



SEOUL NATIONAL UNIVERSITY

# 물리학

해설편

---

수시모집 일반전형 면접 및 구술고사 기출 문항집

2015-2026 · 25문항 (12개년) · 전 학년도 예시답안 수록

## 목차

### 2026학년도

|      |                                  |   |
|------|----------------------------------|---|
| 문제 1 | 경사면 위 도선 — 전자기력, 전자기 유도, LED     | 4 |
| 문제 2 | 회전하는 수레 — 원심력, 단진동, 볼록 렌즈, 빔면 마찰 | 7 |

### 2025학년도

|      |                                     |    |
|------|-------------------------------------|----|
| 문제 1 | 이중 슬릿 간섭 — 매질의 굴절률, 도플러 효과, 광전 효과   | 14 |
| 문제 2 | $n$ 차원 우주의 중력과 전기력 — 궤도·보어 모형·화학 결합 | 18 |

### 2024학년도

|      |                             |    |
|------|-----------------------------|----|
| 문제 1 | 탄성충돌 — 빔면·사각 우물·팽팽한 줄 위의 공  | 23 |
| 문제 2 | 전자기 — 복사압·평행판 대전·평행 도선의 자기력 | 26 |

### 2023학년도

|      |                          |    |
|------|--------------------------|----|
| 문제 1 | 전하의 평형 · 단진동 근사 · 용수철 충돌 | 31 |
| 문제 2 | 물질파 간섭 · 전기장 가속 · 지구 궤도  | 36 |

### 2022학년도

|      |                 |    |
|------|-----------------|----|
| 문제 1 | 볼록 렌즈에 의한 결상    | 40 |
| 문제 2 | 원자와 천체의 궤도운동 대응 | 43 |

### 2021학년도

|      |                             |    |
|------|-----------------------------|----|
| 문제 1 | 전기 기타의 소리 전달 — 픽업·트랜지스터·스피커 | 48 |
| 문제 2 | 1차원 충돌 모형으로 본 공기 저항         | 52 |

### 2020학년도

|      |            |    |
|------|------------|----|
| 문제 2 | 이중 슬릿과 파동성 | 56 |
|------|------------|----|

### 2019학년도

|      |                             |    |
|------|-----------------------------|----|
| 문제 1 | 자기장 속 하전입자의 원운동과 벽면과의 반복 충돌 | 60 |
| 문제 2 | 무한 퍼텐셜 우물 · 광전효과 · 이중 슬릿 간섭 | 63 |

### 2018학년도

|      |                                |    |
|------|--------------------------------|----|
| 문제 1 | 뮤온과 표준모형 · 2차원 탄성충돌에 의한 에너지 손실 | 66 |
| 문제 2 | 유전체가 이동하는 축전기를 포함한 RLC 직렬회로    | 69 |

### 2017학년도

|      |                               |    |
|------|-------------------------------|----|
| 문제 1 | 원형 루프에 꿰어진 두 전하의 평형과 단진동      | 74 |
| 문제 2 | 편광판을 넣은 영의 이중슬릿 간섭과 광자의 경로 정보 | 76 |

### 2016학년도

|      |                    |    |
|------|--------------------|----|
| 문제 1 | 그네의 단진동과 진공터널 열차   | 80 |
| 문제 2 | 자기장 속을 움직이는 반원 도체판 | 81 |

### 2015학년도

|      |                           |    |
|------|---------------------------|----|
| 문제 1 | 자기장 속 도체 막대의 감쇠 진동        | 84 |
| 문제 2 | 감쇠 진동에서 주기당 에너지 손실률       | 84 |
| 문제 3 | 고무줄의 엔트로피와 용수철 상수의 온도 의존성 | 85 |
| 문제 4 | 고무줄 카르노 기관                | 85 |

# 2026학년도 · 해설편

- 문제 1**      경사면 위 도선 — 전자기력, 전자기 유도, LED  
**문제 2**      회전하는 수레 — 원심력, 단진동, 볼록 렌즈, 빗면 마찰

- 
- 단원**      역학 · 전자기 · 파동·광학 · 현대물리  
**핵심 개념**      자기장 속 전류 도선이 받는 힘, 전자기 유도와 종단속력, LED 문턱전압과 광자 에너지, 회전 좌표계의 원심력, 용수철 진자의 단진동, 볼록 렌즈의 결상, 빗면 위 마찰 운동  
**문항 수**      2문항 (소문항 8개)

## II. 예시답안

### 문제 1 경사면 위 도선 — 전자기력, 전자기 유도, LED

전자기력 · 전자기 유도 · 광자 에너지

$$(1-1) I_1 = Mg \tan \theta / (BL)$$

이 문제의 출발점은 자기장이 **빗면에 수직이 아니라 연직 위 방향**이라는 점이다. 막대는 지면과 수평이므로 막대의 방향  $\vec{L}$  과 자기장  $\vec{B}$  는 서로 수직이고, 도선이 받는 힘의 크기는 토막글 ①에 따라

$$F = BI_1 L$$

이다. 그 방향은  $\vec{L}$  과  $\vec{B}$  에 모두 수직, 즉 **수평면 안에서 막대에 수직한 방향**이며 빗면을 향해 밀어 올리는 쪽이다. 이 수평한 힘을 빗면 방향과 빗면에 수직한 방향으로 분해하면, 빗면을 따라 위로 향하는 성분은  $F \cos \theta$  이다. 한편 중력  $Mg$  의 빗면 방향 성분은 아래쪽으로  $Mg \sin \theta$  이다. (수직 항력은 빗면에 수직이므로 빗면 방향 평형식에 들어오지 않는다.)

막대가 정지해 있으려면 빗면 방향 알짜힘이 0이어야 하므로

$$BI_1 L \cos \theta = Mg \sin \theta$$

이고, 이를  $I_1$  에 대해 풀면

$$I_1 = \frac{Mg \sin \theta}{BL \cos \theta} = \frac{Mg \tan \theta}{BL}$$

$\theta \rightarrow 0$  이면  $I_1 \rightarrow 0$  으로, 빗면이 평평해질수록 붙잡아 둘 전류가 필요 없다. 반대로  $\theta \rightarrow 90^\circ$  이면  $\cos \theta \rightarrow 0$  이 되어 전자기력의 빗면 성분이 사라지므로  $I_1 \rightarrow \infty$  가 된다. 자기장이 빗면에 수직인 흔한 설정이라면  $\cos \theta$  인자가 없어  $I_1 = Mg \sin \theta / (BL)$  이 되지만, 여기서는 자기장이 연직이므로  $\cos \theta$  가 반드시 들어간다.

$$(1-2)(1) v = \frac{MgR \sin \theta}{B^2 L^2 \cos^2 \theta}, \quad I_2 = \frac{Mg \tan \theta}{BL}$$

① **유도 기전력.** 회로가 둘러싸는 넓이 중 연직 자기장을 실제로 가로지르는 것은 그 넓이의 **수평면 투영**이다. 막대가 빗면을 따라 시간  $\Delta t$  동안 거리  $v\Delta t$  만큼 내려가면 수평 방향으로  $v\Delta t \cos \theta$  만큼 이동하므로, 자기 선속을 만드는 유효 넓이의 변화는  $\Delta \Phi = BL(v\Delta t) \cos \theta$  이다. 따라서 패러데이 법칙에 의해

$$|\varepsilon| = \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = BLv \cos \theta, \quad I_2 = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{BLv \cos \theta}{R}.$$

② **제동력.** 이 유도전류가 흐르는 막대는 다시 연직 자기장 속에서 힘  $BI_2 L$  을 받는다. (1-1)과 같은 이유로 이 힘은 수평이고, 빗면 방향 성분은  $BI_2 L \cos \theta$  이며 렌츠 법칙에 따라 운동을 방해하는 쪽, 즉 빗면 위쪽을 향한다.

③ **종단속력 조건.** 속력이 일정하다는 것은 가속도가 0, 즉 빗면 방향 알짜힘이 0이라는 뜻이므로

$$Mg \sin \theta = BI_2 L \cos \theta = \frac{B^2 L^2 v \cos^2 \theta}{R}.$$

$v$  에 대해 풀고, 그 결과를  $I_2$  식에 되돌려 넣으면

$$v = \frac{MgR \sin \theta}{B^2 L^2 \cos^2 \theta}, \quad I_2 = \frac{BL \cos \theta}{R} \cdot \frac{MgR \sin \theta}{B^2 L^2 \cos^2 \theta} = \frac{Mg \tan \theta}{BL}$$

저항  $R$  가 클수록, 자기장이나 레일 간격이 작을수록 제동이 약해 종단속력이 커진다.

### (1-2)(2) $I_2 = I_1$ — 두 전류의 크기는 정확히 같다

(1-1)과 (1-2)에서 얻은 두 값을 나란히 놓으면

$$I_1 = \frac{Mg \tan \theta}{BL} = I_2.$$

두 상황은 겉보기에 다르지만(하나는 외부 전원, 다른 하나는 유도전류) 막대에 대한 **빗면 방향 힘의 평형식이 완전히 같다.**

- 1-1: 정지 상태 — 가속도 0  $\rightarrow BI_1 L \cos \theta = Mg \sin \theta$ .
- 1-2: 등속 상태 — 가속도 0  $\rightarrow BI_2 L \cos \theta = Mg \sin \theta$ .

즉 “가속도가 0”이라는 조건이 같으므로 필요한 전자기력이 같고, 따라서 전류도 같아야 한다. 전류가 전원에서 공급된 운동에 의해 유도된 자기력의 크기를 결정하는 것은 전류뿐이기 때문이다. 이는 관성계에서 정지와 등속 직선 운동이 물리적으로 구별되지 않는다는 사실의 구체적인 예이기도 하다.

$$(1-2)(3) P_1 = P_2 = \frac{M^2 g^2 R \sin^2 \theta}{B^2 L^2 \cos^2 \theta} = \frac{M^2 g^2 R \tan^2 \theta}{B^2 L^2}$$

여기서  $P_1$  은 금속 막대에 작용한 중력이 한 일의 일률이고,  $P_2$  는 금속 막대에서 소모되는 전력이다.

중력이 하는 일의 일률은 (중력의 운동 방향 성분)  $\times$  (속력)이다. 속도는 빗면 아래 방향이고 그 방향의 중력 성분은  $Mg \sin \theta$  이므로

$$P_1 = (Mg \sin \theta)v = Mg \sin \theta \cdot \frac{MgR \sin \theta}{B^2 L^2 \cos^2 \theta} = \frac{M^2 g^2 R \sin^2 \theta}{B^2 L^2 \cos^2 \theta}.$$

한편 회로에서 저항을 가진 것은 막대뿐이므로 소모 전력은

$$P_2 = I_2^2 R = \left( \frac{Mg \tan \theta}{BL} \right)^2 R = \frac{M^2 g^2 R \tan^2 \theta}{B^2 L^2} = \frac{M^2 g^2 R \sin^2 \theta}{B^2 L^2 \cos^2 \theta}.$$

$$P_1 = P_2 = \frac{M^2 g^2 R \tan^2 \theta}{B^2 L^2}$$

두 값이 같은 것은 우연이 아니라 에너지 보존의 직접적인 결과이다. 종단속력에서는 속력이 일정해 운동 에너지가 변하지 않으므로, 중력이 공급한 에너지가 남김없이 저항에서 열로 바뀐다. 만약  $P_1 > P_2$  이면 남는 에너지가 운동 에너지를 키워 속력이 계속 빨라졌을 것이다.

**(1-3) 일정한 속력으로 내려갈 수 없다 — 막대는 계속 가속된다**

레일 간격이  $L$  로 일정하지 않고 아래로 갈수록 좁아지므로, 막대가 지금 있는 위치에서 두 레일에 닿는 부분의 길이(유효 길이)를  $\ell$  이라 하면  $\ell$  은 내려갈수록 점점 작아진다. (1-2)의 유도를 그대로  $L \rightarrow \ell$  로 바꾸면

$$\varepsilon = B\ell v \cos \theta, \quad I = \frac{B\ell v \cos \theta}{R}, \quad F_{\text{제동}} = BI\ell \cos \theta = \frac{B^2 \ell^2 v \cos^2 \theta}{R}$$

이다. 즉 제동력은 유효 길이의 제곱에 비례한다. 반면 막대를 끌어내리는 중력의 빗면 성분  $Mg \sin \theta$  는 위치와 무관하게 일정하다.

어떤 위치에서 등속이 되려면  $Mg \sin \theta = B^2 \ell^2 v \cos^2 \theta / R$ , 즉

$$v_{\text{등속}}(\ell) = \frac{MgR \sin \theta}{B^2 \ell^2 \cos^2 \theta} \propto \frac{1}{\ell^2}$$

를 만족해야 한다. 그런데  $\ell$  이 줄어들면 이 “필요 속력”은  $1/\ell^2$  로 급격히 커진다. 어느 한 지점에서 온 종게  $v = v_{\text{등속}}(\ell)$  이 맞았다고 해도, 막대가 조금 더 내려가는 순간  $\ell$  이 작아져  $v_{\text{등속}}$  은 커지고 실제 속력  $v$  는 아직 그만큼 커지지 못했으므로  $v < v_{\text{등속}}$  이 된다. 그러면

$$Mg \sin \theta > \frac{B^2 \ell^2 v \cos^2 \theta}{R}$$

가 되어 알짜힘이 빗면 아래쪽으로 남고 막대는 가속된다. 가속되어  $v$  가 커지면 제동력도 커지지만, 그 사이  $\ell$  은 또 줄어들어 필요 속력이 다시 달아난다. 제동력이  $\ell^2$  에는 제곱으로,  $v$  에는 일차로만 의존하기 때문에 속력의 증가가 유효 길이의 감소를 끝내 따라잡지 못한다.

유효 길이  $\ell$  이 계속 줄어드는 한 종단속력 조건  $v_{\text{등속}} \propto 1/\ell^2$  도 계속 커지므로, 막대는 어떤 속력에서도 힘의 평형에 도달하지 못하고 **끝까지 가속된다**.

(반대로 아래로 갈수록 간격이 **넓어지는** 레일이라면  $\ell$  이 커져 필요 속력이 작아지므로, 막대는 감속하다가 순간순간의 종단속력을 따라가며 점차 느려질 것이다.)

**(1-4) 초록색 LED는 한 주기에 6 초 동안 켜진다**

① **기전력의 형태.**  $\square$ 자형 도선이 일정한 각속도  $\omega$  로 회전하면 이 고리를 지나는 자기 선속은 회전각의 삼각함수로 주기적으로 변한다. 토막글 ③에 따라 그 순간 변화율인 유도 기전력도 같은 주기의 삼각함수이므로

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_0 \sin \omega t, \quad \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{24} = \frac{\pi}{12} \text{ rad/s}$$

로 놓을 수 있다. LED는 정류 작용을 하므로 순방향 반주기에서만, 그것도 순간 전압이 문턱전압  $V$  를 넘는 동안에만 전류가 흘러 빛을 낸다.

② **켜져 있는 시간과 문턱전압의 관계.**  $\varepsilon_0 \sin \omega t > V$  인 구간은

$$\omega t \in \left( \arcsin\left(\frac{V}{\varepsilon_0}\right), \pi - \arcsin\left(\frac{V}{\varepsilon_0}\right) \right)$$

이므로 켜져 있는 위상폭은  $\Delta\varphi = \pi - 2 \arcsin(V/\varepsilon_0)$  이고, 켜져 있는 시간은  $t_{\text{on}} = \Delta\varphi/\omega$  이다. 문턱전압이 낮을수록  $\arcsin$  값이 작아져 더 오래 켜진다.

③ **파란색 LED로 진폭 결정.**  $t_{\text{on}} = 4$  초이므로  $\Delta\varphi = \omega \cdot 4 = (\pi/12)(4) = \pi/3$ . 따라서

$$\pi - 2 \arcsin\left(\frac{V_{\text{파랑}}}{\varepsilon_0}\right) = \frac{\pi}{3} \Rightarrow \arcsin\left(\frac{V_{\text{파랑}}}{\varepsilon_0}\right) = \frac{\pi}{3}, \quad \frac{V_{\text{파랑}}}{\varepsilon_0} = \sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

④ **초록색 LED의 문턱전압.** 토막글 ②에서 문턱전압은 띠 간격 에너지에 대응하므로  $eV = E_g = hc/\lambda$ , 즉  $V \propto 1/\lambda$  이다. 따라서

$$\frac{V_{\text{초록}}}{V_{\text{파랑}}} = \frac{\lambda_{\text{파랑}}}{\lambda_{\text{초록}}} = \frac{320\sqrt{2}}{320\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{2}{3}}, \quad \frac{V_{\text{초록}}}{\varepsilon_0} = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

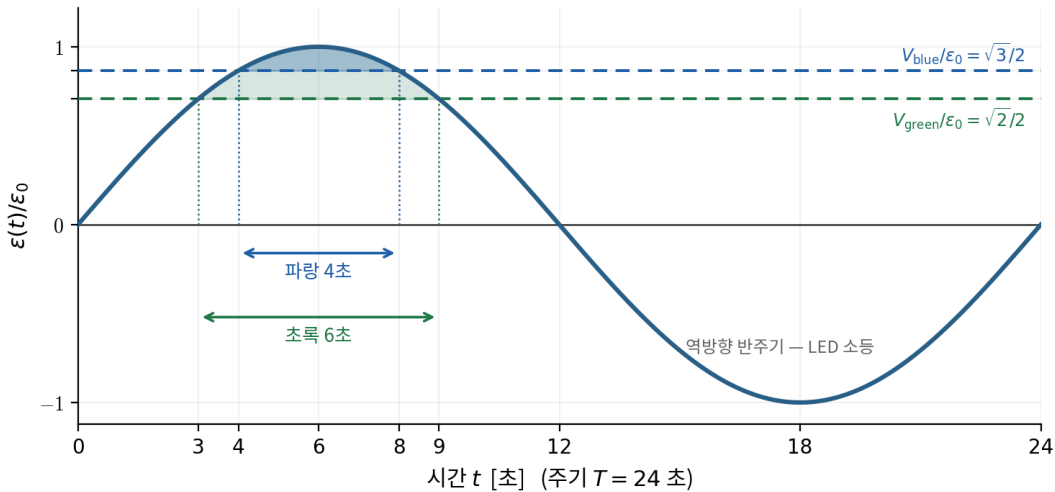
⑤ **초록색 LED의 켜짐 시간.**  $\arcsin(1/\sqrt{2}) = \pi/4$  이므로

$$\Delta\varphi_{\text{초록}} = \pi - 2 \cdot \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2}, \quad t_{\text{초록}} = \frac{\Delta\varphi_{\text{초록}}}{\omega} = \frac{\pi/2}{\pi/12} = 6.$$

$$t_{\text{초록}} = 6 \text{ 초}$$

초록빛의 파장이 파란빛보다 길므로 ( $320\sqrt{3} > 320\sqrt{2}$ ) 광자 하나의 에너지가 작고, 따라서 문턱전압도 낮다. 문턱이 낮으면 사인파가 그 값을 넘어서 있는 구간이 넓어지므로 더 오래 켜진다 — 실제로 6 초 > 4 초로 직관과 일치한다.

$\varepsilon(t) = \varepsilon_0 \sin \omega t$  와 두 LED의 문턱전압 — 문턱이 낮을수록 켜지는 구간이 넓다



예시 작도 — 기전력  $\varepsilon(t) = \varepsilon_0 \sin \omega t$  와 두 LED의 문턱전압. 파란색은  $\sqrt{3}/2 \varepsilon_0$  를 넘는 4 초, 초록색은  $\sqrt{2}/2 \varepsilon_0$  를 넘는 6 초 동안 켜진다.

## 문제 2 회전하는 수레 — 원심력, 단진동, 볼록 렌즈, 빔면 마찰

원심력 · 단진동 · 렌즈 결상 · 마찰

(2-1) 수레가 한 바퀴 도는 동안 충돌 횟수  $N = \pi\sqrt{R/d} = 100$  회

① **회전 좌표계와 유효 중력.** 수레와 함께 도는 관찰자가 보면 물체에는 바깥쪽으로 원심력  $mv^2/R$  가 작용한다.  $R \gg d$  이므로 선로 위 어디에서나  $v^2/R$  는 사실상 같고, 물체는 선로에 구속되어 반지름 방향으로만 움직인다. 따라서 이 상황은 크기가 일정하고 바깥을 향하는 균일한 중력장

$$g_{\text{eff}} = \frac{v^2}{R}$$

속에서의 자유 낙하와 완전히 같다.

② **운동의 반복 구조.** 물체는 선로 중앙에서 정지 상태로 출발해 바깥 벽까지 거리  $d/2$  를 등가속도로 “낙하”한다. 벽과 탄성충돌하고  $M \gg m$  이므로 속력은 그대로 유지된 채 방향만 뒤집히며, 안쪽으로 되돌아가는 동안 같은 크기의 감속을 받아 정확히 출발점(중앙)에서 순간 정지한 뒤 다시 바깥으로 향한다. 즉 충돌은 항상 바깥 벽에서만 일어나고 운동은 주기적으로 되풀이된다.

③ 시간 계산. 중앙에서 바깥 벽까지 걸리는 시간  $t_0$  는

$$\frac{d}{2} = \frac{1}{2}g_{\text{eff}}t_0^2 = \frac{1}{2}\frac{v^2}{R}t_0^2 \Rightarrow t_0 = \frac{\sqrt{(dR)}}{v}.$$

한 번의 왕복(바깥 벽 → 중앙 → 바깥 벽)에 걸리는 시간은  $2t_0$  이고 그동안 충돌은 1회 일어난다. 수레가 한 바퀴 도는 데 걸리는 시간은  $T = 2\pi R/v$  이므로

$$N = \frac{T}{2t_0} = \frac{2\pi R/v}{2\sqrt{dR}/v} = \pi\sqrt{\frac{R}{d}}.$$

④ 수치 대입.  $R = (10000/\pi^2)d$  이므로  $\sqrt{R/d} = 100/\pi$  이고

$$N = \pi\sqrt{\frac{R}{d}} = \pi \cdot \frac{100}{\pi} = 100 \text{ (회)}$$

실제로 충돌은  $t = t_0, 3t_0, 5t_0, \dots$  에 일어나고  $T = 200t_0$  이므로,  $(2n-1)t_0 \leq 200t_0$  를 만족하는 정수는  $n = 1, 2, \dots, 100$  으로 정확히 100 회이다.

(2-2)(1)  $k = \frac{16mv^2}{3dR}$

용수철은 안쪽 벽  $x = -d/2$  에 고정되어 있고 자연 길이가  $d/2$  이므로, 아무 힘도 받지 않을 때 용수철의 끝(렌즈의 위치)은  $x = 0$  에 온다. 즉 변형량은 렌즈의  $x$  좌표 그 자체이다.

수레가 등속 원운동을 하는 동안 회전 좌표계에서 렌즈에 작용하는 힘은 바깥쪽 원심력  $mv^2/R$  와 안쪽으로 당기는 용수철의 복원력  $kx$  뿐이며, 렌즈가  $x = 3d/16$  에 정지해 있으므로 두 힘이 평형을 이룬다.

$$k \cdot \frac{3d}{16} = \frac{mv^2}{R}$$

$$k = \frac{16}{3d} \cdot \frac{mv^2}{R} = \frac{16mv^2}{3dR}$$

(2-2)(2)  $x_{\text{far}} = -49d/144$  (배율  $-2/9$ ),  $x_{\text{near}} = -d/48$  (배율  $-2/3$ ) — 둘 다 도립 축소 실상

① 렌즈의 단진동.  $t = 0$  에 수레가 원형레일을 벗어나 등속 직선 운동을 하면 원심력이 사라지고 용수철의 복원력만 남는다. 따라서 렌즈는 자연 길이 위치  $x = 0$  을 중심으로 단진동한다.  $t = 0$  에  $x = 3d/16$  에서 정지해 있었으므로 그 점이 진동의 끝점이고

$$A = \frac{3d}{16}, \quad x_{\text{렌즈}} \in \left[-\frac{3d}{16}, +\frac{3d}{16}\right].$$

② 두 극단에서의 물체 거리. 곰 인형(물체)은  $x = +d/2$  에 고정되어 있으므로

- 가장 멀 때: 렌즈가  $x = -3d/16 \rightarrow s_o = d/2 + 3d/16 = 11d/16$
- 가장 가까울 때: 렌즈가  $x = +3d/16 \rightarrow s_o = d/2 - 3d/16 = 5d/16$



③ 얇은 렌즈 공식.  $1/s_o + 1/s_i = 1/f$  에  $f = d/8$  을 넣는다.

$$\text{가장 멀 때: } \frac{1}{s_i} = \frac{8}{d} - \frac{16}{11d} = \frac{88-16}{11d} = \frac{72}{11d} \Rightarrow s_i = \frac{11d}{72},$$

$$\text{가장 가까울 때: } \frac{1}{s_i} = \frac{8}{d} - \frac{16}{5d} = \frac{40-16}{5d} = \frac{24}{5d} \Rightarrow s_i = \frac{5d}{24}.$$

④ 상의 위치와 배율. 상은 렌즈를 기준으로 물체의 반대쪽(안쪽,  $-x$  방향)에  $s_i$  만큼 떨어진 곳에 맺히므로  $x_{\text{상}} = x_{\text{렌즈}} - s_i$  이고, 배율은  $M = -s_i/s_o$  이다.

$$x_{\text{far}} = -\frac{3d}{16} - \frac{11d}{72} = -\frac{27d+22d}{144} = -\frac{49d}{144}, \quad M_{\text{far}} = -\frac{(11d)/72}{(11d)/16} = -\frac{2}{9},$$

$$x_{\text{near}} = -\frac{3d}{16} - \frac{5d}{24} = -\frac{9d+10d}{48} = -\frac{d}{48}, \quad M_{\text{near}} = -\frac{(5d)/24}{(5d)/16} = -\frac{2}{3}.$$

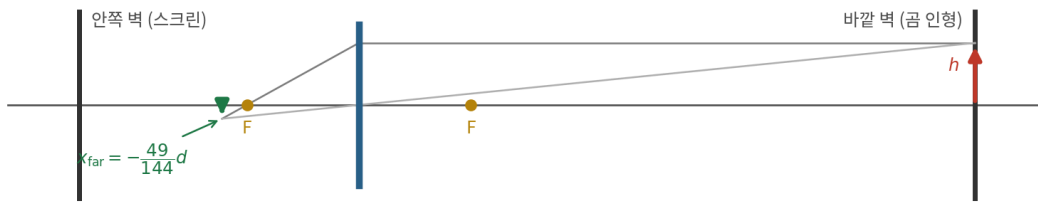
$$x_{\text{far}} = -\frac{49d}{144}, \quad M_{\text{far}} = -\frac{2}{9}; \quad x_{\text{near}} = -\frac{d}{48}, \quad M_{\text{near}} = -\frac{2}{3}$$

두 경우 모두  $s_i > 0$  이므로 **실상**,  $M < 0$  이므로 **도립**,  $|M| < 1$  이므로 **축소**된 상이다.

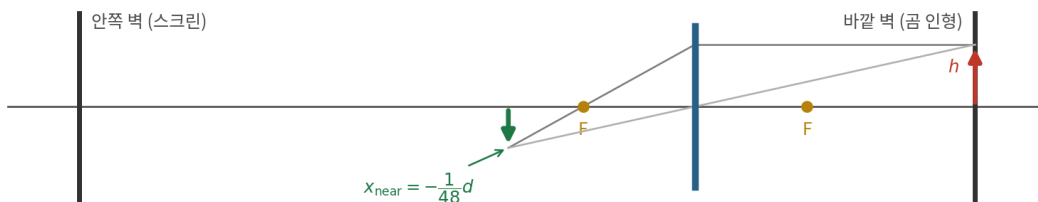
두 경우 모두  $s_o > 2f = d/4$  이므로 도립 축소 실상이 되는 것이 당연하며, 물체가 렌즈에 가까워질수록 ( $11d/16 \rightarrow 5d/16$ ) 상은 렌즈에서 멀어지고 ( $11d/72 \rightarrow 5d/24$ ) 배율의 크기도 커진다 ( $2/9 \rightarrow 2/3$ ).

**볼록 렌즈의 결상 — 두 극단 위치 ( $f = d/8$ , 곰 인형은  $x = +d/2$  에 고정, 상은 모두 도립 축소 실상)**

$$\text{가장 멀 때 — 렌즈 } x = -\frac{3d}{16}, \quad s_o = \frac{11d}{16}, \quad s_i = \frac{11d}{72}, \quad M = -\frac{2}{9}$$



$$\text{가장 가까울 때 — 렌즈 } x = +\frac{3d}{16}, \quad s_o = \frac{5d}{16}, \quad s_i = \frac{5d}{24}, \quad M = -\frac{2}{3}$$



예시 작도 — 렌즈가 진동의 양 끝  $x = \pm 3d/16$  에 있을 때의 광선 작도와 상의 위치

$$(2-2)(3) \frac{3}{2}h \leq y \leq \frac{9}{2}h$$

여기서  $y$  는 스크린에 맺힌 빛점이 광축으로부터 떨어진 **거리**이므로 항상 0 이상인 값이다.

