



현대물리

물리올림피아드 고급과정

제1장 특수 상대성 이론

최근 5회분(90문항)에서 현대물리는 15문항(16.7%)으로 **매회 24문항**이 나온다. 그중 특수 상대성 이론이 4문항인데, 놀랍게도 **그 4문항 중 2문항이 GPS 위성 시계다** – 같은 소재가 회차를 건너뛰어 반복 출제된 드문 사례이므로, GPS는 사실상 “반드시 나오는 자리”로 보고 준비해야 한다. 출제 측은 셋으로 좁혀진다 – (i) **시간 팽창·길이 수축을 “누구의 시계·누구의 자”로 정확히 지목하기**, (ii) **동시성의 상대성으로 역설(사다리-터널)을 해소하기**, (iii) **상대론적 속도 덧셈과 $E = \gamma mc^2$ 의 결합**. 계산 자체는 무겁지 않다. 틀리는 이유는 거의 전부 어느 관성계에서 잤 양인지를 헷갈렸기 때문이다.

학습 목표

- 두 공준에서 로런츠 인자 γ 를 세우고, 대표적인 β 값에 대한 γ 를 즉시 떠올릴 수 있다.
- 고유 시간·고유 길이가 각각 어느 관성계에서 잤 양인지 지목하고, 팽창·수축의 방향을 틀리지 않게 적용할 수 있다.
- 동시성의 상대성을 이용해 사다리-터널 역설이 모순이 아님을 설명할 수 있다.
- 상대론적 속도 덧셈으로 어떤 합성 속력도 c 를 넘지 못함을 보이고, $E = \gamma mc^2$ 에서 β 를 역산할 수 있다.
- GPS에서 특수상대론 효과와 일반상대론 효과가 **반대 방향**으로 작용하며 순효과는 위성 시계가 빨라지는 쪽임을 설명할 수 있다.

1.1 두 공준과 로런츠 인자

특수 상대성 이론은 단 두 문장에서 출발한다.

1. **상대성 원리** — 모든 관성계에서 물리 법칙은 동일하다. 절대적으로 정지한 기준계는 없다.
2. **광속 불변** — 진공 중 빛의 속력은 광원이나 관측자의 운동 상태와 무관하게 모든 관성계에서 c 로 같다.

둘째 공준이 상식을 깨뜨린다. 뉴턴 역학에서는 속도가 그냥 더해지지만, 빛에 대해서는 더해지지 않는다. 이 요구를 만족시키려면 **시간과 공간 자체가 관성계마다 다르게 측정되어야** 하고, 그 변환이 로런츠 변환이다. 상대속도 v 로 움직이는 두 관성계 S, S' 사이에서

$$x' = \gamma(x - vt), \quad t' = \gamma\left(t - \frac{vx}{c^2}\right), \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad \beta \equiv \frac{v}{c}$$

여기 등장하는 γ 가 **로런츠 인자**다. $\gamma \geq 1$ 이고 $v \rightarrow 0$ 이면 $\gamma \rightarrow 1$ 이며(뉴턴 역학으로 환원), $v \rightarrow c$ 이면 $\gamma \rightarrow \infty$ 로 발산한다. 상대론 문항의 수치 계산은 사실상 전부 γ 하나를 구하는 일이다.

$\beta = v/c$	γ	$1/\gamma$	정확한 값
0.1	1.005	0.995	$10/\sqrt{99}$
0.5	1.1547	0.866	$2/\sqrt{3}$
0.6	1.25	0.8	$5/4$
0.8	1.6667	0.6	$5/3$
0.9	2.294	0.436	$1/\sqrt{0.19}$
0.99	7.089	0.141	$1/\sqrt{0.0199}$

0.6 과 0.8 은 (3, 4, 5) 직각삼각형에서 나오는 값이라 답이 유리수로 떨어진다. 경시 문항의 속력이 $0.6c$ 나 $0.8c$ 로 주어졌다면 $\gamma = 5/4, 5/3$ 을 **암산으로 꺼내 쓰라는 신호**다. 반대로 γ 가 먼저 주어지면 $\beta = \sqrt{1 - 1/\gamma^2}$ 로 역산한다.

1.2 시간 팽창과 길이 수축 – 누구의 시계, 누구의 자

상대론에서 가장 많은 오답은 공식을 몰라서가 아니라 **공식의 주어를 잘못 잡아서** 생긴다. 두 개념 모두 “특별한 관성계 하나”를 기준으로 정의된다.

고유 시간 $\Delta\tau$ – 두 사건이 **같은 장소에서** 일어나는 관성계에서 잤 시간 간격. 시계를 손목에 차고 있는 사람이 재는 자기 시간이다. 다른 관성계에서 재면

$$\Delta t = \gamma \Delta\tau \geq \Delta\tau$$

즉 움직이는 시계는 느리게 간다(시간 팽창). 고유 시간이 항상 **최소**다.

고유 길이 L_0 – 물체가 **정지해 있는** 관성계에서 잤 길이. 그 물체에 대해 운동하는 관성계에서 재면

$$L = \frac{L_0}{\gamma} \leq L_0$$

즉 움직이는 자는 **짧아진다**(길이 수축). 고유 길이가 항상 **최대**다. 수축은 **운동 방향으로만** 일어나며, 운동에 수직인 방향의 길이는 전혀 변하지 않는다.

두 식의 γ 가 서로 반대편(곱하기 / 나누기)에 붙는다는 점을 기계적으로 외우지 말고, “고유 시간은 최소, 고유 길이는 최대”라는 **부등호 방향**으로 기억하면 절대 뒤집히지 않는다.

자주 하는 실수

시간 팽창은 **상호적**이다. A가 B의 시계를 보면 느리고, B가 A의 시계를 보아도 느리다. “어느 쪽이 진짜 느린가”라는 질문 자체가 잘못된 질문이다. 둘 다 옳다 – 서로 다른 동시성 기준으로 재고 있기 때문이다. 쌍둥이 역설에서 비대칭이 생기는 이유는 속도 때문이 아니라, 되돌아오는 쪽이 **가속하며 관성계를 바꾸기** 때문이다.

1.3 동시성의 상대성 – 모든 역설의 해답

로런츠 변환의 시간 식 $t' = \gamma(t - vx/c^2)$ 에서, 같은 t 라도 x 가 다르면 t' 가 달라진다. 즉 한 관성계에서 **동시에** 일어난 두 사건은, 그에 대해 운동하는 관성계에서는 동시가 아니다. 같은 S 계에서 $\Delta t = 0$, 거리 Δx 만큼 떨어진 두 사건은 S' 계에서

$$\Delta t' = -\gamma \frac{v\Delta x}{c^2}$$

만큼 어긋난다. **앞쪽(운동 방향 쪽) 사건이 먼저 일어난 것으로 보인다.**

이 한 줄이 상대론 역설의 전부다. 사다리-터널 역설도, 쌍둥이 역설도, 헛간-장대 역설도 결국 “어느 계에서 동시라고 했는가”를 명시하는 순간 모순이 사라진다. 서로 다른 관성계가 다른 결론을 내리는 것은 물리 법칙이 달라서가 아니라, **같은 사건들을 다른 순서로 늘어놓기 때문이다.**

역설을 푸는 4단계 절차

1. **사건을 정의한다.** 역설에 등장하는 순간들을 점사건으로 이름 붙인다. (예: 사건 A = “사다리 앞끝이 터널 출구에 도달”, 사건 B = “사다리 뒤끝이 터널 입구를 통과”)
2. **한 관성계를 골라 좌표 (t, x) 를 전부 적는다.** 대개 길이가 고유 길이로 주어지는 계가 편하다.
3. **다른 관성계로 로런츠 변환한다.** 특히 $\Delta t' = \gamma(\Delta t - v\Delta x/c^2)$ 로 **순서가 바뀌는지** 확인한다.
4. **“동시에”가 붙은 서술은 계마다 다를 수 있고, “두 사건이 만났다”처럼 한 점에서 일어난 서술은 모든 계에서 같다고** 판정한다.

자주 하는 실수

“물리 법칙은 모든 관성계에서 같으므로, 한 계에서 참인 서술은 다른 계에서도 참”이라는 논법은 **거짓**이다. 상대성 원리가 보장하는 것은 **법칙**의 동일성이지 **서술**의 동일성이 아니다. “사다리가 터널 안에 완전히 들어가 있다”는 서술은 앞끝과 뒤끝의 위치를 **동시에** 비교하는 진술이므로 동시성에 의존한다 – 따라서 관성계마다 답이 달라져도 아무 모순이 없다. 반면 “두 시계가 나란히 놓인 순간의 눈금”처럼 한 점에서 결정되는 사실은 모든 계에서 일치한다.

1.4 상대론적 속도 덧셈

S 계에 대해 $+x$ 방향으로 속도 v 로 움직이는 S' 계가 있고, 어떤 물체가 S 계에서 속도 u 로 움직인다면 S' 계에서 본 그 물체의 속도는

$$u' = \frac{u - v}{1 - uv/c^2}, \quad \text{역으로} \quad u = \frac{u' + v}{1 + u'v/c^2}$$

분모의 $1 \pm uv/c^2$ 이 뉴턴식 단순 덧셈 $u = u' + v$ 를 억제하는 역할을 한다. $uv/c^2 \ll 1$ 이면 분모가 1에 가까워져 갈릴레이 변환으로 환원되고, $u' = c$ 를 넣으면 v 가 얼마든 $u = c$ 가 되어 광속 불변이 자동으로 보장된다.

경시에서 이 식은 거의 항상 “뉴턴식으로 계산하면 따라잡는데 상대론적으로 계산하면 못 따라잡는다” 는 대비 구조로 나온다. 그래서 두 계산을 모두 해 보아야 한다. 예컨대 $c/3$ 으로 달리는 차에서 총구 기준 $c/5$ 로 총알을 쏘면

$$u_{\text{뉴턴}} = \frac{1}{3}c + \frac{1}{5}c = \frac{8}{15}c \approx 0.533c, \quad u_{\text{상대론}} = \frac{1/3 + 1/5}{1 + 1/15}c = \frac{8/15}{16/15}c = \frac{1}{2}c$$

같은 상황에서 두 답이 $0.533c$ 와 $0.5c$ 로 갈린다. 앞의 표적이 $0.5c$ 로 달아나고 있다면 뉴턴 역학은 “명중”, 상대론은 “영원히 못 따라잡음”이라는 정반대 결론을 준다.

1.5 상대론적 운동량과 에너지

질량 m (고유질량, 정지질량)인 입자가 속력 v 로 움직일 때

$$\vec{p} = \gamma m \vec{v}, \quad E = \gamma mc^2, \quad E_0 = mc^2, \quad K = E - E_0 = (\gamma - 1)mc^2$$

운동에너지는 $\frac{1}{2}mv^2$ 이 아니라 $(\gamma - 1)mc^2$ 이다($v \ll c$ 에서 전개하면 $\frac{1}{2}mv^2$ 로 환원된다). $\gamma \rightarrow \infty$ 이므로 유한한 질량을 c 까지 가속하려면 **무한한 에너지**가 필요하고, 이것이 “질량이 있는 물체는 c 에 도달할 수 없다”의 정량적 이유다.

에너지·운동량·질량을 잇는 관계식은 다음 하나로 정리된다.

$$E^2 = (pc)^2 + (mc^2)^2$$

광자처럼 $m = 0$ 이면 $E = pc$ 이고 속력은 정확히 c 다.

E 로부터 β 를 역산하는 법

문제가 “움직일 때 에너지가 정지에너지의 k 배”라고 주면 그것이 곧 $\gamma = k$ 다.

$$\frac{E}{E_0} = \gamma = k \implies \beta = \sqrt{1 - \frac{1}{k^2}}$$

- $\gamma = 2/\sqrt{3} \approx 1.155 \implies \beta = 1/2$
- $\gamma = 5/4 = 1.25 \implies \beta = 3/5 = 0.6$
- $\gamma = 5/3 \approx 1.667 \implies \beta = 4/5 = 0.8$
- $\gamma = 2 \implies \beta = \sqrt{3}/2 \approx 0.866$

자주 하는 실수

$\gamma = 2/\sqrt{3}$ 을 보고 곧바로 $v = c/\sqrt{3}$ 이라고 답하는 실수가 매우 흔하다. γ 의 식에 $\sqrt{3}$ 이 들어 있다고 β 에도 $\sqrt{3}$ 이 남는 것이 아니다. 반드시 $\beta = \sqrt{1 - 1/\gamma^2}$ 를 통과시켜야 하며, 이 경우 $1 - 3/4 = 1/4$ 이므로 $\beta = 1/2$ 다.

1.6 GPS – 두 상대성 이론이 반대로 작용하는 현장

GPS 위성은 고도 약 2×10^4 km(궤도 반지름 $r \approx 2.66 \times 10^7$ m)에서 약 3.9 km/s 로 돈다. 위성의 원자시계에는 서로 부호가 반대인 두 효과가 동시에 걸린다.

(i) 특수상대론 – 속력 효과. 위성은 지상에 대해 빠르게 움직이므로 시간 팽창으로 위성 시계가 느려진다.

$$\frac{\Delta t_{\text{위성}} - \Delta t_{\text{지상}}}{\Delta t} \approx -\frac{v^2}{2c^2}$$

(ii) 일반상대론 – 중력 효과. 위성은 지구 중력 퍼텐셜 우물의 더 얇은 곳(중력이 약한 곳)에 있다. 중력이 약할수록 시간이 빠르게 흐르므로 위성 시계가 빨라진다.

$$\frac{\Delta t_{\text{위성}} - \Delta t_{\text{지상}}}{\Delta t} \approx +\frac{GM}{c^2} \left(\frac{1}{R_E} - \frac{1}{r} \right)$$

GPS 두 효과의 부호와 크기 – 반드시 외울 카드

효과	원인	위성 시계는	하루당 크기
특수상대론	궤도 속력 v	느려진다	$\approx -7.2\mu s$
일반상대론	약한 중력	빨라진다	$\approx +45.7\mu s$
순효과	합	빨라진다	$\approx +38.5\mu s$

중력 효과가 속력 효과보다 약 6배 크므로, GPS 위성 시계는 지상 시계보다 순수하게 빠르게 간다.

보정하지 않으면 하루에 $38.5\mu s$ 씩 시각이 어긋나고, 이는 거리로 환산하면 $c \times 38.5\mu s \approx 11.5$ km/일의 위치 오차가 된다. GPS의 위치 정확도가 수 m 수준임을 생각하면 상대론 보정 없이는 항법 자체가 성립하지 않는다. 실제 위성은 발사 전에 시계 주파수를 미리 낮춰 놓는 방식으로 이를 보정한다.

자주 하는 실수

GPS 문항에서 가장 흔한 두 오답은 이것이다.

- “위성이 빠르게 움직이니까 위성 시계는 느리다”까지만 보고 순효과도 느려진다고 답하는 것. 속력 효과는 맞지만 **중력 효과가 6배 커서 순효과는 반대다**.
- “효과가 10^{-10} 수준으로 너무 작아서 무시해도 된다”는 서술. 이 보기는 두 회차 모두 등장했고 **두 번 다 오답**이다. 누적되면 하루 10 km 이상의 오차이므로 결코 무시할 수 없다.

기출 문항

제1장 특수 상대성 이론 수록 문항 4개. 해설은 다음 절에 있다.

