AMC 10

제 26 회

하프 모의고사

제한 시간

30:00

10문항 • 30분 • 60점 만점 • 상위 난이도(13–23번대)

시작 신호가 있을 때까지 이 문제지를 펼치지 마시오.

이름 _____ 날짜 _____ 시작 _____ 종료 _____

10문항 모두 AMC 10 기출(2000–2025)의 13–23번 문항에서 가져와 원래 번호 순서대로 배열한 것입니다. 원문 © Mathematical Association of America.

수험자 유의사항

1. 시작 신호가 있을 때까지 문제지를 펼치지 마시오.
2. 이 시험은 10문항의 5지 선다형입니다. 모든 문항은 원래 AMC 10의 13–23번, 곧 상위권이 갈리는 고난도 구간의 문제이며 원래 번호 순서대로 배열되어 있어 뒤로 갈수록 어려워집니다.
3. 각 문항에는 (A), (B), (C), (D), (E) 다섯 개의 답이 있으며 정답은 하나뿐입니다. 답은 문제지 맨 뒤의 답안지에 표기하시오.
4. **채점:** 맞힌 문항은 6점, 비워 둔 문항은 1.5점, 틀린 문항은 0점입니다. 아무렇게나 찍으면 평균적으로 비워 둔 것보다 점수가 낮습니다.
5. 연습장, 모눈종이, 자, 컴퍼스, 각도기, 지우개만 사용할 수 있습니다. 계산기, 스마트워치, 휴대전화 등 계산 기기는 사용할 수 없습니다.
6. 그림은 실제 비율과 다를 수 있습니다.
7. 시험 시간은 **30분**입니다. 표지에 시작 시각을 적고, 시간이 다 되면 즉시 멈추시오.

시간 배분 가이드

이 구간은 30분이 넉넉하지 않습니다. 1–5번은 약 12분, 6–10번은 남은 18분을 목표로 하시오. 어려운 한 문항을 과감히 넘기고 나머지를 정확히 푸는 것도 좋은 전략입니다. 3분을 써도 풀이 방향이 보이지 않는 문항은 일단 넘기고 나중에 돌아오시오.

1. 6개의 공 각각을 검은색 또는 흰색 중 하나로, 같은 확률로 무작위로 그리고 서로 독립적으로 칠한다. 모든 공이 나머지 5개의 공 중 절반보다 많은 공과 색이 다를 확률은?

(A) $\frac{1}{64}$ **(B)** $\frac{1}{6}$ **(C)** $\frac{1}{4}$ **(D)** $\frac{5}{16}$ **(E)** $\frac{1}{2}$

2. 높이가 24인 정삼각형의 한 변이 직선 ℓ 위에 있다. 반지름이 12인 원이 ℓ에 접하고, 이 삼각형과 외접한다. 삼각형과 원의 외부에 있으면서 삼각형, 원, 직선 ℓ로 둘러싸인 영역의 넓이는 $a\sqrt{b}-c\pi$로 나타낼 수 있다. 단, a, b, c는 양의 정수이고 b는 어떤 소수의 제곱으로도 나누어떨어지지 않는다. $a+b+c$의 값은?

(A) 72 **(B)** 73 **(C)** 74 **(D)** 75 **(E)** 76

3. 이차방정식 $x^2+mx+n=0$의 근은 $x^2+px+m=0$의 근의 두 배이고, m, n, p 중 어느 것도 0이 아니다. $\frac{n}{p}$의 값은?

(A) 1 **(B)** 2 **(C)** 4 **(D)** 8 **(E)** 16

4. 제리는 수를 가지고 노는 것을 좋아한다. 어느 날 그는 1부터 2024까지의 모든 정수를 화이트보드에 적었다. 그다음 화이트보드에 있는 수 네 개를 골라 지우고, 그 대신 그 네 수의 합이나 곱 중 하나를 적는 일을 반복했다. (예를 들어 제리의 첫 단계는 1, 2, 3, 5를 지우고, 그 합인 11이나 그 곱인 30을 화이트보드에 적는 것일 수 있다.) 이 조작을 반복한 후, 제리는 화이트보드에 남은 수가 모두 홀수임을 알아차렸다. 그때 화이트보드에 있는 정수의 개수의 최댓값은?

(A) 1010 **(B)** 1011 **(C)** 1012 **(D)** 1013 **(E)** 1014

5. 점 P는 정삼각형 $\triangle ABC$의 내부에 있다. 점 Q, R, S는 각각 P에서 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$에 내린 수선의 발이다. $PQ=1$, $PR=2$, $PS=3$일 때, AB의 값은?