광축과 나란하게 입사한 광선은 볼록 렌즈를 지난 뒤 반드시 렌즈 뒤쪽 초점을 지난다. 렌즈면에서 광축으로부터 거리가  $h$  였던 광선이 렌즈에서 거리  $f$  만큼 간 곳에서 광축과 만나므로, 렌즈를 지난 뒤 광선이 광축과 이루는 기울기의 크기는  $h/f$  이다. 렌즈에서 거리  $D$  떨어진 스크린에서는 광축을 지나 반대쪽으로  $D - f$  만큼 더 진행한 셈이므로

$$y = \frac{h}{f}(D - f) = h\left(\frac{D}{f} - 1\right).$$

스크린은 용수철이 매달린 벽 ( $x = -d/2$ ) 에 고정되어 있고 렌즈는 단진동하므로, 렌즈-스크린 거리는  $D = x_{\text{렌즈}} + d/2$  로 함께 변한다.  $f = d/8 = 2d/16$  을 써서 두 극단을 계산하면

- 렌즈가 가장 바깥 ( $x = +3d/16$ ):  $D = 3d/16 + 8d/16 = 11d/16$ ,

$$y = h \cdot \frac{11d/16 - 2d/16}{2d/16} = \frac{9}{2}h$$

- 렌즈가 가장 안쪽 ( $x = -3d/16$ ):  $D = -3d/16 + 8d/16 = 5d/16$ ,

$$y = h \cdot \frac{5d/16 - 2d/16}{2d/16} = \frac{3}{2}h$$

$D$  가  $5d/16$  과  $11d/16$  사이를 연속적으로 오가고  $y$  는  $D$  에 대한 일차식이므로, 스크린 위의 빛점도 그 사이를 빠짐없이 쏘고 지나간다. 두 극단 모두  $D > f$  이므로 광선은 항상 광축을 한 번 가로지른 뒤 스크린에 닿고, 빛점은 입사 광선의 반대쪽에 나타난다(거리를 물었으므로 범위는 양수로 답한다).

$$\frac{3}{2}h \leq y \leq \frac{9}{2}h \quad (\text{광축을 기준으로 입사 광선의 반대쪽})$$

### (2-3) 가속도의 크기 $a = \sqrt{2}g$ , 방향은 경사면을 따라 바깥·위쪽

① **회전 좌표계에서의 힘**. 수레 내부 관찰자가 보는 힘은 연직 아래로 작용하는 중력  $mg$  와, 수평 바깥쪽으로 작용하는 원심력  $mv^2/R$  이다.  $R = v^2/(4g)$  이므로

$$\frac{mv^2}{R} = \frac{mv^2}{v^2/(4g)} = 4mg.$$

② **경사면 방향으로의 분해**. 경사면은  $45^\circ$  이고 바깥쪽으로 갈수록 높아진다. 경사면을 따라 바깥·위를 향하는 방향과 경사면에 수직인 방향으로 분해하면, 두 방향 모두 연직·수평과  $45^\circ$  를 이루므로 각 성분에  $1/\sqrt{2}$  가 붙는다.

$$F_{\parallel} = \frac{4mg}{\sqrt{2}} - \frac{mg}{\sqrt{2}} = \frac{3mg}{\sqrt{2}} \quad (\text{바깥·위 방향}),$$

$$N = \frac{4mg}{\sqrt{2}} + \frac{mg}{\sqrt{2}} = \frac{5mg}{\sqrt{2}}.$$

원심력은 경사면을 밀어 올리는 쪽에, 중력은 끌어내리는 쪽에 기여하므로 빗면 방향으로 서로 빼고, 면을 누르는 방향으로 둘 다 같은 쪽이므로 더한다.

③ **마찰력**. 알짜 빗면 성분이 바깥·위를 향하므로 물체는 그 방향으로 미끄러지기 시작하고, 운동마찰력은 반대인 안쪽·아래로 작용한다.

$$f = \mu N = \frac{1}{5} \cdot \frac{5mg}{\sqrt{2}} = \frac{mg}{\sqrt{2}}.$$

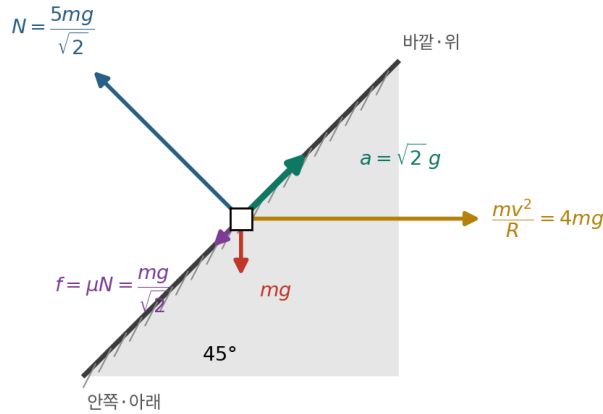
④ **가속도**.

$$ma = F_{\parallel} - f = \frac{3mg}{\sqrt{2}} - \frac{mg}{\sqrt{2}} = \frac{2mg}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}mg$$

$$a = \sqrt{2}g \approx 1.41g, \quad \text{방향: 경사면을 따라 바깥·위쪽(회전 중심에서 멀어지는 쪽)}$$

$t = 0$  에는 물체가 정지해 있으므로 회전 좌표계에서 속도에 비례하는 관성력(전향력)은 나타나지 않고, 중력·원심력·수직 항력·마찰력만 고려하면 된다.

45° 경사면 위 물체에 작용하는 힘 (회전 좌표계,  $t = 0$ )



예시 작도 —  $t = 0$  에서 물체에 작용하는 네 힘과 알짜 가속도

**(2-4)(1) 톱니 모양 — 완전한 상승과 그 절반 시간의 가파른 하강이 반복되며 봉우리가  $1/\sqrt{2}$  배씩 낮아진다**

(2-3)에서 얻은 대로, 경사면 방향 알짜 보존력 성분  $F_{\parallel} = 3mg/\sqrt{2}$  는 항상 바깥·위쪽으로 일정하고 수직 항력도  $N = 5mg/\sqrt{2}$  로 일정하다. 따라서 마찰력의 크기  $f = mg/\sqrt{2}$  도 일정하며, **운동 방향에 따라 부호만 바뀐다.**

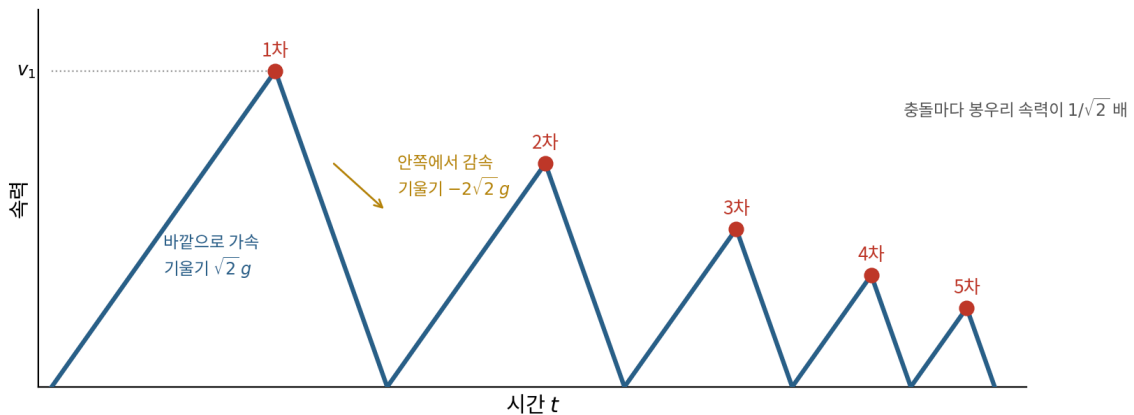
- 바깥·위로 갈 때: 마찰이 안쪽으로  $\rightarrow a_{\text{out}} = (F_{\parallel} - f)/m = \sqrt{2}g$  (가속)
- 안쪽·아래로 갈 때: 마찰도 바깥쪽으로  $\rightarrow a_{\text{in}} = (F_{\parallel} + f)/m = 2\sqrt{2}g$  (감속)

물체는 선로 중앙에서 정지 상태로 출발해 바깥 벽까지 거리  $d/2$  를  $a_{\text{out}}$  로 가속하며 **1차 충돌**을 한다. 탄성충돌이므로 속력은 그대로인 채 방향만 안쪽으로 바뀌고, 이때는 감속도가  $a_{\text{in}} = 2a_{\text{out}}$  로 두 배이므로 절반의 시간·절반의 거리 만에 멈춘다. 그 지점에서 다시 바깥으로 가속되어 두 번째 충돌을 하며, 이 과정이 되풀이된다. **모든 충돌은 바깥 벽에서만 일어난다.**

각 구간이 등가속도 운동이므로 속력-시간 그래프는 직선 조각들이 이어진 톱니 모양이 된다.

- 기울기: 바깥으로 갈 때  $+\sqrt{2}g$ , 안쪽으로 갈 때  $-2\sqrt{2}g$  (하강 구간이 두 배 가파르고, 그래서 상승 구간의 절반 시간만 걸린다).
- 봉우리(충돌 순간): 탄성충돌이라 속력이 보존되므로 그래프가 끊기지 않고 꼭짓점을 이룬다.
- 골(안쪽 반환점): 속력이 정확히 0이 된다.
- 봉우리의 높이: 왕복 한 번마다 운동 에너지가 절반이 되므로 속력은  $1/\sqrt{2}$  배씩 줄어든다.

물체의 속력-시간 그래프 — 모든 충돌은 바깥 벽에서 일어난다



예시 작도 — 완전한 상승 ( $\sqrt{2}g$ ) 과 가파른 하강 ( $2\sqrt{2}g$ ) 이 번갈아 나타나며, 충돌마다 봉우리 속력이 직전의  $1/\sqrt{2}$  배로 낮아진다.

$$(2-4)(2) \text{ 총 이동 거리} = \frac{23}{16}d$$

일·에너지 정리로 따지면 편리하다. 경사면을 따라 거리  $\ell$  만큼 움직일 때 운동 에너지의 변화는

- 바깥으로 갈 때:  $+ma_{\text{out}}\ell = \sqrt{2}mg\ell$  (증가)
- 안쪽으로 갈 때:  $-ma_{\text{in}}\ell = -2\sqrt{2}mg\ell$  (감소)

이다. 물체는 중앙에서 정지 상태로 출발해 바깥 벽까지  $d/2$  를 가므로 1차 충돌 직전의 운동 에너지는

$$E_1 = \sqrt{2}mg \cdot \frac{d}{2}.$$

충돌 후 안쪽으로 들어가 멈추는 거리(침투 거리)  $s_1$  은  $2\sqrt{2}mgs_1 = E_1$  에서

$$s_1 = \frac{E_1}{2\sqrt{2}mg} = \frac{1}{2} \cdot \frac{d}{2} = \frac{d}{4}.$$

거기서 다시 같은 거리  $s_1$  을 바깥으로 가속해 2차 충돌을 하므로 그때의 운동 에너지는

$$E_2 = \sqrt{2}mgs_1 = \sqrt{2}mg \cdot \frac{d}{4} = \frac{E_1}{2}.$$

즉 충돌할 때마다 운동 에너지가 정확히 절반이 되고, 침투 거리도 절반이 된다.

$$s_n = \frac{d}{2^{n+1}} : s_1 = \frac{d}{4}, s_2 = \frac{d}{8}, s_3 = \frac{d}{16}, s_4 = \frac{d}{32}.$$

5번째 충돌까지의 경로는 (중앙  $\rightarrow$  1차 충돌) 다음에 (안쪽 침투  $\rightarrow$  되돌아옴)을 네 번 반복한 것이므로, 각 침투는 왕복이라 두 번씩 세어야 한다.

- 중앙  $\rightarrow$  1차 충돌:  $d/2$     • 1차  $\rightarrow$  2차:  $2s_1 = d/2$     • 2차  $\rightarrow$  3차:  $2s_2 = d/4$
- 3차  $\rightarrow$  4차:  $2s_3 = d/8$     • 4차  $\rightarrow$  5차:  $2s_4 = d/16$

$$s_{\text{총}} = \frac{d}{2} + 2\left(\frac{d}{4} + \frac{d}{8} + \frac{d}{16} + \frac{d}{32}\right) = \frac{d}{2} + 2 \cdot \frac{15d}{32} = \frac{d}{2} + \frac{15d}{16}.$$

$$s_{\text{총}} = \frac{8d + 15d}{16} = \frac{23}{16}d = 1.4375d$$

충돌 횟수를 무한히 늘리면 침투 거리의 합이 등비급수  $d/4 + d/8 + \dots = d/2$  로 수렴하므로 총 이동 거리는  $d/2 + 2(d/2) = 3d/2$  를 넘지 못한다. 5번째 충돌까지의  $23d/16$  은 이미 그 극한값  $24d/16$  에 매우 가깝다 — 마찰이 매 왕복마다 에너지의 절반을 깎아내기 때문에 운동이 빠르게 잦아든다.

# 2025학년도 · 해설편

**문제 1** 이중 슬릿 간섭 — 매질의 굴절률, 도플러 효과, 광전 효과  
**문제 2**  $n$  차원 우주의 중력과 전기력 — 궤도·보어 모형·화학 결합

---

**단원** 역학 · 전자기 · 파동·광학 · 현대물리  
**핵심 개념** 이중 슬릿 간섭과 매질의 굴절률, 광로차와 보강 조건, 평면 스크린에서의 무늬 간격, 도플러 효과와 단진동, 광전 효과와 문턱 진동수, 차원에 따른 힘의 법칙, 로그 퍼텐셜과 보어 모형, 케플러 제3법칙, 전기력선  
**문항 수** 2문항 (소문항 11개)

## II. 예시답안

## 문제 1 이중 슬릿 간섭 — 매질의 굴절률, 도플러 효과, 광전 효과 매질 속 파장 · 광로차 · 도플러 효과 · 광전 효과

$$(1-1) \Delta y = \Delta y' = \frac{\lambda L}{n_2 d}$$

빛이 매질로 들어가도 진동수  $f$  는 변하지 않고 속력만  $c/n$  으로 줄어든다. 따라서 굴절률  $n_2$  인 매질 2 속에서의 파장은

$$\lambda_2 = \frac{c/n_2}{f} = \frac{\lambda}{n_2}$$

이다. 한편  $S_0$  는  $S_1 S_2$  의 수직이등분선 위에 있으므로 매질 1을 지나는 두 경로  $S_0 S_1$  과  $S_0 S_2$  의 길이가 같고, 매질 1에서 생기는 광로차는 0 이다. 즉  $n_1$  은 무늬 간격에 전혀 영향을 주지 않는다.

스크린 위의 좌표  $y$  인 점을 향하는 두 광선의 경로차는  $L \gg d$  이므로

$$\Delta = d \sin \theta \approx d \tan \theta = \frac{d \cdot y}{L}$$

이고, 매질 2 속의 파장  $\lambda_2$  를 기준으로 보강·상쇄 조건은 각각

$$\frac{d \cdot y}{L} = m \lambda_2 \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots), \quad \frac{d \cdot y}{L} = \left(m + \frac{1}{2}\right) \lambda_2$$

이다. 이를  $y$  에 대해 풀면 보강 무늬는  $y_m = m \lambda_2 L / d$ , 상쇄 무늬는  $y_m = (m + 1/2) \lambda_2 L / d$  로 둘 다 이웃한 두 값의 차이가  $\lambda_2 L / d$  이다.

$$\Delta y = \Delta y' = \frac{\lambda_2 L}{d} = \frac{\lambda L}{n_2 d}$$

보강 무늬 간격과 상쇄 무늬 간격은 서로 같으며(상쇄 무늬는 보강 무늬의 정중앙에 놓인다), 굴절률  $n_2$  가 클수록 매질 속 파장이 짧아져 무늬가 더 촘촘해진다.

## (1-2) 밝은 무늬 패턴은 모두 19개

반원 스크린의 반지름  $L$  이  $d$  보다 충분히 크므로, 중심각  $\theta$  방향으로 나아가는 두 광선은 평행하다고 볼 수 있고 기하학적 경로차는  $d \sin \theta$  이다. 매질의 굴절률이  $n(\theta)$  이므로 실제 간섭을 결정하는 것은 광학적 경로차(광로차)

$$\Delta_{\text{광학}} = n(\theta) \cdot d \sin \theta$$

이다. 여기에  $n(\theta) = \theta / \sin \theta$  를 대입하면  $\sin \theta$  가 약분되어

$$\Delta_{\text{광학}} = \frac{\theta}{\sin \theta} \cdot d \sin \theta = \theta d$$

로, 광로차가 각  $\theta$  에 정비례한다. ( $\theta = 0$  에서도  $n(0) = 1$ ,  $\Delta_{\text{광학}} = 0$  으로 연속이다.) 보강 간섭 조건  $\Delta_{\text{광학}} = m \lambda$  에  $\lambda = (\pi/20)d$  를 넣으면

$$\theta d = m \left(\frac{\pi}{20}\right) d \Rightarrow \theta_m = m \frac{\pi}{20} \quad (m \text{ 은 정수})$$

즉 밝은 무늬가 각도에 대해  $\pi/20$  씩 등간격으로 나타난다. 스크린은 반원이므로 정의역은  $-\pi/2 \leq \theta \leq \pi/2$  이고  $\theta = \pm \pi/2$  의 무늬는 무시하라고 하였으므로

$$\left|m \frac{\pi}{20}\right| < \frac{\pi}{2} \Rightarrow |m| < 10 \Rightarrow m = -9, -8, \dots, -1, 0, 1, \dots, 8, 9$$

가능한  $m$  은  $-9$  부터  $9$  까지의 정수이므로 밝은 무늬 패턴의 개수 = 19 개

$n(\theta) = \theta / \sin \theta$  라는 굴절률이 경로차의  $\sin \theta$  라는 비선형성을 정확히 상쇄해 주기 때문에, 진공 속 이중 슬릿에서는 중앙에서 멀어질수록 각 간격이 벌어지던 무늬가 이 매질에서는 완전한 등각 간격이 된다.

**(1-3) (1)  $\Delta y_n = L[\tan(n\pi/20) - \tan((n-1)\pi/20)]$  (2) 중앙에서 멀어질수록 넓어진다**

스크린을 평면으로 바꾸어도 매질과 슬릿은 그대로이므로 밝은 무늬가 생기는 **방향**은 (1-2)와 같은  $\theta_n = n\pi/20$  이다. 슬릿에서  $\theta_n$  방향으로 나아간 빛은 거리  $L$  떨어진 평면 스크린 위의

$$y_n = L \tan \theta_n = L \tan\left(n \frac{\pi}{20}\right)$$

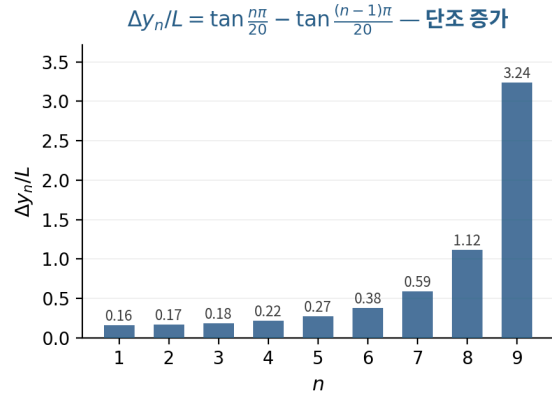
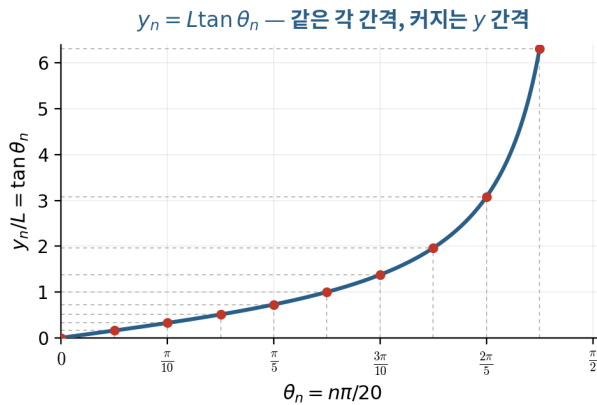
에 도달한다. 따라서 이웃한 두 밝은 무늬 중심 사이의 거리는

$$\Delta y_n = y_n - y_{n-1} = L \left[ \tan \frac{n\pi}{20} - \tan \frac{(n-1)\pi}{20} \right] = L \frac{\sin(\pi/20)}{\cos \frac{n\pi}{20} \cdot \cos \frac{(n-1)\pi}{20}}$$

( $\tan \alpha - \tan \beta = \sin(\alpha - \beta) / (\cos \alpha \cos \beta)$ ) 를 이용해 정리한 것으로,  $y_n$  이 유한하려면  $\theta_n < \pi/2$  이어야 하므로  $n = 1, 2, \dots, 9$  이다.)

**(2) 변화 경향** — 위의 정리된 형태에서 분자  $L \sin(\pi/20)$  은  $n$  과 무관한 상수이고, 분모의  $\cos(n\pi/20) \cdot \cos((n-1)\pi/20)$  은  $n$  이 커질수록 (두 각이 모두  $\pi/2$  에 가까워지므로) 단조 감소한다. 따라서

- $\Delta y_n$  은  $n$  이 커질수록 **단조 증가**한다. 즉 스크린 중앙에서 멀어질수록 무늬 간격이 넓어진다.
- 원인은 스크린이 평면이라는 점에 있다. 무늬의 **각** 간격은  $\pi/20$  으로 일정하지만, 평면 위 좌표는  $y = L \tan \theta$  로 각에 대해 위로 볼록하게 증가하므로 같은 각 간격이 바깥쪽에서 훨씬 큰 길이 간격으로 환산된다.
- $n \rightarrow 10$  ( $\theta \rightarrow \pi/2$ ) 에서는  $\cos(n\pi/20) \rightarrow 0$  이므로  $\Delta y_n \rightarrow \infty$  로 발산한다. 즉 무늬는 스크린 바깥으로 무한히 퍼져 나간다.



예시 작도 — 등각 간격  $\theta_n = n\pi/20$  이 평면 스크린 위에서 점점 넓어지는  $\Delta y_n$  으로 환산되는 모습

**(1-4) (1)  $v_s(t) = A\sqrt{k/m} \cos(\sqrt{k/m}t)$  (2)  $\Delta y(t) = \frac{\lambda L}{d} \left[ 1 - \frac{A}{v} \sqrt{k/m} \cos(\sqrt{k/m}t) \right]$**

**(1) 음원의 속도** — 각진동수를  $\omega = \sqrt{k/m} = 2\pi/T$  라 하면  $x(t) = A \sin(\omega t)$  이므로

$$v_s(t) = \frac{dx}{dt} = A\omega \cos(\omega t) = A\sqrt{\frac{k}{m}} \cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}} \cdot t\right)$$

이다.  $v_s > 0$  은 음원이  $+x$  방향, 즉 슬릿·스크린 쪽으로 다가감을 뜻한다.

#### (1-4) 계속 — 도플러 효과와 무늬 간격

음원이 내는 소리의 진동수는  $f_0 = v/\lambda$  로 일정하다. 음원이 스크린 쪽으로 속력  $v_s$  로 움직이면 한 주기  $1/f_0$  동안 음원 자신이  $v_s/f_0$  만큼 따라가므로, 앞쪽으로 나아가는 파동의 파장은

$$\lambda'(t) = \frac{v - v_s(t)}{f_0} = \lambda \left( 1 - \frac{v_s(t)}{v} \right)$$

로 압축된다. 소리가 스크린에 도달하는 시간  $\tau$  는  $T$  에 비해 무시할 수 있으므로, 시각  $t$  에 스크린에 도달하는 파동의 파장은 같은 시각 음원의 속도로 결정된다고 보면 된다.

이 파장의 음파가 간격  $d$  인 이중 슬릿을 지나 거리  $L$  의 스크린에 도달하므로, (1-1)과 같은 논리로 인접한 극대점 사이의 거리는  $\Delta y = \lambda' L/d$  이다. 따라서

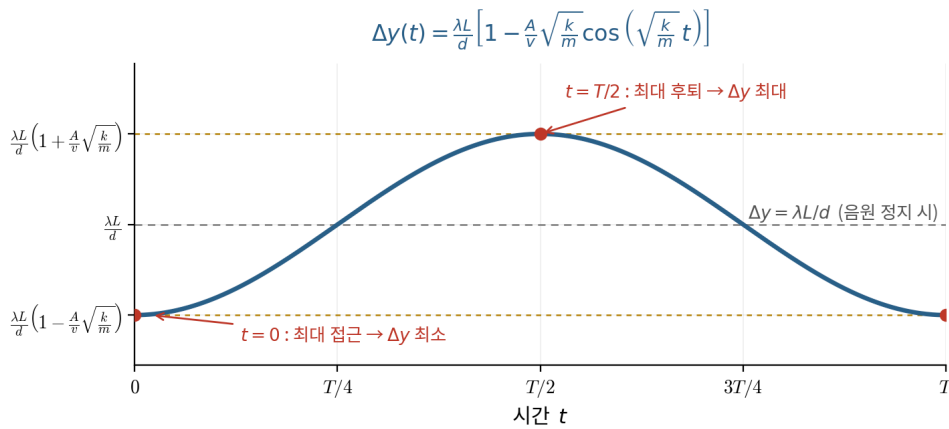
$$\Delta y(t) = \frac{\lambda L}{d} \left[ 1 - \frac{A}{v} \sqrt{\frac{k}{m}} \cos \left( \sqrt{\frac{k}{m}} \cdot t \right) \right]$$

#### (1-4) 계속 — 한 주기 동안의 변화

$\cos(\omega t)$  는 한 주기 동안  $+1 \rightarrow 0 \rightarrow -1 \rightarrow 0 \rightarrow +1$  로 변화하므로

- $t = 0$  (음원이 원점을 지나며 스크린 쪽으로 최대 속력): 파장이 가장 짧아져  $\Delta y$  가 **최솟값**  $\frac{\lambda L}{d} \left( 1 - \frac{A}{v} \sqrt{\frac{k}{m}} \right)$ .
- $t = T/4$  (음원이  $x = A$  에서 순간 정지):  $v_s = 0$  이라 도플러 효과가 사라져  $\Delta y = \lambda L/d$  (정지 음원과 같음).
- $t = T/2$  (스크린에서 멀어지며 최대 속력): 파장이 가장 길어져  $\Delta y$  가 **최댓값**  $\frac{\lambda L}{d} \left( 1 + \frac{A}{v} \sqrt{\frac{k}{m}} \right)$ .
- $t = 3T/4$  에서 다시  $\Delta y = \lambda L/d$  가 되고,  $t = T$  에서 최솟값으로 돌아온다.

즉  $\Delta y$  는 평균값  $\lambda L/d$  를 중심으로 진폭  $(\lambda L/d)(A/v)\sqrt{k/m}$  인 코사인 꼴로 주기  $T$  로 진동하되, 음원의 변위  $x(t)$  보다 위상이  $\pi/2$  앞선 속도에 의해 결정되므로  $x(t)$  와는  $-\cos$  관계가 된다.



예시 작도 — 한 주기 동안 극대점 간격  $\Delta y(t)$  의 변화 (그림은  $(A/v)\sqrt{k/m} = 0.45$  인 경우)



(1-5) (1) 광전자(전자) (2)  $t = 3T/4$  (3)  $K_{\max} = \frac{hc}{\lambda} \cdot \frac{2\sqrt{2} + 1}{7}$

(1) 검출되는 입자와 검출/미검출의 이유 — 금속 표면에 빛을 쬔었을 때 광자가 아닌 채로 튀어나오는 입자는 광전자, 즉 전자이다.

광전 효과에서 전자가 방출되려면 광자 1개의 에너지가 일함수  $W$  보다 커야 한다. 즉 빛의 세기가 아니라 진동수가 문턱 진동수  $f_{\text{th}} = W/h$  를 넘어야 한다. 광원이 정지해 있을 때의 진동수는  $f = c/\lambda$  이고, 광원이 금속 스크린 쪽으로 속력  $v_s$  로 다가가면 (빛을 속도  $c$  인 음파처럼 다루므로) 도플러 효과에 의해 청색 편이가 일어나 스크린이 받는 진동수는

$$f'(t) = f \frac{c}{c - v_s(t)}$$

가 된다.  $v_s = A\sqrt{k/m} \cos(\sqrt{k/mt})$  이므로  $f'$  는  $v_s$  가 양수(접근)일 때  $f$  보다 커지고,  $v_s$  가 0이거나 음수(정지·후퇴)일 때  $f$  이하가 된다.

문제에서  $t = 0$  (접근 속력 최대)에는 검출되고  $t = T/4$  (속도 0)에는 검출되지 않는데, 특히 (2)에서 “ $t = T/4$  부터” 검출되지 않는다고 하였으므로 검출이 끊기는 시점이 정확히  $v_s = 0$  이 되는 순간이다. 따라서 문턱 진동수는 정지 광원의 진동수와 같다.

$$f_{\text{th}} = f = \frac{c}{\lambda}, \quad W = hf = \frac{hc}{\lambda}$$

검출 조건은  $f' > f_{\text{th}} = f$ , 즉  $c/(c - v_s) > 1$  이므로 결국  $v_s > 0$  (광원이 금속 스크린 쪽으로 접근)이다. 광원이 정지하거나 멀어지면 진동수가 문턱 이하로 떨어져 아무리 오래 비추어도 전자가 나오지 않는다.

(1-5) 계속 — 다시 검출되는 시각과 최대 운동 에너지

(2) 다시 검출되기 시작하는 시각 — 검출 조건  $v_s(t) > 0$  은  $\cos(\sqrt{k/mt}) = \cos(2\pi t/T) > 0$  과 같다.  $0 \leq t \leq T$  에서 이를 풀면

$$0 \leq t < \frac{T}{4} \quad \text{및} \quad \frac{3T}{4} < t \leq T$$

이다. 그 사이 구간  $T/4 \leq t \leq 3T/4$  에서는 광원이 정지했다가 멀어지므로 적색 편이가 일어나 검출되지 않는다.