문제 1 2024년 제1회 · 13번 · 상대론적 에너지와 속도 덧셈

관성계에서 속력 $\frac{1}{3}c$ 로 등속 운동하는 경찰차가 속력 v 로 등속 운동하는 도주차량을 뒤쫓고 있다. 특수 상대성이론에 의하면 v 로 등속 운동하는 도주차량의 에너지는 정지했을 때의 에너지의 $\frac{2}{\sqrt{3}}$ 배이다. 경찰차에 타고 있는 경찰이 도주차량을 향해 총을 쏘는 순간 총에 대한 총알의 속력은 $\frac{1}{5}c$ 이다. 이에 대한 설명으로 옳은 것만을 〈보기〉에서 모두 고른 것은? (단, c 는 빛의 속력이며, 도주차량의 에너지는 차량에 타고 있는 사람도 포함한 것이다. 경찰차, 도주차량, 총알 모두 동일 직선 위에서 운동하는 것으로 간주한다.)

〈 보기 〉

- ㄱ. 도주차량의 속력 v 는 $\frac{1}{\sqrt{3}}c$ 이다.
- ㄴ. 비상대론적 뉴턴 역학에 의하면 총알은 도주차량에 도달할 수 있다.
- ㄷ. 특수상대성 이론에 의하면 총알은 도주차량에 도달할 수 있다.

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

GPS(Global Positioning System)는 위성에서 보내는 신호를 수신하여 수신자의 현재 위치를 알려주는 것으로, 자동차의 내비게이션 등에 사용된다. GPS 위성에는 정밀한 원자 시계가 있다. GPS 위성에서 이 시계의 위치와 시각을 송신하면, 지상의 수신기에서 이 정보를 받아 수신기의 위치를 결정하게 된다. 이에 대해 올바르게 설명한 것을 모두 고르시오.

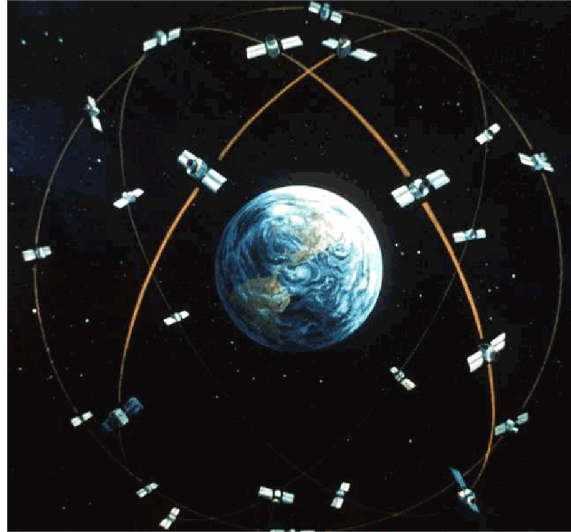
〈 보기 〉

- ㄱ. 특수 상대성 이론의 효과에 따르면, GPS 위성 안의 시계는 지구 표면에서의 시계에 비해 느려진다.
- ㄴ. 일반 상대성 이론에 의하면 GPS 위성 안의 시계는 지구 표면에서의 시계에 비해 빨라질 수 있다.
- ㄷ. 상대성 이론에 의하면 GPS 위성 안에서 시간의 흐름은 달라질 수 있지만, 그 효과가 매우 작으므로 GPS의 설계에 고려할 필요는 없다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

문제 3 2025년 제1회 · 17번 · GPS 위성 시계와 상대론 효과

그림은 GPS(Global Positioning System) 위성들이 지구 주위의 궤도를 빠르게 돌고 있는 모양을 그린 것이다. 아인슈타인의 상대성 이론에 의하면 GPS위성의 시계와 지구 표면의 시계는 다르게 움직이며 그 차이는 하루에 약 38.7×10^{-6} 초이다. GPS위성에 있는 시계와 지구 표면에 있는 시계에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?



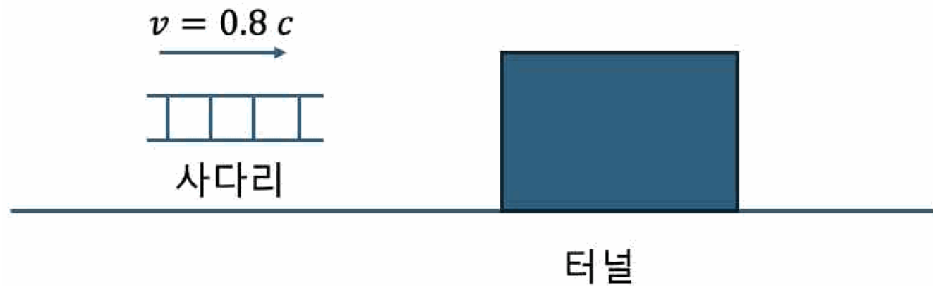
< 보기 >

- ㄱ. 상대성 이론에 의하면 중력에 의한 효과는 위성의 시계를 지구 표면의 시계보다 더 빨리 가게 한다.
- ㄴ. 상대성 이론에 의하면 속력에 의한 효과는 위성의 시계를 지구 표면의 시계보다 더 느리게 가게 한다.
- ㄷ. 상대성 이론에 의한 두 시계의 차이는 아주 작기 때문에, GPS의 작동을 위해 이 효과를 고려할 필요는 없다.

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄷ
- ④ ㄱ, ㄴ
- ⑤ ㄴ, ㄷ

문제 4 2026년 제1회 · 15번 · 사다리-터널 역설

고유 길이가 $L_L = 10 \text{ m}$ 인 사다리와 고유 길이가 $L_T = 8 \text{ m}$ 인 터널의 경우, 터널에 대해 정지해 있는 사다리는 터널에 완전히 들어갈 수 없다. 그림과 같이 터널의 관성계에서 사다리가 속력 $v = 0.8c$ 로 터널을 향해 1차원 직선 운동을 하는 경우를 고려하자. 특수 상대성 이론을 바탕으로 한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, c 는 빛의 속력이다.)



< 보기 >

- ㄱ. 사다리의 관성계에서 터널의 길이는 4 m이다.
- ㄴ. 터널의 관성계에서 사다리가 터널에 완전히 들어가 있는 순간이 존재한다.
- ㄷ. 물리 법칙은 모든 관성계에서 동일하므로, 사다리의 관성계에서 사다리가 터널에 완전히 들어가 있는 순간이 존재한다.

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄷ
- ④ ㄱ, ㄴ
- ⑤ ㄴ, ㄷ

해설

문제 1 2024년 제1회 · 13번 · ㄴ — 속도 덧셈이 뒤집는 결론

정답 ②

풀이

등장하는 속력을 먼저 한 줄로 정리한다. 지면(원래 관성계) 기준으로 경찰차 $c/3$, 도주차량 v , 총알은 총(경찰차) 기준으로 $c/5$ 다. “총에 대한 총알의 속력”이라는 표현이 핵심이다 — 지면 기준이 아니라 경찰차 기준이라는 뜻이므로, 지면에서의 총알 속력을 얻으려면 반드시 속도 합성을 거쳐야 한다.

ㄱ. 도주차량의 속력. 에너지 조건은 $E = \gamma mc^2$, 정지에너지는 $E_0 = mc^2$ 이므로

$$\frac{E}{E_0} = \gamma = \frac{2}{\sqrt{3}} \Rightarrow \gamma^2 = \frac{4}{3} \Rightarrow 1 - \beta^2 = \frac{3}{4} \Rightarrow \beta = \frac{1}{2}$$

즉 $v = c/2$ 이지 $c/\sqrt{3} \approx 0.577c$ 가 아니다. γ 안에 $\sqrt{3}$ 이 보인다고 v 에도 $\sqrt{3}$ 이 남는 것이 아니다.

→ 거짓

ㄴ. 뉴턴 역학이라면. 속도가 단순히 더해지므로 지면 기준 총알 속력은

$$u_{\text{뉴턴}} = \frac{1}{3}c + \frac{1}{5}c = \frac{5+3}{15}c = \frac{8}{15}c \approx 0.533c$$

도주차량은 $0.5c$ 로 달아나고 있으므로 총알이 더 빠르다. 상대속도 $0.533c - 0.5c = c/30 > 0$, 따라서 총알은 차량을 따라잡는다. → 참

ㄷ. 특수상대성 이론이라면. 속도 덧셈 식을 쓴다. 경찰차 계에서의 총알 속도 $u' = c/5$, 계의 속도 $v = c/3$ 이므로

$$u_{\text{상대론}} = \frac{u' + v}{1 + u'v/c^2} = \frac{1/5 + 1/3}{1 + (1/5)(1/3)}c = \frac{8/15}{16/15}c = \frac{1}{2}c$$

정확히 $0.5c$ — 도주차량의 속력과 똑같다. 두 물체의 상대속도가 0이므로 간격이 줄지 않고, 총알은 도주차량에 영원히 도달하지 못한다. → 거짓

숫자가 이렇게 딱 떨어지는 것은 우연이 아니라 출제 의도다. “뉴턴이면 명중, 상대론이면 불발”이라는 대비를 만들기 위해 $c/3, c/5, \gamma = 2/\sqrt{3}$ 을 역산해 배치한 문항이다.

따라서 옳은 것은 ㄴ 뿐이므로 → ②

이 유형의 표준 절차

- 속력이 어느 계 기준인지부터 표시한다. “A에 대한 B의 속력”은 A가 정지한 계에서 잰 값이다. 문항의 모든 속력에 기준계 꼬리표를 달아 놓고 시작한다.
- 에너지 비 $= \gamma$. “정지했을 때의 k 배”라는 표현이 나오면 그대로 $\gamma = k$, 이어서 $\beta = \sqrt{1 - 1/\gamma^2}$ 로 속력을 얻는다.
- 뉴턴식과 상대론식을 둘 다 계산한다. 보기가 “비상대론적 뉴턴 역학에 의하면 ...”과 “특수상대성 이론에 의하면 ...”으로 짝지어져 있다면 두 답이 갈리도록 설계된 문항이다.
- 따라잡을 여부는 상대속도의 부호로 판정한다. 절대 속력을 비교하지 말고 (총알 속력) - (표적 속력)이 양수인지 본다. 0이면 영원히 못 따라잡는다.

풀이

GPS 위성 시계에는 **부호가 반대인 두 효과**가 동시에 걸린다. 각 보기가 그중 어느 하나만 묻는지, 아니면 순효과를 묻는지를 구분하는 것이 판정의 갈림길이다.

ㄱ. **특수상대론 효과**. 위성은 지상에 대해 약 3.9 km/s 로 운동하므로, 지상 관측자가 보면 위성 시계는 시간 팽창으로 **느리게** 간다.

$$(\Delta t)_{\text{지상}} = \gamma(\Delta \tau)_{\text{위성}} > (\Delta \tau)_{\text{위성}} \implies \text{위성 시계가 뒤쳐진다}$$

크기는 $-v^2/2c^2 \approx -8.3 \times 10^{-11}$, 하루로 환산하면 약 $-7.2 \mu s$ 다. 보기는 “특수 상대성 이론의 효과에 따르면”이라고 **효과를 특정해서** 묻고 있으므로 이 서술은 옳다. → 참

ㄴ. **일반상대론 효과**. 위성은 지구 중력이 더 약한 곳에 있다. 중력 퍼텐셜이 높을수록(우물의 얕은 곳일수록) 시간이 빠르게 흐르므로 위성 시계는 지상 시계보다 **빨라진다**.

$$\frac{\Delta t_{\text{위성}} - \Delta t_{\text{지상}}}{\Delta t} \approx \frac{GM}{c^2} \left(\frac{1}{R_E} - \frac{1}{r} \right) \approx +5.3 \times 10^{-10}$$

하루로 $+45.7 \mu s$. 보기가 “빨라질 수 있다”고 가능성으로 서술했으므로 더욱 옳다. → 참

ㄷ. **무시해도 되는가**. 두 효과의 합은 $+45.7 - 7.2 = +38.5 \mu s/\text{일}$ 이다. GPS는 신호의 도달 시각으로 거리를 재므로, 시각 오차 Δt 는 곧 거리 오차 $c\Delta t$ 가 된다.

$$c \times 38.5 \mu s \approx (3.00 \times 10^8) \times (3.85 \times 10^{-5}) \approx 1.2 \times 10^4 \text{ m}$$

하루에 약 **11 km**의 위치 오차다. GPS의 요구 정확도가 수 m 수준이므로, 보정하지 않으면 몇 분 만에 쓸모없어진다. 실제로 위성 시계는 발사 전에 주파수를 미리 낮춰 놓는 방식으로 이 효과를 상쇄한다.

→ 거짓

따라서 ㄱ, ㄴ 이므로 → ③

GPS 문항의 표준 판정법

1. 보기가 어느 효과를 묻는지 먼저 읽는다. “특수 상대성 이론의 효과에 따르면”처럼 한쪽만 특정했다면 그 효과 하나의 부호만 보면 되고, “상대성 이론에 의하면 위성 시계는”처럼 뭉뚱그렸다면 순효과를 봐야 한다.
2. 부호를 외운다. 속력 → 느려짐(-), 중력 → 빨라짐(+), 크기는 중력이 약 6배. 순효과는 위성 시계가 빠르다.
3. “작으니까 무시해도 된다”는 보기는 항상 오답이다. 상대 오차 10^{-10} 이라도 $\times c \times 86400$ 하면 하루 10 km급이다.
4. 시각 오차를 거리로 환산하는 습관을 들인다 $-1 \mu s \leftrightarrow 300 \text{ m}$.

풀이

문제 2(2024년 제2회 15번)와 사실상 같은 내용을 **보기의 표현만 바꿔** 다시 물은 문항이다. 발문의 “하루에 약 38.7×10^{-6} 초”라는 수치가 이미 순효과의 크기를 알려 주고 있다.

ㄱ. **중력에 의한 효과.** 위성은 지상보다 중력이 약한 곳에 있으므로 일반상대론적 중력 시간 팽창이 작게 걸리고, 그 결과 위성 시계가 지구 표면 시계보다 **더 빨리** 간다. 하루당 $+45.7\mu s$. → **참**

ㄴ. **속력에 의한 효과.** 위성은 지상에 대해 빠르게 운동하므로 특수상대론적 시간 팽창으로 위성 시계가 **더 느리게** 간다. 하루당 $-7.2\mu s$. → **참**

두 보기가 함께 참이라는 점이 이 문항의 핵심이다. 두 효과는 **서로 반대 방향**이고, 둘 다 실재하며, 어느 하나가 다른 하나를 부정하지 않는다. 합치면 발문이 준 값과 일치한다.

$$+45.7\mu s - 7.2\mu s = +38.5\mu s \approx 38.7 \times 10^{-6} \text{ s}$$

ㄷ. **고려할 필요가 없는가.** 위의 $38.7\mu s$ 를 거리로 바꾸면 하루 약 $1.2 \times 10^4 \text{ m}$ 다. GPS는 이 보정을 설계 단계에서 반영해야만 동작한다. → **거짓**

따라서 ㄱ, ㄴ 이므로 → ④

문제 2와 비교해 두라. 2024년 제2회 15번의 ㄱ·ㄴ은 “특수상대론 → 느려짐”, “일반상대론 → 빨라짐”으로 **이론 이름**을 주어로 썼고, 2025년 제1회 17번의 ㄱ·ㄴ은 “중력에 의한 효과 → 빨라짐”, “속력에 의한 효과 → 느려짐”으로 **원인**을 주어로 썼다. 순서만 뒤집혔을 뿐 내용은 동일하고, 오답 보기 ㄷ (“작으므로 고려할 필요 없다”)까지 똑같다. 최근 5회분에서 이 소재가 두 번 나왔다는 사실 자체가 다음 회차의 강력한 예고다.

풀이

$v = 0.8c$ 이므로 먼저 로런츠 인자를 확정한다.

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - 0.8^2}} = \frac{1}{\sqrt{0.36}} = \frac{1}{0.6} = \frac{5}{3}$$

주어진 고유 길이는 사다리 $L_L = 10$ m, 터널 $L_T = 8$ m 다. “고유 길이”는 그 물체가 정지해 있는 계에서 잰 값이라는 점을 붙잡고, 계마다 표를 새로 만든다.

