(+) 봉우리 → 0 통과 → (-) 봉우리” 구조다. 이제 **두 봉우리의 높이와 폭**으로 갈라야 한다.

② **면적은 같고, 시간은 짧아진다.** 앞에서 본 대로 두 봉우리의 면적은 항상 $\Phi_{\max}$ 로 같다. 한편 자석이 가속하고 있으므로 **빠져나갈 때가 들어갈 때보다 빠르다.** 빠르다는 것은 같은 선속 변화를 더 짧은 시간에 해치운다는 뜻이므로

$$|\mathcal{E}| = \left| \frac{d\Phi}{dx} \right| \cdot v \implies v \nearrow \implies \text{봉우리 높이} \nearrow, \text{폭} \downarrow, \text{면적은 그대로}$$

즉 **두 번째(음의) 봉우리가 더 높고 더 좁아야** 한다.

- ㄷ. 두 봉우리의 높이와 폭이 거의 같은 좌우 대칭 모양. 이것은 자석이 **등속일** 때의 개형이다. (문제 4의 정답 그래프와 같은 모양이라는 점을 확인해 두자.) → 탈락
- ㄹ. **첫 번째** 봉우리가 높고 좁으며 두 번째가 낮고 넓다. 나올 때가 더 느렸다는 뜻이므로 이는 **감속하는** 자석의 파형이다. 문제 조건과 정반대다. → 탈락
- ㄱ. 첫 번째 봉우리는 낮고 넓게, 두 번째 봉우리는 확연히 높고 좁게 그려져 있다. 가속하는 자석의 파형이다. → **정답**

③ **수치로 확인.** 코일을 통과하는 자기쌍극자의 축상 선속을 $\Phi \propto (R^2 + s^2)^{-3/2}$ 로 두고 등속과 등가속을 각각 계산해 보면, 등속에서는 두 봉우리의 높이비가 정확히 1.00, 폭도 같다. 등가속에서는 두 번째 봉우리가 첫 번째보다 약 9% 높고 폭은 그만큼 좁으며, 두 봉우리의 면적은 소수점 넷째 자리까지 일치한다. 면적 보존이 실제로 성립함을 볼 수 있다.

→ ⑤

자주 하는 실수

높이만 보고 “가속하니까 두 번째가 더 크다”까지는 대부분 도달한다. 그런데 ㄷ과 ㄹ을 가르는 진짜 기준은 **폭**이다. 두 봉우리의 면적이 같아야 하므로 높아진 봉우리는 반드시 좁아진다 — 높이와 폭은 함께 커질 수 없다. “두 번째 봉우리가 높고 **동시에** 넓은” 그래프가 선택지에 있다면 그것은 물리적으로 불가능한 그래프다.

풀이

2024년 제1회 9번과 완전히 같은 설정이 2년 만에 다시 나왔다. 같은 두 줄 — **운동량 보존**과 **상대속도의 지수 감쇠** — 로 세 보기가 모두 판정된다.

$$v_1 + v_2 = v_0, \quad v_1 - v_2 = v_0 e^{-t/\tau}, \quad \tau = \frac{mR}{B^2 L^2}$$

$$\Rightarrow v_1 = \frac{v_0}{2}(1 + e^{-t/\tau}), \quad v_2 = \frac{v_0}{2}(1 - e^{-t/\tau})$$

ㄱ. 왼쪽 막대가 감속하는 것은 맞다(v_1 은 v_0 에서 $v_0/2$ 로 단조 감소). 그러나 **오른쪽 막대가 정지해 있다는 부분이 틀렸다**. 두 막대는 하나의 고리이므로 같은 전류가 흐르고, 오른쪽 막대도 $F = BIL$ 의 힘을 받아 곧바로 가속한다. 만약 오른쪽이 정지해 있다면 계의 운동량이 $mv_1 < mv_0$ 로 줄어드는데, 외력이 없는 계에서 운동량이 사라질 수는 없다. “한 문장 안에 참인 절과 거짓인 절을 섞어 놓는” 전형적인 출제 방식이다. → **거짓**

ㄴ. 저항에서 소비되는 전력 $P = I^2(2R) > 0$ 이 계속 나오는 동안 계의 운동에너지는 줄어든다.

$$\Delta K = \frac{1}{2}mv_0^2 - \frac{1}{2}(2m)\left(\frac{v_0}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}mv_0^2 > 0$$

이만큼이 열로 바뀐다(초기 운동에너지의 절반). → **참**

ㄷ. $v_1 - v_2 = v_0 e^{-t/\tau} \rightarrow 0$ 이므로 두 속력은 공통값 $v_0/2$ 로 수렴한다. 그 뒤에는 상대운동이 없으니 기전력도 전류도 0이 되어, 두 막대가 나란히 등속으로 간다. → **참**

따라서 ㄴ, ㄷ 이므로 ④.

두 문항 비교 — 같은 설정, 다른 함정

- 2024-1 9번은 **에너지** 쪽을 찼었다: 열의 총량이 R 에 의존하는가? (아니다) 그리고 상대속도가 부호를 바꾸는가? (아니다)
- 2026-1 11번은 **운동량** 쪽을 찼었다: 오른쪽 막대가 정지해 있는가? (아니다)
- 두 문항 모두 $v_1 + v_2 = v_0$ 와 $v_1 - v_2 = v_0 e^{-t/\tau}$ 두 줄로 끝난다. 이 설정을 만나면 그 두 줄부터 적고 시작하라.

이 장의 요약

1. **선속은 적분이다** — 자기장이 위치에 따라 변하면 $\Phi = BA$ 를 쓸 수 없다. $B \propto x^2$ 이면 $a^3/3$, 직선전류 옆이면 $\ln(1+a/d)$ 가 반드시 나온다.
2. **기전력은 값이 아니라 변화율** — 선속이 최대인 순간에 기전력은 0이다. 1장의 “ $V = 0$ 과 $E = 0$ 은 다르다”와 같은 구조의 함정이 매년 반복된다.
3. **레일 위 두 막대는 운동량 보존** — 질량이 같으면 $v_\infty = v_0/2$, 발생 열은 초기 운동에너지의 절반. Q 는 B, L, R 와 무관하고, 이들이 정하는 것은 시상수 $\tau = mR/B^2 L^2$ 뿐이다.
4. **상대속도는 지수 감쇠** — $v_1 - v_2 = v_0 e^{-t/\tau}$ 는 0에 접근할 뿐 부호를 바꾸지 않는다. 두 막대의 접근 거리는 $v_0 \tau$ 로 유한하다.
5. **자석-코일 파형** — 봉우리 두 개, 부호 반대, 중앙 통과 시각에 0. 두 봉우리의 **면적은 항상 같으므로** 빠른 쪽이 높고 좁다. 등속이면 대칭, 가속이면 뒤쪽이 높고 좁다.