다시 검출되기 시작하는 시각

$$t = \frac{3}{4}T$$

(3) 광전자의 최대 운동 에너지 — 광전자의 최대 운동 에너지는  $K_{\max} = hf' - W$  이고,  $W = hf$  이므로  $f'$  가 가장 클 때, 즉 접근 속력이 최대인  $t = 0$  에서 최대가 된다. 이때

$$v_{s,\max} = A\sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{c}{2\sqrt{2}} \rightarrow f'_{\max} = f \frac{c}{c - c/(2\sqrt{2})} = f \frac{1}{1 - 1/(2\sqrt{2})} = f \frac{2\sqrt{2}}{2\sqrt{2} - 1}$$

따라서

$$K_{\max} = hf'_{\max} - hf = hf \left( \frac{2\sqrt{2}}{2\sqrt{2} - 1} - 1 \right) = \frac{hf}{2\sqrt{2} - 1}$$

이고, 분모를 유리화하면  $1/(2\sqrt{2} - 1) = (2\sqrt{2} + 1)/(8 - 1) = (2\sqrt{2} + 1)/7$  이므로

$$K_{\max} = \frac{hf}{2\sqrt{2} - 1} = \frac{2\sqrt{2} + 1}{7} hf = \frac{2\sqrt{2} + 1}{7} \cdot \frac{hc}{\lambda} \approx 0.55 \frac{hc}{\lambda}$$

광원의 속력이 클수록 청색 편이가 커져  $K_{\max}$  도 커지며,  $v_{s,\max} \rightarrow 0$  이면  $K_{\max} \rightarrow 0$  으로 문턱에 겨우 걸치는 상태가 된다.

문제 2

$n$  차원 우주의 중력과 전기력 — 궤도·보어 모형·화학 결합

등속 원운동 · 로그 퍼텐셜 · 보어 모형 · 전기력선

(2-1) (1)  $\frac{9GMm}{20R}$  (2)  $-\frac{9GMm}{10R}$  (3) 0 (4)  $-G'Mm \ln 10$

우주 U (역제곱 중력). 반지름  $r$  의 등속 원운동에서 중력이 구심력이므로

$$G \frac{Mm}{r^2} = \frac{mv^2}{r} \rightarrow v^2 = \frac{GM}{r}, \quad K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{GMm}{2r}$$

이고, 퍼텐셜 에너지는 무한대를 기준으로  $U(r) = -GMm/r$  이다.  $r_1 = R, r_2 = 10R$  을 대입하면

(1)

$$K_1 - K_2 = \frac{GMm}{2R} - \frac{GMm}{2 \cdot 10R} = \frac{GMm}{2R} \left(1 - \frac{1}{10}\right) = \frac{9}{20} \frac{GMm}{R}$$

(2)

$$U_1 - U_2 = -\frac{GMm}{R} - \left(-\frac{GMm}{10R}\right) = -\frac{GMm}{R} \left(1 - \frac{1}{10}\right) = -\frac{9}{10} \frac{GMm}{R}$$

행성 1이 안쪽에 있으므로 운동 에너지는 더 크고( $K_1 > K_2$ ) 퍼텐셜 에너지는 더 낮다( $U_1 < U_2$ ). 두 차이의 비가  $|U_1 - U_2| = 2(K_1 - K_2)$  인 것은 역제곱 힘에서 성립하는 비리얼 관계  $U = -2K$  의 결과이다.

(2-1) 계속 — 우주 U' 의 경우

$F' = G'Mm/r$  이므로 같은 방식으로 구심력 조건을 쓰면

$$G' \frac{Mm}{r} = \frac{mv^2}{r} \rightarrow v^2 = G'M \quad (\text{반지름 } r \text{ 에 무관!})$$

이므로 궤도 속력이 모든 반지름에서  $v = \sqrt{G'M}$  로 같고 운동 에너지도  $K' = \frac{1}{2}G'Mm$  으로 반지름과 무관하게 일정하다. 따라서

(3)

$$K'_1 - K'_2 = \frac{1}{2}G'Mm - \frac{1}{2}G'Mm = 0$$

퍼텐셜 에너지는 [토막글 1]의 정의대로 인력의 크기와 같고 방향이 반대인 힘이 해 준 일로 구한다.  $r_A$  에서  $r_B$  까지

$$U'(r_B) - U'(r_A) = \int_{r_A}^{r_B} G' \frac{Mm}{r} dr = G'Mm [\ln r]_{r_A}^{r_B} = G'Mm \ln \frac{r_B}{r_A}$$

즉  $U'(r) = G'Mm \ln r + \text{상수}$  이다 ([토막글 2]). 그러므로

(4)

$$U'_1 - U'_2 = G'Mm \ln \frac{R}{10R} = G'Mm \ln \frac{1}{10} = -G'Mm \ln 10$$

U' 에서는 퍼텐셜 에너지 차이가 두 반지름의 비에만 의존하며,  $r \rightarrow \infty$  에서  $U'$  가 발산한다는 점이 3차원과 결정적으로 다르다.

(2-2)  $T^2 \propto r^2$  (즉  $T \propto r$ ) 로 바뀐다

우주 U 에서는  $v^2 = GM/r$  이므로  $T = 2\pi r/v = 2\pi r^{3/2}/\sqrt{GM}$ , 곧  $T^2 = 4\pi^2 r^3/(GM) \propto r^3$  이 케플러 제3법칙이다.

우주 U' 에서는 (2-1)에서 보았듯 궤도 속력이  $v = \sqrt{G'M}$  로 반지름과 무관하게 일정하다. 따라서 주기는

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi r}{\sqrt{G'M}}$$

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{G'M} r^2 \Rightarrow T^2 \propto r^2 \quad (T \propto r)$$

비례 상수  $T^2/r^2 = 4\pi^2/(G'M)$  은 항성의 질량  $M$  에만 의존하므로, “같은 항성을 도는 모든 행성에서  $T^2/r^2$  이 일정하다”는 형태의 법칙이 된다.

우주 U 에서는 바깥 행성일수록 느리게 돌아 주기가 반지름의 3/2 제곱에 비례했지만, U' 에서는 모든 행성이 같은 속력으로 돌기 때문에 주기가 궤도 둘레(반지름)에 단순 비례한다.

$$(2-3) (1) r'_n = \frac{nh}{2\pi e\sqrt{k'e^2}}, E'_n = \frac{1}{2}k'e^2 + k'e^2 \ln n + \text{상수} \quad (2) \lambda = \frac{hc}{k'e^2 \ln(n_2/n_1)}$$

(1) 반지름과 에너지 — 우주  $U'$  의 가상 수소 원자에서 전자에 작용하는 쿨롱 인력은  $F' = k'e^2/r$  이고, 이것이 구심력 이므로

$$\frac{k'e^2}{r} = \frac{m_e v^2}{r} \rightarrow v^2 = \frac{k'e^2}{m_e}, \quad v = e\sqrt{\frac{k'}{m_e}} \quad (\text{양자수 } n \text{ 에 무관})$$

이다. 보어의 양자 가설  $m_e v r = nh/(2\pi)$  에 대입하면

$$r'_n = \frac{nh/(2\pi)}{m_e v} = \frac{nh}{2\pi m_e \cdot e\sqrt{k'/m_e}} = \frac{nh}{2\pi e\sqrt{k'm_e}} = nr'_1 \quad (\propto n)$$

즉  $U$  에서  $r_n \propto n^2$  이던 것이  $U'$  에서는  $r'_n \propto n$  이 된다. 에너지는 운동 에너지와 퍼텐셜 에너지의 합인데, 운동 에너지는

$$K = \frac{1}{2}m_e v^2 = \frac{1}{2}k'e^2 \quad (\text{모든 } n \text{ 에서 같음})$$

이고 퍼텐셜 에너지는 (2-1)과 같은 방식으로  $U'(r) = k'e^2 \ln r + \text{상수}$  이다.  $r = r'_1$  에서  $U' = 0$  이 되도록 상수를 잡으면  $U'(r) = k'e^2 \ln(r/r'_1)$  이고  $r'_n = nr'_1$  이므로

$$E'_n = K + U'(r'_n) = \frac{1}{2}k'e^2 + k'e^2 \ln n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

( $U'$  의 기준점을 어디로 잡느냐에 따라 전체가 상수만큼 이동하지만, 물리적으로 의미 있는 준위 사이의 차이는 달라지지 않는다.)

$U$  에서  $E_n = -|E_1|/n^2$  이 위로 유계이며 0 에 수렴하던 것과 달리,  $U'$  에서는  $E'_n$  이  $\ln n$  으로 **한없이 증가**한다.

### (2-3) 계속 — 방출되는 빛의 파장

$n_2 \rightarrow n_1$  전이에서 방출되는 광자의 에너지는

$$\Delta E = E'_{n_2} - E'_{n_1} = k'e^2(\ln n_2 - \ln n_1) = k'e^2 \ln \frac{n_2}{n_1}$$

이고 광자 에너지는  $hc/\lambda$  이므로

$$\lambda = \frac{hc}{\Delta E} = \frac{hc}{k'e^2 \ln(n_2/n_1)}$$

파장이 두 양자수의 비  $n_2/n_1$  에만 의존하므로, 예컨대  $2 \rightarrow 1$  과  $4 \rightarrow 2$  전이가 완전히 같은 파장의 빛을 낸다.  $U$  의 수소 스펙트럼과는 전혀 다른 구조이다.

### (2-4) (1) 무한대 — 유한한 에너지로는 전자를 떼어낼 수 없다 (2) $U'$ 에서는 화학 결합이 성립하지 않는다

(1) 이온화 에너지 — 전자가 원자로부터 “완전히 벗어난다”는 것은  $r \rightarrow \infty$ , 즉  $n \rightarrow \infty$  를 뜻한다. (2-3)의 결과에서

$$E'_\infty - E'_1 = \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{2}k'e^2 + k'e^2 \ln n \right) - \frac{1}{2}k'e^2 = k'e^2 \lim_{n \rightarrow \infty} \ln n = \infty$$

필요한 에너지 =  $\infty$  (무한대). 즉 유한한 에너지로는 전자를 원자에서 떼어낼 수 없다.

이는 퍼텐셜  $U' = k'e^2 \ln r$  이  $r \rightarrow \infty$  에서 발산하기 때문이며, 전자는 아무리 큰 (유한한) 에너지를 받아도 더 큰 반지름의 속박 상태로 옮겨 갈 뿐 자유로워지지 못한다.

#### (2-4) 계속 — 화학 결합 관점의 차이

- **우주 U** — 이온화 에너지가 유한하므로 원자는 전자를 잃거나(양이온), 얻거나(음이온), 두 원자가 서로의 전자를 어느 정도 내놓아 공유할 수 있다. 이 과정에서 계 전체의 에너지가 낮아지면 이온 결합·공유 결합이 만들어지고, 분자와 다양한 화학이 존재한다.
- **우주 U'** — 전자를 원자로부터 떼어내려면 무한한 에너지가 필요하므로 이온화가 원리적으로 불가능하다. 전자는 언제나 자신의 원자핵에 완전히 속박되어 있어 다른 원자와 전자를 주고받거나 공유하는 일이 일어날 수 없다. 따라서 원자들 사이의 화학 결합이 형성되지 않고, 분자·화합물이 존재하지 않는 우주가 된다.
- 결국 U'에서는 모든 물질이 서로 결합하지 못한 개별 원자 상태로만 존재하게 되어, 우리가 아는 화학과 생명 현상은 성립할 수 없다.

#### (2-5) 퍼텐셜 에너지 함수가 $-1/r$ (유한 깊이 우물)에서 $\ln r$ (가둠 퍼텐셜)로 바뀌기 때문

두 우주의 차이는 힘의 거리 의존성이 아니라, 그것을 적분해서 얻어지는 **퍼텐셜 에너지 함수의 개형**에서 비롯된다.

- **3차원 우주 U** —  $F \propto 1/r^2$  을 적분하면

$$U(r) = -\frac{ke^2}{r}$$

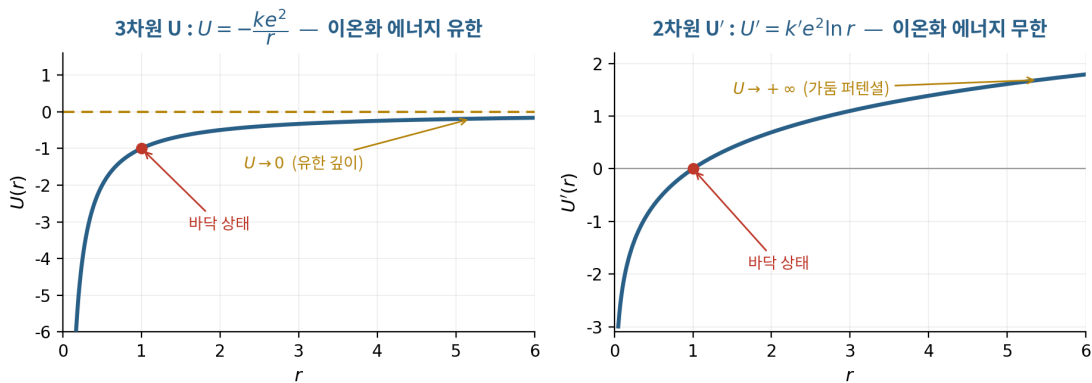
로,  $r \rightarrow \infty$  에서 0 에 수렴한다. 퍼텐셜 우물의 깊이가 유한하므로 전자를 무한히 멀리 보내는 데 드는 에너지도 유한하다. 그 결과 유한한 이온화 에너지, 0 에 수렴하는 에너지 준위  $E_n = -|E_1|/n^2$ , 그리고 원자 사이의 전자 교환(화학 결합)이 가능해진다.

- **2차원 우주 U'** —  $F \propto 1/r$  을 적분하면

$$U'(r) = k'e^2 \ln r + \text{상수}$$

로,  $r \rightarrow \infty$  에서  $+\infty$  로 발산한다. 즉 아무리 멀리 가도 인력이 이겨내야 할 퍼텐셜 장벽이 끝없이 높아지는 **가둠 (confining) 퍼텐셜**이다. 그 결과 이온화 에너지가 무한대가 되고, 에너지 준위는  $E'_n \propto \ln n$  으로 위로 유계가 아니며, 자유 전자가 존재할 수 없다.

수학적으로 보면  $\int^\infty (1/r^2)dr$  은 수렴하지만  $\int^\infty (1/r)dr$  은 발산한다는 차이가 전부이며, 이 한 가지가 “전자가 원자에서 벗어날 수 있는가”라는 미시 세계의 근본적 성질을 갈라놓는다.



예시 작도 — 3차원의  $-1/r$  퍼텐셜(유한 깊이)과 2차원의  $\ln r$  퍼텐셜(무한 가둠) 비교

### (2-6) 전기력선의 총수가 보존되므로, 전기장의 세기는 전하를 둘러싼 “경계의 크기”에 반비례한다

정전하에서 나오는(또는 들어가는) 전기력선의 총 개수는 전하량에만 비례하고, 도중에 생기거나 사라지지 않는다. 따라서 전하를 중심으로 하는 어떤 닫힌 경계를 잡더라도 그것을 통과하는 전기력선의 총수는 같다. 전기장의 세기는 **단위 넓이(2차원에서는 단위 길이)당 전기력선의 밀도**이므로

• **3차원 공간** — 점전하를 반지름  $r$  인 구면으로 둘러싸면 경계의 넓이는  $4\pi r^2$  이다. 전기력선의 총수  $N \propto q$  가 이 넓이에 고르게 퍼지므로

$$E = \frac{N}{4\pi r^2} \propto \frac{q}{r^2} \rightarrow F = q_0 E \propto \frac{qq_0}{r^2}$$

로 역제곱 법칙이 된다.

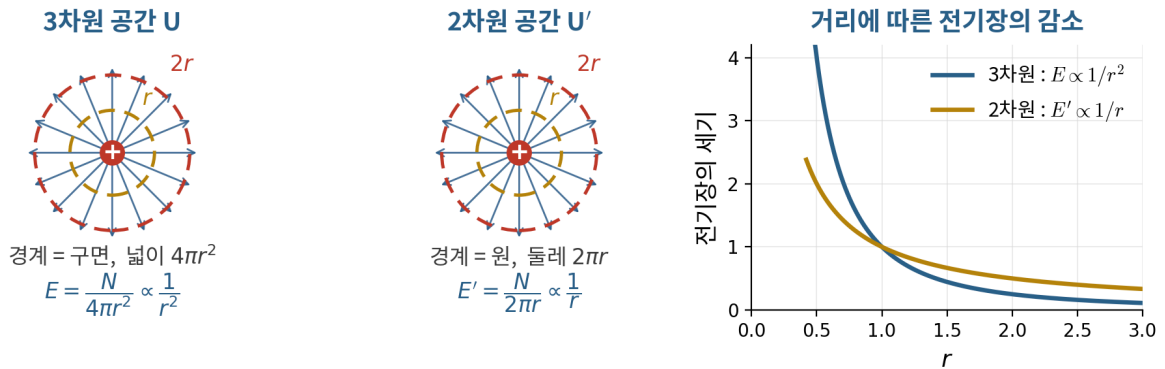
• **2차원 공간** — 점전하를 반지름  $r$  인 원(둘레)으로 둘러싸면 경계의 “크기”는 원의 둘레  $2\pi r$  이다. 같은 총수의 전기력선이 이 길이에 퍼지므로

$$E' = \frac{N}{2\pi r} \propto \frac{q}{r} \rightarrow F' = q_0 E' \propto \frac{qq_0}{r}$$

로 전기력이 거리에 **반비례**한다.

### (2-6) 계속 — 일반 $D$ 차원으로의 확장

$D$  차원 공간에서 경계의 크기는  $r^{D-1}$  에 비례하므로 힘은  $1/r^{D-1}$  을 따른다.  $D = 3$  이면  $1/r^2$ ,  $D = 2$  이면  $1/r$  이 되는 것이다. 중력도 같은 기하학적 이유(질량에서 나오는 “중력선”의 총수 보존)로 2차원에서  $1/r$  을 따르게 되며, 제시문의  $F'_{\text{중력}} = G' Mm/r$  이 바로 그 결과이다.



예시 작도 — 같은 개수의 전기력선이 3차원에서는 넓이  $4\pi r^2$  에, 2차원에서는 둘레  $2\pi r$  에 퍼진다

# 2024학년도 · 해설편

문제 1 탄성충돌 — 빗면·사각 우물·팽팽한 줄 위의 공  
문제 2 전자기 — 복사압·평행판 대전·평행 도선의 자기력

---

단원 역학 · 전자기 · 파동·광학  
핵심 개념 비스듬한 탄성충돌과 포물선 운동, 사각 우물 속 왕복 조건, 줄에 꿰 구슬의 평형과 타원 구속, 광자의 운동량과 복사압, 접촉에 의한 전하 재분배, 평행 도선 사이의 자기력, 충격량-운동량 정리와 역학적 에너지 보존  
문항 수 2문항 (소문항 7개)

## II. 예시답안

## 문제 1 탄성충돌 — 빗면·사각 우물·팽팽한 줄 위의 공

비스듬한 반사 · 포물선 운동 · 타원 구속

(1-1)  $\overline{BC} = 8\sqrt{2} h$

빗면과의 탄성충돌에서는 빗면에 수직인 속도 성분만 부호가 바뀌고 나란한 성분은 그대로 유지된다. 충돌과 충돌 사이에는 중력만 작용하므로 각 구간은 포물선 운동이다.

A를 원점으로 하고  $x$  를 오른쪽,  $y$  를 위로 잡으면 빗면은 직선  $y = -x$  이고, 그 단위 법선벡터는  $\hat{n} = (1, 1)/\sqrt{2}$  이다. 반사 후의 속도는

$$\vec{v}' = \vec{v} - 2(\vec{v} \cdot \hat{n})\hat{n}$$

로 구한다.

① **A 직전 속도** — 높이  $h$  에서 정지 상태로 놓았으므로 역학적 에너지 보존에서  $v_0 = \sqrt{2gh}$ , 방향은 연직 아래이다. 즉  $\vec{v} = (0, -v_0)$ .

② **A 직후 속도** —  $\vec{v} \cdot \hat{n} = -v_0/\sqrt{2}$  이므로

$$\vec{v}' = (0, -v_0) + v_0(1, 1) = (v_0, 0).$$

연직 낙하가  $45^\circ$  면에서 반사되어 **수평 방향** 운동으로 바뀐다.

③ **A → B** —  $x = v_0 t, y = -\frac{1}{2}gt^2$  를 빗면 조건  $y = -x$  에 넣으면

$$-\frac{1}{2}gt^2 = -v_0 t \Rightarrow t_{AB} = \frac{2v_0}{g}, \quad B = \left( \frac{2v_0^2}{g}, -\frac{2v_0^2}{g} \right).$$

따라서  $\overline{AB} = \sqrt{2} \cdot 2v_0^2/g = 4\sqrt{2} h$  ( $v_0^2 = 2gh$  대입).

④ **B 직전·직후 속도** — 직전 속도는  $(v_0, -gt_{AB}) = (v_0, -2v_0)$  이고,  $\vec{v} \cdot \hat{n} = (v_0 - 2v_0)/\sqrt{2} = -v_0/\sqrt{2}$  이므로

$$\vec{v}' = (v_0, -2v_0) + v_0(1, 1) = (2v_0, -v_0).$$

빗면에 나란한 속도 성분이  $\sqrt{2}v_0 \rightarrow 2\sqrt{2}v_0$  로 두 배가 된 것이 핵심이다.

⑤ **B → C** — B를 기준으로  $\Delta x = 2v_0 t, \Delta y = -v_0 t - \frac{1}{2}gt^2$  이고  $\Delta y = -\Delta x$  에서

$$-v_0 t - \frac{1}{2}gt^2 = -2v_0 t \Rightarrow t_{BC} = \frac{2v_0}{g}, \quad \Delta x = \frac{4v_0^2}{g}.$$

$$\overline{BC} = \sqrt{2} \cdot \frac{4v_0^2}{g} = \frac{4\sqrt{2}v_0^2}{g} = 8\sqrt{2} h$$

충돌 사이의 시간 간격은 매번  $2v_0/g$  로 일정하지만, 반사할 때마다 빗면에 나란한 속도가  $\sqrt{2}v_0$  씩 일정하게 커지므로 충돌 간격은

$$\overline{AB} : \overline{BC} : \overline{CD} : \dots = 4\sqrt{2}h : 8\sqrt{2}h : 12\sqrt{2}h : \dots = 1 : 2 : 3 : \dots$$

로 등차수열을 이룬다. 구하는 값은  $\overline{BC} = 8\sqrt{2} h$  이다.

(1-2) (a) 가능,  $v_{\min} = W\sqrt{g/(2H)}$  (b) 불가능 (c) 가능,  $v_{\min} = (W/3)\sqrt{g/(2H)}$

수평 운동과 연직 운동을 분리해서 본다.  $\tau = \sqrt{2H/g}$  를 **P의 높이에서 바닥까지 낙하하는 데 걸리는 시간**이라 하자.

① **연직 운동** — P에서 연직 속도 0으로 출발해 시각  $\tau$  에 바닥에 닿고, 탄성 반사로 속력이 그대로 뒤집혀 다시 시각  $2\tau$  에 처음 높이( $y = 0$ )로 되돌아온다. 그 순간 연직 속도는 다시 0이다. 이 운동이 그대로 되풀이되므로

• 바닥 충돌 시각 =  $\tau, 3\tau, 5\tau, \dots$  ( $\tau$  의 홀수배)

• 입구 높이  $y = 0$  에 오는 시각 =  $2\tau, 4\tau, 6\tau, \dots$  ( $\tau$  의 짝수배)

② **수평 운동** — 벽면 충돌에서 수평 속력의 크기는 보존되고 방향만 뒤집히므로  $x(t)$  는 폭  $W$  를 왕복하는 삼각파이다.  $x = 0$  또는  $x = W$  가 되는 시각은  $vt = (\text{정수}) \times W$  이며, 정수가 짝수이면  $x = 0$ (왼쪽), 홀수이면  $x = W$ (오른쪽) 이다.

- ③ **우물을 빠져나가는 순간** — 공이 우물 밖으로 나가는 것은 입구 높이  $y = 0$  에 있으면서 동시에  $x = 0$  또는  $x = W$  인 순간이다. 이때  $x = 0$  이면 P로 **복귀**,  $x = W$  이면 오른쪽 지면으로 **이탈**이다. (그 외의 시각에  $y = 0$  이 되어도  $0 < x < W$  이면 우물 위이므로 다시 떨어진다.)
- ④ **속력 조건** — 바닥 충돌을  $n$  회 한 뒤 P로 돌아왔다면, 나가는 시각은  $T = 2n\tau$  이고 그 사이의 바닥 충돌은  $\tau, 3\tau, \dots, (2n-1)\tau$  의  $n$  회이다. 한편 수평으로는 출발점  $x = 0$  으로 되돌아왔으므로 이동 거리는  $vT = 2kW$  ( $k =$  오른쪽 벽 충돌 횟수  $= 1, 2, \dots$ )이다. 따라서

$$v = \frac{2kW}{2n\tau} = \frac{kW}{n\tau}, \quad \text{최솟값은 } k = 1 : \quad v_{\min} = \frac{W}{n\tau} = \frac{W}{n} \sqrt{\frac{g}{2H}}.$$

- ⑤ **짝수  $n$  은 왜 불가능한가** — 위의  $v = kW/(n\tau)$  에서 시각  $t' = n\tau$  를 보자.  $n$  이 짝수이면  $t'$  은  $\tau$  의 짝수배이므로 공은 그때 입구 높이에 있고, 동시에

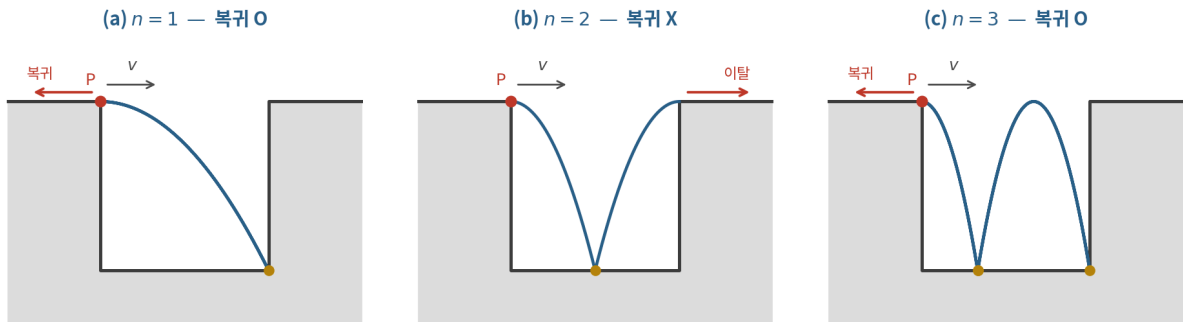
$$vt' = \frac{kW}{n\tau} \cdot n\tau = kW$$

이므로  $x = 0$  또는  $x = W$  이다. 즉 공은  $T = 2n\tau$  보다 **먼저**  $t' = n\tau$  에 이미 우물을 빠져나간다. 이는 “바닥에  $n$  회 충돌했다”는 가정과 모순이다. 따라서  $n$  은 **홀수**여야 한다.

- ⑥ **홀수  $n$  의 확인** —  $k = 1$ , 즉  $v = W/(n\tau)$  라 하자. 더 이른 입구 높이 시각  $2j\tau$  ( $j < n$ ) 에서  $v \cdot 2j\tau = 2jW/n$  이  $W$  의 정수배가 되려면  $n \mid 2j$  이어야 하는데  $n$  이 홀수이므로  $n \mid j$ , 즉  $j \geq n$  이다. 그러므로 중간에 빠져나가는 일은 없다. 한편 시각  $t = n\tau$  ( $\tau$  의 홀수배)에  $x = W$  이므로, 공은 **바닥과 오른쪽 벽이 만나는 모서리**에 정확히 도달한다. 모서리에서는 수평·연직 속도가 동시에 뒤집히므로 공은 왔던 길을 그대로 되짚어 시각  $2n\tau$  에 P로 정확히 돌아온다.

$$(a) \quad n = 1 : v_{\min} = W \sqrt{\frac{g}{2H}} \quad (b) \quad n = 2 : \text{복귀 불가능} \quad (c) \quad n = 3 : v_{\min} = \frac{W}{3} \sqrt{\frac{g}{2H}}$$

즉 **바닥 충돌 횟수가 홀수**이면 오른쪽 벽 충돌이 바닥 모서리에서 일어나 경로가 되짚어지며 복귀하지만, **짝수**이면 그 전에 오른쪽 위 모서리에 연직 속도 0으로 도달해 그대로 지면 위로 미끄러져 나간다.



예시 작도 —  $v = W/(n\tau)$  일 때의 경로. 바닥 충돌점은 금색 점.  $n = 1, 3$  은 오른쪽 아래 모서리에서 경로가 되짚어져 P로 복귀하고,  $n = 2$  는 오른쪽 위 모서리에 연직 속도 0으로 도달해 이탈한다.



(1-3) (a)  $T_A = \frac{1}{2}mg$ ,  $T_B = \frac{\sqrt{3}}{2}mg$  (b) 움직인다 (c) 더 낮다

(a) 선분 AB가 수평과  $30^\circ$ , A쪽 줄이 수평과  $30^\circ$ (아래쪽), B쪽 줄이 수평과  $60^\circ$ 를 이루므로 두 줄 사이의 각은  $180^\circ - 30^\circ - 60^\circ = 90^\circ$ , 즉 두 줄은 서로 수직이다.