관성계	사다리 길이	터널 길이	들어가는가?
터널 정지계	$10/(5/3) = 6$ m	8 m (고유)	들어간다 ($6 < 8$)
사다리 정지계	10 m (고유)	$8/(5/3) = 4.8$ m	안 들어간다 ($10 > 4.8$)

ㄱ. 사다리 관성계에서 터널의 길이. 사다리 계에서 터널이 $0.8c$ 로 움직이므로 수축한다.

$$L = \frac{L_T}{\gamma} = 8 \times \frac{3}{5} = 4.8 \text{ m}$$

4 m 가 아니다. $8 \times 0.6 = 4.8$ 인데 어림해서 “약 4 m”로 처리하거나 γ 를 2 로 잘못 잡으면 4가 나온다.
→ 거짓

ㄴ. 터널 관성계에서 사다리가 완전히 들어가는 순간. 터널 계에서 사다리는 운동 방향으로 수축한다.

$$L = \frac{L_L}{\gamma} = 10 \times \frac{3}{5} = 6 \text{ m} < 8 \text{ m}$$

터널보다 짧으므로, 터널 계 기준으로 동시에 사다리의 앞끝과 뒤끝을 보면 둘 다 터널 안에 있는 순간이 존재한다. → 참

ㄷ. 사다리 관성계에서도 그런 순간이 있는가. 사다리 계에서 사다리는 고유 길이 10 m 그대로이고 터널은 4.8 m 로 짧아져 있다. $10 > 4.8$ 이므로 사다리가 터널 안에 완전히 들어가는 순간은 없다. 사다리 앞끝이 터널 출구로 나오는 순간에도 뒤끝은 아직 입구 바깥에 $10 - 4.8 = 5.2$ m 남아 있다.

두 결론이 서로 다른데도 모순이 아닌 이유는 동시성의 상대성 때문이다. 사건을 정의해 보자.

- 사건 A: 사다리의 앞끝이 터널 출구에 도달
- 사건 B: 사다리의 뒤끝이 터널 입구를 통과

터널 계에서는 B가 먼저, A가 나중이다(그 사이가 “완전히 들어가 있는” 구간). 사다리 계로 로런츠 변환하면 두 사건의 시간 순서가 뒤집혀 A가 먼저, B가 나중이 되고, “둘 다 안에 있는” 구간이 사라진다. 두 사건은 서로 다른 장소에서 일어나므로 순서가 바뀌어도 인과율을 깨지 않는다.

보기 ㄷ의 논리 — “물리 법칙은 모든 관성계에서 동일하므로 결론도 같아야 한다” — 는 상대성 원리의 오용이다. 상대성 원리가 보장하는 것은 법칙의 형태이지, “완전히 들어가 있다”처럼 동시성에 의존하는 서술의 참거짓이 아니다. → 거짓

따라서 옳은 것은 ㄴ 뿐이므로 → ②

자주 하는 실수

사다리-터널 역설에서 가장 흔한 오답은 τ 을 참으로 고르는 것(⑤ 선택)이다. “물리 법칙은 모든 관성계에서 같다”는 문장이 옳은 명제라서 그 뒤에 붙은 결론까지 옳아 보이기 때문이다. 판별 기준을 하나만 기억하라 — **두 점에서 일어나는 사건을 “동시에” 비교하는 서술은 관성계마다 달라질 수 있다.** 반대로 “사다리가 터널 벽에 부딪혔다”, “두 시계가 만난 순간의 눈금”처럼 **한 점에서 결정되는 사실**은 모든 관성계에서 동일하다. 역설처럼 보이는 상황은 늘 전자에 속한다.

이 장의 요약

1. γ 부터 구한다. $\beta = 0.6 \rightarrow \gamma = 5/4$, $\beta = 0.8 \rightarrow \gamma = 5/3$ 은 암산 대상이다. 거꾸로 $E/E_0 = \gamma$ 가 주어지면 $\beta = \sqrt{1 - 1/\gamma^2}$ — $\gamma = 2/\sqrt{3}$ 이면 $\beta = 1/2$ 이지 $1/\sqrt{3}$ 이 아니다.
2. **누구의 시계, 누구의 자인가.** 고유 시간은 항상 최소($\Delta t = \gamma \Delta \tau$), 고유 길이는 항상 최대($L = L_0/\gamma$). 부등호 방향으로 외우면 뒤집히지 않는다.
3. **동시성의 상대성이 모든 역설의 해답.** 사건을 정의하고 각 관성계의 좌표를 적어라. “동시에”가 들어간 서술은 계마다 달라도 모순이 아니고, 한 점에서 일어난 사실은 모든 계에서 같다.
4. **속도 덧셈은 뉴턴식과 반드시 함께 계산한다.** $u = (u' + v)/(1 + u'v/c^2)$. 뉴턴이면 $8c/15$, 상대론이면 $c/2$ — 결론이 “명중”과 “불발”로 갈린다.
5. **GPS는 두 효과의 부호가 반대다.** 속력 $-7.2\mu s$, 중력 $+45.7\mu s$, 순효과 $+38.5\mu s/\text{일}$ 로 위성 시계가 빠르다. “작아서 무시해도 된다”는 보기는 두 회차 모두 오답이었다 — 하루 11 km 오차다.

제2장 양자물리

최근 5회분(90문항)에서 현대물리는 15문항이 출제되었고, 그중 6문항이 이 장(양자물리)에서 나왔다. 현대물리 편에서 가장 큰 장이며, 매 회차마다 최소 한 문항은 반드시 배정된다. 출제 축은 셋뿐이고 회차마다 돌아가며 나온다 – (i) 광전효과 ($K_{\max} = hf - W$ 한 줄과 “세기는 개수만 바꾼다”는 판단), (ii) 콤프턴 산란 ($\Delta\lambda = (h/m_e c)(1 - \cos \theta)$ 의 부호와 방향), (iii) 드브로이 물질파 ($\lambda = h/p$ 와 무한 우물의 정상파 조건). 세 축 모두 계산은 두세 줄이면 끝나고, 점수를 가르는 것은 언제나 “무엇을 바꾸면 무엇이 변하고 무엇이 안 변하는가”라는 한 가지 판단이다.

학습 목표

- 광자의 에너지 $E = hf = hc/\lambda$ 와 운동량 $p = h/\lambda$ 를 $hc = 1240 \text{ eV}\cdot\text{nm}$ 로 즉시 수치화할 수 있다.
- 광전효과에서 세기·진동수·금속을 바꿨을 때 광전류·최대 운동에너지·문턱진동수가 각각 어떻게 변하는지 구분할 수 있다.
- 복사압을 흡수(P/c)와 반사($2P/c$)로 나누어 쓰고, 광자 뜻의 가속 시간을 충격량으로 구할 수 있다.
- 콤프턴 파장 이동식으로 산란각과 파장·전자 운동에너지의 대소를 판정할 수 있다.
- 물질파 $\lambda = h/p$ 와 무한 우물의 $\lambda_n = 2L/n$, $E_n = n^2 h^2 / (8mL^2)$ 을 유도해 쓸 수 있다.
- 단일 입자 간섭 실험의 결과를 확률 분포의 누적으로 해석할 수 있다.

2.1 광자 – 빛의 입자성

빛은 진동수 f 에 대해 $E = hf$ 만큼의 에너지를 갖는 알갱이(광자)의 흐름으로도 행동한다. 광자는 정지질량이 0이므로 상대론적 관계 $E^2 = (pc)^2 + (mc^2)^2$ 에서 $E = pc$ 가 되어,

$$E = hf = \frac{hc}{\lambda}, \quad p = \frac{E}{c} = \frac{h}{\lambda}$$

이 두 줄이 이 장 전체의 출발점이다. $h = 6.63 \times 10^{-34}$ J·s 이지만, 경시에서 실제로 쓰는 것은 거의 언제나 다음 한 숫자다.

$$hc = 1240 \text{ eV} \cdot \text{nm} \quad (\text{문항에 따라 } 1200 \text{ eV} \cdot \text{nm} \text{ 로 반올림해 주기도 한다})$$

이 값을 외워 두면 파장을 에너지로 바꾸는 데 계산기가 필요 없다. $400 \text{ nm} \rightarrow 1240/400 = 3.1 \text{ eV}$, $500 \text{ nm} \rightarrow 2.48 \text{ eV}$, $600 \text{ nm} \rightarrow 2.07 \text{ eV}$. 가시광선(400–700 nm)이 대략 1.8–3.1 eV 범위라는 감각이 그대로 광전효과 문항의 감각이 된다.

주의할 점은 **에너지는 $1/\lambda$ 에 비례하고 운동량도 $1/\lambda$ 에 비례한다**는 것이다. 따라서 “파장이 길어졌다”는 말은 곧 “광자 하나의 에너지와 운동량이 모두 줄었다”는 뜻이고, 콤프턴 산란(2.4)의 모든 판정이 여기서 나온다.

같은 세기 I (단위시간·단위면적당 에너지)의 빛이라면 단위시간당 광자 개수는

$$N = \frac{I}{hf} = \frac{I\lambda}{hc}$$

즉 세기가 같아도 진동수가 높으면 광자 개수는 오히려 줄어든다. 이 사실이 2.2의 표 셋째 줄이다.

2.2 광전효과 – 이 장 최대의 함정

금속에 빛을 비추면 전자가 튀어나온다. 전자를 금속 밖으로 빼내는 데 필요한 최소 에너지를 **일함수** W 라 하고, 광자 하나가 전자 하나에게 에너지를 통째로 준다고 보면

$$K_{\max} = hf - W = hf - hf_0, \quad f_0 = \frac{W}{h} \quad \left(\lambda_0 = \frac{hc}{W} \right)$$

f_0 를 **문턱진동수**, λ_0 를 **문턱파장**이라 한다. 여기서 결정적인 두 가지가 나온다.

1. $f < f_0$ 이면 빛을 아무리 **세기** 비추어도, 아무리 **오래** 비추어도 전자는 단 한 개도 나오지 않는다. 광자 두 개가 힘을 합쳐 전자 하나를 빼내는 일은 (보통의 세기에서는) 일어나지 않기 때문이다.
2. $f > f_0$ 이면 빛을 켜는 즉시 전자가 나온다. 에너지가 쌓일 때까지 기다리는 지연 시간은 없다.

정지전압 V_s 는 가장 빠른 광전자마저 멈추게 하는 전압이므로 $eV_s = K_{\max}$ 이고, $K_{\max}-f$ 그래프는 **기울기 h , f 절편 f_0 , 세로축 절편 $-W$** 인 직선이다. 기울기는 금속 종류와 무관하게 항상 h 이고, 금속을 바꾸면 직선이 좌우로 평행이동할 뿐이다.

무엇을 바꾸나	광전류(전자 개수)	최대 운동에너지	문턱진동수
세기 $I \rightarrow 2I$ (진동수 고정, $f > f_0$)	2배 증가	변화 없음	변화 없음
세기 $I \rightarrow 2I$ (진동수 고정, $f < f_0$)	0 그대로	– (방출 없음)	변화 없음
진동수 f 증가 (세기 I 고정)	$N = I\lambda/hc$ 이므로 오히려 감소	$h\Delta f$ 만큼 증가	변화 없음
비추는 시간을 늘림	전류는 그대로 (총 전자 수만 증가)	변화 없음	변화 없음
일함수가 더 작은 금속으로 교체	증가(문턱 아래였다면 0에서 새로 방출)	증가	감소

표에서 진하게 표시한 칸이 전부다. **세기는 세로축(개수)만, 진동수는 가로축(에너지)만 건드린다.** 두 축이 서로 독립이라는 것 – 이것이 고전 파동론으로는 설명할 수 없었던 바로 그 사실이고, 출제자가 매번 확인하려는 것도 이 한 가지다.

자주 하는 실수

“빛을 더 세게 비추면 전자가 더 빠르게 튀어나온다”는 서술은 **언제나 거짓**이다. 세기는 광자의 **개수**이지 광자 하나의 **에너지**가 아니다. 세기를 두 배로 하면 광전류가 두 배가 될 뿐 $K_{\max}$ 는 1 eV도 늘지 않는다.

반대 방향의 함정도 있다. 문턱파장 $\lambda_0 = hc/W$ 를 계산하지 않고 “세기가 두 배니까 전자도 더 많이 나오겠지”라고 답하는 것이다. $\lambda > \lambda_0$ 이면 세기 $2I$ 든 $100I$ 든 광전자는 **0개**다. 2026년 제1회 13번이 정확히 이 함정으로 만들어졌다 – 문턱파장 496 nm 에 500 nm 빛을 비춘다.

2.3 복사압과 광자 돛

광자가 운동량 $p = h/\lambda$ 를 나른다는 사실의 직접적인 결과가 복사압이다. 출력 P 인 빛이 시간 Δt 동안 면에 실어 나르는 에너지는 $P\Delta t$, 운동량은 $P\Delta t/c$ 이므로

$$\text{완전 흡수: } F = \frac{P}{c}, \quad \text{완전 반사: } F = \frac{2P}{c}$$

반사는 운동량이 $+p$ 에서 $-p$ 로 뒤집히므로 전달량이 두 배가 된다. 단위 면적당으로 쓰면 복사압은 각각 $I/c, 2I/c$ 다(I 는 세기).

여기서 파장 λ 는 **끝까지 나타나지 않는다**. 광자 하나의 운동량이 h/λ 로 작아지면 같은 출력을 내는데 필요한 광자 개수 $N = P\lambda/hc$ 가 그만큼 많아져 정확히 상쇄되기 때문이다. 문항이 h 와 λ 를 친절하게 알려주더라도 대부분 쓰지 않는다.

광자 돛(photon sail)은 이 힘으로 우주선을 가속한다. 질량 m 인 우주선을 속력 v 까지 올리는 데 걸리는 시간은 충격량-운동량 정리 한 줄이면 된다.

$$Ft = mv \implies t = \frac{mv}{F} = \frac{mvc}{2P} \quad (\text{완전 반사일 때})$$

복사압 계산 3단계

1. **총 출력을 먼저 만든다.** “단위 면적당 출력 $\times$ 돛 면적” — 면적을 빠뜨리는 실수가 가장 흔하다.
2. **흡수인지 반사인지 판정한다.** “모든 광자를 반대 방향으로 튕겨낸다” $\rightarrow$ 반사 $\rightarrow 2P/c$.
3. **$Ft = m\Delta v$ 로 마무리한다.** 광자 개수나 파장은 계산할 필요가 없다.

2.4 콤프턴 산란

X선을 정지한 전자에 쏘면 산란된 X선의 파장이 **길어진다**. 광자-전자의 탄성충돌로 보고 에너지·운동량 보존을 연립하면

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e c}(1 - \cos\theta), \quad \frac{h}{m_e c} = 2.43 \times 10^{-3} \text{ nm}$$

$h/(m_e c)$ 를 **콤프턴 파장**이라 한다. 이 식에서 곧바로 읽어야 할 것은 세 가지다.

1. $1 - \cos\theta \geq 0$ 이므로 $\lambda' \geq \lambda$. **산란된 빛의 파장은 절대로 짧아지지 않는다.**
2. θ 가 커질수록 $\Delta\lambda$ 도 커진다. $\theta = 0$ 이면 0, $\theta = 180^\circ$ (되튀김)이면 최대 $2h/m_e c \approx 4.9 \times 10^{-3} \text{ nm}$.
3. $\Delta\lambda$ 는 **입사 파장과 무관한 절대량**이다. 그래서 파장이 짧은 X선·감마선에서만 눈에 띄고 가시광선에서는 상대적 변화가 10^{-6} 수준이라 관측되지 않는다.