(A) 4 **(B)** $3\sqrt{3}$ **(C)** 6 **(D)** $4\sqrt{3}$ **(E)** 9

6. 수들의 모임의 조화평균은 그 모임에 있는 수들의 역수의 산술평균의 역수이다. 예를 들어, $4, 4,$ 그리고 5의 조화평균은 다음과 같다.

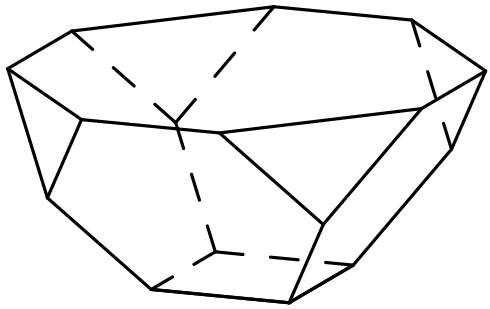
$$\frac{1}{\frac{1}{3}\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}\right)} = \frac{30}{7}.$$

다음 4050차 다항식의 모든 실근의 조화평균은 얼마인가?

$$\prod_{k=1}^{2025}\left(kx^2-4x-3\right) = \left(x^2-4x-3\right)\cdot\left(2x^2-4x-3\right) \cdot\left(3x^2-4x-3\right)\cdots \cdot\left(2025x^2-4x-3\right)?$$

(A) $-\frac{5}{3}$ **(B)** $-\frac{3}{2}$ **(C)** $-\frac{6}{5}$ **(D)** $-\frac{5}{6}$ **(E)** $-\frac{2}{3}$

7. 한 변의 길이가 1인 정육각형 네 개를 한 변의 길이가 1인 정사각형에 붙여 그릇을 만든다. 그림과 같이 이웃한 정육각형의 변은 서로 일치한다. 그릇의 가장자리에 있는, 네 정육각형의 위쪽 꼭짓점 여덟 개를 이어 얻은 팔각형의 넓이는?



(A) 6 **(B)** 7 **(C)** $5+2\sqrt{2}$ **(D)** 8 **(E)** 9

8. 무게가 같은 위조 동전 두 개가 똑같은 진짜 동전 8개와 섞여 있다. 각 위조 동전의 무게는 각 진짜 동전의 무게와 다르다. 10개의 동전에서 비복원으로 동전 한 쌍을 임의로 고른다. 남은 8개의 동전에서 비복원으로 두 번째 쌍을 임의로 고른다. 첫 번째 쌍의 무게의 합은 두 번째 쌍의 무게의 합과 같다. 고른 동전 4개가 모두 진짜일 확률은?

(A) $\frac{7}{11}$ **(B)** $\frac{9}{13}$ **(C)** $\frac{11}{15}$ **(D)** $\frac{15}{19}$ **(E)** $\frac{15}{16}$

9. 양의 정수의 순서쌍 (a, b) 중에서 다음 등식을 만족시키는 것은 몇 개인가?

$$a \cdot b + 63 = 20 \cdot \text{lcm}(a, b) + 12 \cdot \gcd(a, b),$$

단, $\gcd(a, b)$는 a와 b의 최대공약수이고, $\text{lcm}(a, b)$는 두 수의 최소공배수이다.

(A) 0 **(B)** 2 **(C)** 4 **(D)** 6 **(E)** 8

10. 양의 정수로 이루어진 등차수열이 $n > 3$개의 항을 가지고, 첫째항은 a, 공차는 $d > 1$이다. 칼은 이 수열의 모든 항을 받아 적었는데, 한 항만 1만큼 틀리게 적고 나머지 항은 모두 바르게 적었다. 그가 적은 항들의 합은 222였다. $a + d + n$의 값은?

(A) 24 **(B)** 20 **(C)** 22 **(D)** 28 **(E)** 26

시험 끝

답안지

AMC 10 • 하프 모의고사 • 제 26 회

이름 _____ 날짜 _____

---

1 Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ Ⓔ

2 Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ Ⓔ

3 Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ Ⓔ

4 Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ Ⓔ

5 Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ Ⓔ

6 Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ Ⓔ

7 Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ Ⓔ

8 Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ Ⓔ

9 Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ Ⓔ

10 Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ Ⓔ

한 문항에 원 하나만 칠하시오. 건너뛸 문항은 비워 두시오.

맞힌 문항	비운 문항	틀린 문항	점수
$\times 6$	$\times 1.5$	$\times 0$	/ 60