고정장치가 공을 붙잡고 있으므로 A쪽 구간과 B쪽 구간의 장력은 서로 달라도 된다. 이를  $T_A, T_B$ 라 하고 공의 힘의 평형을 수평·연직으로 나누어 쓰면

$$\text{수평: } T_A \cos 30^\circ = T_B \cos 60^\circ, \quad \text{연직: } T_A \sin 30^\circ + T_B \sin 60^\circ = mg.$$

수평식에서  $T_A(\sqrt{3}/2) = T_B(1/2)$ , 즉  $T_B = \sqrt{3}T_A$ 이다. 이를 연직식에 넣으면

$$T_A \cdot \frac{1}{2} + \sqrt{3}T_A \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = T_A \left( \frac{1}{2} + \frac{3}{2} \right) = 2T_A = mg.$$

$$T_A = \frac{1}{2}mg \quad (= 0.5mg), \quad T_B = \frac{\sqrt{3}}{2}mg \quad (\approx 0.87mg)$$

줄이 고정점 A, B에 가하는 힘은 작용·반작용에 의해 각 구간의 장력과 크기가 같으므로 위와 같다. 두 줄이 직교하므로, 무게  $mg$ 를 두 줄 방향으로 직교분해한 성분이 곧 장력이라고 보아도 같은 결과를 얻는다: 연직 아래 방향과 A쪽 줄이 이루는 각이  $60^\circ$ , B쪽 줄이 이루는 각이  $30^\circ$ 이므로  $T_A = mg \cos 60^\circ$ ,  $T_B = mg \cos 30^\circ$ .

(b) 움직인다. 고정장치를 풀면 구멍이 줄 위를 마찰 없이 미끄러지므로 줄 전체의 장력이 하나의 값  $T$ 로 같아진다. 공이 받는 두 장력의 합은

$$T\hat{u}_A + T\hat{u}_B = T(\hat{u}_A + \hat{u}_B)$$

인데, 두 단위벡터의 합은 두 줄이 이루는 각의 이등분선 방향이다. 따라서 장력의 합력은 언제나 이등분선 방향을 향한다. 마찰 없는 구슬이 정지해 있으려면 이 합력이 무게  $mg$ 와 정확히 반대, 즉 연직 위를 향해야 하고, 이는 두 줄이 연직선과 같은 각을 이룰 때에만 성립한다.

그런데 (a)의 배치에서 A쪽 줄은 연직선과  $60^\circ$ , B쪽 줄은  $30^\circ$ 로 서로 다르다. 그러므로 합력의 방향이 연직에서 벗어나 알짜힘이 0이 아니고, 뉴턴 제2법칙  $\vec{F}_{\text{net}} = m\vec{a}$ 에 의해 공은 가속되어 움직인다. 실제로 수평 성분만 보면

$$T \cos 30^\circ (\text{A쪽, 왼쪽}) > T \cos 60^\circ (\text{B쪽, 오른쪽})$$

이므로 알짜힘의 수평 성분은 A쪽(왼쪽)을 향하고, 공은 그쪽으로 미끄러지며 동시에 아래로 내려간다.

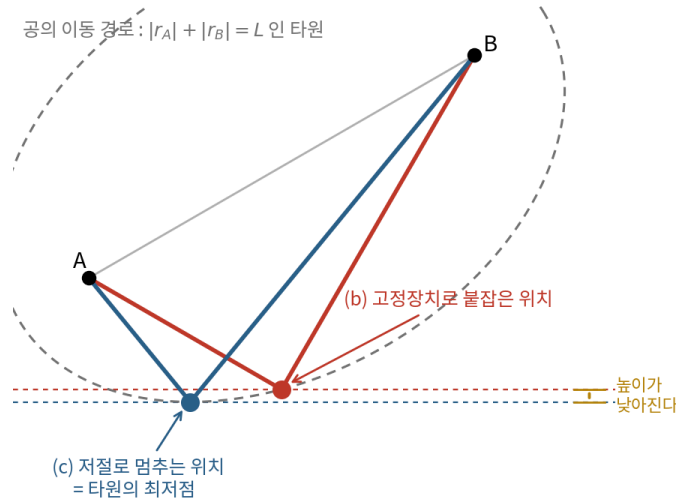
(c) (b)에서 고정장치를 푼 직후보다 낮다.

줄의 길이가  $L$ 로 일정하므로 공의 가능한 위치는 A, B를 두 초점으로 하고  $|\vec{r}_A| + |\vec{r}_B| = L$ 을 만족하는 타원 위로 제한된다. (b)에서 보았듯 균일한 장력의 합력은 두 줄 방향의 각의 이등분선을 향하는데, 타원의 반사 성질에 의해 이 이등분선은 곧 타원의 법선 방향이다. 즉 장력의 합력은 공의 운동 방향(타원의 접선)에 언제나 수직이므로

장력이 공에 한 일  $W_T = 0$ , 따라서 역학적 에너지  $E = \frac{1}{2}mv^2 + mgy$ 가 보존된다.

결국 공에 일을 하는 힘은 중력뿐이다. 그러므로 접선 방향의 알짜힘은 중력의 접선 성분뿐이고, 고정하지 않아도 정지해 있는 자리는 그 성분이 0이 되는 자리, 곧 타원 위에서 중력 퍼텐셜 에너지  $mgy$ 가 최소가 되는 최저점(안정 평형점)이다.

최저점은 타원 위의 모든 점 가운데 높이가 가장 낮은 점이므로, 최저점이 아닌 (b)의 위치보다 반드시 낮다. 에너지의 관점에서 다시 말하면, (b)의 위치에서 가만히 놓으면 그 점의 퍼텐셜 에너지가 최소가 아니어서  $E$ 보존 하에 운동 에너지를 얻으며 아래로 미끄러진다. 저절로 멈추어 있을 수 있는 자리는 퍼텐셜 에너지가 최소인 더 낮은 자리뿐이다.



예시 작도 — 공의 이동 경로는 A·B를 초점으로 하는 타원. (b)의 위치(연직과  $60^\circ \cdot 30^\circ$ , 비대칭)는 최저점이 아니므로 공은 두 줄이 연직과 같은 각을 이루는 최저점까지 내려가 멈춘다.

## 문제 2 전자기 — 복사압·평행판 대전·평행 도선의 자기력

광자 운동량 · 전하 재분배 · 충격량-운동량

$$(2-1) N = \frac{\lambda \tan \theta}{2h} \left( q \frac{V}{d} - Mg \right)$$

- ① **힘의 평형** — 금속공에 작용하는 힘은 네 가지이다. 위판이  $-$ , 아래판이  $+$  이므로 판 사이 전기장  $E = V/d$  는 위쪽을 향하고, 전하  $+q$  인 공은 위 방향으로  $qV/d$  의 전기력을 받는다. 중력  $Mg$  는 아래, 실은 아래쪽 판에 묶여 있으므로 장력  $T$  는 줄을 따라 아래쪽 고정점 방향으로 당긴다. 마지막으로 레이저의 복사력  $F$  가 수평으로 작용한다. 실이 연직과 각  $\theta$  를 이루므로

$$\text{수평: } F = T \sin \theta, \quad \text{연직: } q \frac{V}{d} = Mg + T \cos \theta.$$

연직식에서  $T \cos \theta = qV/d - Mg$  이고, 두 식을 나누어  $T$  를 소거하면

$$F = \left( q \frac{V}{d} - Mg \right) \tan \theta.$$

(실이 팽팽하게 당겨져 있으려면  $T > 0$ , 즉  $qV/d > Mg$  이어야 한다.)

- ② **복사력과 광자 수 잇기** — 광자 1개의 운동량은  $h/\lambda$  이고, 입사 방향과 정확히 반대 방향으로 같은 속력으로 튀어나오므로 운동량 변화는  $(-h/\lambda) - (+h/\lambda) = -2h/\lambda$  이다. 운동량 보존에 의해 광자 1개가 공에 전달하는 운동량은  $2h/\lambda$  이다. 단위 시간당 광자 수를  $N$  이라 하면 힘은 단위 시간당 전달되는 운동량이므로

$$F = N \cdot \frac{2h}{\lambda} \Rightarrow N = \frac{F\lambda}{2h}.$$

$$N = \frac{\lambda}{2h} \left( q \frac{V}{d} - Mg \right) \tan \theta$$

$\theta \rightarrow 0$  이면  $N \rightarrow 0$  으로, 빛을 쏘지 않을 때 실이 연직인 상황과 이어진다. 한편 필요한 레이저 출력은  $P = N \cdot (hc/\lambda) = (c/2)(qV/d - Mg) \tan \theta$  로 **파장에 무관**하다. 즉 같은 기울기를 만드는 데 필요한 일률은 같고, 파장이 길수록 광자 하나의 운동량이 작아 더 많은 광자가 필요하다.

(2-2) (a) 각 구간은 등가속, 접촉할 때마다 가속도는 방향이 뒤집히고 크기는 0.81 배로 줄어든다. (b) 속력은 단조 증가하며  $v_\infty = 10v_1/\sqrt{19} \approx 2.29 v_1$  로 수렴한다 (공은 멈추지 않는다).

① **사전실험의 의미** — 접촉한 평행판과 금속공은 전하를 9 : 1 로 나눠 가진다. 즉 접촉하는 순간 공은 (판 + 공) 전체 전하의 1/10 을 갖고, 판은 9/10 을 갖는다.

② **첫 접촉** — 아래판 +10q 와 전하 없는 공이 닿으면 총 +10q 가 나뉘어

$$Q_{\text{아래}} = +9q, \quad Q_{\text{공}} = +q, \quad Q_{\text{위}} = -10q.$$

③ **판 사이 전기장** — 넓은 평행판 하나가 만드는 균일 전기장의 크기는  $|Q|/(2\epsilon_0 A)$  이고, 두 판 사이에서는 두 판의 기여가 같은 방향으로 더해지므로

$$E = \frac{|Q_{\text{아래}}| + |Q_{\text{위}}|}{2\epsilon_0 A} = \frac{S}{2\epsilon_0 A}, \quad S \equiv |Q_{\text{아래}}| + |Q_{\text{위}}|,$$

방향은 + 인 아래판에서 - 인 위판 쪽, 즉 위쪽이다. 첫 비행에서  $S_1 = 9q + 10q = 19q$  이다.

④ **첫 비행** — 공은 +q, 전기장은 위쪽이므로 힘은 위쪽이고 공은 위판으로 가속된다. 비행 중에는 어느 전하도 변하지 않으므로 전기장이 균일하고 등가속 운동이다.

⑤ **접촉마다 0.9 배** — 전체 전하는 항상 0 이므로, 접촉하는 판의 전하를  $Q_p$ , 반대쪽 판의 전하를  $Q_o$ , 공의 전하를  $Q_s$  라 하면  $Q_p + Q_s = -Q_o$  이다. 접촉 후에는

$$Q_{p'} = \frac{9}{10}(Q_p + Q_s) = -0.9 Q_o, \quad Q_{s'} = \frac{1}{10}(Q_p + Q_s) = -0.1 Q_o$$

가 되어, 접촉 직후의 상태가 반대쪽 판의 전하  $Q_o$  하나로 완전히 결정된다. 그런데 다음 접촉에서는 지금의  $Q_{p'} = -0.9Q_o$  가 새로운 “반대쪽 판”이 되므로, 접촉을 한 번 거칠 때마다

$$|Q_o| \rightarrow 0.9 |Q_o|, \quad S = 1.9 |Q_o| \rightarrow 0.9S, \quad |Q_s| = 0.1 |Q_o| \rightarrow 0.9 |Q_s|$$

로 모두 0.9 배가 된다. 실제로  $S = 19q, 17.1q, 15.39q, \dots$  이고  $|Q_{\text{공}}| = q, 0.9q, 0.81q, \dots$  이다.

⑥ (a) **가속도** —  $n$  번째 비행 구간에서 가속도의 크기는

$$a_n = \frac{|Q_{s,n}| E_n}{M} = \frac{|Q_{s,n}| S_n}{2\epsilon_0 AM} \propto 0.9^{n-1} \times 0.9^{n-1} = 0.81^{n-1}, \quad \text{즉} \quad a_n = a_1(0.81)^{n-1}.$$

• 비행 중에는 전하가 변하지 않으므로 각 구간은 크기가 일정한 등가속 운동이다.

• 접촉할 때마다 공의 전하 부호가 뒤집히므로 전기력의 방향도 뒤집힌다. 그런데 탄성충돌로 공의 운동 방향도 함께 뒤집히므로, 전기력은 언제나 되튐 직후의 운동 방향과 같은 쪽을 향한다. 감속 구간은 생기지 않는다.

• 가속도의 크기는 매 구간 0.81 배로 줄어  $n \rightarrow \infty$  에서 0으로 수렴한다.

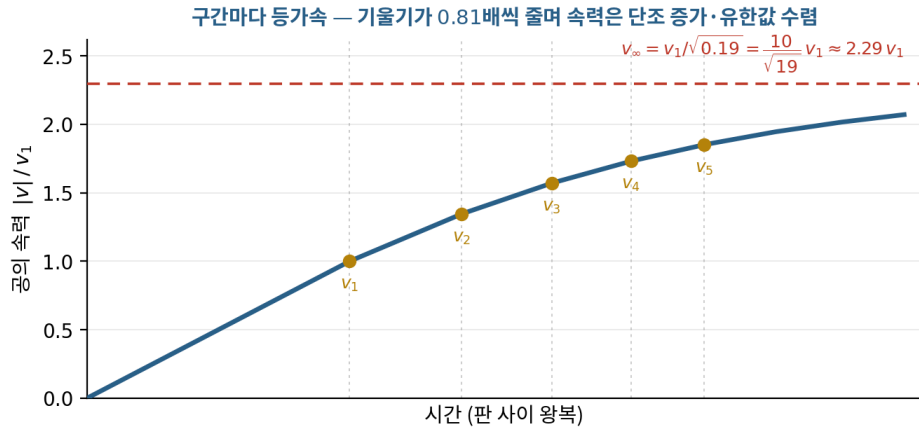
⑦ (b) **속도** — 간격  $d$  를 등가속으로 건널 때마다  $v_n^2 = v_{n-1}^2 + 2a_n d$  이고  $v_0 = 0$  이므로

$$v_n^2 = 2d \sum_{i=1}^n a_i = 2da_1 \frac{1 - 0.81^n}{1 - 0.81} = v_1^2 \frac{1 - 0.81^n}{0.19}, \quad v_1^2 = 2a_1 d.$$

$0 < 0.81 < 1$  이므로  $v_n$  은 단조 증가하지만 발산하지 않고

$$v_\infty = \lim_{n \rightarrow \infty} v_n = \frac{v_1}{\sqrt{0.19}} = \frac{10}{\sqrt{19}} v_1 \approx 2.29 v_1$$

공은 결코 정지하지 않는다. 전하가  $0.9^n$  으로 줄어 전기장이 사라져 가지만, 그때까지 공이 얻는 운동 에너지는 유한한 값에 수렴한다. 충분히 여러 번 왕복한 뒤에는 전기력이 거의 없는 상태에서 거의 일정한 속력  $v_\infty$  로 두 판 사이를 계속 탄성 왕복한다. 이는 축전기에 저장되어 있던 정전기적 에너지의 일부가 공의 운동 에너지로 옮겨간 결과이다.



예시 작도 — 시간에 따른 공의 속력. 각 비행 구간은 등가속(직선)이고 접촉점에서 속력이 연속으로 이어진다. 기울기(가속도)가 매 구간 0.81 배로 줄면서 속력은 단조 증가하여  $v_{\infty} \approx 2.29 v_1$  에 수렴한다.

$$(2-3) I_1 I_2 = \frac{Mg \tan \theta (d + 2L \sin \theta)}{kD}$$

두 막대의 전류가 서로 반대 방향이므로 두 막대는 서로 밀어내는 힘(척력)을 받아 바깥쪽으로 벌어지고, 그 상태에서 실이 연직과 각  $\theta$  를 이루며 평형을 이룬다.

① **막대 하나의 힘 평형** — 막대 하나(질량  $M$ )는 실 2개로 매달려 있고 두 실의 장력은 대칭성에 의해 같은 값  $T$  이다. 실이 연직과  $\theta$  를 이루므로

$$\text{연직: } 2T \cos \theta = Mg, \quad \text{수평: } 2T \sin \theta = F.$$

두 식을 나누면  $T$  가 소거되어 막대가 받는 자기력은

$$F = Mg \tan \theta.$$

② **벌어진 뒤의 실제 간격** — 각 막대는 길이  $L$  인 실을 따라 회전하며 바깥으로  $L \sin \theta$  만큼 이동한다. 두 막대가 서로 반대쪽으로 벌어지므로 최종 간격은

$$r = d + 2L \sin \theta.$$

토막글의 힘 공식에 넣을 거리는 처음 간격  $d$  가 아니라 **평형 상태에서의 간격  $r$**  임에 유의한다.

③ **토막글의 공식에 대입** —  $F = k I_1 I_2 D / r$  이므로

$$I_1 I_2 = \frac{Fr}{kD} = \frac{Mg \tan \theta (d + 2L \sin \theta)}{kD}.$$

$$I_1 I_2 = \frac{Mg(d + 2L \sin \theta) \tan \theta}{kD}$$

$\theta$  가 매우 작을 때는  $\tan \theta \approx \sin \theta \approx \theta$  이므로  $I_1 I_2 \approx Mgd\theta / (kD)$  로, 벌어진 각이 두 전류의 곱에 거의 비례한다. 반대로  $\theta \rightarrow 90^\circ$  이면  $\tan \theta \rightarrow \infty$  로 필요한 전류가 급격히 커진다.

$$(2-4) y = \frac{(kI_1 D I_{3,\max} \Delta t)^2}{8d^2 M^2 g}$$

전류가 아주 짧은 시간만 흐르므로 “짧은 힘 → 충격량으로 속력을 얻고 → 진자처럼 올라가며 운동 에너지를 높이로 바꾼다”의 두 단계로 나누어 푼다.

- ① **막대 ㉠가 받는 힘** —  $\Delta t$  동안 막대가 밀려난 거리를 무시할 수 있으므로 간격은 그대로  $d$  이다. 막대 ㉠가 ㉡의 위치에 만드는 자기장은  $B = kI_1/d$  이고, 길이  $D$  에 전류  $I_3(t)$  가 흐르는 막대 ㉡가 받는 힘의 크기는

$$F(t) = BI_3(t)D = \frac{kI_1 D}{d} I_3(t).$$

- ② **충격량 = 삼각형 펄스의 넓이** — 충격량은 힘을 시간으로 적분한 값이고,  $I_1, d, D, k$  는 상수이므로

$$J = \int_0^{\Delta t} F(t) dt = \frac{kI_1 D}{d} \int_0^{\Delta t} I_3(t) dt.$$

[그림 13]의  $I_3(t)$  는 밑변  $\Delta t$ , 높이  $I_{3,\max}$  인 삼각형이므로 그 넓이는  $\int_0^{\Delta t} I_3 dt = \frac{1}{2} \Delta t I_{3,\max}$  이다. 따라서

$$J = \frac{kI_1 D}{d} \cdot \frac{1}{2} \Delta t I_{3,\max} = \frac{kI_1 D I_{3,\max} \Delta t}{2d}.$$

- ③ **충격량 → 속력** — 충격량-운동량 정리에서  $Mv_0 - 0 = J$ , 즉  $v_0 = J/M$  의 수평 속력을 얻는다.

- ④ **속력 → 높이** — 전류가 끊긴 뒤 막대는 길이  $L$  인 실에 매달린 진자처럼 흔들려 올라간다. 마찰이 없으므로 역학적 에너지가 보존되고, 잠시 멈추는 순간에는 운동 에너지가 모두 중력 퍼텐셜 에너지로 바뀌므로

$$\frac{1}{2} M v_0^2 = M g y \Rightarrow y = \frac{v_0^2}{2g} = \frac{J^2}{2M^2 g}.$$

$$y = \frac{1}{2M^2 g} \left( \frac{kI_1 D I_{3,\max} \Delta t}{2d} \right)^2 = \frac{(kI_1 D I_{3,\max} \Delta t)^2}{8d^2 M^2 g}$$

높이  $y$  는 충격량의 제곱, 즉  $(I_1 I_{3,\max} \Delta t)^2$  에 비례하고 간격의 제곱  $d^2$  과 질량의 제곱  $M^2$  에 반비례한다. 또한 두 막대는 작용·반작용에 의해 크기가 같고 방향이 반대인 충격량을 주고받으므로, 막대 ㉠도 반대쪽으로 같은 높이  $y$  만큼 올라간다.

# 2023학년도 · 해설편

**문제 1** 전하의 평형 · 단진동 근사 · 용수철 충돌  
**문제 2** 물질파 간섭 · 전기장 가속 · 지구 궤도

---

**단원** 역학 · 전자기 · 현대물리  
**핵심 개념** 쿨롱 힘의 평형과 단진동 근사, 2차원 힘의 성분 분해, 운동량·역학적 에너지 보존과 용수철 충돌, 물질파(드브로이 파)와 이중 슬릿 간섭, 전기장에 의한 가속, 만유인력과 등속 원운동, 케플러 제3법칙  
**문항 수** 2문항 (소문항 8개)

## II. 예시답안

### 문제 1 전하의 평형 · 단진동 근사 · 용수철 충돌

쿨롱 힘의 평형 · 테일러 근사 · 보존 법칙

(1-1)  $h_0 = q\sqrt{k/(m_2g)}$ ,  $m_2$  가 커지면  $h_0$  는 작아지지만 결코 0 이 되지 않는다

위쪽을 + 로 잡는다. 높이  $h$  에 있는 전하 2가 받는 힘은 두 가지뿐이다.

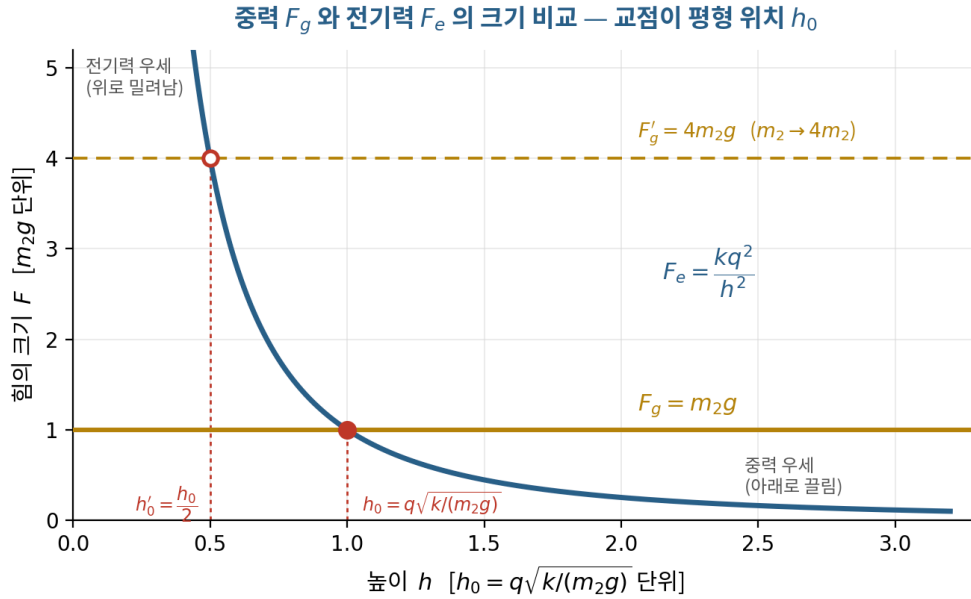
- 중력: 아래 방향, 크기  $F_g = m_2g$  ( $h$  에 무관한 상수).
- 전하 1이 주는 쿨롱 힘: 두 전하가 모두  $+q$  로 같은 부호이므로 척력, 즉 위 방향이고 크기는

$$F_e(h) = \frac{kq^2}{h^2}.$$

(a)  $F_g$  는 가로축( $h$ )에 평행한 수평 직선이고,  $F_e(h) = kq^2/h^2$  는

$$\lim_{h \rightarrow 0^+} F_e = \infty, \quad \lim_{h \rightarrow \infty} F_e = 0, \quad \frac{dF_e}{dh} = -\frac{2kq^2}{h^3} < 0$$

이므로  $h > 0$  전 구간에서 단조 감소하는 곡선이다. 즉  $h$  가  $0^+$  에서  $\infty$  로 갈 때  $F_e$  는  $\infty$  에서 0 까지 단조감소하며 구간  $(0, \infty)$  전체를 빠짐없이 훑는다. 따라서 임의의 양수 상수  $F_g = m_2g$  와 정확히 한 번 만난다(교점의 존재성과 유일성).



[답안 도해 1] 중력  $F_g = m_2g$  (직선)와 전기력  $F_e = kq^2/h^2$  (곡선). 교점의 가로좌표가 평형 위치  $h_0$  이며, 질량이  $m_2 \rightarrow 4m_2$  로 커지면 직선이 4배 높이로 올라가 교점이 왼쪽( $h'_0 = h_0/2$ )으로 이동한다.

(b) 평형 조건은 알짜힘 = 0, 즉 두 힘의 크기가 같다는 것이다.

$$\frac{kq^2}{h_0^2} = m_2g \Rightarrow h_0^2 = \frac{kq^2}{m_2g}$$

$$h_0 = q\sqrt{\frac{k}{m_2g}}$$

그래프에서는 곡선  $F_e$  와 직선  $F_g$  의 **교점의 가로좌표**가  $h_0$  이다([답안 도해 1]의 붉은 점). 이 평형은 **안정 평형**이다.  $h < h_0$  이면  $F_e > F_g$  이므로 알짜힘이 위로,  $h > h_0$  이면  $F_e < F_g$  이므로 알짜힘이 아래로 작용하여 언제나  $h_0$  쪽으로 되돌리기 때문이다.

(c)  $h_0 = q\sqrt{k/(m_2g)} \propto m_2^{-1/2}$  이므로 질량이 커지면  $h_0$  는 **작아진다**. 예를 들어  $m_2$  를 4배로 하면  $h_0$  는 1/2 배가 된다. [답안 도해 1]에서 수평 직선  $F_g$  가 위로 올라가면 교점이 왼쪽으로 옮겨 가는 것과 같다.

그러나 아무리 무겁게 해도  $h_0 > 0$  이고,  $m_2 \rightarrow \infty$  에서  $h_0 \rightarrow 0^+$  로 다가갈 뿐 0 이 되지는 않는다. 전하 2가 전하 1 아래로 내려가려면  $h = 0$  을 지나야 하는데, 그 근처에서 전기력이  $F_e = kq^2/h^2 \rightarrow \infty$  로 발산하여 유한한 중력  $m_2g$  를 반드시 이긴다. 퍼텐셜 에너지로 보아도

$$U(h) = \frac{kq^2}{h} + m_2gh, \quad U(0^+) = \infty$$

이므로  $h = 0$  은 넘을 수 없는 무한히 높은 에너지 장벽이다.

질량을 아무리 키워도  $h_0 > 0$  이므로 전하 2는 전하 1 아래로 **떨어질 수 없다**.



(1-2)  $k' = \frac{2kq^2}{h_b^3} = \frac{2m_2g}{h_b} > 0$ , 주기  $T = 2\pi\sqrt{h_b/(2g)}$  의 단진동

(a) 위쪽을 +로 하여 높이  $h$ 에서의 알짜힘을 쓰면  $F(h) = kq^2/h^2 - m_2g$  이고, 평형 위치  $h_b$ 에서는  $F(h_b) = 0$ , 즉  $kq^2/h_b^2 = m_2g$  이다. 이제  $h = h_b + \Delta h$  를 대입하고  $\Delta h/h_b$  가 매우 작음을 이용한다.

$$F = \frac{kq^2}{(h_b + \Delta h)^2} - m_2g = \frac{kq^2}{h_b^2} \left(1 + \frac{\Delta h}{h_b}\right)^{-2} - m_2g$$

제시된 근사  $(1 + \Delta r)^{-2} \approx 1 - 2\Delta r$  를  $\Delta r = \Delta h/h_b$  에 적용하면

$$F \approx \frac{kq^2}{h_b^2} \left(1 - 2\frac{\Delta h}{h_b}\right) - m_2g = \underbrace{\left(\frac{kq^2}{h_b^2} - m_2g\right)}_{=0} - \frac{2kq^2}{h_b^3} \Delta h = -\frac{2kq^2}{h_b^3} \Delta h$$

이다. 이를  $F \approx -k' \Delta h$  와 비교하고, 평형 조건  $kq^2/h_b^2 = m_2g$  를 다시 써서  $kq^2/h_b^3 = m_2g/h_b$  로 바꾸면

$$k' = \frac{2kq^2}{h_b^3} = \frac{2m_2g}{h_b} > 0$$

( $h_b = q\sqrt{k/(m_2g)}$ ) 를 대입하면  $k' = 2(m_2g)^{3/2}/(q\sqrt{k})$  로도 쓸 수 있다.)

(b)  $k' > 0$  이므로 알짜힘  $F = -k' \Delta h$  는 언제나 변위와 **반대 방향**을 향하는 복원력이다. 뉴턴 운동 제2법칙은

$$m_2 \frac{d^2(\Delta h)}{dt^2} = -k' \Delta h \Rightarrow \frac{d^2(\Delta h)}{dt^2} = -\omega^2 \Delta h, \quad \omega = \sqrt{\frac{k'}{m_2}} = \sqrt{\frac{2m_2g}{h_b m_2}} = \sqrt{\frac{2g}{h_b}}$$

가 되어 **단진동(단순조화운동)** 의 운동 방정식과 같은 꼴이다. 정지 상태에서  $\Delta h$  만큼 당긴 후 놓았으므로 초기 조건은  $\Delta h(0) = \Delta h$ ,  $d(\Delta h)/dt = 0$  이고, 해는  $\Delta h(t) = \Delta h \cos \omega t$ , 속력의 최댓값은  $v_{\max} = \omega |\Delta h| = |\Delta h| \sqrt{2g/h_b}$  이다. 즉 전하 2는 평형 위치  $h_b$  를 중심으로 진폭  $|\Delta h|$  로 대칭인 왕복 운동을 되풀이하며, 그 주기는

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{m_2}{k'}} = 2\pi \sqrt{\frac{m_2 h_b}{2m_2 g}} = 2\pi \sqrt{\frac{h_b}{2g}}$$

주기는 진폭  $|\Delta h|$  에 무관하다(등시성). 또 평형 높이  $h_b$  를 고정해 보면 주기는  $h_b$  와  $g$  만으로 결정된다. 다만  $h_b$  자체가  $m_2$  에 의존하므로( $h_b = q\sqrt{k/(m_2g)} \propto m_2^{-1/2}$ ), 실제로는  $T \propto m_2^{-1/4}$  로 질량이 커질수록 주기가 짧아진다.