전자가 가져간 운동에너지는 광자가 잃은 에너지와 같다.

$$K_e = \frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda'}$$

따라서 **전자가 빠를수록 λ' 이 크다**(광자가 에너지를 많이 잃었다는 뜻). 반대로 전자가 거의 안 움직였다면 $\lambda' \approx \lambda$ 다.

콤프턴 산란의 의미는 광전효과보다 한 걸음 더 나간 데 있다. 광전효과가 빛의 **에너지**가 덩어리라는 것을 보였다면, 콤프턴 산란은 빛이 **운동량**까지 가진 완전한 입자처럼 충돌한다는 것을 보였다.

2.5 드브로이 물질파와 무한 우물

드브로이는 광자의 $\lambda = h/p$ 를 뒤집어 모든 물질에 적용했다.

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} \quad \left(\text{전위차 } V \text{ 로 가속한 전자라면 } \lambda = \frac{h}{\sqrt{2meV}} \right)$$

질량이 클수록, 빠를수록 파장이 짧다. 야구공의 물질파 파장이 10^{-34} m 규모여서 관측되지 않는 반면 전자는 수 nm-수십 pm 이라 결정 격자에서 회절을 일으킨다(데이비슨-저머 실험).

양 끝이 막힌 길이 L 의 관(무한 퍼텐셜 우물)에 갇힌 입자를 생각하자. 벽에서 물질파의 진폭이 0이어야 하므로 양 끝이 마디인 정상파만 허용된다.

$$L = n \frac{\lambda_n}{2} \implies \lambda_n = \frac{2L}{n} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

$$p_n = \frac{h}{\lambda_n} = \frac{nh}{2L}, \quad E_n = \frac{p_n^2}{2m} = \frac{n^2 h^2}{8mL^2}$$

여기서 나오는 결론 셋을 그대로 외워 두어야 한다.

양	허용되는 값
파장	$\lambda_n = 2L/n$ – 최대값은 $2L$ ($n = 1$), L 이 아니다
운동량	$p_n = nh/(2L)$ – 임의의 값이 아니라 불연속
에너지	$E_n = n^2 h^2 / (8mL^2)$ – 최소값이 0이 아니다 (영점에너지)

$E_1 \neq 0$ 인 이유는 불확정성 원리로도 설명된다. 위치가 L 안으로 갇히면 $\Delta p \sim h/(4\pi L)$ 이어서 운동량이 정확히 0일 수 없다. “완전히 정지한 양자 입자”는 존재하지 않는다.

자주 하는 실수

무한 우물의 최대 파장을 L 이라고 답하는 실수가 압도적으로 많다. 양 끝이 마디이므로 가장 긴 정상파는 **반 파장 하나**가 들어간 모양이고, 따라서 $\lambda_{\max} = 2L$ 이다. $\lambda = L$ 은 $n = 2$ 인 두 번째 상태다.

또 하나 – $E_1 = h^2/(8mL^2)$ 은 **최소값 그 자체**다. “ $h^2/(8mL^2)$ 보다 작을 수 있다”는 서술은 0에 가까운 에너지도 가능하다는 뜻이므로 거짓이다. 2024년 제1회 18번이 이 둘을 한꺼번에 물었다.

2.6 파동-입자 이중성과 단일 입자 간섭

전자를 **한 개씩** 충분한 시간 간격을 두고 이중 슬릿에 쏘면, 처음에는 스크린에 점이 무작위로 찍히지만 수천 개가 쌓이면 뚜렷한 간섭무늬가 나타난다. 이 실험이 말하는 것은 정확히 다음 세 가지다.

1. 간섭은 **전자 하나가 자기 자신과** 일으킨다. 동시에 날아가는 전자가 없으므로 “전자들 사이의 상호 작용”으로는 설명할 수 없다.
2. 한 개의 전자가 어디에 찍힐지는 예측할 수 없고, **확률 분포**만 정해진다. 무늬는 그 확률 분포가 누적되어 드러난 것이다.
3. 어느 슬릿을 지났는지 알아내면(슬릿 하나를 막거나 검출기를 놓으면) 간섭무늬는 사라지고 단일 슬릿 회절에 해당하는 하나의 넓은 봉우리만 남는다. **무늬가 옮겨 가는 것이 아니라 없어진다.**

무늬 간격은 빛의 이중 슬릿과 완전히 같은 식을 따른다.

$$\Delta y = \frac{\lambda D}{d} = \frac{hD}{pd} = \frac{hD}{d\sqrt{2mK}}$$

따라서 **가속 전압을 높여 에너지가 큰 전자를 쏘면 λ 가 짧아져 무늬 간격이 좁아진다.** 전자현미경이 광학현미경보다 분해능이 좋은 것도 같은 이유다.

자주 하는 실수

“슬릿 1을 막으면 무늬가 슬릿 2 쪽으로 이동한다”는 서술은 매력적이지만 거짓이다. 간섭무늬는 두 경로가 동시에 열려 있을 때만 존재한다. 하나를 막는 순간 여러 개의 밝은 띠는 사라지고, 슬릿 2 정면을 중심으로 한 **하나의** 회절 분포만 남는다.

기출 문항

제2장 양자물리 수록 문항 6개. 해설은 다음 절에 있다.

문제 1 2024년 제1회 · 18번 · 무한 우물 물질파 공명

길이 L 인 직선의 가는 관 안에 있는 질량 m 의 물체가 드브로이 물질파의 성질을 가지고 있다. 관의 양 끝은 막혀 있으며, 물질파는 관 안에서 공명하는 조건을 만족한다고 할 때, 이에 대한 설명으로 옳은 것을 모두 고른 것은?

〈 보기 〉

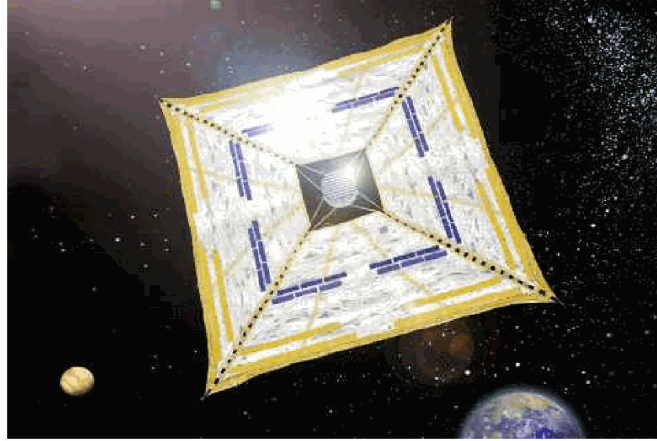
- ㄱ. 물질파의 최대 파장은 L 이다.
- ㄴ. 물체의 운동량은 임의의 값을 가질 수 있다.
- ㄷ. 물체의 최소 운동 에너지는 $\frac{h^2}{8mL^2}$ 보다 작다.

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄷ
- ④ ㄱ, ㄷ
- ⑤ 정답 없음

문제 2

2024년 제2회 · 2번 · 광자 돛 복사압 가속

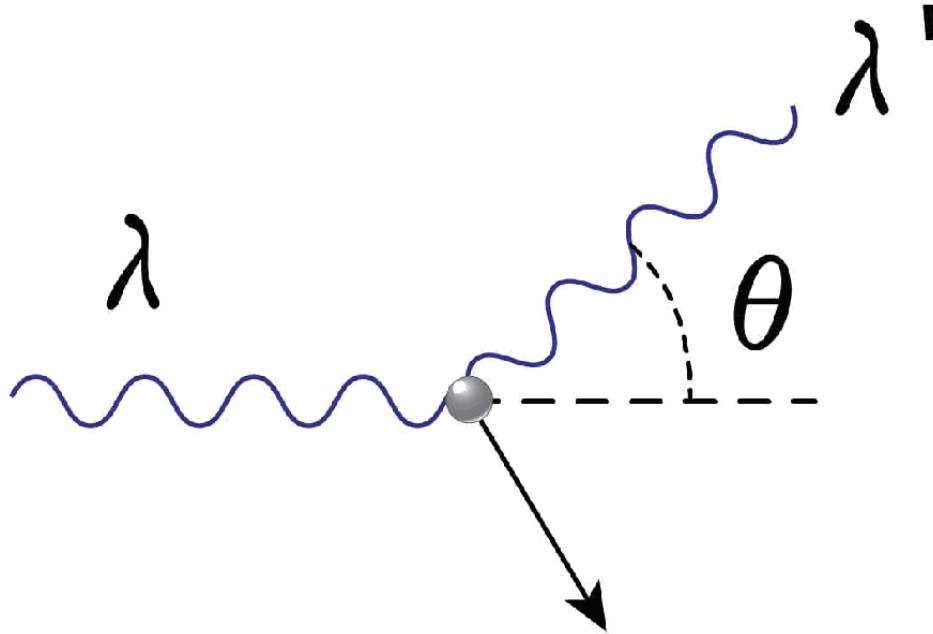
다음 그림은 빛을 받아 이를 추진력으로 이용하는 “광자 돛 (photon sail)”을 장착한 우주선의 상상도이다. 우주로 발사된, 광자 돛 면적이 100 m^2 이고 전체 질량이 1 kg 인 우주선에 레이저를 쏘아 가속시킨다 하자. 우주선의 돛에 비춰지는 레이저의 단위 면적(1 m^2)당 출력이 1000 W 이고, 우주선의 돛의 모든 면에 레이저가 수직으로 균일하게 비춰지도록 레이저를 충분히 넓은 면적에 걸쳐 쏘고 있다 가정하자. 또한 광자 돛은 모든 입사한 광자를 반대방향으로 튕겨낸다 가정한다. 이때, 우주선을 광속($c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$)의 0.01% 까지 가속시키기 위해서는 대략 얼마만큼의 시간동안 레이저를 쏘아야 하는가? 참고로 빛의 기본 입자인 광자(photon) 1개가 전달하는 에너지 E 및 운동량 p 는 $E_p = \frac{hc}{\lambda}$, $p = \frac{h}{\lambda}$ 로 주어진다. ($h =$ 플랑크 상수, 약 $6 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$, $\lambda =$ 레이저의 파장)



- ① 3.0×10^4 초 ② 3.5×10^5 초 ③ 4.0×10^6 초
 ④ 4.5×10^7 초 ⑤ 5.0×10^8 초

문제 3 2024년 제2회 · 13번 · 콤프턴 산란

그림은 콤프턴 효과를 표현한 것이다. 파장 λ 인 빛이 정지해 있는 전자에 충돌한 후에 입사 방향에 대해 θ 만큼 경로가 바뀌며 파장은 λ' 이 된다. 정지해 있던 전자는 충돌 후에 움직인다. 이에 대해 올바르게 설명한 것을 모두 고르시오.



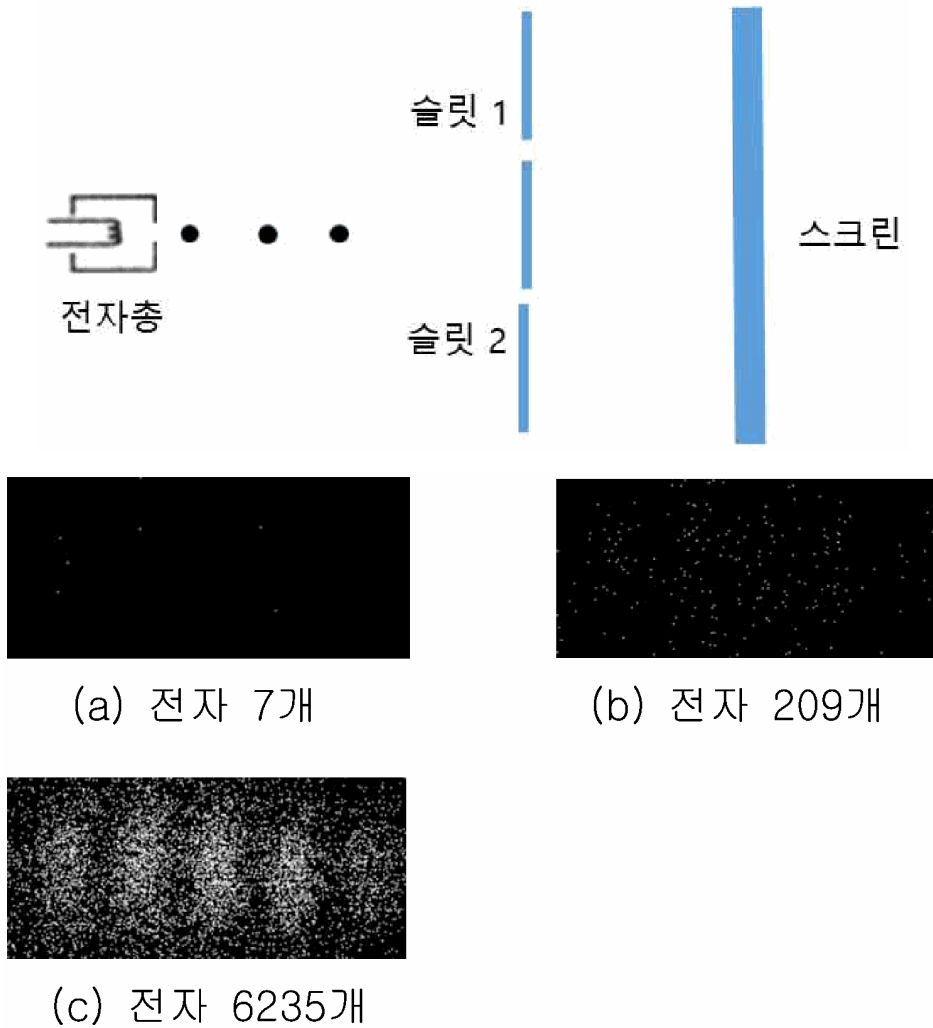
〈 보기 〉

- ㄱ. λ' 은 항상 λ 보다 작다.
- ㄴ. 튀어나온 전자의 속력이 작을수록 λ' 이 크다.
- ㄷ. 이 실험은 빛의 입자성을 보여준다.

- ① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

문제 4 2025년 제1회 · 18번 · 전자 이중 슬릿 단일 전자 축적

그림은 전자총에서 전자가 하나씩 충분한 시간 간격을 두고 발사되어 이중 슬릿을 통과한 후 스크린에 도달하는 것을 나타내는 것이다. 다음은 위 실험 결과 각각 전자 7개, 209개, 6235개가 발사된 후 스크린상에 나타나는 전자의 분포이다. (c)에서와 같이 많은 수의 전자가 스크린에 도착한 후 분포는 파동의 이중 슬릿 간섭 무늬와 유사한 무늬를 보인다. 이에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?



< 보기 >

- ㄱ. 에너지가 큰 전자를 사용하면 (c)에 나타나는 무늬의 간격이 좁아진다.
- ㄴ. 슬릿 1을 막고 같은 실험을 하면 (c)와 같은 무늬가 슬릿 2번쪽으로 이동한다.
- ㄷ. (c)의 무늬는 전자총에서 발사된 여러 전자들 사이의 상호작용 때문에 생긴 것이다.

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄷ
- ④ ㄱ, ㄴ
- ⑤ ㄴ, ㄷ

문제 5

2025년 제2회 · 18번 · 광전효과와 콤프턴 산란

광자와 전자는 여러 방식으로 상호작용을 한다. 이에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, 계산 편의를 위해 플랑크 상수와 빛속력의 곱은 $hc = 1200 \text{ eV nm}$ 으로 둔다.)