(c) 마찰이 있으면 매 순간 운동 방향과 반대로 작용하는 마찰력이 음(-)의 일을 하여 역학적 에너지  $E = \frac{1}{2}m_2 v^2 + \frac{1}{2}k'(\Delta h)^2$  가 열에너지로 계속 빠져나간다. 따라서 왕복은 계속하되 진폭이 조금씩 줄어드는 **감쇠 진동**이 된다.

속력에 비례하는 저항력  $f = -bv$  가 작용하는 **점성 감쇠**로 보면, 감쇠가 약한 경우( $b^2 < 4m_2 k'$ ) 해는  $\Delta h(t) = \Delta h e^{-bt/(2m_2)} \cos \omega' t$  꼴이어서 진폭이 지수적으로 줄어들고 전하 2는 평형 위치  $h_b$  로 수렴한다. 최종적으로 운동 에너지도 탄성 에너지도 0 이 되므로, 열로 바뀐 총 에너지는 처음 저장되어 있던

$$\frac{1}{2}k'(\Delta h)^2 = \frac{m_2 g (\Delta h)^2}{h_b}$$

와 같다. (진동수  $\omega' = \sqrt{\omega^2 - b^2/(4m_2^2)}$  로 약간 줄지만, 감쇠가 약하면 거의 변하지 않는다.) 반면 크기가 일정한 건마찰이라면 정지 위치가  $h_b$  에서 조금 벗어난 곳이 될 수 있으므로 총 발열은  $\approx \frac{1}{2}k'(\Delta h)^2$  로 보아야 한다.

(d) 문항을 문자 그대로 읽으면 ( $k' > 0$ ,  $\Delta h > 0$ ) 인 경우도 포함되는데, 그때 알짜힘은  $F = -k' \Delta h < 0$  으로 여전히 변위와 반대인 복원력이어서 (b)의 단진동과 달라지는 것이 없다. 따라서 출제 취지상 **알짜힘이 변위와 같은 방향인 경우**, 즉  $F \cdot \Delta h > 0$  이 되어 유효 용수철 상수가 음수( $k' < 0$ )인 상황으로 해석한다. 이때 운동 방정식은

$$m_2 \frac{d^2(\Delta h)}{dt^2} = |k'| \Delta h \Rightarrow \Delta h(t) = \Delta h \cosh(\lambda t), \quad \lambda = \sqrt{\frac{|k'|}{m_2}}$$

로 부호가 뒤집혀, 삼각함수 대신 지수적으로 커지는 해를 준다. 즉 전하 2는 진동하지 않고 처음 당긴 쪽으로 **계속 가속되며 멀어진다**. 평형점이 퍼텐셜 에너지의 극소가 아니라 극대인 셈이므로 **불안정 평형**이다.

- 위로 당겼다면( $\Delta h > 0$ ) 당긴 쪽인 위로 계속 멀어진다.
- 아래로 당겼다면( $\Delta h < 0$ ) 당긴 쪽인 아래로 계속 멀어진다.
- 어느 쪽이든 **당긴 쪽으로 계속 멀어지며**, 결코  $h_b$  로 되돌아오지 않는다.

(1-3)  $\frac{2kq^2h_b}{(d_0^2 + h_b^2)^{3/2}} = mg$ ,  $mg > \frac{4\sqrt{3}kq^2}{9} \frac{kq^2}{d_0^2}$  이면 평형 위치가 존재하지 않는다

(a) 전하 B(0,  $h_b$ ) 가 받는 힘은 세 개이다. 먼저 A에서 B로 향하는 변위 벡터와 그 크기는

$$\vec{r}_{AB} = (0, h_b) - (-d_0, 0) = (d_0, h_b), \quad r = |\vec{r}_{AB}| = \sqrt{d_0^2 + h_b^2}$$

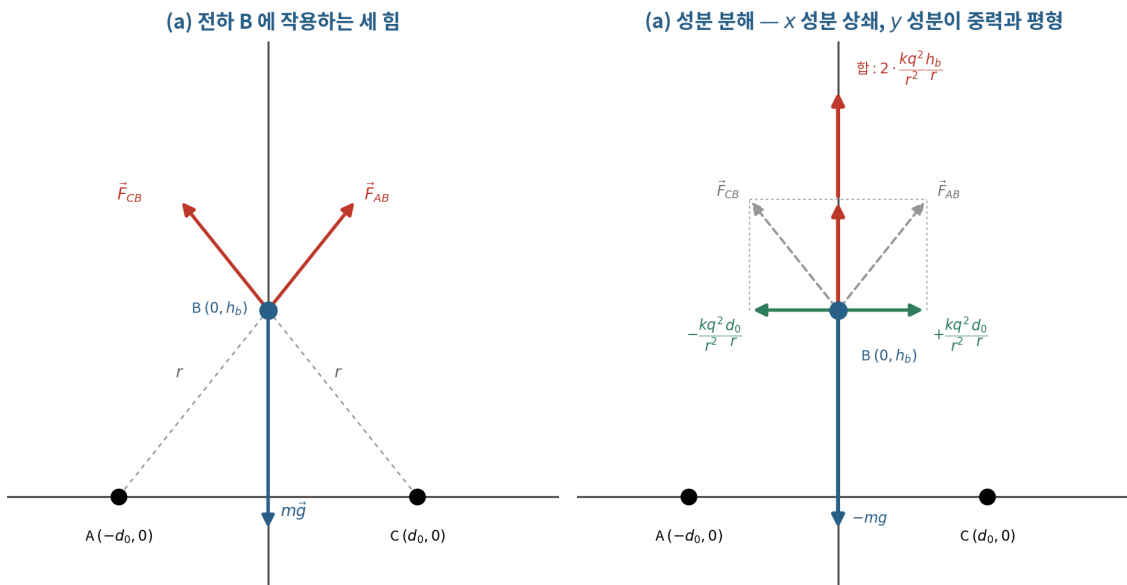
이고, C에서 B로 향하는 것은  $\vec{r}_{CB} = (-d_0, h_b)$  로 크기가 같다. 같은 부호의 전하이므로 척력이고 크기는 둘 다  $kq^2/r^2$  이다. 방향 단위벡터를 곱하면

$$\vec{F}_{AB} = \frac{kq^2}{r^2} \cdot \frac{d_0, h_b}{r} = \frac{kq^2}{r^3} (d_0, h_b), \quad \vec{F}_{CB} = \frac{kq^2}{r^3} (-d_0, h_b)$$

이고, 중력은  $\vec{F}_g = (0, -mg)$  이다. 두 척력을 성분별로 더하면

$$\vec{F}_{AB} + \vec{F}_{CB} = \left( \frac{kq^2}{r^3} (d_0 - d_0), \frac{kq^2}{r^3} (h_b + h_b) \right) = \left( 0, \frac{2kq^2h_b}{r^3} \right)$$

로  $x$  성분은 정확히 상쇄되고  $y$  성분만 두 배로 남는다. A와 C가  $y$  축에 대해 대칭으로 놓여 있기 때문이다. 결국 알짜 위 방향 전기력은  $F_{up}(h_b) = 2kq^2h_b/(d_0^2 + h_b^2)^{3/2}$  이고, 이것이 아래 방향 중력  $mg$  와 크기가 같아 세 힘이 평형을 이룬다.



[답안 도해 2] (왼쪽) 전하 B에서 시작하는 세 힘 벡터  $\vec{F}_{AB}$  (오른쪽 위),  $\vec{F}_{CB}$  (왼쪽 위),  $m\vec{g}$  (아래). (오른쪽) 같은 벡터를  $x \cdot y$  성분으로 분해한 그림 - 회색 점선이 분해 전의  $\vec{F}_{AB}$ ,  $\vec{F}_{CB}$  이다. 두 척력의  $x$  성분(초록)은 크기가 같고 방향이 반대라 상쇄되며,  $y$  성분(붉은색) 둘을 머리-꼬리로 이으면 합  $2(kq^2/r^2)(h_b/r)$  이 되어 중력  $mg$  와 균형을 이룬다. 여기서  $r = \sqrt{d_0^2 + h_b^2}$ .

(b) (a)의  $y$  성분 균형식을 그대로 쓰면 평형 조건은 다음과 같다.

$$\frac{2kq^2h_b}{(d_0^2 + h_b^2)^{3/2}} = mg \quad \text{또는} \quad 2kq^2h_b = mg(d_0^2 + h_b^2)^{3/2}$$

(c) 1-1과 달리 이번에는  $h \rightarrow 0$  에서 위 방향 전기력이 발산하지 않는다. B가  $x$  축에 가까워지면 두 척력이 거의 수평이 되어 서로 상쇄되어 버리기 때문이다. 실제로

$$F_{up}(h) = \frac{2kq^2h}{(d_0^2 + h^2)^{3/2}}, \quad F_{up}(0) = 0, \quad \lim_{h \rightarrow \infty} F_{up}(h) = 0$$

이므로  $F_{up}$  은 유한한 최대값을 가진다. 미분하면

$$\frac{dF_{up}}{dh} = 2kq^2 \cdot \frac{(d_0^2 + h^2)^{3/2} - h \cdot 3h(d_0^2 + h^2)^{1/2}}{(d_0^2 + h^2)^3} = \frac{2kq^2(d_0^2 - 2h^2)}{(d_0^2 + h^2)^{5/2}}$$

이고, 이것이 0 이 되는 곳은  $h = d_0/\sqrt{2}$  이다.

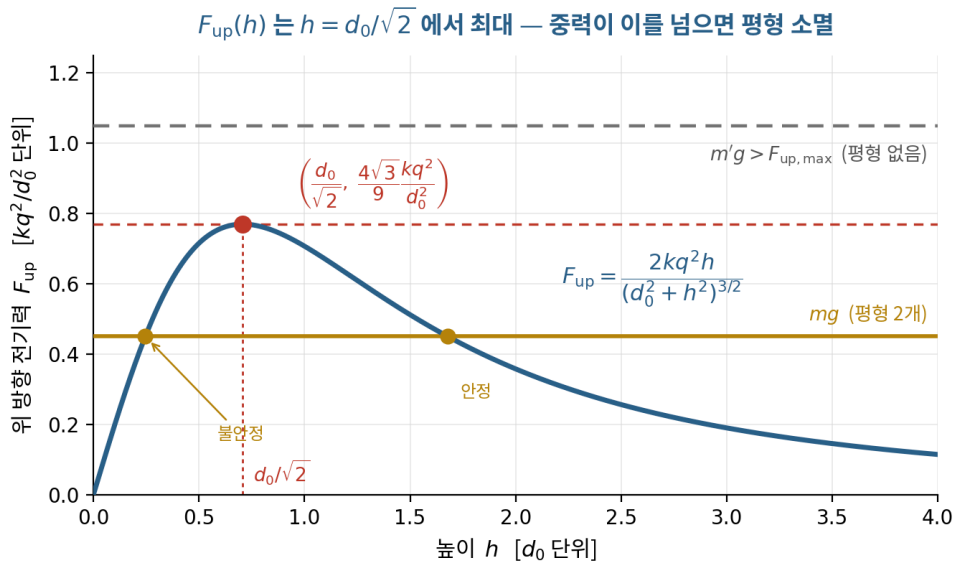
그 값을 대입하면

$$F_{\text{up}, \text{max}} = \frac{2kq^2 \cdot d_0/\sqrt{2}}{(3d_0^2/2)^{3/2}} = \frac{\sqrt{2}kq^2 d_0}{d_0^3 \cdot 3\sqrt{3}/(2\sqrt{2})} = \frac{4kq^2}{3\sqrt{3}d_0^2} = \frac{4\sqrt{3}}{9} \frac{kq^2}{d_0^2} \approx 0.77 \frac{kq^2}{d_0^2}$$

이다. 따라서 평형이 존재하려면  $mg \leq F_{\text{up}, \text{max}}$  여야 한다. 질량을 계속 키워 다음 조건을 넘어서면, 어떤  $h \geq 0$  에서도  $F_{\text{up}}(h) = mg$  를 만족할 수 없어 평형 위치가 사라진다.

$$m > m_c = \frac{4\sqrt{3} kq^2}{9 g d_0^2}$$

이때는 모든  $h > 0$  에서 알짜힘이 아래를 향하므로 전하 B는 어떤 높이에서도 붙들려 있지 못하고  $x$  축( $h = 0$ )까지 내려간다.  $h = 0$ 에서는 두 척력이 완전히 수평이 되어  $F_{\text{up}}(0) = 0$  이므로, 문항이 정한 영역  $h \geq 0$  안에서는 그 지점이 종착점이다.



[답안 도해 3]  $F_{\text{up}}(h)$  는  $h = d_0/\sqrt{2}$  에서 최댓값  $4\sqrt{3}kq^2/(9d_0^2)$  를 가진다.  $mg$  가 이보다 작으면 평형점이 두 개(작은 쪽은 불안정, 큰 쪽은 안정) 생기고, 최댓값을 넘어서면 교점이 사라져 평형이 존재하지 않는다.

(1-4)  $v'_1 = v'_2 = \frac{v_0}{2}$ ,  $l_{\text{min}} = l_0 - v_0 \sqrt{\frac{m}{2K_0}}$

(a) 물체 2가 처음 움직이는 방향(물체 1을 향하는 방향)을 + 로 잡는다. 수평면에 마찰이 없고 두 물체와 용수철로 이루어진 계에 수평 방향 외력이 없으므로 **운동량이 보존**된다.

용수철의 길이는 두 물체의 상대 위치로 정해지므로, 길이의 변화율은 두 물체의 상대 속도와 같다. 따라서 용수철이 **가장 압축된 순간**에는 길이의 변화율이 0, 즉

$$v'_2 - v'_1 = 0 \Rightarrow v'_1 = v'_2 \equiv v'$$

로 두 물체의 속도가 같아진다. 운동량 보존식을 세우면  $mv_1 + mv_2 = m \cdot 0 + mv_0 = (m + m)v'$  이므로

$$v'_1 = v'_2 = v' = \frac{v_0}{2} \quad (\text{두 물체 모두 물체 2의 처음 진행 방향으로})$$

- (b) 마찰이 없고 용수철도 이상적이므로 **역학적 에너지가 보존**된다. 압축량을  $x = l_0 - l_{\min}$  이라 하면, (처음 운동 에너지) = (가장 압축된 순간의 운동 에너지) + (용수철 탄성 퍼텐셜 에너지) 이므로

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}(2m)\left(\frac{v_0}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}K_0x^2$$

이다. 우변 첫 항은  $\frac{1}{2} \cdot 2m \cdot v_0^2/4 = \frac{1}{4}mv_0^2$  이므로

$$\frac{1}{2}K_0x^2 = \frac{1}{2}mv_0^2 - \frac{1}{4}mv_0^2 = \frac{1}{4}mv_0^2 \Rightarrow x^2 = \frac{mv_0^2}{2K_0}, \quad x = v_0\sqrt{\frac{m}{2K_0}}$$

$$l_{\min} = l_0 - x = l_0 - v_0\sqrt{\frac{m}{2K_0}}$$

**에너지 분배** — 처음 운동 에너지  $\frac{1}{2}mv_0^2$  중 정확히 절반인  $\frac{1}{4}mv_0^2$  만 용수철에 저장되고 나머지 절반은 계 전체의 병진 운동 에너지로 남는다. 같은 결과를 질량 중심 좌표계에서도 얻을 수 있다. 환산질량  $\mu = m \cdot m/(m+m) = m/2$ , 상대 속력  $v_0$  이므로 저장 가능한 최대 탄성 에너지는

$$\frac{1}{2}\mu v_0^2 = \frac{1}{2}K_0x^2 \Rightarrow x = v_0\sqrt{\frac{\mu}{K_0}} = v_0\sqrt{\frac{m}{2K_0}}$$

로 위와 같다. (물론 이 답은  $x < l_0$ , 즉 용수철이 완전히 눌러 붙지 않는 범위에서 성립한다.)

## 문제 2 물질파 간섭 · 전기장 가속 · 지구 궤도

드브로이 파장 · 일-운동 에너지 정리 · 케플러 법칙

$$(2-1) x = \frac{hL}{mdv_0}$$

입자  $X$  의 운동량은  $p = mv_0$  이므로, 드브로이 관계에 의해 물질파의 파장은

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv_0}$$

이다. 이 물질파가 간격  $d$  인 두 슬릿을 지나면, 두 슬릿에서 스크린 위의 한 점까지의 **경로차** 는  $L \gg d$  일 때  $\delta = d \sin \theta$  로 쓸 수 있다. 보강간섭 조건은 경로차가 파장의 정수배인 것이므로

$$d \sin \theta_n = n\lambda \quad (n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$$

이다. 스크린 중심에서 전 위치를  $x_n$  이라 하면  $L \gg d$  에서 각이 매우 작으므로

$$\sin \theta_n \approx \tan \theta_n = \frac{x_n}{L} \Rightarrow x_n = \frac{n\lambda L}{d}$$

이고, 이웃한 두 보강간섭 지점 사이의 간격은  $x = x_{n+1} - x_n = \lambda L/d$  이다. 여기에  $\lambda = h/(mv_0)$  를 대입하면

$$x = \frac{L\lambda}{d} = \frac{hL}{mdv_0}$$

무늬 간격은 속력에 반비례한다( $x \propto 1/v_0$ ). 입자가 빠를수록 운동량이 커져 물질파 파장이 짧아지고, 간섭무늬는 그만큼 촘촘해진다.

$$(2-2) x' = \frac{hL}{d\sqrt{m(mv_0^2 + 2QEs)}} < x \text{ — 무늬 간격이 줄어든다(무늬가 촘촘해진다)}$$

전기장  $E$  가  $X$  의 이동 방향과 같은 방향이고  $Q > 0$  이므로, 전기력  $QE$  도 이동 방향과 같아  $X$  는 평행판 사이를 지나 는 동안 **가속**된다. 판 사이 거리  $s$  를 지나는 동안 전기력이 한 일은

$$W = QEs \quad (= QV, \quad V = Es \text{ 는 두 판 사이의 전위차})$$

이다. 일-운동 에너지 정리를 적용하면 통과 후 속력  $v'$  은

$$\frac{1}{2}mv'^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = QEs \Rightarrow v' = \sqrt{v_0^2 + \frac{2QEs}{m}} > v_0$$

이다. 따라서 새 물질파 파장과 무늬 간격은

$$\lambda' = \frac{h}{mv'} < \lambda, \quad x' = \frac{L\lambda'}{d} = \frac{hL}{mdv'} = \frac{hL}{d\sqrt{m^2v_0^2 + 2mQEs}}$$

$$x' = \frac{hL}{d\sqrt{m(mv_0^2 + 2QEs)}}, \quad \frac{x'}{x} = \frac{v_0}{v'} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{2QEs}{mv_0^2}}} < 1$$

즉 무늬 간격은  $x$  에서  $x'$  로 줄어들어 간섭무늬가 더 촘촘해진다. 극한을 보면

- $QEs \ll \frac{1}{2}mv_0^2$  (약한 가속):  $x' \approx x \left(1 - \frac{QEs}{mv_0^2}\right)$  로 거의 변하지 않는다.
- $QEs \gg \frac{1}{2}mv_0^2$  (강한 가속):  $x' \approx hL/(d\sqrt{2mQEs})$  로, 처음 속력과 무관하게  $x' \propto 1/\sqrt{QEs}$  로 작아진다.

(2-3)  $R = \frac{GM_E}{v_0^2}$ , 방출 방향: UFO와 지구 중심을 잇는 직선에 수직(접선 방향)

- (a) 방출된 입자  $X$  가 지구 중심을 중심으로 하는 반지름  $R$  의 등속 원운동을 하려면, 유일하게 작용하는 힘인 만유인력이 그대로 **구심력** 이 되어야 한다.

$$\frac{GM_E m}{R^2} = \frac{mv_0^2}{R}$$

양변에서 입자의 질량  $m$  이 약분되고  $R$  에 대해 정리하면

$$\frac{GM_E}{R^2} = \frac{v_0^2}{R} \Rightarrow R = \frac{GM_E}{v_0^2}$$

입자의 질량  $m$  이 사라졌으므로 이 조건은  $X$  가 무엇이든 상관없이 성립한다. 이때 주기는  $T = 2\pi R/v_0 = 2\pi GM_E/v_0^3$  이다.

- (b) 등속 원운동에서는 속력이 일정하므로(운동 에너지가 변하지 않으므로) 알짜힘이 한 일이 0, 즉 매 순간 일률이  $\vec{F} \cdot \vec{v} = 0$  이어야 하고, 따라서 알짜힘(만유인력, 즉 지구 중심 방향)은 언제나 속도와 **수직**이다. 방출 순간에도 마찬가지로 속도는 반지름 방향에 수직, 즉

UFO와 지구 중심을 잇는 직선(반지름  $R$ )에 **수직인 방향**(궤도의 접선 방향)으로 속력  $v_0 = \sqrt{GM_E/R}$  로 방출해야 한다.

반지름에 수직인 방향은 무수히 많으며, 그중 어느 방향을 고르느냐에 따라 궤도면이 정해진다. 만약 반지름 방향 속도 성분이 조금이라도 있으면 지구 중심과의 거리가 변하므로 원운동이 될 수 없다.

$$(2-4) T_{\min} = \pi \sqrt{\frac{(R + R_E)^3}{2GM_E}}$$

방출 방향이 반지름에 수직이므로 방출 순간 반지름 방향 속도 성분이 0 이다. 즉 방출점에서 지구 중심까지의 거리  $r$  이 극값을 가지므로, 방출점은 궤도의 **장축 끝점(원지점 또는 근지점)** 이다. 입자가 UFO로 되돌아오려면 궤도가 닫혀 있어야 하므로 타원 궤도이고, 방출점이 장축 끝점이므로 한 바퀴를 돌아 정확히 **한 주기**  $T$  만에 제자리로 돌아온다. 케플러 제3법칙에서

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{a^3}{GM_E}} \quad (a : \text{긴반지름})$$

이므로  $T$  를 최소로 하려면  $a$  를 최소로 해야 한다. 방출점이 장축의 한쪽 끝이므로, 지구 중심에서 방출점까지의 거리  $R$  과 지구 중심에서 장축의 반대쪽 끝까지의 거리를 더한 값이 장축  $2a$  이고, 두 경우로 나뉜다.

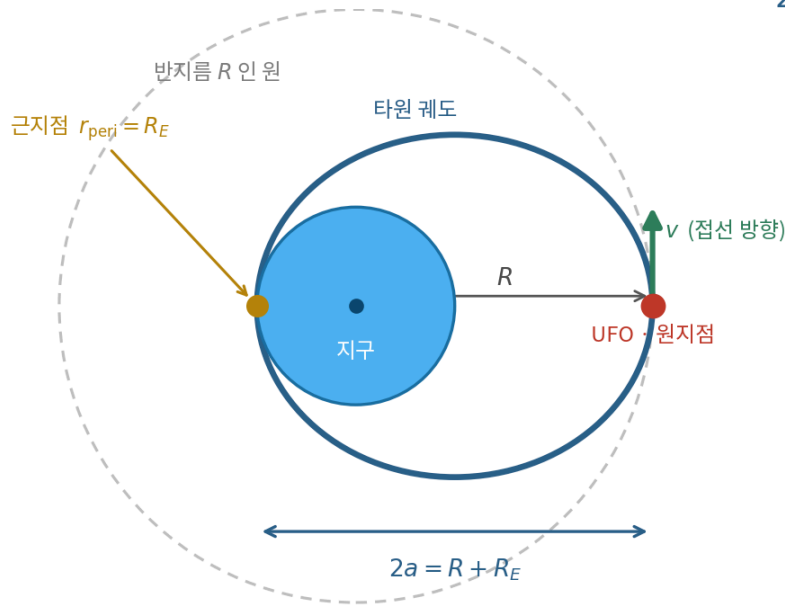
- 방출 속력이 원운동 속력보다 **빠른** 경우: 방출점이 **근지점** 이 되어  $2a = R + r_{\text{apo}} > 2R$ .
- 방출 속력이 원운동 속력보다 **느린** 경우: 방출점이 **원지점** 이 되어  $2a = R + r_{\text{peri}} < 2R$ .

따라서 느리게 쏘아 방출점을 원지점으로 만들고, 근지점  $r_{\text{peri}}$  를 될 수 있는 한 작게 잡아야 한다. 그런데 입자가 지구에 충돌하거나 통과해서는 안 되므로  $r_{\text{peri}} \geq R_E$  이고, 최소는 지표를 스치는  $r_{\text{peri}} = R_E$  이다. 이때  $2a = R + R_E$ , 즉  $a = (R + R_E)/2$  이므로

$$T_{\min} = 2\pi \sqrt{\frac{((R + R_E)/2)^3}{GM_E}} = \frac{2\pi}{2\sqrt{2}} \sqrt{\frac{(R + R_E)^3}{GM_E}}$$

$$T_{\min} = \pi \sqrt{\frac{(R + R_E)^3}{2GM_E}}$$

주기가 최소인 궤도 : 원지점  $R$  · 근지점  $R_E$  인 타원  $\Rightarrow a = \frac{R + R_E}{2}$



[답안 도해 4] 주기가 최소가 되는 궤도 — 방출점(UFO)이 원지점, 지표를 스치는 점이 근지점인 타원. 긴반지름은  $a = (R + R_E)/2$  이다.

이때 필요한 방출 속력 — 원지점 속력  $v_a$ , 근지점 속력  $v_p$  라 하면 각운동량 보존(케플러 제2법칙)과 역학적 에너지 보존에서

$$Rv_a = R_E v_p, \quad \frac{1}{2}v_a^2 - \frac{GM_E}{R} = \frac{1}{2}v_p^2 - \frac{GM_E}{R_E}$$

이고, 첫 식을 둘째 식에 대입해 정리하면

$$\frac{1}{2}v_a^2 \left( \frac{R^2}{R_E^2} - 1 \right) = GM_E \left( \frac{1}{R_E} - \frac{1}{R} \right) = \frac{GM_E(R - R_E)}{RR_E} \Rightarrow v_a = \sqrt{\frac{2GM_E R_E}{R(R + R_E)}}$$

를 얻는다.  $R_E < R$  이므로  $v_a^2/(GM_E/R) = 2R_E/(R + R_E) < 1$ , 즉 이 속력은 원운동 속력보다 느리다 — 앞의 논의와 일치한다.

극한 확인 —  $R_E \rightarrow R$  이면 궤도가 반지름  $R$  의 원에 가까워지고

$$T_{\min} \rightarrow \pi \sqrt{\frac{(2R)^3}{2GM_E}} = 2\pi \sqrt{\frac{R^3}{GM_E}}$$

로 반지름  $R$  인 원 궤도의 주기와 정확히 일치한다.

# 2022학년도 · 해설편

|      |                 |
|------|-----------------|
| 문제 1 | 볼록 렌즈에 의한 결상    |
| 문제 2 | 원자와 천체의 궤도운동 대응 |

---

|       |                                                                                        |
|-------|----------------------------------------------------------------------------------------|
| 단원    | 역학 · 파동·광학 · 현대물리                                                                      |
| 핵심 개념 | 렌즈 방정식과 결상, 허름원과 초점 허용 범위, 현미경의 배율, 보어의 원자모형과 각운동량 양자화, 중력 궤도운동과 대응 원리, 케플러 법칙, 도플러 효과 |
| 문항 수  | 2문항 (소문항 9개)                                                                           |

## II. 예시답안

### 문제 1 볼록 렌즈에 의한 결상

렌즈 방정식 · 흐림원 · 현미경 배율

(1-1)  $a$ 의 상: 시작점  $x = 24$  cm, 길이 9 cm, 도립 실상 /  $b$ 의 상:  $x = 24$  cm에서 시작해  $+x$  무한대까지 뻗는 실상

두께를 무시한 볼록 렌즈에서 물체 거리  $p$ , 상거리  $q$ , 초점 거리  $f$ 는 렌즈 방정식

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{q}, \quad m = -\frac{q}{p}$$

를 만족한다 ( $m$ 은 가로배율,  $m < 0$ 이면 도립). 점 A는  $x = -8$  cm이므로  $p = 8$  cm이고  $f = 6$  cm이므로

$$\frac{1}{q} = \frac{1}{6} - \frac{1}{8} = \frac{4-3}{24} = \frac{1}{24} \rightarrow q = 24 \text{ cm}, \quad m = -\frac{24}{8} = -3.$$

$a$   $y$  축 방향 물체이므로 가로배율이 그대로 적용된다. 시작점 A(-8, 0)의 상은 (24, 0), 끝점 (-8, 3)의 상은 (24, -9)이다. 즉 상은  $x = 24$  cm에서 시작하여  $-y$  방향으로 길이 9 cm이고,  $m < 0$ 이므로 **도립**,  $q > 0$ 이므로 **실상**이다.

$b$  광축( $x$  축) 방향 물체이다. 시작점 A(-8, 0)에서  $+x$ 로 2 cm이므로 끝점은 (-6, 0), 즉 **렌즈의 초점 F** 위이다. 물체 위의 점  $x = -p$  ( $6 \leq p \leq 8$ )의 상은

$$q(p) = \frac{fp}{p-f} = \frac{6p}{p-6} \rightarrow q(8) = 24, \quad q(6) \rightarrow \infty$$

이므로,  $p$ 가 8에서 6으로 줄어든 때 상은  $x = 24$ 에서  $+x$  방향으로 무한히 멀어진다. 즉  $b$ 의 상은  $x = 24$  cm에서 시작해  $+x$  무한대까지 뻗는 **실상**이며(모든 점에서  $q > 0$ ), 물체가 놓인 방향과 같은  $+x$  방향으로 늘어난다. 유한한 “상의 길이”를 말할 수 없다.

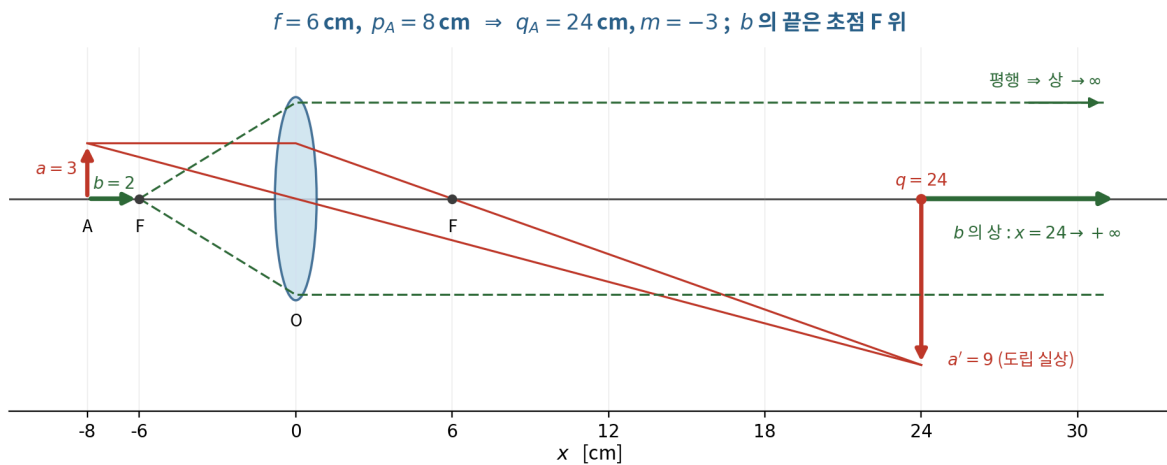
$a$ : (24, 0)  $\rightarrow$  (24, -9) (9 cm, 도립 실상)

$b$ :  $x = 24$  cm  $\rightarrow +\infty$  (실상, 길이 발산)

세로배율을 그대로 쓰면 안 되는 이유  $-q = fp/(p-f)$ 를 미분하면

$$\frac{dq}{dp} = -\frac{f^2}{(p-f)^2} = -m^2, \quad \text{점 A에서 } -m^2 = -9$$

이므로 세로배율  $-m^2$ 는 물체의 길이가 매우 짧아  $\Delta p \rightarrow 0$ 일 때 한 점 주위에서만 유효한 국소적 배율이다. 이 문제의  $b$ 는 길이가 2 cm로 짧지 않을 뿐 아니라 한쪽 끝이 정확히 초점에 걸려 상거리가 발산하므로,  $|-m^2| \times 2 = 18$  cm와 같은 유한한 값으로 답할 수 없다.



예시 작도  $-a$ 의 상은 (24, 0)에서 시작하는 길이 9 cm의 도립 실상,  $b$ 의 끝(초점 F)에서 나온 광선은 렌즈를 지난 뒤 평행이 되어 상이 무한대로 간다



(1-2)  $x_{\max} = -\frac{fbD}{D(b-f) + fl}$ , 즉 점 A에서  $\Delta a_{\max} = \frac{f^2 lb}{(b-f)[D(b-f) + fl]}$  만큼  $+x$  로 이동한 곳

① 점 A에서의 물체 거리 — 스크린이 렌즈에서  $b$  만큼 떨어져 있고 그곳에 또렷한 상이 맺히므로  $1/f = 1/a + 1/b$  에서

$$a = \frac{fb}{b-f}.$$

② 물체를  $+x$  로 옮기면 상은 스크린 뒤로 간다 — 물체가 렌즈에 가까워져 물체 거리가 줄면 렌즈 방정식에 의해 상거리는 늘어난다. 새 상거리를  $b' = b + \Delta b$  라 하자.

③ 흐림원(원형 상)의 지름 — 물체가 점광원이므로 렌즈를 지름  $D$  로 가득 채운 광다발이 렌즈에서  $b'$  떨어진 한 점으로 수렴한다. 이 원뿔을 렌즈에서 거리  $b$  인 스크린이 자르므로, 닳은꼴 삼각형에서 잘린 원의 지름은

$$d_{\text{blur}} = D \cdot \frac{b' - b}{b'} = D \cdot \frac{\Delta b}{b + \Delta b}.$$

또렷하게 보이는 한계는  $d_{\text{blur}} = l$  이므로

$$D\Delta b = l(b + \Delta b) \rightarrow \Delta b = \frac{lb}{D-l}, \quad b' = b + \Delta b = \frac{bD}{D-l}.$$

( $D > l$  이 필요한 이유가 여기에 있다. 렌즈 지름보다 큰 흐림원은 만들어질 수 없으므로  $l \geq D$  이면 상은 언제나 또렷하게 보인다.)

④ 상거리를 물체 거리로 되돌리기 — 새 물체 거리  $a'$  는 렌즈 방정식에서

$$a' = \frac{fb'}{b' - f} = \frac{f \cdot bD/(D-l)}{bD/(D-l) - f} = \frac{fbD}{bD - f(D-l)} = \frac{fbD}{D(b-f) + fl}.$$

물체는 렌즈의  $-x$  쪽에 있으므로 그 좌표는  $x = -a'$  이다.

$$x_{\max} = -\frac{fbD}{D(b-f) + fl}, \quad \Delta a_{\max} = a - a' = \frac{f^2 lb}{(b-f)[D(b-f) + fl]}$$

$l \ll D$  인 실제 상황에서는  $D(b-f) \gg fl$  이므로  $\Delta a_{\max} \approx \frac{f^2 lb}{D(b-f)^2}$  로 간단해진다.

### 경향 해석

- 눈의 분해 한계  $l$  이 클수록  $\Delta a_{\max}$  가 커진다. 흐림을 관대하게 판정할수록 또렷하게 보이는 물체 위치의 범위(피사계 심도)가 넓어진다.
- 렌즈 지름  $D$  가 클수록  $\Delta a_{\max}$  가 작아진다. 같은 상면 어긋남이라도 광다발이 굵으면 흐림원이 커지기 때문이다.
- $b \rightarrow f$  (물체가 아주 멀리 있는 경우)이면  $\Delta a_{\max} \rightarrow \infty$  로 발산한다. 먼 물체는 거리가 크게 달라져도 상의 위치가 거의 변하지 않는다.

(1-3)  $M = m_o \times m_e = \frac{L - f_e}{f_o} \times \frac{f_e + D - L_e}{f_e} = \frac{(L - f_e)(D - L_e + f_e)}{f_o f_e}$

[그림 3]에서  $L$  은 대물 렌즈와 접안 렌즈 사이의 거리,  $L_e$  는 접안 렌즈에서 눈까지의 거리,  $D$  는 최종 상 A'' 에서 눈까지의 거리이다.

① 대물 렌즈의 배율 — 물체 AB가 초점 거리  $f_o$  바로 바깥에 있으므로 물체 거리는  $p_o \approx f_o$  이다. 첫 번째 상 A'B' 는 접안 렌즈의 초점  $F_e$  자리, 즉 접안 렌즈에서  $f_e$  앞에 맺히므로 대물 렌즈로부터의 상거리는

$$q_o = L - f_e, \quad \text{따라서} \quad m_o = \frac{q_o}{p_o} = \frac{L - f_e}{f_o}.$$

② 접안 렌즈의 배율 — 중간 상 A'B' 가 초점 거리  $f_e$  바로 안쪽에 놓이므로 접안 렌즈는 같은 쪽에 확대된 허상 A'' 를 만든다. 최종 상은 눈에서  $D$ , 눈은 접안 렌즈에서  $L_e$  떨어져 있으므로 접안 렌즈에서 최종 상까지의 거리는

$$Q = D - L_e$$

이다. 물체 거리를  $p_e$  라 하면 허상이므로  $1/p_e - 1/Q = 1/f_e$ , 즉  $p_e = f_e Q / (f_e + Q)$  이고

$$m_e = \frac{Q}{p_e} = Q \cdot \frac{f_e + Q}{f_e Q} = 1 + \frac{Q}{f_e} = 1 + \frac{D - L_e}{f_e} = \frac{f_e + D - L_e}{f_e}.$$

③ 전체 배율 — 문제의 단서대로 두 배율의 곱이므로

$$M = \frac{(L - f_e)(D - L_e + f_e)}{f_o f_e}$$

최종 상 A'' 는 대물 렌즈에서 한 번 뒤집히고 접안 렌즈에서는 방향이 유지되므로 **도립 허상**이다.

- $L \gg f_e, D - L_e \gg f_e$  인 보통의 현미경에서는  $M \approx \frac{L(D - L_e)}{f_o f_e}$  로 간단해진다. 두 렌즈의 초점 거리가 짧을수록, 경통이 길수록 배율이 커진다.
- 눈의 위치  $L_e$  는 접안 렌즈가 만드는 허상까지의 거리  $Q = D - L_e$  를 통해서만 들어온다. 눈을 접안 렌즈에 바짝 붙이면( $L_e \rightarrow 0$ )  $Q \rightarrow D$  가 되어 배율이 최대가 된다.
- 위 두 극한을 함께 취하면, 즉  $L_e \rightarrow 0$  이면 교과서에서 흔히 쓰는 근사식  $M \approx \frac{LD}{f_o f_e}$  로 환원된다.

#### (1-4) 물체와 점 A 사이의 거리 $\approx 0.7$ cm

① **두 렌즈의 초점 거리** — [그림 4]에서 물체가 A에 있을 때 첫 렌즈는  $a = 60$  cm의 물체를  $b = 20$  cm에, 둘째 렌즈는  $c = 40$  cm의 물체를  $d = 10$  cm(스크린)에 맺는다.

$$\frac{1}{f_1} = \frac{1}{60} + \frac{1}{20} = \frac{1}{15} \rightarrow f_1 = 15 \text{ cm}, \quad \frac{1}{f_2} = \frac{1}{40} + \frac{1}{10} = \frac{1}{8} \rightarrow f_2 = 8 \text{ cm}.$$

두 렌즈 사이의 거리는  $b + c = 60$  cm이다.

② **물체를  $s$  만큼 더 멀리 놓았을 때의 상면 이동** — 물체가  $-x$  쪽 무한대에서 A로 다가오므로 물체 거리는  $a_1 = 60 + s$  ( $s > 0$ ) 이다. 렌즈 방정식  $q = fa/(a - f)$  를 미분하면  $|dq/da| = f^2/(a - f)^2$  이고, 이는 주어진 근사  $1/(1 - \alpha) \approx 1 + \alpha$  로  $s$  에 대해 1차까지 전개한 것과 같다. 첫 렌즈에서

$$\left| \frac{\Delta b_1}{\Delta a_1} \right| = \frac{f_1^2}{(a_1 - f_1)^2} = \frac{15^2}{45^2} = \frac{1}{9} \rightarrow b_1 = 20 - \frac{s}{9}.$$

첫 상이 렌즈에 가까워진 만큼 둘째 렌즈의 물체 거리는 늘어나므로  $a_2 = 60 - b_1 = 40 + s/9$  이고,

$$\left| \frac{\Delta b_2}{\Delta a_2} \right| = \frac{f_2^2}{(a_2 - f_2)^2} = \frac{8^2}{32^2} = \frac{1}{16} \rightarrow \Delta b_2 = \frac{1}{16} \cdot \frac{s}{9} = \frac{s}{144}.$$

즉 최종 상은 스크린보다  $\Delta b_2 = s/144$  만큼 앞(둘째 렌즈 쪽)에 맺힌다.

③ **둘째 렌즈에 도달하는 광다발의 지름** — 흐림원의 크기는 상면 어긋남뿐 아니라 광다발의 굵기로 정해진다. 첫 렌즈를 지름  $W = 8$  cm로 가득 채운 광다발은  $b_1 = 20$  cm에서 한 점에 모였다가 다시 퍼져  $c = 40$  cm를 더 진행한 뒤 둘째 렌즈에 닿으므로, 닦은꼴에서

$$W_2 = W \cdot \frac{c}{b_1} = 8 \times \frac{40}{20} = 16 \text{ cm}$$

이다. “첫 번째 렌즈를 통과한 모든 광선이 두 번째 렌즈를 통과한다”는 단서가 이 광다발이 잘리지 않음을 보장한다.

④ **스크린 위 흐림원의 지름** — 둘째 렌즈에서 지름  $W_2$  로 출발해  $b_2 \approx 10$  cm 앞의 상점으로 수렴한 광다발이 그 뒤  $\Delta b_2$  만큼 더 퍼져 스크린에 닿으므로

$$d_{\text{blur}} = W_2 \cdot \frac{\Delta b_2}{b_2} = 16 \times \frac{s/144}{10} = \frac{s}{90}.$$

⑤ **수치 대입** —  $d_{\text{blur}} = l = 8 \times 10^{-3}$  cm에서

$$s = 90l = 90 \times 8 \times 10^{-3} = 0.72 \text{ cm} \rightarrow s \approx 0.7 \text{ cm}$$

근사를 쓰지 않고 렌즈 방정식을 그대로 풀어도  $s = 0.73$  cm로, 유효 숫자 첫째 자리는 같다. 광다발이 두 렌즈를 거치며  $1/9 \times 1/16 = 1/144$  로 크게 축소된 상면 이동이 지름 16 cm의 굵은 광다발을 통해 다시 확대되어, 결국 1 cm에 못 미치는 물체 이동만으로도 눈이 흐림을 알아채게 된다.

**문제 2 원자와 천체의 궤도운동 대응**

보어 모형 · 대응 원리 · 케플러 법칙 · 도플러 효과

**(2-1)  $r = 5.3 \times 10^{-19} \text{ m}$  — 물리적으로 불가능하다**

보어의 원자모형은 (i) 쿨롱 힘이 구심력, (ii) 각운동량 양자화  $m_e v r = N \hbar$  두 조건으로 정해진다. 두 전하를 각각  $q_1, q_2$  라 하면

$$\frac{m_e v^2}{r} = \frac{k q_1 q_2}{r^2}, \quad m_e v r = N \hbar \rightarrow r_N = \frac{N^2 \hbar^2}{m_e k q_1 q_2}.$$

즉 궤도 반지름은 **두 전하의 곱에 반비례**한다. 전자와 양성자의 전하량이 각각  $10^4$  배가 되면 곱은  $(10^4)^2 = 10^8$  배가 되므로 바닥상태( $N = 1$ ) 반지름은

$$r = \frac{a_0}{10^8} = \frac{5.3 \times 10^{-11}}{10^8} = 5.3 \times 10^{-19} \text{ m}$$

**물리적 판정** — 이 값은 다음 두 가지 이유로 성립할 수 없다.

- **양성자 내부** —  $r_p/r = (1.0 \times 10^{-15})/(5.3 \times 10^{-19}) \approx 2 \times 10^3$  이므로 전자 궤도가 양성자 반지름보다 약 2000 배나 작다. 전자가 양성자 내부 깊숙이 들어가게 되어, 양성자를 점전하로 보는 쿨롱 법칙과 보어 모형의 전제 자체가 무너진다.
- **광속 초과** — 궤도 속력은  $v_N = k q_1 q_2 / (N \hbar)$  로 전하 곱에 비례하므로 실제 값의  $10^8$  배가 된다. 수소의 바닥상태 속력이  $2.2 \times 10^6 \text{ m/s}$  이므로  $v \approx 2 \times 10^{14} \text{ m/s} \approx 7 \times 10^5 c$  로 광속을 크게 넘어선다.

따라서 그러한 원자는 존재할 수 없다.

**(2-2)  $r_1 \approx 2 \times 10^{-138} \text{ m}$ ,  $N \approx 3 \times 10^{74}$ ,  $\Delta r \approx 1 \times 10^{-63} \text{ m}$**

① **중력판 보어 반지름** — 문제의 지시대로  $ke^2 \rightarrow GM_\odot M_\oplus$ , 전자 질량  $\rightarrow$  지구 질량  $M_\oplus$  으로 바꾸면

$$\frac{M_\oplus v^2}{r} = \frac{GM_\odot M_\oplus}{r^2}, \quad M_\oplus v r = N \hbar \rightarrow r_N = \frac{N^2 \hbar^2}{M_\oplus \cdot GM_\odot M_\oplus} = \frac{N^2 \hbar^2}{GM_\odot M_\oplus^2}.$$

$\hbar = h/(2\pi) = 6.6 \times 10^{-34}/6.28 = 1.05 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$  이므로  $N = 1$  에서

$$r_1 = \frac{(1.05 \times 10^{-34})^2}{(6.7 \times 10^{-11})(2.0 \times 10^{30})(6.0 \times 10^{24})^2} = \frac{1.1 \times 10^{-68}}{4.8 \times 10^{69}} \approx 2.3 \times 10^{-138} \text{ m}.$$

② **1 AU에 해당하는 양자수** —  $r_N = N^2 r_1$  이므로

$$N = \sqrt{\frac{1.5 \times 10^{11}}{2.3 \times 10^{-138}}} = \sqrt{6.6 \times 10^{148}} \approx 2.6 \times 10^{74}.$$

③ **이웃한 두 궤도의 반지름 차이**

$$\begin{aligned} \Delta r &= r_{N+1} - r_N = r_1 [(N+1)^2 - N^2] = r_1 (2N+1) \approx 2r_1 N = 2 \frac{1 \text{ AU}}{N} \\ &= \frac{2 \times 1.5 \times 10^{11}}{2.6 \times 10^{74}} \approx 1.2 \times 10^{-63} \text{ m}. \end{aligned}$$

$$r_1 \approx 2 \times 10^{-138} \text{ m}, \quad N \approx 3 \times 10^{74}, \quad \Delta r \approx 1 \times 10^{-63} \text{ m}$$

**의미** — 상대적인 궤도 간격은

$$\frac{\Delta r}{r} = \frac{2N+1}{N^2} \approx \frac{2}{N} \approx 8 \times 10^{-75}$$

로, 원자핵 크기( $10^{-15} \text{ m}$ )와도 비교할 수 없이 작다. 양자수가 이렇게 클 때에는 이웃 준위 사이의 차이를 어떤 방법으로도 분해할 수 없으므로 궤도 반지름과 에너지는 사실상 연속적으로 보이고, 결과적으로 양자역학의 예측이 고전역학의 예측과 일치한다. 이것이 보어의 **대응 원리**이다.

(2-3) 궤도 반지름은 원래의 4 배가 되고, 전자는 빛을 흡수하며, 그 진동수는  $\nu = \frac{3m_e k^2 e^4}{16\pi\hbar^3 N^2} = \frac{3\pi^2 m_e k^2 e^4}{2h^3 N^2}$

① 반지름 변화 — 보어 모형의 두 조건에서

$$v_N = \frac{ke^2}{N\hbar} \propto \frac{1}{N}, \quad r_N = \frac{N^2\hbar^2}{m_e ke^2} \propto N^2.$$

속력이 1/2 배가 되려면  $N \rightarrow 2N$  이어야 하고, 그러면 반지름은

$$r_{2N} = (2N)^2 r_1 = 4r_N \quad (4\text{배로 커진다})$$

준위가 올라갔으므로 전자는 빛을 흡수한다. (원궤도 조건에서  $v^2 = ke^2/(m_e r)$ , 즉  $r \propto 1/v^2$  이므로 속력이 절반이면 반지름이 4 배라는 것과도 일치한다.)

② 흡수하는 빛의 진동수 — 보어 에너지 준위는

$$E_N = \frac{1}{2} m_e v_N^2 - \frac{ke^2}{r_N} = -\frac{m_e k^2 e^4}{2\hbar^2 N^2}$$

이므로  $N \rightarrow 2N$  전이에서

$$\Delta E = E_{2N} - E_N = \frac{m_e k^2 e^4}{2\hbar^2} \left( \frac{1}{N^2} - \frac{1}{4N^2} \right) = \frac{3m_e k^2 e^4}{8\hbar^2 N^2} = \frac{3}{4} |E_N|.$$

$\nu = \Delta E/h$  이고  $h = 2\pi\hbar$  이므로

$$\nu = \frac{\Delta E}{h} = \frac{3m_e k^2 e^4}{16\pi\hbar^3 N^2} = \frac{3\pi^2 m_e k^2 e^4}{2h^3 N^2}$$

바닥상태에서 출발하는 경우( $N=1$ )에는  $|E_1| \approx 13.6 \text{ eV}$ 이므로  $\Delta E = 10.2 \text{ eV}$ ,  $\nu \approx 2.5 \times 10^{15} \text{ Hz}$ 로 자외선 영역이다.

(2-4) 원일점 = 1 AU, 근일점 =  $\frac{1}{7}$  AU, 주기  $T = \left(\frac{4}{7}\right)^{3/2}$  년  $\approx 0.4$  년 ( $\approx 1.4 \times 10^7 \text{ s}$ )

① 처음 원궤도의 속력 — 반지름  $r_1 = 1 \text{ AU}$ 의 원운동에서 중력이 구심력이므로

$$\frac{GM_\odot M_\oplus}{r_1^2} = \frac{M_\oplus v_c^2}{r_1} \rightarrow v_c^2 = \frac{GM_\odot}{r_1}.$$

② 속력이 줄어든 지점은 새 타원의 정점 — 원궤도에서는 속도가 항상 반지름에 수직이다. 속력만  $v_1 = v_c/2$  로 줄었으므로 그 순간에도 속도는 반지름에 수직이고, 이런 점이 바로 타원 궤도의 정점(원일점 또는 근일점)이다. 다른 쪽 정점의 거리를  $r_2$ , 속력을  $v_2$  라 하자.

③ 각운동량 보존과 에너지 보존 — 문제에서 준 관계  $r_1 v_1 = r_2 v_2$  와 역학적 에너지 보존

$$\frac{1}{2} v_1^2 - \frac{GM_\odot}{r_1} = \frac{1}{2} v_2^2 - \frac{GM_\odot}{r_2}$$

에  $v_2 = r_1 v_1 / r_2$  를 대입하면

$$\frac{1}{2} v_1^2 \left( 1 - \frac{r_1^2}{r_2^2} \right) = GM_\odot \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) = \frac{GM_\odot (r_2 - r_1)}{r_1 r_2}.$$

좌변을  $\frac{1}{2} v_1^2 \frac{(r_2 - r_1)(r_2 + r_1)}{r_2^2}$  로 인수분해하고  $r_2 \neq r_1$  이므로  $(r_2 - r_1)$  을 약분하면

$$\frac{1}{2} v_1^2 r_1 (r_1 + r_2) = GM_\odot r_2.$$

여기에  $v_1 = v_c/2$ ,  $GM_\odot = v_c^2 r_1$  을 넣으면

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{v_c^2}{4} \cdot r_1 (r_1 + r_2) = v_c^2 r_1 r_2 \rightarrow r_1 + r_2 = 8r_2 \rightarrow r_2 = \frac{r_1}{7}.$$

④ 원일점·근일점의 판정 —  $v_1 = v_c/2$  이고  $v_2 = 7v_1 > v_1$  이므로, 속력이 줄어드는 지점  $r_1$  이 태양에서 가장 먼 원일점,  $r_2$  가 가장 가까운 근일점이다.

$$r_{\text{원일점}} = r_1 = 1 \text{ AU}, \quad r_{\text{근일점}} = r_2 = \frac{1}{7} \text{ AU} \approx 0.1 \text{ AU}.$$

⑤ 긴 반지름과 주기 — 타원의 긴 반지름(반장축)은 두 정점 거리의 산술평균이므로

$$a = \frac{r_{\text{원일점}} + r_{\text{근일점}}}{2} = \frac{1 + 1/7}{2} \text{ AU} = \frac{4}{7} \text{ AU} = \frac{4}{7} \times 1.5 \times 10^{11} = 8.6 \times 10^{10} \text{ m}.$$

케플러 제3법칙  $T^2 = \frac{4\pi^2}{GM_\odot} a^3$ , 즉  $T = 2\pi\sqrt{a^3/(GM_\odot)}$  에 대입하면

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{(8.6 \times 10^{10})^3}{(6.7 \times 10^{-11})(2.0 \times 10^{30})}} = 2\pi\sqrt{4.7 \times 10^{12}} = 1.4 \times 10^7 \text{ s}.$$

같은 결과를 처음의 원 궤도와 비교해서도 얻을 수 있다. 반지름 1 AU의 원 궤도 주기가  $T_0 = 1$  년이고 케플러 제3법칙은  $T \propto a^{3/2}$  이므로

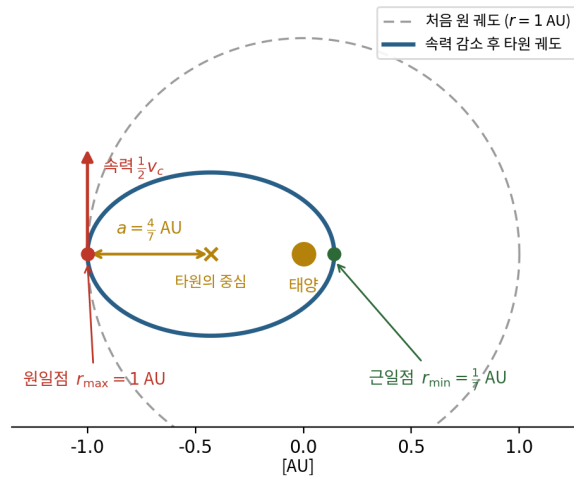
$$T = T_0 \left( \frac{a}{1 \text{ AU}} \right)^{3/2} = \left( \frac{4}{7} \right)^{3/2} \text{ 년} = 0.43 \text{ 년} \approx 158 \text{ 일}.$$

$$r_{\text{원일점}} = 1 \text{ AU}, \quad r_{\text{근일점}} = \frac{1}{7} \text{ AU}, \quad a = \frac{4}{7} \text{ AU}$$

$$T = \left( \frac{4}{7} \right)^{3/2} \text{ 년} \approx 0.4 \text{ 년} \quad (\approx 1.4 \times 10^7 \text{ s})$$

의미 — 속력이 절반으로 줄면 단위 질량당 역학적 에너지가  $E = \frac{1}{2}(v_c/2)^2 - v_c^2 = -\frac{7}{8}v_c^2$  로 원 궤도의  $-v_c^2/2$  보다 더 낮아지고,  $a = -GM_\odot/(2E) = 4r_1/7$  로 반장축이 원래보다 작아진다. 반장축이 작아진 만큼 주기도 1 년에서 약 0.43 년으로 짧아진다. (참고로 이심률은  $e = (r_1 - r_2)/(r_1 + r_2) = 3/4$ , 짧은 반지름은  $b = a\sqrt{1-e^2} = 1/\sqrt{7}$  AU이다.)

$$a = \frac{r_{\text{max}} + r_{\text{min}}}{2} = \frac{4}{7} \text{ AU} \Rightarrow T = \left( \frac{4}{7} \right)^{3/2} \text{ 년} \approx 0.43 \text{ 년} (1.4 \times 10^7 \text{ s})$$



예시 작도 — 원일점에서 속력이 절반이 되어 만들어지는 타원( $a = 4/7 \text{ AU}$ )과 그 공전 주기

(2-5) 별빛의 진동수는 공전 주기  $T$  로 정현파처럼 진동하며, 그 진폭과 주기로부터  $M = \frac{v^3 T}{2\pi G}$  를 얻는다

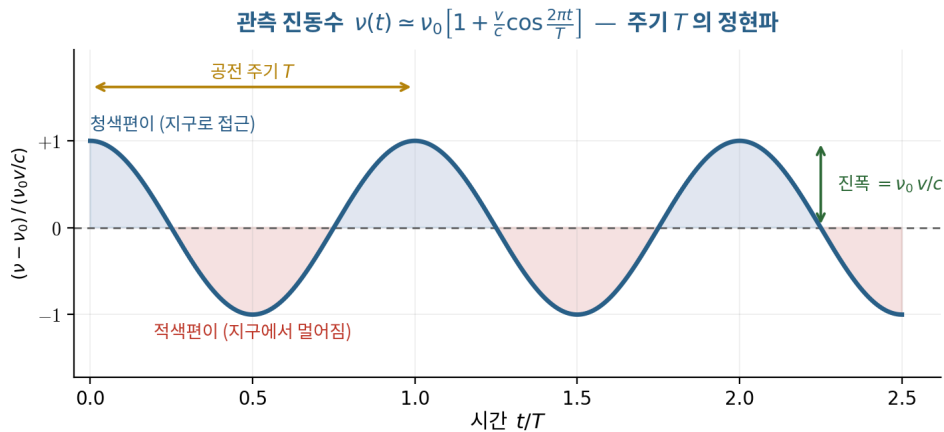
① 진동수의 시간 변화 — 별은 블랙홀을 중심으로 반지름  $R$ , 주기  $T$  의 등속 원운동을 한다. 시선 방향이 궤도면 안에 있으므로, 지구를 향한 속도 성분(시선 속도)은 한 주기 동안  $+v$  에서  $-v$  까지 변한다.

$$v_{\text{시선}}(t) = v \cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right).$$

문제의 지시대로 빛을 속력  $c$  인 음파처럼 다루면, 파원(별)이 움직이고 관측자(지구)가 정지한 경우의 도플러 효과 공식이 그대로 적용되어 관측 진동수는  $\nu = \nu_0 / (1 - v_{\text{시선}}/c)$  이다. 여기서  $\nu_0$  는 별이 정지해 있을 때의 진동수이다.  $v \ll c$  이므로 주어진 근사  $(1+x)^n \approx 1+nx$  를  $x = -v_{\text{시선}}/c$ ,  $n = -1$  로 적용하면

$$\nu_{\text{관측}}(t) \approx \nu_0 \left(1 + \frac{v_{\text{시선}}(t)}{c}\right) = \nu_0 \left[1 + \frac{v}{c} \cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right)\right].$$

따라서 관측되는 진동수는 원래 진동수  $\nu_0$  를 중심으로 진폭  $\nu_0 v/c$ , 주기  $T$  인 정현파로 진동한다. 별이 지구 쪽으로 다가오는 반주기 동안은 진동수가 높아지고(청색편이), 멀어지는 반주기 동안은 낮아진다(적색편이).