< 보기 >

- ㄱ. 어떤 금속에 빛을 비추었더니 광전자가 방출되기 시작하는 파장이 600nm이었다면, 이 금속의 일함수는 2 eV이다.
- ㄴ. 같은 금속에 파장 400 nm인 빛을 비추었을 때 나오는 광전자의 최대 운동에너지는 1.5 eV이다.
- ㄷ. 콤프턴 효과에서는 산란각이 커질수록 파장이 감소한다.

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄷ
- ④ ㄱ, ㄴ
- ⑤ ㄱ, ㄷ

문제 6 2026년 제1회 · 13번 · 광전효과 문턱진동수와 세기

일함수가 2.5 eV인 금속에 다음의 두 가지 빛 A와 B를 각각 비추었다. 이에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, $hc = 1240 \text{ eV}\cdot\text{nm}$ 이고, h 는 플랑크 상수, c 는 빛의 속력이다.)

A: 파장 400 nm, 세기 I

B: 파장 500 nm, 세기 $2I$

< 보기 >

- ㄱ. A에서 방출되는 전자의 최대 운동에너지는 0.6 eV이다.
- ㄴ. 방출되는 전자의 수는 B에서가 A에서보다 많다.
- ㄷ. A에서 세기를 $2I$ 로 증가시키면 방출되는 전자의 최대 운동에너지는 2배가 된다.

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄷ
- ④ ㄱ, ㄴ
- ⑤ ㄱ, ㄷ

해설

문제 1

2024년 제1회 · 18번 · 무한 우물 물질파 — 최대 파장은 $2L$, 최소 에너지는 0이 아니다

정답 ⑤

풀이

“길이 L 인 관의 양 끝이 막혀 있고 물질파가 공명한다”는 문장은 곧 **양 끝이 마디인 정상파만 허용된**다는 뜻이다. 이 한 줄에서 세 보기가 모두 결정된다.

$$L = n \frac{\lambda_n}{2} \Rightarrow \lambda_n = \frac{2L}{n}, \quad p_n = \frac{h}{\lambda_n} = \frac{nh}{2L}, \quad E_n = \frac{p_n^2}{2m} = \frac{n^2 h^2}{8mL^2}$$

ㄱ. 최대 파장은 $n = 1$ 일 때이므로 $\lambda_1 = 2L$ 이다. 문항은 L 이라 했다. $\lambda = L$ 은 $n = 2$ 인 두 번째 상태다. → **거짓**

ㄴ. $p_n = nh/(2L)$ 로 n 에 비례하는 **불연속**(양자화된) 값만 가질 수 있다. “임의의 값”은 자유 입자에 서나 가능한 이야기다. → **거짓**

ㄷ. 최소 운동에너지는 $n = 1$ 일 때

$$E_1 = \frac{h^2}{8mL^2}$$

이다. 문항은 “ $h^2/(8mL^2)$ 보다 **작다**”고 했으므로, 같은 값을 두고 부등호를 잘못 붙인 서술이다. 갇힌 입자의 에너지는 이 값보다 작아질 수 없다(영점에너지). → **거짓**

세 보기가 모두 거짓이므로 정답이 될 조합이 ①-④ 에 없다. → ⑤

이 문항이 노리는 것. ㄷ 을 계산해서 $E_1 = h^2/(8mL^2)$ 을 정확히 얻고도 “보다 작다”를 “보다 작거나 같다”로 읽어 참으로 처리하면 ③이나 ④로 흘러간다. 경계값을 묻는 서술에서는 **등호가 포함되는지**를 반드시 따로 확인해야 한다.

이 유형의 표준 절차

1. 경계조건을 문장에서 읽어낸다. “양 끝이 막힘 / 벽에 갇힘” → 양 끝이 **마디**.
2. $L = n\lambda/2$ 를 쓴다. 최대 파장은 언제나 $n = 1$ 의 $2L$ 이다.
3. $\lambda \rightarrow p = h/\lambda \rightarrow E = p^2/2m$ 순서로 한 번에 밀고 나간다. 중간에 v 를 끌어들이지 않는다.
4. 결과가 n 에 대해 어떤 꼴인지 확인한다 — 파장은 $1/n$, 운동량은 n , 에너지는 n^2 .
5. “임의의 값을 가질 수 있다”, “0이 될 수 있다”는 서술은 갇힌 입자에서는 항상 거짓이다.

문제 2

2024년 제2회 · 2번 · 광자 돛 — 반사면의 복사압은 $2P/c$

정답 ④

풀이

광자가 운동량을 나른다는 사실만으로 풀리는 문항이다. 파장도 광자 개수도 필요 없다.

① **돛에 도달하는 총 출력.**

$$P = 1000 \text{ W/m}^2 \times 100 \text{ m}^2 = 1.0 \times 10^5 \text{ W}$$

단위 면적당 출력만 보고 1000 W 로 계산하면 100배가 어긋난다. 면적을 반드시 곱한다.

② **힘 — 흡수인가 반사인가.** 문항은 “모든 입사한 광자를 **반대 방향으로 튕겨낸다**”고 못박았다. 광자 하나의 운동량이 $+p$ 에서 $-p$ 로 바뀌므로 전달되는 운동량은 $2p$, 따라서

$$F = \frac{2P}{c} = \frac{2 \times 1.0 \times 10^5}{3 \times 10^8} = 6.67 \times 10^{-4} \text{ N}$$

③ **충격량-운동량 정리.** 목표 속력은 광속의 $0.01\% = 10^{-4}$ 배이므로 $v = 10^{-4} \times 3 \times 10^8 = 3 \times 10^4$ m/s 이고, 질량은 1 kg 이다.

$$t = \frac{mv}{F} = \frac{1 \times 3 \times 10^4}{6.67 \times 10^{-4}} = 4.5 \times 10^7 \text{ s}$$

→ ④

여기서 같린다. 반사를 흡수로 착각해 $F = P/c$ 를 쓰면 $t = 9.0 \times 10^7 \text{ s}$ 가 나오는데, 이 값은 선택지에 아예 없다. 즉 이 문항은 **2배 인자 하나로 답이 존재하느냐 마느냐가 갈리도록** 설계돼 있다.

또 문항이 $h = 6 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$ 와 $E = hc/\lambda$, $p = h/\lambda$ 를 친절히 제시하지만 정답에는 h 도 λ 도 들어가지 않는다. 광자 하나의 운동량 h/λ 가 작아지면 같은 출력에 필요한 광자 수 $N = P\lambda/(hc)$ 가 그만큼 많아져 정확히 상쇄되기 때문이다 ($N \times h/\lambda = P/c$). **주어진 값을 다 써야 한다는 강박이 오히려 시간을 잡아먹는 문항이다.**

이 유형의 표준 절차

1. 총 출력 P 를 만든다 – 세기(W/m^2) $\times$ 면적. 면적 누락이 1순위 실수다.
2. 흡수면 $F = P/c$, 반사면 $F = 2P/c$. 문항의 “튀겨낸다 / 흡수한다”를 밑줄 긋고 판정한다.
3. $Ft = m\Delta v$ 로 시간을, $F/A = I/c$ 또는 $2I/c$ 로 압력을 구한다.
4. 광자 개수·파장·플랑크 상수는 대개 소거된다. 먼저 P 와 c 만으로 식을 세워 본다.

문제 3 2024년 제2회 · 13번 · 콤프턴 산란 – 파장은 항상 길어진다

정답 ②

풀이

콤프턴 산란의 파장 이동식 하나로 전부 판정한다.

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e c}(1 - \cos\theta) \geq 0$$

ㄱ. $1 - \cos\theta$ 는 $\theta = 0$ 에서 0, 그 밖에서는 모두 양수다. 따라서 λ' 은 항상 λ **이상**이며, 짧아지는 일은 없다. 물리적으로도 광자가 정지한 전자를 밀어냈으니 에너지를 잃을 수밖에 없고, 에너지를 잃었다는 것은 곧 파장이 길어졌다는 뜻이다($E = hc/\lambda$). → **거짓**

ㄴ. 에너지 보존에서 전자가 얻은 운동에너지는

$$K_e = \frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda'}$$

이다. 전자의 속력이 **작다**는 것은 K_e 가 작다는 것이고, 그러면 광자가 잃은 에너지도 작아 λ' 은 λ 에 **가까운**, 즉 더 **작은** 값이 된다. 문항은 “속력이 작을수록 λ' 이 크다”고 했으므로 정확히 반대다. → **거짓**

올바른 대응 관계를 한 줄로 정리하면 이렇다.

$$\theta \uparrow \Rightarrow \Delta\lambda \uparrow \Rightarrow \lambda' \uparrow \Rightarrow K_e \uparrow \Rightarrow v_e \uparrow$$

산란각·파장·전자 속력은 전부 같은 방향으로 움직인다.

ㄷ. 고전 파동론(툼슨 산란)으로는 산란파의 파장이 입사파와 같아야 한다. 파장이 각도에 따라 변한다는 관측은 빛이 정해진 에너지 hf 와 운동량 h/λ 를 가진 **입자로서 전자와 충돌**할 때만 설명된다. 콤프턴 산란은 빛의 입자성의 결정적 증거다. → **참**

따라서 ㄷ 만 옳으므로 ②.

자주 하는 실수

ㄴ은 “속력”과 “파장”을 반대 방향으로 연결시키려는 전형적인 뒤집기 함정이다. 헛갈릴 때는 극단을 대입하면 된다. $\theta = 0$ (거의 스쳐 지나감)이면 전자는 거의 정지해 있고 $\lambda' = \lambda$ 로 가장 작다. $\theta = 180^\circ$ (정면 되튀김)면 전자가 가장 빠르고 $\lambda' = \lambda + 2h/m_e c$ 로 가장 크다. **두 극단만 확인하면 방향이 즉시 확정된다.**

문제 4

2025년 제1회 · 18번 · 단일 전자 이중 슬릿 — 전자는 자기 자신과 간섭한다

정답 ①

풀이

“전자가 **하나씩 충분한 시간 간격을 두고**” 발사된다는 단서가 이 문항의 전부다. 스크린에는 한 번에 점 하나만 찍히는데도 6235개가 쌓이면 간섭무늬가 나타난다.

ㄱ. 전자의 물질파 파장은 $\lambda = h/p = h/\sqrt{2mK}$ 이므로 에너지 K 가 크면 λ 가 짧아진다. 이중 슬릿 무늬 간격은 빛과 같은 식을 따르므로

$$\Delta y = \frac{\lambda D}{d} = \frac{hD}{d\sqrt{2mK}}$$

$K \uparrow \rightarrow \lambda \downarrow \rightarrow \Delta y \downarrow$, 즉 무늬 간격이 **좁아진다**. → **참**

ㄴ. 간섭무늬는 두 경로가 동시에 열려 있어야만 생긴다. 슬릿 1을 막으면 경로가 하나뿐이므로 여러 줄의 밝은 띠는 **사라지고**, 슬릿 2 정면을 중심으로 한 넓은 단일 슬릿 회절 봉우리 하나만 남는다. (c)와 같은 무늬가 통째로 옆으로 평행이동하는 것이 아니다. → **거짓**

ㄷ. 전자를 하나씩 충분한 간격을 두고 쏘았으므로 장치 안에 동시에 존재하는 전자는 한 개뿐이다. 서로 밀칠 상대가 없으니 전자 간 상호작용으로는 무늬를 만들 수 없다. 무늬는 **전자 한 개의 확률 분포**가 6235번 반복 누적되어 드러난 것이다. → **거짓**

따라서 ㄱ 만 옳으므로 ①.

(a)→(b)→(c)의 의미. 7개일 때는 아무 규칙도 보이지 않고, 209개에서 희미한 농담이 생기며, 6235개에서 비로소 줄무늬가 된다. 이것은 무늬가 “여러 전자가 모여야 만들어지는 것”이 아니라 **처음부터 정해져 있던 확률 분포를 표본이 많아지며 확인해 가는 과정**임을 보여 준다. 동전을 열 번 던져서는 앞면 확률 1/2 이 보이지 않는 것과 같은 이야기다.

문제 5

2025년 제2회 · 18번 · 광전효과 수치 계산과 콤프턴 방향 판정

정답 ①

풀이

$hc = 1200 \text{ eV}\cdot\text{nm}$ 를 주었으므로 나눗셈 두 번이면 끝난다.

ㄱ. “광전자가 방출되기 시작하는 파장”이 곧 문턱파장 λ_0 다. 문턱에서는 광자 에너지가 정확히 일함수와 같으므로

$$W = \frac{hc}{\lambda_0} = \frac{1200}{600} = 2.0 \text{ eV}$$

→ **참**

ㄴ. 400 nm 광자의 에너지는 $1200/400 = 3.0 \text{ eV}$ 이므로

$$K_{\max} = hf - W = 3.0 - 2.0 = 1.0 \text{ eV}$$

문항은 1.5 eV 라 했다. → 거짓

1.5 eV 는 어디서 나온 숫자인가. 파장이 600 → 400 nm 로 2/3 배가 되었으니 에너지가 3/2 배가 되었고, 그 3/2 를 일함수 2 eV 가 아니라 엉뚱한 곳에 곱하면 1.5 가 나온다. $K_{\max}$ 는 광자 에너지에 비례하지 않는다. 항상 W 를 뺀 뒤에 이야기해야 한다.

ㄷ. 콤프턴 파장 이동은 $\Delta\lambda = (h/m_e c)(1 - \cos\theta)$ 이고, θ 가 커지면 $\cos\theta$ 가 작아져 $\Delta\lambda$ 는 커진다. 즉 산란각이 커질수록 파장은 감소하는 것이 아니라 증가한다. → 거짓

따라서 ㄱ 만 옳으므로 ①.

자주 하는 실수

ㄱ에서 “방출되기 시작하는 파장”을 최대 파장(문턱파장)이 아니라 최소 파장으로 착각하면 부등호 방향이 통째로 뒤집힌다. 에너지는 $1/\lambda$ 에 비례하므로 파장이 길수록 에너지가 작다 → 방출이 겨우 시작되는 지점은 가장 긴 파장이다. $\lambda \leq \lambda_0$ 일 때 방출, $\lambda > \lambda_0$ 이면 방출 없음.

문제 6 2026년 제1회 · 13번 · 광전효과 – 문턱을 못 넘으면 세기 2I 도 소용없다

정답 ①

풀이

일함수 $W = 2.5 \text{ eV}$, $hc = 1240 \text{ eV}\cdot\text{nm}$. 가장 먼저 할 일은 문턱파장을 구해 놓는 것이다.

$$\lambda_0 = \frac{hc}{W} = \frac{1240}{2.5} = 496 \text{ nm}$$

이 496 nm 하나를 적어 두면 세 보기가 즉시 판정된다.

ㄱ. A는 400 nm 로 λ_0 보다 짧으니 방출이 일어난다.

$$E_A = \frac{1240}{400} = 3.1 \text{ eV}, \quad K_{\max} = 3.1 - 2.5 = 0.6 \text{ eV}$$

→ 참

ㄴ. B는 500 nm 다. $500 > 496$ 이므로 문턱파장을 아슬아슬하게 넘어섰다. 광자 하나의 에너지는 $1240/500 = 2.48 \text{ eV}$ 로 일함수 2.5 eV 에 0.02 eV 모자란다. 세기가 2I 이든 100I 이든 광자 개수만 늘 뿐 광자 하나의 에너지는 그대로이므로, B에서 방출되는 전자는 0개다. A에서는 전자가 나오므로 “B가 더 많다”는 서술은 거짓이다. → 거짓

ㄷ. 세기를 2I 로 올리면 단위시간당 도달하는 광자 수가 두 배가 되어 광전류가 두 배가 될 뿐, $K_{\max} = hf - W$ 에는 세기가 들어 있지 않다. 최대 운동에너지는 0.6 eV 그대로다. → 거짓

따라서 ㄱ 만 옳으므로 ①.