예시 작도 — 관측 진동수는  $\nu_0$  를 중심으로 진폭  $\nu_0 v/c$ , 주기  $T$  로 진동한다

② 중심 천체의 질량 — 별의 속력  $v$  와 공전 주기  $T$  는 주어져 있으며, 위 진동수 곡선에서도 이 두 값을 직접 읽어낼 수 있다.

• 진동의 주기 → 별의 공전 주기  $T$

• 진동의 진폭  $(\Delta\nu)_{\text{max}} = \nu_0 v/c \rightarrow$  별의 공전 속력  $v = c(\Delta\nu)_{\text{max}}/\nu_0$

별의 원운동에서 중력이 구심력이고, 원둘레와 주기의 관계가  $v = 2\pi R/T$  이므로

$$\frac{GMm}{R^2} = \frac{mv^2}{R} \rightarrow GM = v^2 R, \quad R = \frac{vT}{2\pi}.$$

두 식에서 관측할 수 없는  $R$  을 소거하면

$$M = \frac{v^2 R}{G} = \frac{v^3 T}{2\pi G}, \quad R = \frac{vT}{2\pi}$$

③ 블랙홀이라는 판정 — 이렇게 구한 중심 천체의 질량  $M$  이 태양 질량의 수십 배 이상으로 매우 큰데도 그 자리에서 어떤 빛도 관측되지 않고, 게다가 그 질량이 반지름  $R = vT/(2\pi)$  보다 작은 좁은 영역 안에 모두 들어 있어야 한다면, 이를 보통의 별이나 별의 집단으로는 설명할 수 없다. 즉 빛을 내지 않으면서 그만큼 질량이 극히 좁은 영역에 밀집한 천체 — 블랙홀의 존재를 결론지을 수 있다.

## 2021학년도 · 해설편

**문제 1** 전기 기타의 소리 전달 — 픽업·트랜지스터·스피커  
**문제 2** 1차원 충돌 모형으로 본 공기 저항

---

**단원** 역학 · 전자기  
**핵심 개념** 전자기 유도와 패러데이 법칙, 강자성체와 자기 구역, p-n 접합의 정류 작용과 트랜지스터의 극성 판별, 증폭기의 동작점·포화·클리핑, 축전기의 용량 리액턴스, 1차원 탄성 충돌의 반복과 등비수열, 공기 저항의 두 극한  
**문항 수** 2문항 (소문항 9개)

## II. 예시답안

### 문제 1 전기 기타의 소리 전달 — 픽업·트랜지스터·스피커 전자기 유도 · 강자성체 · 정류 작용 · 클리핑 · 리액턴스

(1-1) 물질 1 — 자기 구역을 이루고 있는 강자성체로 만들어야 한다.

① **픽업이 신호를 만드는 원리** — 픽업 앰프의 영구자석은 바로 위에 놓인 기타 줄을 자화시킨다. 자화된 줄이 진동하면 줄과 코일 사이의 거리가 주기적으로 변하고, 그에 따라 코일을 지나는 자기 선속  $\Phi$  가 변한다. 패러데이 법칙

$$\text{emf} = -N \frac{d\Phi}{dt}$$

에 의해 이 선속 변화가 그대로 교류 기전력이 된다. 따라서 **신호의 크기는 줄이 얼마나 강하게 자화되는가에** 비례한다.

② **두 물질의 판별** — (나)는 외부 자기장이 없는 상태에서 관찰한 것이다.

- **물질 1** — 외부 자기장이 없는데도 원자 자기 쌍극자(N-S)들이 초록 점선으로 나뉜 영역마다 한 방향으로 가지런히 정렬해 있다. 이 영역이 **자기 구역(자구)**이며, 외부 자기장 없이도 구역 안에서 자발적으로 정렬이 유지되는 것은 **강자성체**의 특징이다. 전체적으로는 구역들의 방향이 서로 달라 알짜 자화가 0으로 보인다.
- **물질 2** — 쌍극자의 방향이 처음부터 제멋대로 흩어져 있고 정렬된 영역이 없다. 이는 이웃 쌍극자끼리 정렬시키는 상호작용이 없어 열운동에 의해 방향이 무작위가 된 **상자성체**(또는 자화되지 않는 물질)의 모습이다.

③ **어느 쪽이 큰 신호를 주는가** — 픽업의 영구자석이 만드는 자기장 속에 놓이면 두 물질의 반응이 크게 갈린다.

- 강자성체(물질 1)에서는 자기장 방향과 나란한 자기 구역이 자구벽을 밀어내며 커지고 나머지 구역의 자화 방향도 회전하여, 물질 전체가 한 방향으로 강하게 자화된다. 비투자율이  $10^3 \sim 10^5$  에 이르러 줄이 강한 자석처럼 행동한다.
- 상자성체(물질 2)에서는 열운동이 정렬을 계속 흐트러뜨려 자화율이  $10^{-5}$  정도에 그친다. 줄이 진동해도 코일을 지나는 선속 변화가 거의 없다.

같은 진폭·같은 진동수로 줄을 튕겨도 유도 기전력은 자화의 크기에 비례하므로, 물질 1로 만든 줄이 물질 2로 만든 줄보다 수천 배 이상 큰 신호를 준다.

기타 줄은 **물질 1(강자성체)** 로 만들어야 한다. 자기 구역을 가진 강자성체는 픽업 자석에 의해 강하게 자화되어 진동할 때  $d\Phi/dt$  가 크고, 패러데이 법칙에 따라 큰 유도 기전력을 만든다.

실제 전기 기타 줄에 니켈 합금이나 강철처럼 강자성을 띠는 금속만 쓰이고, 같은 금속이라도 비자성 스테인리스강으로 만든 줄은 픽업이 잘 잡아내지 못하는 것이 이 때문이다.

(1-2) **형태: 사각파(구형파), 진폭:  $A/\tau$ , 진동수:  $f = 1/(4\tau)$**

① **주어진 선속의 개형** — 그래프의 세로축은 코일  $N$  번을 모두 지나는 선속의 합  $N\Phi(t)$  이다. 값이  $t = 0$  에서  $-A$ ,  $t = 2\tau$  에서  $+A$ ,  $t = 4\tau$  에서 다시  $-A$  가 되므로 **주기  $4\tau$  의 삼각파**이며, 각 구간에서 기울기가 일정하다.

$$\frac{d(N\Phi)}{dt} = \frac{+A - (-A)}{2\tau} = +\frac{A}{\tau} \quad (0 < t < 2\tau), \quad \frac{d(N\Phi)}{dt} = -\frac{A}{\tau} \quad (2\tau < t < 4\tau)$$

② **유도 기전력** — 패러데이 법칙에서 기전력은 이 기울기에 음의 부호를 붙인 값이므로

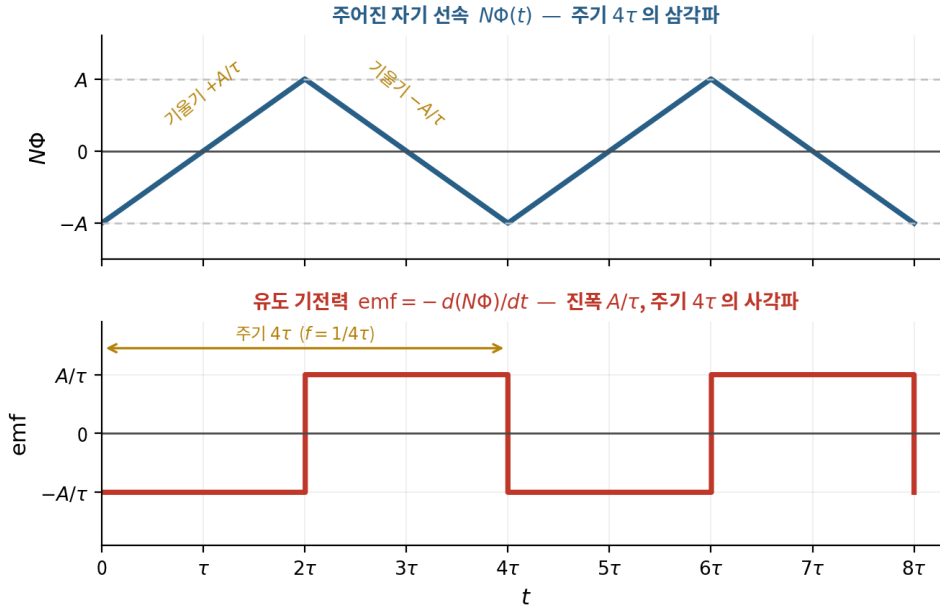
$$\text{emf}(t) = -\frac{d(N\Phi)}{dt} = \begin{cases} -A/\tau & (0 < t < 2\tau) \\ +A/\tau & (2\tau < t < 4\tau) \end{cases}$$

이다. 즉 크기가  $A/\tau$  로 일정하고 부호만 반주기( $2\tau$ )마다 뒤집히는 **사각파(구형파)**가 된다. 주기는 원래 선속과 같은  $4\tau$  이다.

$$\text{형태: 사각파, 진폭} = \frac{A}{\tau}, \text{ 주기} = 4\tau, \text{ 진동수} f = \frac{1}{4\tau}$$

세로축이 이미  $N\Phi$  이므로 진폭에  $N$  을 다시 곱하지 않는다. 만약 세로축이 한 감이당 선속  $\Phi$  였다면 진폭은  $NA/\tau$  가 된다.





예시 작도 — 삼각파를 미분하면 기울기가 두 값만 가지므로 기전력은 사각파가 된다

③ 기타 줄에 적용 — 줄의 진동이 곧 선속의 진동이므로 두 양은 다음과 같이 대응된다.

- **줄이 내는 소리의 높이(진동수)** — 줄이 더 빠르게 진동하면 선속이 오르내리는 주기  $4\tau$ 가 짧아진다. 유도 신호의 진동수는  $f = 1/(4\tau)$ 로 선속 변화의 진동수와 **똑같으므로**, 줄의 진동수가 커지면 신호의 진동수도 그만큼 커진다. 즉 음의 높이는 신호의 진동수로 그대로 옮겨진다.
- **줄을 튕기는 세기(진폭)** — 세게 튕길수록 줄의 진동 진폭이 커져 자석·코일과의 거리 변화가 커지고, 따라서 선속의 진폭  $A$ 가 커진다. 신호의 진폭은  $A/\tau$ 이므로  $A$ 에 비례해 커진다. 즉 음의 세기는 신호의 진폭으로 옮겨진다.

한 가지 더 눈여겨볼 점은 신호의 진폭  $A/\tau$ 가  $A$  뿐 아니라  $\tau$ 에도 의존한다는 것이다.  $f = 1/(4\tau)$ 를 대입하면

$$\text{진폭} = \frac{A}{\tau} = 4Af$$

이므로, 같은 세기로 튕겨도 높은 음일수록 신호가 크게 나온다. 이는 정현파  $\Phi = \Phi_0 \sin(2\pi ft)$ 에 대해 기전력의 진폭이  $2\pi N f \Phi_0$ 가 되는 것과 같은 성질이다. (기타 줄이 픽업에서 얼마나 떨어져 있는가 하는 물리적 높이는 진동수와는 무관하고 선속의 진폭  $A$ 만 바꾸므로, 신호의 진폭에만 영향을 준다.)

(1-3) n-p-n형이다.

① 회로에서 전류가 어느 쪽으로 흐르는지 읽는다 — 전지의 + 단자는 위쪽 도선을 따라 A에, - 단자는 아래쪽 도선을 따라 C에 연결되어 있다. 두 저항은 직렬 분압기를 이루고, 그 중간점이 서로 반대 방향으로 놓인 두 LED를 거쳐 B에 이어진다. 다이오드는 p형에서 n형 쪽으로만 전류를 통과시키므로(정류 작용),

- 1번 LED(왼쪽 n, 오른쪽 p) — B 쪽이 p이므로 **B → 중간점** 방향의 전류만 통과시킨다.
- 2번 LED(왼쪽 p, 오른쪽 n) — 중간점 쪽이 p이므로 **중간점 → B** 방향의 전류만 통과시킨다.

관찰 결과 2번 LED에만 불이 들어왔으므로, 실제 전류는 **분압기 중간점에서 B로 들어가** 트랜지스터를 지나 전지의 - 쪽으로 빠져나간다.

② 그 전류가 흐르려면 내부 접합이 어떤 상태여야 하는가 — 세 영역의 전위는  $A(\text{전지 } +) > B(\text{분압기 중간점}) > C(\text{전지 } -)$  순이다. 전류가 B로 들어와 C로 나가려면 **B-C 접합이 순방향**, 즉 B가 p형이고 C가 n형이어야 한다. 동시에 A쪽으로 흐르는 전류가 흐르지 않아야 하는데, A가 n형이면 A-B 접합은 n쪽 전위가 더 높아 **역방향**이 되어 공핍층이 넓어지고 전류가 차단된다. 두 조건을 모두 만족시키는 것은  $A(n)\text{-}B(p)\text{-}C(n)$ , 즉 **n-p-n형**이다.

③ 전하 나르개의 움직임 — B-C 접합이 순방향이면 n형인 C의 다수 나르개인 **전자**가 접합의 퍼텐셜 장벽을 넘어 p형 B로 확산해 들어가고, 동시에 B의 다수 나르개인 **양공**이 C로 확산해 나온다. 두 흐름이 모두 관례 전류로는 **B → C** 방향이므로, 회로 전체에서는

전지(+) → 저항 → 분압기 중간점 → **2번 LED** → B(p형) → C(n형) → 전지(-)

의 한 방향 전류만 성립하고, 2번 LED만 불이 들어온다. 관찰과 일치한다.

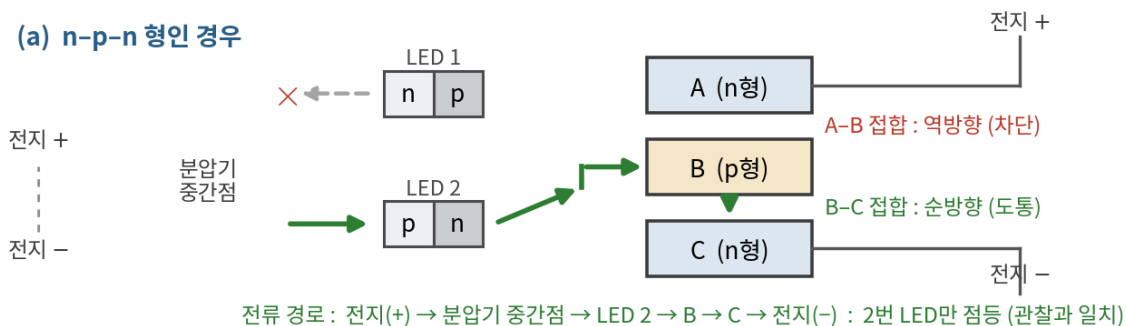
④ **p-n-p형이라면 어떻게 되는가(반대 경우의 배제)** — 이때는 A와 C가 p형, B가 n형이다. A는 전지 + 에 직접 연결되어 B보다 전위가 높으므로 **A-B 접합이 순방향**이 되고, p형 A의 양공이 n형 B로 주입되어 전류가 A → B로 흐른다. B에서 나온 전류는 **1번 LED**만 통과할 수 있으므로 전류 경로는

전지(+) → A → B → **1번 LED** → 중간점 → 저항 → 전지(-)

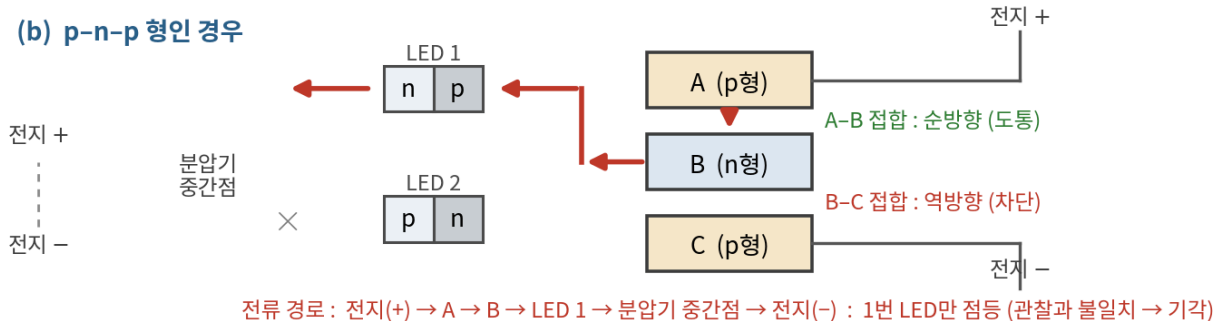
가 되어 1번 LED에 불이 들어와야 한다. 이는 관찰과 정반대이므로 기각된다. 따라서 이 트랜지스터는 n-p-n형이다.

⑤ **“이미터와 컬렉터를 바꿔도 잘 작동한다”는 단서의 역할** — 이 회로만으로는 A와 C 가운데 어느 쪽이 이미터이고 어느 쪽이 컬렉터인지 알 수 없다. 단서는 두 바깥 영역이 대칭적으로 취급될 수 있음을 보장해 주어, 극성 판정이 어느 쪽을 이미터로 잡든 달라지지 않게 해 준다.

(a) n-p-n 형인 경우



(b) p-n-p 형인 경우



예시 도해 — 두 가정을 각각 회로에 넣어 보면 켜지는 LED가 서로 반대가 된다

(1-4) 큰 입력에서 트랜지스터가 포화·차단(스위칭 영역)에 들어가 파형이 잘리는 클리핑 현상이다. 이를 막으려면  $R_2$ 를 작게 해야 한다.

① 증폭기가 선형으로 동작하는 조건 — 회로 (가)에서  $R_1$ 과  $R_2$ 는 전원  $V$ 를 나누어 베이스에 직류 전압

$$V_B = V \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

를 걸어 주는 분압 바이어스이고, 이것이 트랜지스터의 동작점을 정한다. 픽업 앰프의 교류 신호는  $C_1$ 을 거쳐 이 동작점 위에 얹히고, 트랜지스터가 활성 영역에 머무는 동안에는 컬렉터 전류가 베이스 전류에 비례하여 출력이 입력을 닮은꼴로 확대한다. 조용한 곡에서는 신호 진폭이 작아 동작점 둘레의 좁은 구간만 쓰므로 (나)처럼 파형이 그대로 유지된다.

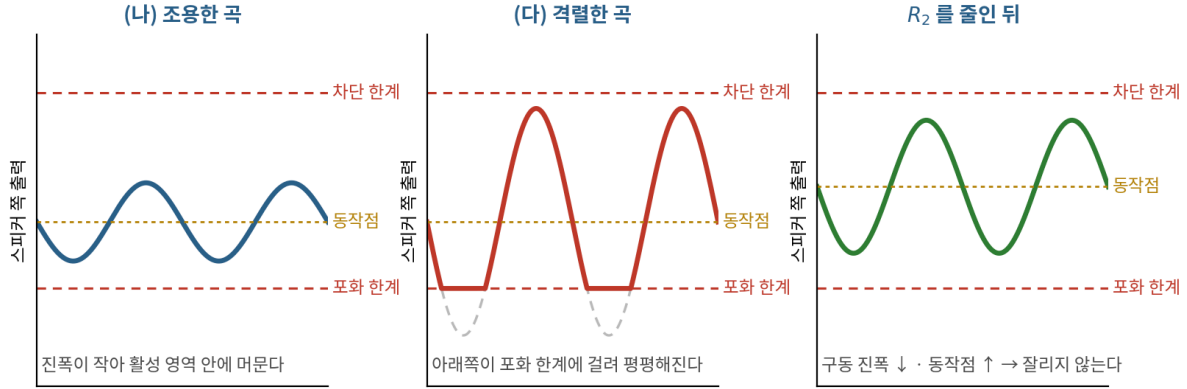
② 큰 입력에서 스위칭 작용이 일어난다 — 입력 진폭이 커지면 출력이 두 한계에 부딪힌다.

• **포화** — 베이스 전류가 지나치게 커지면 컬렉터-이미터 사이 전압이 더 내려갈 수 없는 최솟값( $V_{CE} \approx 0$ )에 이른다. 트랜지스터가 완전히 켜진 스위치가 되어, 입력이 더 커져도 출력은 그대로다.

- **차단** — 반대로 베이스 전류가 0이 되면 컬렉터 전류도 0이 되어  $V_{CE} \approx V$  에서 멈춘다. 완전히 꺼진 스위치가 된 것이다.

이렇게 트랜지스터가 증폭기가 아니라 **스위치처럼** 켜짐/꺼짐 두 상태에 갇히면, 그 구간에서 출력은 입력을 따라가지 못하고 일정한 값에 머문다. 그 결과 파형의 꼭대기나 바닥이 잘려 평평해지는 **클리핑**이 일어난다. 잘린 파형은 원래 없던 고조파를 포함하게 되므로 진폭만 커지는 것이 아니라 **음색 자체가 달라진다**.

(다)의 스피커 파형을 보면 **아래쪽만 평평하게 잘려 있다**. 즉 출력이 먼저 부딪힌 것은 포화 한계이고, 이는 동작점이 이미 포화 쪽에 가깝게 잡혀 있음을 뜻한다.



예시 도해 — 동작점과 신호 진폭의 관계. (다)처럼 아래쪽만 잘리는 것은 동작점이 포화 쪽에 치우쳐 있다는 신호다

③  $R_2$ 를 어느 쪽으로 바꿔야 하는가 —  $R_2$ 를 작게 하면 다음 두 가지가 동시에 일어나고, 둘 다 클리핑을 없애는 방향으로 작용한다.

- **동작점이 포화에서 멀어진다** —  $V_B = V R_2 / (R_1 + R_2)$ 가 낮아져 정지 상태의 베이스 전류와 컬렉터 전류가 줄고, 그만큼 컬렉터 전압이 높아진다. 즉 동작점이 포화 한계에서 멀어져 아래쪽으로 흔들릴 여유가 커진다.
- **베이스에 실리는 구동 진폭이 줄어든다** — 픽업 앰프는 코일이므로 내부 임피던스를 가진 실제 전원이다.  $R_2$ 는 베이스와 접지 사이에 놓여 이 신호를 접지로 분류(shunt)하므로,  $R_2$ 가 작을수록 베이스에 실리는 교류 진폭이 작아진다.

$R_2$ 를 작게 조절한다. 동작점이 포화에서 멀어지고 베이스 구동 진폭도 줄어들어, 격렬한 곡에서도 출력이 포화·차단 한계에 닿지 않고 (나)의 형태를 유지한다.

다만  $R_2$ 를 지나치게 줄이면 동작점이 이번에는 차단 쪽으로 치우쳐 파형의 **위쪽**이 잘리게 된다. 두 한계로부터 거의 같은 거리에 동작점을 두는 값이 가장 큰 신호를 왜곡 없이 처리한다. ( $R_1/R_2$ 는 전압 이득이 아니라 바이어스 분압비이므로, 이득을 키우려고  $R_2$ 를 크게 하는 것은 방향이 반대임에 유의한다.)

(1-5) 거리  $d$ 를 줄여야 한다.

① **축전기가 저음을 깎아내는 이유** —  $C_2$ 는 트랜지스터의 출력과 스피커 사이에 **직렬로** 들어가 있다. 교류에 대한 축전기의 저항 구실을 하는 양은 용량 리액턴스

$$X_C = \frac{1}{2\pi f C}$$

이며, 이는 주파수  $f$ 가 낮을수록 커지고 전기용량  $C$ 가 클수록 작아진다. 스피커의 저항을  $R$ 이라 하면 스피커에 실제로 걸리는 전압은

$$V_{\text{스피커}} = V_{\text{출력}} \cdot \frac{R}{\sqrt{R^2 + X_C^2}}$$

이므로,  $X_C \gg R$ 인 낮은 주파수에서는 신호가 크게 깎인다. 즉  $C_2$ 와 스피커는 함께 차단 주파수

$$f_c = \frac{1}{2\pi R C_2}$$

인 **고역 통과 필터**를 이루며,  $f_c$ 보다 낮은 음일수록 작게 들린다. 전기 기타보다 음역이 낮은 베이스 기타에서 저음이 유난히 작게 들리는 것이 바로 이 때문이다.

② 무엇을 바꾸어야 저음이 살아나는가 — 저음을 잘 통과시키려면 차단 주파수  $f_c$  를 더 낮추어야 하고, 그러려면  $C_2$  를 키워야 한다. 평행판 축전기의 전기용량은

$$C = \varepsilon \frac{S}{d}$$

로 금속판 간격  $d$  에 반비례하므로,  $C$  를 키우려면  $d$  를 줄여야 한다.

$$d \downarrow \rightarrow C_2 = \varepsilon S/d \uparrow \rightarrow X_C = 1/(2\pi f C_2) \downarrow \rightarrow f_c = 1/(2\pi R C_2) \downarrow$$

거리  $d$  를 줄여야 한다. 예를 들어  $d$  를 절반으로 하면  $C_2$  가 2배가 되어 같은 저음에서 리액턴스와 차단 주파수가 모두 절반이 되고, 그만큼 저음이 크게 들린다.

반대로  $d$  를 늘리면  $C_2$  가 작아져  $X_C$  와  $f_c$  가 함께 커지므로 저음이 더 약해진다. 한편  $d$  를 줄이더라도  $C_2$  는 여전히 직류를 완전히 막으므로( $f=0$  에서  $X_C \rightarrow \infty$ ), 제시문이 말한 “스피커에 직류가 흐르는 것을 방지”하는 본래의 구실은 그대로 유지된다.

## 문제 2 1차원 충돌 모형으로 본 공기 저항

탄성 충돌 · 등비수열 · 운동량 변화율 · 두 극한

$$(2-1) V_1 = \frac{M-m}{M+m} V_0, \quad v_1 = \frac{2M}{M+m} V_0$$

질량  $M$  인 물체가 속도  $V_0$  로 정지해 있는 질량  $m$  인 입자와 1차원 탄성 충돌을 한다. 외력이 없으므로 운동량이 보존되고, 제시문에서 운동 에너지도 보존된다고 하였으므로

$$MV_0 = MV_1 + mv_1, \quad \frac{1}{2}MV_0^2 = \frac{1}{2}MV_1^2 + \frac{1}{2}mv_1^2$$

이다. 두 식에서  $M(V_0^2 - V_1^2) = mv_1^2$  와  $M(V_0 - V_1) = mv_1$  을 나누면  $V_0 + V_1 = v_1$ , 즉 탄성 충돌에서는 접근 속도와 분리 속도의 크기가 같다는 관계

$$v_1 - V_1 = V_0$$

를 얻는다. 이것을 운동량 보존식에 대입해 풀면

$$V_1 = \frac{M-m}{M+m} V_0, \quad v_1 = \frac{2M}{M+m} V_0$$

$M > m$  이므로  $0 < V_1 < V_0$  이다. 물체는 계속 오른쪽으로 진행하되 속도가 조금 줄고, 입자는  $2M/(M+m) > 1$  이므로  $V_0$  보다도 빠른 속도로 튀어 나간다. 또  $v_1 > V_1$  이므로 입자는 물체보다 앞서 달아나며, 물체는 다음 입자와 다시 충돌하게 된다.

$$(2-2) V_n = r^n V_0 = \left(\frac{M-m}{M+m}\right)^n V_0, \quad v_k = \frac{2M}{M+m} \left(\frac{M-m}{M+m}\right)^{k-1} V_0$$

① 매 충돌이 첫 충돌과 똑같은 상황이다 — 첫 충돌 뒤 튀어 나간  $a_1$  은 물체보다 빠르므로 앞의 입자와 먼저 부딪히고, 같은 질량끼리의 탄성 충돌에서는 속도가 그대로 넘어가므로  $a_1$  은 그 자리에 멈춘다. 이 과정이 되풀이되어, 물체가 도착할 무렵 물체 앞쪽에는 여전히 간격  $l_0$  마다 정지해 있는 입자가 놓여 있다. 따라서  $k$  번째 충돌은 “속도  $V_{k-1}$  인 물체가 정지한 질량  $m$  과 부딪히는” (2-1)과 완전히 같은 문제이며, 충돌 때마다 물체의 속도에는 같은 비

$$r \equiv \frac{M-m}{M+m} \quad (0 < r < 1)$$

가 곱해진다.