이 문항의 설계. 496 nm 와 500 nm 라는 4 nm 차이가 승부처다. “500 nm 는 400 nm 보다 좀 약할 뿐이니 세기가 두 배면 전자가 더 많이 나오겠지”라고 정성적으로만 판단하면 ㄴ을 참으로 처리해 ④를 고르게 된다. 광전효과 문항은 예외 없이 문턱파장(또는 문턱진동수)을 먼저 수치로 계산하고 시작해야 한다.

자주 하는 실수

“세기 $2I$ ” 라는 표현이 나오면 반사적으로 다음 두 문장을 떠올려야 한다.

1. 세기는 광자의 **개수**를 두 배로 만든다 $\rightarrow$ 광전류 두 배.
2. 세기는 광자 **하나의 에너지**를 건드리지 못한다 $\rightarrow K_{\max}$ 불변, 문턱진동수 불변.

문턱 아래에서는 첫 문장의 “두 배”조차 $2 \times 0 = 0$ 이다.

이 장의 요약

1. **광자** – $E = hf = hc/\lambda, p = h/\lambda$. 실전에서 쓰는 숫자는 $hc = 1240 \text{ eV}\cdot\text{nm}$ 하나다. $400 \text{ nm} \rightarrow 3.1 \text{ eV}$ 는 외워 둔다.
2. **광전효과** – $K_{\max} = hf - W$. 세기는 **개수(광전류)** 만, 진동수는 **에너지** 만 바꾼다. 문턱파장 $\lambda_0 = hc/W$ 를 먼저 계산한다. $\lambda > \lambda_0$ 이면 세기가 아무리 커도 전자는 0개.
3. **복사압** – 흡수 P/c , 반사 $2P/c$. 총 출력은 세기 $\times$ 면적. $Ft = m\Delta v$ 로 마무리. 파장과 h 는 소거된다.
4. **콤프턴** – $\Delta\lambda = (h/m_e c)(1 - \cos\theta) \geq 0$. 파장은 절대 짧아지지 않는다. 산란각 $\uparrow \rightarrow$ 파장 $\uparrow \rightarrow$ 전자 속력 $\uparrow$ – 전부 같은 방향.
5. **물질파와 무한 우물** – $\lambda = h/p, \lambda_n = 2L/n (\lambda_{\max} = 2L, L \text{ 이 아니다}), E_n = n^2 h^2 / (8mL^2) (E_1 \neq 0)$. 갇힌 입자의 운동량은 연속값을 가질 수 없다.
6. **단일 입자 간섭** – 전자는 자기 자신과 간섭한다. 무늬는 확률 분포의 누적이며, 경로를 하나로 줄이면 무늬는 이동하는 것이 아니라 사라진다.

제3장 고체와 에너지띠

최근 5회분(90문항)에서 현대물리는 15문항이 출제되었고, 그중 고체·에너지띠가 5문항이다. 주목할 것은 개수가 아니라 **분포**다 – 5회 시험에서 단 한 번도 빠지지 않고 매회 정확히 1문항씩 나왔다. 게다가 다섯 문항 중 네 문항이 12번 자리다. **에너지띠는 사실상 고정 출제 항목**이라고 보아도 된다. 출제 축은 세 가지로 정리된다 – (i) **띠 그림을 보고 도체·반도체·절연체를 판정하고 온도에 따른 전도도 변화 방향을 묻는 유형** (2025년 제1회, 2026년 제1회), (ii) **도핑·pn 접합·다이오드의 정오 판정** (2024년 제1회), (iii) **띠틈을 빛과 연결짓는 유형** – 흡수·투과·발광(2025년 제2회)과 광전자 분광(2024년 제2회)이 여기 속한다. 계산은 거의 없고 전부 **진술의 참·거짓을 가르는 문항**이라, 개념 한 줄을 정확히 외웠는지가 그대로 점수가 된다.

학습 목표

- 원자 준위가 모여 에너지띠가 되는 과정을 파울리 배타원리로 설명할 수 있다.
- 원자가띠·전도띠·띠틈(E_g)을 정의하고, 꼭 찬 띠가 전류를 나르지 못하는 이유를 말할 수 있다.
- 도체·반도체·절연체를 띠 구조로 구분하고, **온도가 오를 때 전도도가 변하는 방향이 도체와 반도체에서 서로 반대임**을 설명할 수 있다.
- 페르미 준위의 위치로 금속과 반도체를 구별하고, 진성·n형·p형 반도체의 전하 나르개를 판별할 수 있다.
- pn 접합의 정류 작용과 LED의 발광 진동수를 띠틈으로 설명할 수 있다.
- hf 와 E_g 를 비교해 빛의 투과·흡수를 판정하고, 광전자 분광이 에너지·운동량 보존으로 띠 구조를 읽는 원리를 설명할 수 있다.

3.1 원자 준위에서 에너지띠로

고립된 원자 하나에서 전자의 에너지는 불연속적인 **준위**를 갖는다. 그런데 원자 두 개를 가까이 붙이면 두 원자의 파동함수가 겹치고, **파울리 배타원리** 때문에 같은 상태에 두 전자가 들어갈 수 없으므로 원래 하나였던 준위가 두 개로 갈라진다. 원자 N 개를 격자로 쌓으면 각 준위는 N 개로 갈라진다.

고체에서 N 은 10^{23} 수준이므로 갈라진 준위들의 간격은 10^{-23} eV 수준 — 실질적으로 연속이다. 이 촘촘한 준위 다발을 **에너지띠**(energy band)라 하고, 띠와 띠 사이에 전자가 가질 수 없는 에너지 구간이 남는데 이것이 **띠틈**(band gap, E_g)이다.

고립 원자의 불연속 준위 $\implies$ 고체의 (거의) 연속인 에너지띠 + 띠틈

원자 사이 거리가 가까울수록(결합이 셀수록) 준위가 더 크게 갈라져 띠가 넓어진다. 안쪽 껍질 전자는 이웃 원자와 거의 겹치지 않으므로 띠가 매우 좁고, 바깥 껍질(원자가 전자)일수록 띠가 넓다.

전자는 낮은 에너지부터 차곡차곡 채워 들어간다. 그 결과

- **원자가띠**(valence band) — 전자가 채워진 띠 중 **가장 높은 띠**
- **전도띠**(conduction band) — 원자가띠 바로 위의, 비어 있거나 일부만 채워진 띠

로 부른다. 여기서 “원자가띠”의 정의를 “전자가 채워진 가장 높은 띠”로 정확히 기억해 두어야 한다. 2024년 제1회 17번이 바로 이 정의를 그대로 보기로 냈다.

3.2 전류를 나르는 띠 – 꽉 찬 띠는 전류를 나르지 못한다

전기장을 걸면 전자는 에너지를 조금 얻어 **약간 더 높은 상태로 옮겨가야** 한다. 그런데 띠가 전자로 완전히 채워져 있으면 옮겨갈 빈자리가 없다. 그래서

전류를 나르는 것은 “부분적으로 채워진 띠”뿐이다.

완전히 찬 띠와 완전히 빈 띠는 전류에 기여하지 못한다. 이 한 줄이 도체·반도체·절연체를 가르는 전부다.

반도체·절연체에서는 원자가띠가 꽉 차 있고 전도띠가 비어 있으므로, 전자가 E_g 이상의 에너지를 얻어 띠틈을 뛰어넘어야($E \geq E_g$) 비로소 전류가 흐른다. 에너지를 주는 방법은 두 가지다 – **열**(온도)과 **빛**.

전자가 전도띠로 올라가면 원자가띠에는 빈자리가 생기는데, 이 빈자리도 이제 “부분적으로 채워진 띠”가 되어 전류를 나른다. 이 빈자리를 양전하처럼 취급한 것이 **정공**(hole)이다. 진성 반도체에서는

$$n_e = n_h \quad (\text{전자 하나가 올라가면 정공 하나가 남는다})$$

가 항상 성립한다. 즉 전도띠 전자와 원자가띠 정공이 언제나 쌍으로 생긴다.

자주 하는 실수

“절연체는 전도띠에 전자가 완전히 채워져 있다”는 서술은 **거짓**이다. 절연체에서 꽉 차 있는 것은 **원자가띠**이고 전도띠는 **비어 있다**. 2024년 제1회 17번의 ㄴ은 정확히 이 자리를 바꿔치기한 함정이었다. 띠 그림에서 색칠된(채워진) 쪽이 아래(원자가띠)라는 것만 기억하면 된다.

3.3 도체·반도체·절연체 – 세 가지 띠 구조

세 물질의 차이는 오직 **띠틈의 크기와 페르미 준위의 위치**다.

- **도체(금속)** – 원자가띠가 부분적으로만 채워져 있거나, 원자가띠와 전도띠가 **겹쳐** 있다. 띠틈이 아예 없으므로 아주 작은 전기장에도 전자가 곧바로 움직인다.
- **반도체** – 띠틈이 좁다($E_g \approx 1 \text{ eV}$). 상온의 열에너지로도 일부 전자가 넘어간다.
- **절연체** – 띠틈이 넓다($E_g > \sim 3 \text{ eV}$). 상온에서 넘어가는 전자가 사실상 없다.

구분	띠틈 E_g	상온 전도도	온도 ↑ 시 전도도	대표 물질
도체	0 (없음·겹침)	$10^6 \sim 10^8 \text{ S/m}$	감소 (저항 증가)	Cu, Ag, Au, Al
반도체	$\approx 0.7 \sim 1.5 \text{ eV}$	$10^{-6} \sim 10^3 \text{ S/m}$	증가 (저항 감소)	Si (1.12 eV), Ge (0.67 eV), GaAs (1.42 eV)
절연체	$> \sim 3 \text{ eV}$	$10^{-16} \sim 10^{-10} \text{ S/m}$	증가 (단, 상온 부근에서는 거의 0)	다이아몬드 (5.5 eV), SiO_2 (9 eV), 고무

표의 네 번째 열이 이 장에서 가장 자주 물어보는 항목이다. **온도가 오를 때 도체와 반도체는 반대로 움직인다.**

- **도체** – 나르개(자유전자) 수 n 은 온도에 거의 변하지 않는다. 대신 격자 진동(포논)이 심해져 전자가 더 자주 산란되므로 이동도가 떨어진다. → 저항 증가, 전도도 감소.
- **반도체** – 산란도 물론 늘어나지만, 띠틈을 넘어가는 나르개 수가 $\exp(-E_g/2kT)$ 로 **지수적으로** 폭증한다. 지수 증가가 산란 증가를 압도한다. → 저항 감소, 전도도 증가.

자주 하는 실수

“온도가 높아지면 전도성이 좋아진다”를 모든 물질에 적용하면 안 된다. 이것은 **반도체·절연체** 이야기이고 **금속은 정반대**다. 2026년 제1회 12번은 세 띠 그림 중 어느 것이 반도체인지 먼저 고른 뒤에 이 문장을 적용해야 풀리도록 설계돼 있다. 순서를 뒤집으면 틀린다.

3.4 페르미 준위

전자는 페르미-디랙 분포를 따른다.

$$f(E) = \frac{1}{e^{(E-E_F)/kT} + 1}$$

여기서 E_F 가 **페르미 준위**다. $f(E_F) = 1/2$ 이므로, 페르미 준위는 “점유 확률이 정확히 1/2 인 에너지”라고 이해하면 된다. $T = 0$ 에서는 계단함수가 되어 E_F 아래는 전부 차고 위는 전부 빈다.

페르미 준위의 **위치**가 물질의 성격을 결정한다.

- **금속** – E_F 가 어떤 띠의 **내부**에 있다. 그 띠는 절반쯤 채워진 상태이므로, E_F 바로 위에 빈 상태가 붙어 있어 아무리 작은 전기장에도 전자가 반응한다.
- **반도체·절연체** – E_F 가 **띠틈** 안에 있다. 띠틈에는 상태 자체가 없으므로 “ E_F 에 전자가 있다”는 뜻이 아니다. 진성 반도체라면 E_F 는 띠틈의 거의 한가운데다.

한 줄 판정법

- 페르미 준위가 **띠 안에** 있다 → 금속(도체). **띠틈이 있느냐 없느냐가 아니라, E_F 가 어디 있느냐가 기준이다.**
- 페르미 준위가 **띠틈 안에** 있다 → 반도체 또는 절연체. 둘의 차이는 E_g 의 크기뿐이다.
- 상온의 열에너지 $kT \approx 0.026$ eV. 이 값과 E_g 를 비교하면 어느 쪽인지 바로 감이 온다. Si는 $E_g/kT \approx 43$, 다이아몬드는 ≈ 213 – 지수의 어깨에서 하늘과 땅 차이가 난다.

2025년 제1회 12번의 ㄷ(“띠틈이 있더라도 페르미 준위가 전도띠 내부에 위치하면 금속이다”)은 바로 이 판정법을 그대로 묻은 보기다. 실제로 무거운 도핑을 한 반도체(축퇴 반도체)나 반금속은 띠틈이 있으면서도 E_F 가 띠 안에 들어가 금속처럼 행동한다.

3.5 진성 반도체와 불순물 반도체, 그리고 pn 접합

진성 반도체는 순수한 Si, Ge다. 4족 원소라 원자가전자가 4개이고 이웃 4개와 공유결합을 이룬다. 상온에서 열들뜸으로 생기는 나르개 수는 $n_e = n_h$ 로 매우 적어, 전도도를 실용적으로 쓰기 어렵다.

여기에 불순물을 미량 섞는 것이 **도핑**이다.

종류	섞는 원소	남는 것	새로 생기는 준위	주 나르개
n형	5족 (P, As, Sb)	전자 1개	전도띠 바로 아래에 도너 준위	전자 (-)
p형	3족 (B, Al, Ga)	결합 빈자리	원자가띠 바로 위에 억셉터 준위	정공 (+)

도너 준위는 전도띠와의 간격이 $0.01 \sim 0.05 \text{ eV}$ 정도로 $kT \approx 0.026 \text{ eV}$ 와 비슷하다. 그래서 상온이면 도너 전자가 거의 전부 전도띠로 올라간다 – 도핑이 전도도를 몇 자릿수씩 끌어올리는 이유다. 도핑을 해도 결정 전체는 **전기적으로 중성**이며(불순물 원자핵의 전하가 그대로 남아 있다), 나르개의 **종류**만 바뀐다.

pn 접합. p형과 n형을 붙이면 경계에서 전자와 정공이 확산해 서로 재결합하고, 나르개가 사라진 **공핍층**과 $n \rightarrow p$ 방향의 내부 전기장(전위 장벽)이 생긴다.

- **순방향**(p에 +, n에 -) – 외부 전압이 내부 장벽을 낮춘다. 공핍층이 얇아지고 전류가 잘 흐른다.
- **역방향**(p에 -, n에 +) – 장벽이 더 높아진다. 공핍층이 두꺼워지고 전류가 거의 흐르지 않는다.

이 비대칭이 **정류 작용**이고, 그 소자가 **다이오드**다. “전류가 한 방향으로만 더 잘 흐른다”는 서술은 참이다.

LED. 순방향 전압을 걸면 전도띠 전자가 원자가띠 정공과 재결합하면서 E_g 만큼의 에너지를 빛으로 내놓는다.

$$hf = E_g \implies \lambda = \frac{hc}{E_g} = \frac{1240 \text{ eV} \cdot \text{nm}}{E_g}$$

띠틈이 클수록 진동수가 높다(파장이 짧다). 청색 LED에 GaN($E_g \approx 3.4 \text{ eV}$, $\lambda \approx 365 \text{ nm}$ 대)처럼 넓은 띠틈 물질을 쓰는 이유가 이것이다.

3.6 띠틈과 빛 – 흡수·투과, 그리고 광전자 분광

빛이 통과하느냐 흡수되느냐는 광자 에너지 hf 와 띠틈 E_g 의 대소만으로 갈린다.

- $hf < E_g$ – 전자를 띠틈 너머로 올릴 수 없다. 광자가 줄 수 있는 상태가 없으므로 **흡수되지 않고 투과**한다.
- $hf \geq E_g$ – 원자가띠 전자가 전도띠로 들떠 올라가며 광자를 **흡수**한다. 불투명해진다.

가시광선은 대략 1.8 ~ 3.1 eV다. 그래서

- **다이아몬드** ($E_g = 5.5$ eV, 흡수 시작 파장 ≈ 225 nm) – 가시광선 전 영역이 E_g 보다 작다. 전부 투과 → 무색투명.
- **실리콘** ($E_g = 1.12$ eV) – 가시광선 전 영역이 E_g 보다 크다. 전부 흡수 → 검게 보인다. (적외선 $\lambda > 1100$ nm는 투과하므로 적외선 렌즈로 쓴다.)
- **금속** – 띠틈이 없어 어떤 진동수의 광자든 전자를 들뜨게 할 수 있다. 게다가 자유전자가 입사 전자 기파에 즉시 반응해 되쏘므로 **반사**한다. 금속이 반짝이는 이유이자, 금속이 절대 투명할 수 없는 이유다.

자주 하는 실수

“투명하다 = 전기가 잘 통한다”로 착각하는 학생이 매년 나온다. **정확히 반대다**. 빛을 잘 투과시킨다는 것은 E_g 가 **크다**는 뜻이고, E_g 가 크면 나르개가 없어 **절연체**다. 반짝이며 빛을 반사하는 금속이 전도체다. 2025년 제2회 12번(다이아몬드 vs 금)이 정확히 이 대비를 물었다.

절연체에 전기장을 걸면? 나르개가 없으니 전류는 흐르지 않지만, 원자·분자 안의 전하가 미세하게 어긋나 **유전분극**이 일어난다. 절연체(유전체)는 “아무 반응도 없는 물질”이 아니다. 같은 이유로 절연체는 마찰로 전하를 얻으면 그 전하가 흘러나가지 못하고 표면에 남아 **대전**된다. (도체는 손으로 잡는 순간 전하가 빠져나간다.)

광전자 분광(ARPES). 에너지 hf 인 광자를 시료 표면에 쬔어 튀어나온 전자의 운동에너지와 방출 각도를 동시에 재면, 고체 안에 있던 전자의 에너지와 운동량을 역산할 수 있다. 원리는 광전효과 – 아인슈타인이 설명한 바로 그것 – 이고, 두 보존 법칙을 그대로 쓴다.

$$E_{\text{kin}} = hf - \varphi - |E_B|, \quad p_{\parallel} = \sqrt{2mE_{\text{kin}}} \sin \theta$$

φ 는 일함수, E_B 는 고체 안에서의 결합에너지, θ 는 표면 법선에서 잰 방출각이다. θ 를 훑으며 E_{kin} 을 재면 E_B 대 $p_{\parallel}$ 곡선, 즉 **에너지띠 구조 그 자체**가 그려진다. 이것이 “각분해”(angle-resolved)라는 이름의 뜻이다.

광전자 분광에서 반드시 기억할 세 가지

1. 방출 전자의 운동에너지는 광자 에너지와 **같지 않다**. 일함수와 결합에너지를 뺀 나머지가. $E_{\text{kin}} = hf$ 라고 쓴 보기는 무조건 거짓이다.
2. 운동량도 보존된다. 광자의 운동량 $p = h/\lambda$ 가 작긴 해도 0이 아니고, 무엇보다 방출 전자의 운동량 벡터는 **측정 각도에 따라 달라지는 양**이다. “입사각에 전혀 의존하지 않는다”는 단정은 성립하지 않는다.
3. hf 가 일함수보다 작으면 전자는 아예 방출되지 않는다. 절연체라면 이때 원자가띠 → 전도띠 들뜸만 일어나고 전자는 시료 안에 남을 수 있다.

기출 문항

제3장 고체와 에너지띠 수록 문항 5개. 해설은 다음 절에 있다.

문제 1 2024년 제1회 · 17번 · 에너지띠와 반도체 도핑·다이오드

다음 그림은 어떤 고체의 에너지띠 구조를 나타낸다. 에너지띠 구조와 반도체에 대한 다음의 보기 중 옳은 것만 고른 것은 무엇인가?

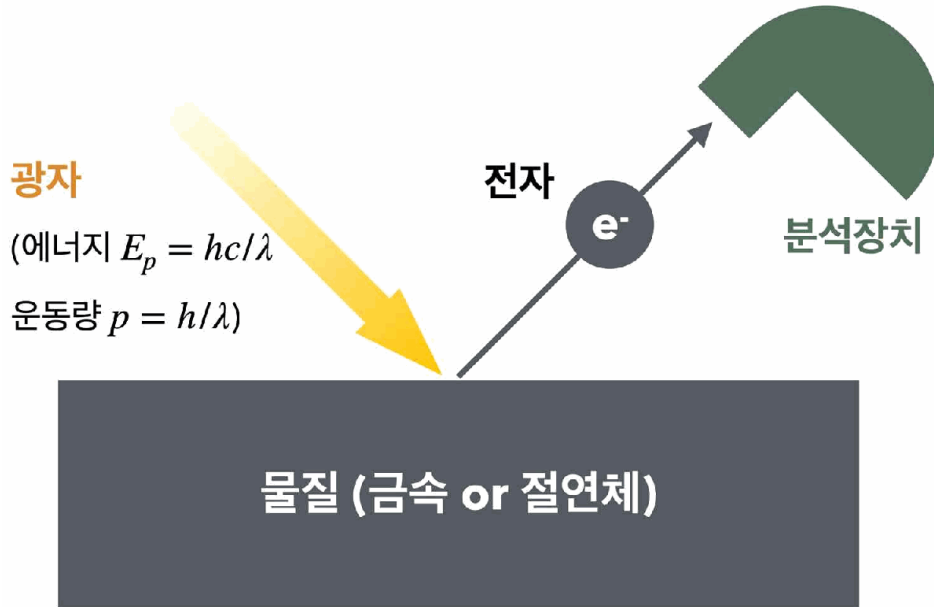


〈 보기 〉

- ㄱ. 고체의 에너지띠에서 전자가 채워진 가장 높은 상태의 에너지띠를 원자가띠(valence band)라고 한다.
- ㄴ. 절연체는 전도띠(conduction band)에 전자가 완전히 채워져 있고 띠틈(band gap)이 반도체 보다 넓다.
- ㄷ. 반도체의 띠틈이 좁아 원자가전자의 일부는 상온에서 전도띠에 분포한다.
- ㄹ. Ge 반도체의 경우 전자가 5개인 5족 원소를 섞으면 p형 반도체가 된다.
- ㅁ. p형 반도체와 n형 반도체를 접합하면 전류가 한 방향으로만 더 잘 흐르는 다이오드가 된다.

- ① ㄱ, ㄴ, ㄷ
- ② ㄱ, ㄷ, ㅁ
- ③ ㄴ, ㄹ, ㅁ
- ④ ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㄹ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄹ, ㅁ

다음의 장비는 물질 표면에 대한 각분해 광전자 분광학(angle-resolved photoemission spectroscopy) 측정의 원리에 관한 모식도이다. 해당 측정법은 광자와 전자 사이의 에너지 및 운동량 보존 법칙을 응용하여 물질 내 존재하는 전자의 에너지 및 운동량을 측정하는 방법이다. 해당 방법에 대한 설명으로 옳은 것을 다음 보기 중에서 모두 고르시오.



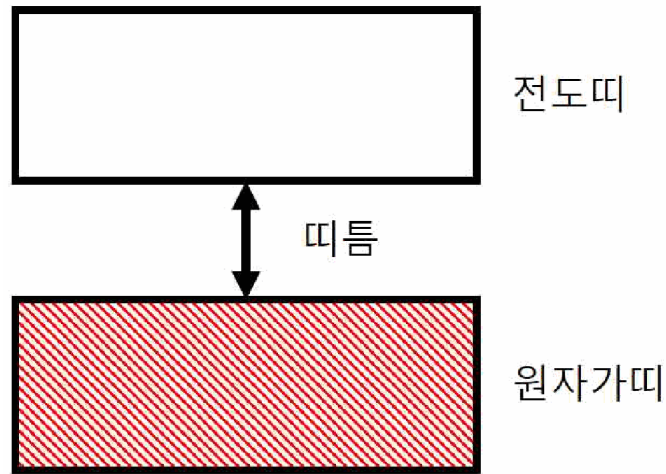
〈 보기 〉

- ㄱ. 해당 방법은 아인슈타인에 의해 설명된 광전효과에 그 이론적 기반을 두고 있다.
- ㄴ. 입사한 광자에 의해 표면으로부터 방출되는 전자의 운동에너지는 입사한 광자의 에너지와 같아야 한다.
- ㄷ. 방출되는 전자의 운동량 벡터는 표면에 입사하는 광자의 입사각에 전혀 의존하지 않는다.
- ㄹ. 절연체의 경우, 광자의 에너지에 따라 원자가 띠에서 전도띠로의 전자의 뛰어오름(excitation)만 일어나고 전자가 외부로 방출되지 않을 수 있다.

- ① ㄱ, ㄴ ② ㄴ, ㄹ ③ ㄷ, ㄹ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄹ

문제 3 2025년 제1회 · 12번 · 에너지띠와 반도체·절연체 구분

다음 그림은 어떤 고체의 에너지띠 구조를 나타낸다. 에너지띠 구조와 반도체에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?



< 보기 >

- ㄱ. 절연체는 원자가띠에 전자가 완전히 채워져 있고 띠틈이 반도체 보다 크다.
- ㄴ. 띠틈보다 더 큰 전압이 가해져도 절연체에 전류가 흐르지 않는다.
- ㄷ. 띠틈이 있더라도 페르미 준위가 전도띠 내부에 위치하면 금속이다.
- ㄹ. 전자가 전도띠에서 원자가띠로 전이할 때 띠틈이 커질수록 방출하는 빛의 진동수가 증가한다.

- ① ㄱ, ㄴ, ㄷ
- ② ㄱ, ㄴ, ㄹ
- ③ ㄴ, ㄷ, ㄹ
- ④ ㄱ, ㄷ, ㄹ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㄹ

문제 4

2025년 제2회 · 12번 · 밴드갭과 광투과·유전분극

그림은 투명하여 빛이 잘 투과하는 다이아몬드와 빛을 반사하는 금의 사진이다. 이러한 빛의 투과 성질을 고려할 때 물질의 성질로 옳은 것만을 〈보기〉에서 있는 대로 고른 것은?



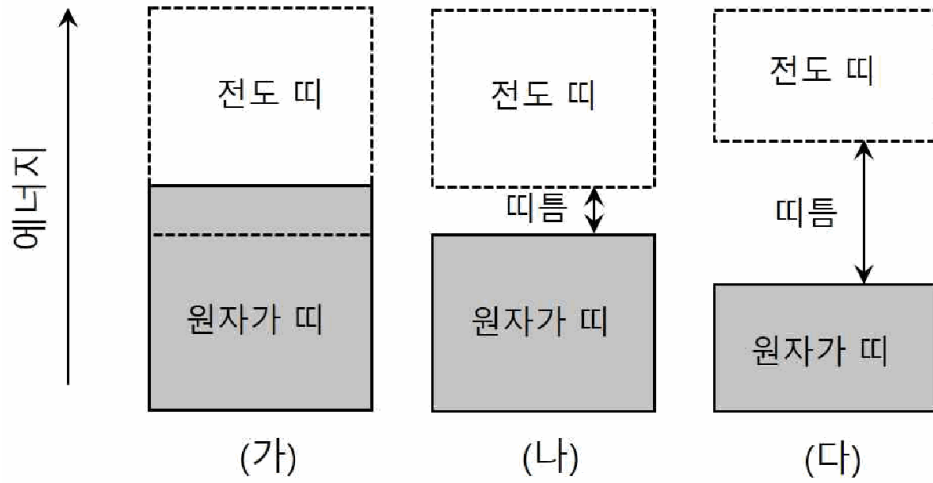
〈 보기 〉

- ㄱ. 다이아몬드는 금에 비해 밴드갭 에너지가 작다.
- ㄴ. 다이아몬드는 금에 비해 전기 전도도가 매우 높다.
- ㄷ. 다이아몬드는 외부 전기장을 가할 경우, 분극이 일어난다.
- ㄹ. 다이아몬드는 마찰을 이용해 표면을 대전시킬 수 있다.

- ① ㄱ, ㄴ
- ② ㄱ, ㄹ
- ③ ㄴ, ㄷ
- ④ ㄷ, ㄹ
- ⑤ ㄱ, ㄷ, ㄹ

문제 5 2026년 제1회 · 12번 · 에너지띠와 도체/반도체/절연체

그림 (가), (나), (다)는 도체, 반도체, 절연체의 에너지 띠 구조를 순서 없이 나타낸 것이다. 이에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?



< 보기 >

- ㄱ. (가)는 반도체, (나)는 도체, (다)는 절연체의 에너지 띠구조이다.
- ㄴ. (나) 물질은 온도가 높아질수록 전기 전도성이 높아진다.
- ㄷ. (다)에서 원자가 띠에 있는 전자가 전도 띠로 전이하려면 띠 틈보다 큰 에너지를 흡수해야 한다.

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

풀이

보기 다섯 개 중 셋은 교과서 정의를 그대로 옮긴 참인 문장이고, 둘은 **단어 하나만 바꿔 놓은 거짓 문장**이다. 어느 단어가 바뀌었는지만 찾으면 된다.

ㄱ. 원자가띠의 정의 그 자체다. 전자는 낮은 에너지부터 채워지므로, “전자가 채워진 띠 중 가장 높은 띠”가 원자가띠(valence band)이고 그 위의 비어 있는 띠가 전도띠(conduction band)다. → 참

ㄴ. 두 개의 주장이 접속사로 묶여 있으니 따로 봐야 한다.

- “띠틈이 반도체보다 넓다” — 참이다. 절연체의 E_g 는 3 eV 이상, 반도체는 1 eV 안팎이다.
- “전도띠에 전자가 완전히 채워져 있다” — 거짓이다. 절연체에서 완전히 채워진 것은 **원자가띠**이고, 전도띠는 **비어 있다**.

채워진 띠와 빈 띠의 이름이 바뀌어 있다. 하나라도 거짓이면 보기 전체가 거짓이다. → 거짓

한 걸음 더 들어가면, 만약 전도띠까지 꽉 차 있다면 그 위의 띠틈을 기준으로 다시 이름을 붙여야 하므로 “전도띠가 꽉 찬 절연체”라는 말 자체가 정의상 성립하지 않는다.

ㄷ. 반도체의 띠틈은 $E_g \approx 1$ eV로 좁고, 상온의 열에너지는 $kT \approx 0.026$ eV다. 평균 열에너지 자체는 E_g 에 한참 못 미치지만, 볼츠만 꼬리를 타고 넘어가는 전자가 $\exp(-E_g/2kT)$ 만큼 존재한다. 수는 적어도 **0은 아니다** — 진성 반도체가 상온에서 미약하게나마 전기를 통하는 이유가 이것이다. → 참

ㄹ. Ge는 4족이다. 여기에 원자가전자가 5개인 5족(P, As, Sb)을 섞으면 공유결합에 쓰이고 남는 전자가 1개 생겨 **전자가 주 나르개인 n형**이 된다. p형이 되려면 결합 자리가 하나 비는 3족(B, Al, Ga)을 섞어야 한다. 5족은 **n형**, 3족은 **p형** — 여기서 n과 p가 뒤바뀌어 있다. → 거짓

암기 요령: “5는 남고(negative·전자), 3은 모자라고(positive·정공)”. 족수가 4보다 크면 n, 작으면 p다.

ㅁ. p형과 n형을 접합하면 공핍층과 전위 장벽이 생기고, 순방향에서는 장벽이 낮아져 전류가 잘 흐르지만 역방향에서는 장벽이 높아져 전류가 거의 흐르지 않는다. 이 비대칭이 정류 작용이며 소자 이름이 다이오드다. “한 방향으로만 **더 잘** 흐른다”는 표현도 정확하다(역방향에서 완전히 0은 아니다). → 참

따라서 참인 것은 ㄱ, ㄷ, ㅁ. → ②

이 유형의 표준 절차 — 띠 구조 정오 판정

1. 보기에 나온 **띠 이름**이 맞는 자리에 있는지 먼저 본다. 채워진 쪽은 언제나 아래(원자가띠), 빈 쪽은 위(전도 띠).
2. 한 보기 안에 주장이 둘 이상이면 **따로 채점**한다. 하나라도 거짓이면 그 보기는 거짓이다.
3. 도핑은 **족수와 4를 비교**한다. 5족 → n형(전자), 3족 → p형(정공).
4. “상온에서 전도띠에 전자가 있는가”는 E_g 와 $kT \approx 0.026$ eV의 비교로 판단한다. 반도체는 있다(적지만), 절연체는 사실상 없다.
5. 마지막에 선택지에서 **참인 것만 빠짐없이** 담은 조합을 고른다. 참을 하나 빠뜨린 조합도 오답이다.

풀이

각분해 광전자 분광(ARPES)은 이름이 낯설 뿐, 물리는 **광전효과 + 운동량 보존**이 전부다. 빛을 쬔어 튀어나온 전자의 운동에너지 E_{kin} 과 방출각 θ 를 동시에 재면

$$|E_B| = hf - \varphi - E_{\text{kin}}, \quad p_{\parallel} = \sqrt{2mE_{\text{kin}}} \sin \theta$$

로 고체 안 전자의 결합에너지와 운동량을 역산할 수 있고, θ 를 훑으면 E - p 관계 — 곧 **에너지띠 구조** — 가 그대로 그려진다.

ㄱ. 빛을 쬔어 물질에서 전자가 튀어나오는 현상이 광전효과이고, 이를 광양자 가설로 설명한 사람이 아인슈타인이다(1905년, 1921년 노벨상). 광전자 분광은 그 이론적 기반 위에 서 있다. → **참**

ㄴ. 광전효과의 핵심 식은 $E_{\text{kin}} = hf - \varphi$ 이지, $E_{\text{kin}} = hf$ 가 아니다. 광자가 준 에너지 중 일부는 전자를 표면 밖으로 꺼내는 데(일함수 φ), 또 일부는 원래 있던 준위에서 끌어올리는 데(결합에너지 $|E_B|$) 쓰인다. 남은 것만 운동에너지가 된다.

$$E_{\text{kin}} = hf - \varphi - |E_B| < hf$$

운동에너지는 광자 에너지보다 반드시 작다. 오히려 이 “차이”를 재는 것이 분광법의 목적이다. 같아야 한다면 썰 정보가 없다. → **거짓**

ㄷ. 운동량도 보존된다. 문항의 그림이 광자의 운동량 $p = h/\lambda$ 를 굳이 적어 둔 것이 바로 이 보기를 겨냥한 장치다.

- 원리적으로 광자의 운동량이 계에 더해지므로, 입사 방향이 바뀌면 방출 전자의 운동량 벡터도 달라진다. (자외선 영역에서 광자 운동량은 결정 운동량에 비해 작지만 **0은 아니다**. $hf = 100 \text{ eV}$ 면 $k_{\text{광자}} \approx 0.05 \text{ \AA}^{-1}$ 로, 브릴루앙 영역 크기의 수 % 에 이른다.)
- 더 결정적으로, “방출되는 전자의 운동량 벡터”는 애초에 **방출 각도에 따라 달라지는 양**이다. 각도를 훑어야 띠 구조가 나오는 측정법에서 “각도와 무관하다”는 단정은 측정법의 존재 이유를 부정한다.

“전혀 의존하지 않는다”는 강한 단정은 성립하지 않는다. → **거짓**

ㄹ. 광자 에너지가 전자를 진공으로 꺼낼 만큼(일함수 이상) 크지 않으면 전자는 방출되지 않는다. 그래도 $hf \geq E_g$ 이기만 하면 원자가띠 전자가 전도띠로 뛰어오르는 **내부 들뜸**은 일어난다. 즉 광자 에너지에 따라 “들뜸은 일어나되 방출은 안 되는” 영역이 실제로 존재한다. 절연체는 E_g 가 크지만 일함수는 그와 별개의 양이므로, 두 문턱을 따로 넘어야 한다는 점이 요지다. → **참**

따라서 ㄱ, ㄹ. → ⑤

자주 하는 실수

ㄴ은 광전효과 문항에서 매년 형태만 바뀌 나오는 최다 오답 보기다. $E_{\text{kin}} = hf$ 는 **일함수가 0인 가상의 물질**에 서나 성립한다. 실제로는 $E_{\text{kin}} = hf - \varphi$ 이고, 고체 내부 준위까지 따지면 $|E_B|$ 가 한 번 더 빠진다. “광자 에너지가 전부 운동에너지가 된다”는 문장을 보면 반사적으로 거짓 처리하라.

풀이

네 보기 중 셋은 3.1~3.5절의 정의를 그대로 옮긴 것이고, 나머지 하나가 이 문항의 갈림길이다.

ㄱ. 절연체의 원자가띠는 전자로 완전히 채워져 있고 전도띠는 비어 있으며, 그 사이의 띠틈이 반도체 ($\approx 1 \text{ eV}$)보다 크다($> \sim 3 \text{ eV}$). 이번에는 **바르게** 쓴 문장이다. 문제 1(2024년 제1회 17번)의 ㄴ과 나란히 놓고 비교해 볼 것 — 그때는 “전도띠”라고 적어 거짓이었고, 여기서는 “원자가띠”라고 적어 참이다. 딱 한 단어 차이다. → 참

ㄴ. “띠틈보다 더 큰 전압이 가해져도 절연체에 전류가 흐르지 않는다.”

일단 표현부터 어색하다. 띠틈은 **에너지(eV)**이고 가해지는 것은 **전압(V)**이라 직접 비교할 대상이 아니다. 전자가 얻는 에너지는 전압만이 아니라 **전기장 곱하기 자유 행로**로 정해진다. 그리고 물리적으로도, 전기장을 계속 키우면 절연체는 결국 **절연파괴(dielectric breakdown)**를 일으켜 전류가 흐른다. 가속된 전자가 원자를 이온화하고 그 전자가 다시 다른 원자를 이온화하는 사태 증식이 일어나기 때문이다. 공기의 절연파괴가 곧 번개이고, 마른 공기의 파괴 전기장은 약 $3 \times 10^6 \text{ V/m}$ 다.

“절연체에는 어떤 경우에도 전류가 흐르지 않는다”는 절대 진술은 거짓이다. → 거짓

ㄷ. 3.4절의 판정법이다. 도체·부도체를 가르는 기준은 “띠틈이 있느냐”가 아니라 “**페르미 준위가 상태가 존재하는 띠 안에 있느냐**”다. E_F 가 전도띠 내부에 있으면 그 띠는 부분적으로 채워진 셈이고, E_F 바로 위에 빈 상태가 붙어 있어 아주 작은 전기장에도 전자가 움직인다 — 금속이다. 실제로 불순물을 아주 많이 넣은 축퇴 반도체가 이 상태이며, 금속처럼 행동한다. → 참

ㄹ. 전도띠 전자가 원자가띠로 떨어질 때(재결합) 잃는 에너지가 그대로 광자로 나온다.

$$hf = E_g \implies f = \frac{E_g}{h}, \quad \lambda = \frac{hc}{E_g} \approx \frac{1240 \text{ eV} \cdot \text{nm}}{E_g}$$

E_g 가 커질수록 f 가 커진다(파장은 짧아진다). 실제로 적색 LED는 GaAsP($\approx 1.9 \text{ eV}$), 청색 LED는 GaN($\approx 3.4 \text{ eV}$)을 쓴다. → 참

따라서 ㄱ, ㄷ, ㄹ. → ④

풀이

사진 두 장이 주는 정보를 띠 구조 언어로 번역하는 것이 전부다.

- **다이아몬드가 투명하다** → 가시광선 광자가 흡수되지 않는다 → $hf < E_g$ → **띠틈이 크다** → 절연체.
- **금이 반사한다** → 띠틈이 없어 어떤 진동수든 전자를 들뜨게 할 수 있고, 자유전자가 입사 전자기파에 즉시 반응해 되쫓는다 → **도체**.

수치로 확인하면 방향이 분명하다. 가시광선은 $\lambda = 400 \sim 700 \text{ nm}$, 즉

$$hf = \frac{1240 \text{ eV} \cdot \text{nm}}{\lambda} \approx 1.8 \sim 3.1 \text{ eV}$$

다이아몬드는 $E_g = 5.5 \text{ eV}$ 이므로 가시광선 전 영역에서 $hf < E_g$ — **전부 투과한다**. (다이아몬드가 흡수를 시작하는 파장은 $1240/5.5 \approx 225 \text{ nm}$ 로 자외선이다.) 금은 $E_g = 0$ 이다.

ㄱ. “다이아몬드는 금에 비해 밴드갭 에너지가 작다” — 정반대다. 5.5 eV 대 0 eV. 투명하다는 사실 자체가 띠틈이 **크다**는 증거다. → **거짓**

ㄴ. “다이아몬드는 금에 비해 전기 전도도가 매우 높다” — 역시 정반대다. 띠틈이 5.5 eV면 상온에서 전도띠로 올라가는 전자가 사실상 없다. 다이아몬드는 대표적인 절연체($\sigma \sim 10^{-16} \text{ S/m}$), 금은 대표적인 도체($\sigma \approx 4 \times 10^7 \text{ S/m}$)다. → **거짓**

ㄷ. “외부 전기장을 가하면 분극이 일어난다” — 절연체가 전기장에 **아무 반응도 하지 않는 것은 아니다**. 나르개가 없어 전류는 흐르지 않지만, 원자 안의 전자구름과 원자핵이 서로 반대쪽으로 미세하게 어긋나 쌍극자가 생긴다. 이것이 **유전분극**이고, 다이아몬드는 유전율 $\epsilon_r \approx 5.7$ 인 유전체다. → **참**

ㄹ. “마찰을 이용해 표면을 대전시킬 수 있다” — 절연체이기 **때문에** 가능하다. 마찰로 옮겨온 전하가 표면에 갇혀 흘러나가지 못하기 때문이다. 도체는 마찰로 전하를 얻어도 순식간에 재분포하고 접지된 손으로 잡으면 곧바로 빠져나간다. → **참**

따라서 ㄷ, ㄹ. → ④

자주 하는 실수

이 문항의 핵심 함정은 “**투명 = 잘 통한다**”는 언어적 연상이다. 물리적으로는 정확히 반대다. 빛이 잘 지나가려면 광자를 받아 줄 전자 상태가 **없어야** 하고, 그것은 띠틈이 크다는 뜻이며, 띠틈이 크면 전기를 나를 나르개도 없다. **투명한 것은 절연체, 반짝이는 것은 도체**.

풀이

순서가 정해져 있는 문항이다. **먼저 세 그림의 정체를 확인한 뒤** 각 보기를 판정해야 한다.

(가) — 채워진 원자가띠 위에 전도띠가 **겹쳐** 있고, 채움 경계(점선)가 띠 **내부**를 지난다. 즉 부분적으로 채워진 띠가 있다. 페르미 준위가 띠 안에 있으므로 → **도체(금속)**.

(나) — 원자가띠는 **빡** 차 있고 전도띠는 **비었으며**, 띠틈이 **좁다** → **반도체**.

(다) — 같은 구조이되 띠틈이 **넓다** → **절연체**.

띠틈의 폭만 비교하면 되므로 (나)와 (다)의 구분은 그림에서 화살표 길이로 즉시 읽힌다.

ㄱ. 보기는 “(가) 반도체, (나) 도체, (다) 절연체”라고 했다. (가)와 (나)가 서로 바뀌었다. 띠가 겹쳐 있고 부분적으로 채워진 (가)가 도체이고, 좁은 띠틈이 있는 (나)가 반도체다. → **거짓**

ㄴ. (나)는 반도체다. 온도가 오르면 열들뜸으로 띠틈을 넘는 전자·정공 쌍이

$$n \propto e^{-E_g/(2kT)}$$

에 따라 **지수적으로** 늘어난다. 격자 진동에 의한 산란도 함께 늘지만 그 효과는 대략 거둬제곱 수준이라 지수 증가에 압도된다. 따라서 전도성은 **높아진다**(저항은 낮아진다). → **참**

여기서 반드시 짚어야 할 대비 — **같은 문장을 (가)에 적용하면 거짓이 된다**. 금속은 나르개 수가 온도에 거의 변하지 않고 산란만 심해지므로, 온도가 오르면 전도성이 **낮아진다**. 문항이 (가)가 아니라 (나)를 골라 물은 것은 우연이 아니다.

ㄷ. (다)는 절연체다. 띠틈 안에는 전자가 존재할 수 있는 상태가 아예 없으므로, 원자가띠 전자가 전도띠로 가려면 띠틈 이상의 에너지를 한 번에 받아야 한다. E_g 보다 작은 에너지로는 어떤 중간 상태에도 갈 수 없다. (엄밀히는 “띠틈 이상”이지만, 전도띠 바닥에 정확히 걸치는 경우를 제외하면 “띠틈보다 큰”과 같은 말이다.) → **참**

따라서 ㄴ, ㄷ. → ④

자주 하는 실수

ㄱ만 보고 답을 고르는 것이 이 문항의 최대 함정이다. “겹친 띠 = 도체”를 놓치면 (가)를 반도체로 오독하게 되고, 그 순간 ㄴ의 참·거짓까지 연쇄적으로 뒤집힌다. **띠 그림을 보면 띠틈의 크기보다 “채움 경계가 띠 안을 지나는가”를 먼저 확인하라**. 경계가 띠 안이면 도체, 띠틈 안이면 반도체 또는 절연체다.

이 장의 요약

- 띠의 이름** — 채워진 쪽 아래가 원자가띠, 빈 쪽 위가 전도띠. 전류를 나르는 것은 **부분적으로 채워진 띠**뿐이다. “절연체는 전도띠가 **빡** 찼다”는 서술은 언제나 거짓.
- 세 물질의 구분** — 채움 경계(페르미 준위)가 띠 **안**이면 도체, 띠틈 **안**이면 반도체·절연체이고 둘의 차이는 E_g 의 크기뿐이다(≈ 1 eV 대 $> \sim 3$ eV).
- 온도** — 도체는 온도가 오르면 전도도 **감소**(산란 증가), 반도체·절연체는 **증가**($n \propto e^{-E_g/2kT}$). 방향이 서로 반대라는 점이 매년 물어보는 자리다.
- 도핑** — 5족은 n형(전자, 도너 준위가 전도띠 바로 아래), 3족은 p형(정공, 억셉터 준위가 원자가띠 바로 위). pn 접합은 정류(다이오드), 재결합 발광은 LED이며 $hf = E_g$.

5. **띠틈과 빛** – $hf < E_g$ 면 투과, $hf \geq E_g$ 면 흡수. 투명하면 절연체, 반짝이면 도체. 광전자 분광은 $E_{\text{kin}} = hf - \varphi - |E_B|$ 와 각도 정보를 함께 써서 띠 구조를 직접 그린다.