② 물체의 속도 — 첫째항  $V_0$ , 공비  $r$  인 등비수열이므로

$$V_n = r^n V_0 = \left(\frac{M-m}{M+m}\right)^n V_0$$

③ 입자의 속도 —  $a_k$  는 물체의  $k$  번째 충돌 상대이고, 그 직전 물체의 속도는  $V_{k-1} = r^{k-1} V_0$  이다. (2-1)의 결과  $v = 2MV/(M+m)$  에 이를 대입하면

$$v_k = \frac{2M}{M+m} V_{k-1} = \frac{2M}{M+m} \left(\frac{M-m}{M+m}\right)^{k-1} V_0.$$

$0 < r < 1$  이므로  $V_n$  과  $v_k$  는 모두 등비적으로 줄어들이지만 어느 유한한  $n$  에서도 0이 되지 않는다는. 즉 물체는 무한히 많은 충격을 겪으며 점점 느려질 뿐, 유한 횟수의 충돌로 멈추지 않는다.

$$(2-3) \bar{F} = \frac{2M\rho V_0^2}{M + 2\rho V_0 T}$$

① 한 번의 충돌에서 물체가 잃는 운동량 — (2-2)에서  $k$  번째 충돌로 물체의 속도는  $V_{k-1}$  에서  $rV_{k-1}$  로 바뀌므로

$$\Delta p = MV_{k-1}(1-r) = MV_{k-1} \cdot \frac{2m}{M+m} = 2MV_{k-1} \cdot \frac{m}{M+m}.$$

여기서 문제에서 준 근사  $B/(A+B) \approx B/A$  ( $A \gg B$ ) 를  $A=M, B=m$  에 적용하면  $m/(M+m) \approx m/M$  이므로

$$\Delta p \approx 2mV_{k-1}, \quad \text{즉} \quad V_k \approx \left(1 - \frac{2m}{M}\right)V_{k-1} \equiv qV_{k-1}, \quad q \equiv 1 - \frac{2m}{M}.$$

② 충돌 사이에 걸리는 시간 — 입자들이 간격  $l_0$  로 정지해 있고 매번 새 입자와 부딪히므로,  $k$  번째 충돌 직후부터  $(k+1)$  번째 충돌 직전까지 물체는 거리  $l_0$  를 일정한 속도  $V_k$  로 달린다. 그 시간은  $l_0/V_k$  이다. 첫 충돌 직전부터  $(n+1)$  번째 충돌 직전까지를 모으면

$$T = \sum_{k=1}^n \frac{l_0}{V_k} = \frac{l_0}{V_0} \sum_{k=1}^n q^{-k} = \frac{l_0}{V_0} \cdot \frac{q^{-n} - 1}{1 - q}.$$

③  $q^n$  을  $T$  로 바꾼다 —  $1 - q = 2m/M$  이고  $m/l_0 = \rho$  이므로

$$T = \frac{l_0 M}{2m V_0} (q^{-n} - 1) = \frac{M}{2\rho V_0} (q^{-n} - 1) \Rightarrow q^{-n} = 1 + \frac{2\rho V_0 T}{M},$$

$$q^n = \frac{M}{M + 2\rho V_0 T}.$$

④ 평균 힘 = 운동량 변화율 — 시간  $T$  동안 물체의 운동량은  $MV_0$  에서  $MV_n = Mq^n V_0$  로 줄어들이므로

$$\bar{F} = \frac{MV_0 - MV_n}{T} = \frac{MV_0(1 - q^n)}{T} = \frac{MV_0}{T} \cdot \frac{2\rho V_0 T}{M + 2\rho V_0 T}.$$

$$\bar{F} = \frac{2M\rho V_0^2}{M + 2\rho V_0 T}$$

분모의  $2\rho V_0 T$  는 시간  $T$  동안 물체가 쓸고 지나간 공기 질량의 두 배이다. 문항 2-4의 형태  $C/(D+E)$  에서  $C = 2M\rho V_0^2$ ,  $D = M, E = 2\rho V_0 T$  에 해당한다.

검토 — 식이 옳은지 두 끝에서 확인  $T \rightarrow 0$  이면  $\bar{F} \rightarrow 2\rho V_0^2$  로 유한한 값에 수렴하고(막 부딪히기 시작한 순간의 저항력),  $T$  가 아주 커지면  $\bar{F} \rightarrow MV_0/T$  가 되어 물체가 가진 운동량 전부  $MV_0$  를 시간  $T$  에 걸쳐 잃는 것과 같아진다. 물체가 잃을 수 있는 운동량은 아무리 많아도  $MV_0$  이므로  $\bar{F} \leq MV_0/T$  여야 하는데, 위 식은 실제로 언제나 이 한계 안에 들어온다.

(2-4) ①  $\bar{F} \approx 2\rho V_0^2$ , ②  $\bar{F} \approx MV_0/T$ , ③ 약 4배

시간  $T$  동안 쓸고 지나가는 공기의 총 질량을  $m_a = \rho V_0 T$  라 하면 (2-3)의 결과는  $\bar{F} = 2M\rho V_0^2/(M + 2m_a)$  이다.

①  $m_a \ll M$  (쓸고 지나간 공기가 물체보다 훨씬 가벼운 경우) — 분모에서  $2m_a$  를 무시할 수 있으므로

$$\bar{F} \approx \frac{2M\rho V_0^2}{M} = 2\rho V_0^2.$$

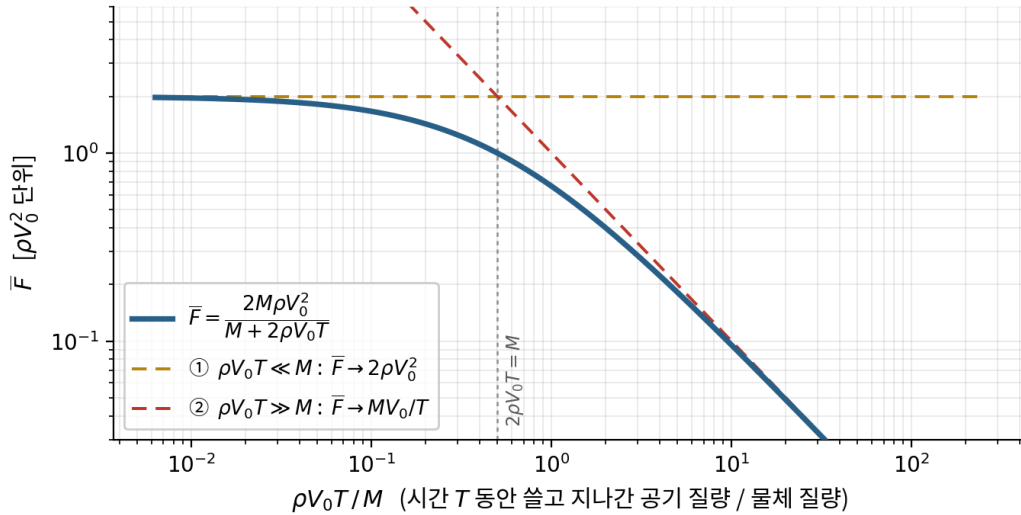
이 값은 다음과 같이 직접 세어도 얻어진다. 물체가 거의 감속하지 않으므로 단위 시간에 만나는 공기 질량은  $\rho V_0$  이고, 각 입자는 (2-1)에서  $M \gg m$  일 때 속도  $\approx 2V_0$  로 튕겨 나가 입자당  $\approx 2mV_0$  의 운동량을 받아 간다. 따라서  $\bar{F} = (\rho V_0)(2V_0) = 2\rho V_0^2$  이다. 힘이 속도의 제곱에 비례하는 이 결과가 빠르게 움직이는 물체의 공기 저항(관성 저항)이  $V^2$  에 비례하는 까닭이다.

②  $m_a \gg M$  (쓸고 지나간 공기가 물체보다 훨씬 무거운 경우) — 이번에는 분모에서  $M$  을 무시할 수 있으므로

$$\bar{F} \approx \frac{2M\rho V_0^2}{2\rho V_0 T} = \frac{MV_0}{T}.$$

자기 질량보다 훨씬 무거운 공기를 뚫고 가야 하므로 물체는 시간  $T$  안에 사실상 멈춰 버린다. 그렇다면  $T$  동안 잃은 운동량은 처음에 가지고 있던  $MV_0$  전부이고, 평균 힘은  $MV_0/T$  가 되는 것이 당연하다. 이 극한에서는  $\rho$  가 식에서 사라지는데, 공기가 얼마나 뻥뻥한지와 무관하게 “어차피 다 멈춘다”가 결과를 지배하기 때문이다.

평균 힘의 두 극한 — 관성 저항( $\propto V_0^2$ )에서 완전 정지( $MV_0/T$ )로



여기 작도 —  $\rho V_0 T$  와  $M$  의 크기 관계에 따라 평균 힘이 두 극한 사이를 잇는다

③ 실제 공기에서의 수치 비교 —  $M = 1 \text{ kg}$ ,  $T = 0.001 \text{ s}$ ,  $\rho \approx 0.01 \text{ kg/m}^3$ 이므로  $V_0$  가  $1 \sim 2 \text{ m/s}$ 일 때

$$2\rho V_0 T = 2 \times 0.01 \times V_0 \times 0.001 = 2 \times 10^{-5} V_0 \text{ kg} \approx 2 \times 10^{-5} \sim 4 \times 10^{-5} \text{ kg}$$

이고, 이는  $M = 1 \text{ kg}$ 에 비해  $10^{-5}$  배 수준으로 무시할 만하다. 즉  $D = M \gg E = 2\rho V_0 T$  이므로  $C/(D + E) \approx C/D$  근사가 성립하여 ①의 경우에 해당한다.

$$\bar{F} \approx 2\rho V_0^2 \rightarrow \bar{F} \propto V_0^2$$

이므로

$$\frac{\bar{F}(V_0 = 2)}{\bar{F}(V_0 = 1)} \approx \frac{2^2}{1^2} = 4 \rightarrow \text{평균 힘은 약 4 배로 커진다.}$$

( $V_0 = 1 \text{ m/s}$ 에서  $\bar{F} \approx 2 \times 0.01 \times 1 = 0.02 \text{ N}$ ,  $V_0 = 2 \text{ m/s}$ 에서  $\bar{F} \approx 2 \times 0.01 \times 4 = 0.08 \text{ N}$ 이다.)

**의미** — 속도를 두 배로 하면 단위 시간에 만나는 공기의 양이 두 배가 되고, 그 하나하나에 넘겨주는 운동량도 두 배가 되므로 힘은  $2 \times 2 = 4$  배가 된다. 저항력이 속도의 제곱에 비례한다는, 익숙한 공기 저항의 성질이 이 단순한 1차원 충돌 모형에서 그대로 얻어진다.

# 2020학년도 · 해설편

## 문제 2 이중 슬릿과 파동성

---

|       |                                                                                  |
|-------|----------------------------------------------------------------------------------|
| 단원    | 파동·광학 · 현대물리                                                                     |
| 핵심 개념 | 이중 슬릿 간섭과 근축 근사, 폐관의 기본 진동, 음원의 운동에 의한 도플러 효과, 전자의 드브로이 파장, 결정에 의한 전자 회절(브래그 조건) |
| 문항 수  | 1문항 (문제 2, 하위문항 4개)                                                              |

## II. 예시답안

### 문제 2 이중 슬릿과 파동성

간섭 · 도플러 효과 · 드브로이 파장 · 브래그 회절

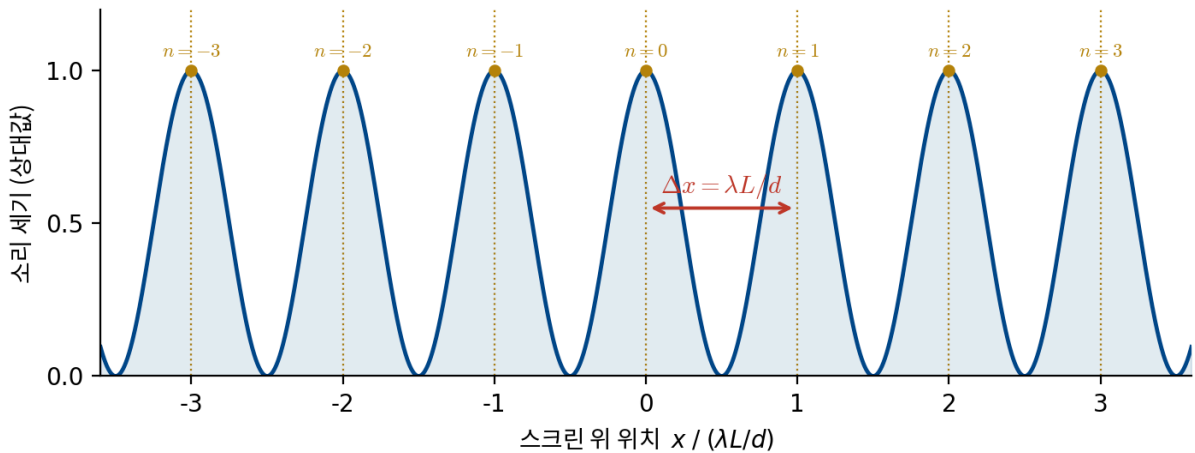
네 문항에 공통으로 쓰이는 극대점 간격 — 폭을 무시할 수 있는 두 슬릿에서 나온 파동이 스크린 위의 한 점에 도달할 때, 두 경로의 차는 슬릿에서 켜 각  $\theta$  에 대해  $d \sin \theta$  이다. 두 파동이 보강간섭하여 극대가 되는 조건은

$$d \sin \theta = n\lambda \quad (n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$$

이다.  $L \gg d$  이므로 극대가 나타나는 각은 모두 매우 작고, 근축 근사에서  $\sin \theta \approx \tan \theta = x/L$  로 쓸 수 있다. 따라서  $n$  번째 극대점의 위치와 이웃한 극대점 사이의 간격은

$$x_n = n \frac{\lambda L}{d}, \quad \Delta x = x_{n+1} - x_n = \frac{\lambda L}{d}$$

이다. (근사를 쓰지 않고 전개하면  $x_1 = L \tan(\sin^{-1}(\lambda/d)) = \frac{\lambda L}{d} \left[ 1 + \frac{1}{2} \left( \frac{\lambda}{d} \right)^2 + \dots \right]$  이므로, 보정항은  $(\lambda/d)^2$  차수로 작다.) 즉 극대점 간격은 **슬릿에 도달하는 파동의 파장  $\lambda$  에만** 의존하므로, 각 문항은 상황에 맞는  $\lambda$  를 구해 위 식에 대입하면 된다.



예시 작도 — 근축 근사에서의 세기 분포  $I(x) \propto \cos^2(\pi dx/(\lambda L))$  와 극대점 간격  $\Delta x = \lambda L/d$

**답 2-1.** 한쪽 끝이 닫힌 관(폐관)의 고유 진동은 닫힌 끝이 **마디**, 열린 끝이 **배** 가 되어야 한다. 기본 진동은 관 속에 마디와 배가 하나씩만 놓이는 모드이므로 관의 길이가 파장의  $1/4$  에 해당한다. 즉

$$l = \frac{\lambda}{4} \rightarrow \lambda = 4l, \quad f = \frac{v}{\lambda} = \frac{v}{4l}$$

이다. 이 소리가 이중 슬릿에 도달하여 간섭하므로, 앞의 공통 결과에  $\lambda = 4l$  을 대입하면

$$f = \frac{v}{4l}, \quad \Delta x = \frac{\lambda L}{d} = \frac{4lL}{d}$$



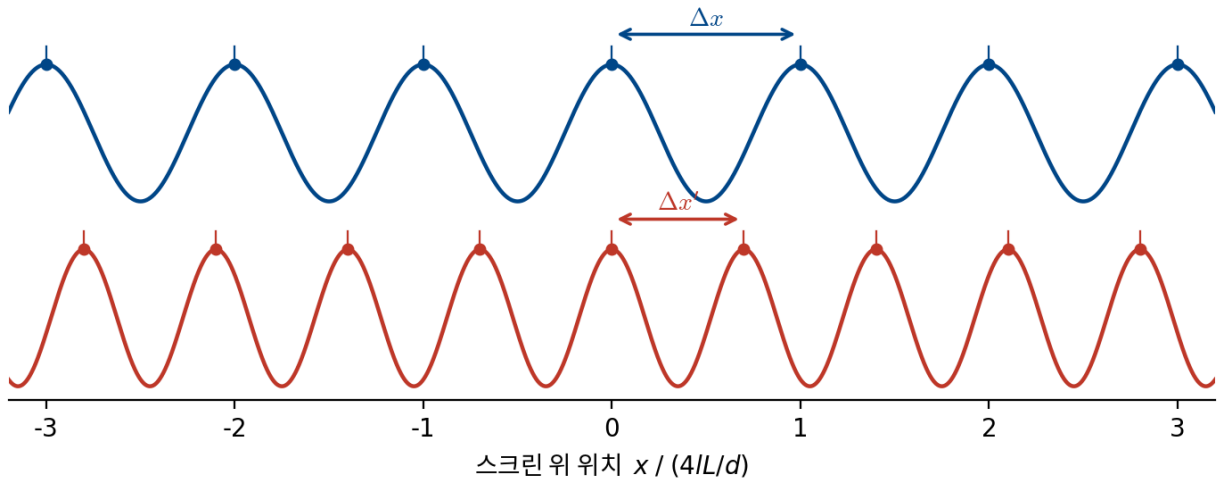
**답 2-2.** 관의 공명으로 정해지는 음원 자체의 진동수  $f = v/(4l)$  는 음원이 움직여도 변하지 않는다. 그러나 음원이 스크린(슬릿) 쪽으로  $v_s$  로 다가오면, 한 주기  $T = 1/f$  동안 앞서 내보낸 파면이  $vT = \lambda$  만큼 전진하는 사이에 음원 자신도  $v_s T$  만큼 따라붙는다. 그러므로 진행 방향 앞쪽에서 이웃한 두 파면 사이의 거리, 즉 슬릿에 도달하는 파장은

$$\lambda' = \lambda - v_s T = \frac{v - v_s}{f} = \frac{4l(v - v_s)}{v} = 4l \left( 1 - \frac{v_s}{v} \right)$$

로 짧아진다. (정지한 슬릿·스크린에서 관측되는 진동수는  $f' = v/\lambda' = f \cdot v/(v - v_s)$  로 높아지지만, 간섭 조건  $d \sin \theta = n\lambda'$  에 들어가는 것은 매질 속 파장  $\lambda'$  이다.) 음원이  $d$  에 비해 충분히 멀리 있어 두 슬릿에 도달하는 파면을 평면파로 볼 수 있으므로 공통 결과를 그대로 쓸 수 있고,

$$\Delta x' = \frac{\lambda' L}{d} = \frac{4lL}{d} \cdot \frac{v - v_s}{v} = \Delta x \cdot \frac{v - v_s}{v}$$

$v_s < v$  이므로  $\Delta x' < \Delta x$  이다. 즉 극대점 사이의 거리는  $(v - v_s)/v$  배로 **줄어든다**.



— 정지한 음원:  $\Delta x = 4L/d$     — 다가오는 음원 ( $v_s = 0.3v$ ):  $\Delta x' = 0.7 \Delta x$

예시 작도 —  $v_s = 0.3v$  인 경우. 파장이  $0.7\lambda$  로 짧아져 극대점 간격도  $0.7\Delta x$  로 줄어든다.

**답 2-3.** 정지해 있던 전자가 전압  $V$  로 가속되면 일-운동에너지 정리에 의해  $eV$  만큼의 운동에너지를 얻는다. 전자의 속력이 광속에 비해 작다고 보면( $eV \ll mc^2$ )

$$eV = \frac{1}{2}mu^2 = \frac{p^2}{2m} \rightarrow p = \sqrt{2meV}$$

이고, 드브로이 관계식  $\lambda = h/p$  로부터 전자의 물질파 파장은

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2meV}}$$

이다. 전자를 하나씩 통과시키면 스크린에는 매번 한 점만 찍히지만, 이를 무수히 반복하면 각 전자가 두 슬릿을 함께 지난 물질파의 확률분포가 쌓여 간섭무늬로 드러난다. 극대점의 위치는 파동일 때와 같은 조건  $d \sin \theta = n\lambda$  를 만족하므로

$$\Delta x = \frac{\lambda L}{d} = \frac{hL}{d\sqrt{2meV}}$$

가속 전압이 클수록 파장이 짧아져 무늬 간격은  $1/\sqrt{V}$  로 줄어든다. 예를 들어  $V = 100 \text{ V}$  이면  $\lambda \approx 1.2 \times 10^{-10} \text{ m}$  로 X선 정도의 파장이므로, 무늬를 관측하려면 슬릿 간격  $d$  도 그 정도로 작아야 한다.

**답 2-4.** 결정은 원자들이 일정한 간격으로 규칙적으로 배열된 구조이므로, 간격  $D$  로 나란히 놓인 원자면들이 3차원 회절격자 역할을 한다. 에너지가 모두 같은 전자선을 쏘면 전자의 드브로이 파장이  $\lambda = h/\sqrt{2meV}$  로 단일하게 정해진다. 이웃한 두 원자면에서 산란된 전자파의 경로차는 원자면과 이루는 각  $\theta$  에 대해  $2D \sin \theta$  이므로, 보강간섭이 일어나는 조건은 브래그 조건

$$2D \sin \theta = n\lambda \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

이다.

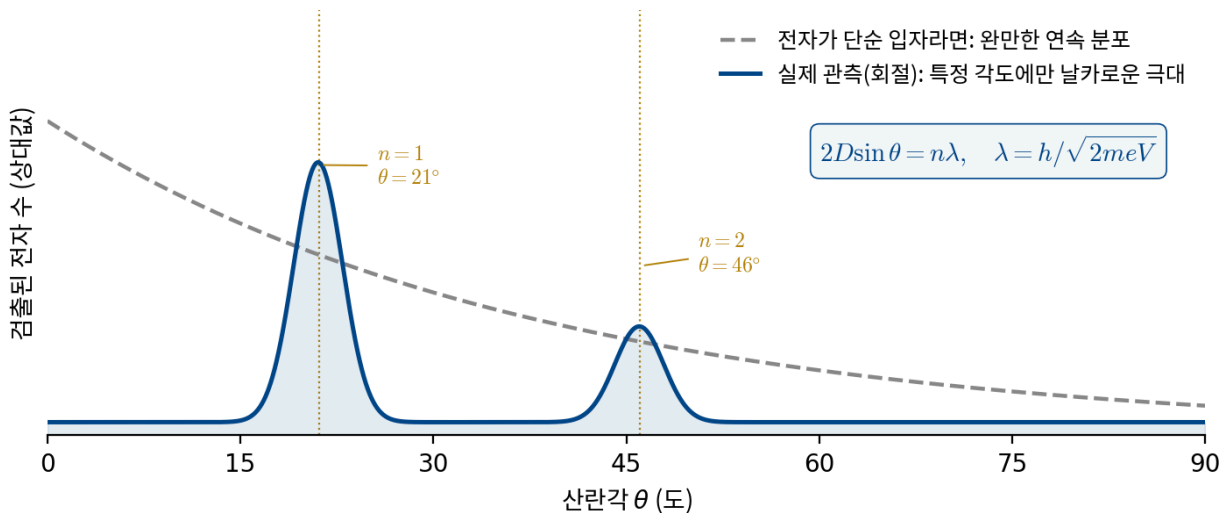
① **정성적 증거** — 전자가 단순한 입자라면 결정 원자와의 충돌로 튀어나오는 방향은 각도에 따라 완만하고 연속적으로 분포해야 한다. 그러나 실제로 각도별 전자 수를 세어 보면, 위 조건을 만족하는 특정 각도에서만 날카로운 극대가 나타나고 그 사이에서는 전자가 거의 검출되지 않는다. 이렇게 **불연속적인 회절 무늬**가 생기는 것은 전자들이 서로 보강·상쇄간섭을 한다는 뜻이며, 곧 전자가 파동성을 가짐을 보여 준다.

② **정량적 증거** — 관측된 극대 각도  $\theta$  와 X선 회절 등으로 이미 알고 있는 격자 간격  $D$  를 브래그 조건에 넣어 얻은 파장

$$\lambda = \frac{2D \sin \theta}{n}$$

이 드브로이 파장  $h/\sqrt{2meV}$  와 일치하면, 전자의 파동성이 수치적으로도 확인된다.

③ **추가 검증** — 가속 전압  $V$  를 바꾸면  $\lambda \propto 1/\sqrt{V}$  이므로 극대 각도는  $\sin \theta \propto 1/\sqrt{V}$  를 따라 이동해야 한다. 실제 실험이 이 관계를 만족하는지 확인하면 드브로이 관계식 자체를 검증할 수 있다. (전자선을 결정에 쏘아 회절 무늬를 처음 확인한 데이비슨-거머 실험이 이에 해당한다.)



예시 작도 —  $\lambda/2D = 0.36$  인 경우의 각도별 전자 수 분포. 입자 모형이 예측하는 완만한 연속 분포(회색 점선)와 달리, 브래그 조건을 만족하는 각도에만 날카로운 극대가 나타난다.

# 2019학년도 · 해설편

- 문제 1** 자기장 속 하전입자의 원운동과 벽면과의 반복 충돌  
**문제 2** 무한 퍼텐셜 우물 · 광전효과 · 이중 슬릿 간섭

- 
- 단원** 역학 · 전자기 · 파동·광학 · 현대물리  
**핵심 개념** 로런츠 힘과 등속 원운동, 전기장·자기장의 힘의 평형, 반발계수와 등비급수의 극한, 무한 퍼텐셜 우물의 에너지 양자화, 파울리 배타 원리, 광전효과, 전자의 이중 슬릿 간섭  
**문항 수** 2문항 (소문항 8개)

## II. 예시답안

### 문제 1 자기장 속 하전입자의 원운동과 벽면과의 반복 충돌

로런츠 힘 · 등속 원운동 · 등비급수의 극한

#### (1-1) 전기장 세기 $vB$ , 방향 $-x$ (전하의 부호와 무관)

자기장은 지면 밖( $+z$ ), 입자의 속도는  $+y$  이므로 로런츠 자기력은

$$\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B} = q(v\hat{y}) \times (B\hat{z}) = qvB\hat{x}$$

이다. 직진 조건은 알짜힘이 0, 즉  $q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B} = \vec{0}$  이다. 양변을  $q$  로 나누면  $q$  가 사라지므로

$$\vec{E} = -\vec{v} \times \vec{B} = -vB\hat{x}, \quad |\vec{E}| = vB, \quad \text{방향: } (-x)$$

로 전하의 부호와 무관하게 동일하다. 두 경우를 나누어 보면

- $q > 0$ : 자기력이  $+x$  방향(크기  $qvB$ ). 상쇄를 위해 전기력이  $-x$  방향이어야 하고  $\vec{F}_E = q\vec{E}$  에서  $q > 0$  이므로 전기장도  $-x$  방향, 크기  $vB$ .
- $q < 0$ : 자기력  $qvB\hat{x}$  는  $q < 0$  이므로 실제로  $-x$  방향(크기  $|q|vB$ ). 상쇄를 위해 전기력은  $+x$  방향이어야 하고,  $\vec{F}_E = q\vec{E}$  에서  $q < 0$  이므로 전기장은 다시  $-x$  방향, 크기  $vB$ .

즉 자기력의 방향은 전하의 부호에 따라 뒤집히지만 전기력의 방향도 함께 뒤집히므로, 상쇄에 필요한 전기장은 두 경우 모두 같다. (이것이 속도선택기의 원리이다.)

#### (1-2) $L_1 = 2mv/(qB)$ , $T_1 = \pi m/(qB)$

전기장이 없으면 속도에 수직한 자기력만 작용하므로 입자는 등속 원운동을 한다. 자기력이 구심력 역할을 하므로

$$qvB = \frac{mv^2}{r_0} \rightarrow r_0 = \frac{mv}{qB}, \quad \text{주기 } T = \frac{2\pi r_0}{v} = \frac{2\pi m}{qB}$$

이다. 입자는  $O$  에서  $+y$  로 출발하고 자기력이 처음에  $+x$ (원의 중심 방향)이므로 원의 중심은  $(r_0, 0)$  이다. 따라서 입자는 시계 방향으로 위쪽 반원을 그린 뒤  $(2r_0, 0)$  에서  $y = 0$  에 도달하며, 이때 속도가  $-y$  방향이어서 벽과 충돌한다. 걸린 시간은 주기의 절반이므로

$$L_1 = 2r_0 = \frac{2mv}{qB}, \quad T_1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{2\pi m}{qB} = \frac{\pi m}{qB}$$

- 초기 속도  $v \rightarrow 2v$ :  $r_0 \propto v$  이므로  $L_1$  은 **2배**.  $T_1 = \pi m/(qB)$  는  $v$  와 무관하여 **불변**.
- 질량  $m \rightarrow 2m$ :  $L_1 = 2mv/(qB)$  는 **2배**,  $T_1 = \pi m/(qB)$  도 **2배**.

$$(1-3) X_N = \frac{2mv}{qB} \cdot \frac{1-e^N}{1-e}, \quad T_N = N \frac{\pi m}{qB}, \quad X_\infty = \frac{2mv}{qB(1-e)}$$

첫 반원이 끝나는 순간(첫 충돌 직전) 속도는  $-y$  방향으로 크기  $v$  이고  $x$  성분은 0이다. 충돌에서  $x$  성분(=0)은 유지되고  $y$  성분의 크기는  $e$  배가 되므로, 충돌 직후 속도는  $+y$  방향으로 크기  $ev$  이다. 이때 자기력은 다시  $q(ev\hat{y}) \times (B\hat{z}) = qevB\hat{x}$ , 즉  $+x$  방향이다. 따라서 매 충돌 후의 운동은 **처음과 똑같은 모양의 위쪽 반원**이며, 진행 방향도 항상  $+x$  로 같다.

$k$  번째 충돌 직후의 속력은  $ve^k$  이므로 그 반원의 반지름은

$$r_k = \frac{m(ve^k)}{qB} = r_0 e^k, \quad r_0 = \frac{mv}{qB}$$

이고, 그 반원에서  $x$  방향으로 지름  $2r_0 e^k$  만큼 전진한다. 한편 원운동의 주기  $2\pi m/(qB)$  는 속력과 무관하므로 각 반원의 소요 시간은  $\pi m/(qB)$  로 항상 같다.  $N$  번 충돌할 때까지는 반원이  $N$  개( $k=0, 1, \dots, N-1$ ) 그려지므로, 첫째항  $2r_0$  · 공비  $e$  인 등비수열의 합으로

$$X_N = 2r_0(1 + e + e^2 + \dots + e^{N-1}) = 2r_0 \cdot \frac{1-e^N}{1-e} = \frac{2mv}{qB} \cdot \frac{1-e^N}{1-e},$$

$$T_N = N \cdot \frac{\pi m}{qB}.$$

$0 < e < 1$  이므로  $N \rightarrow \infty$  에서  $e^N \rightarrow 0$  이고, 따라서 극한값은

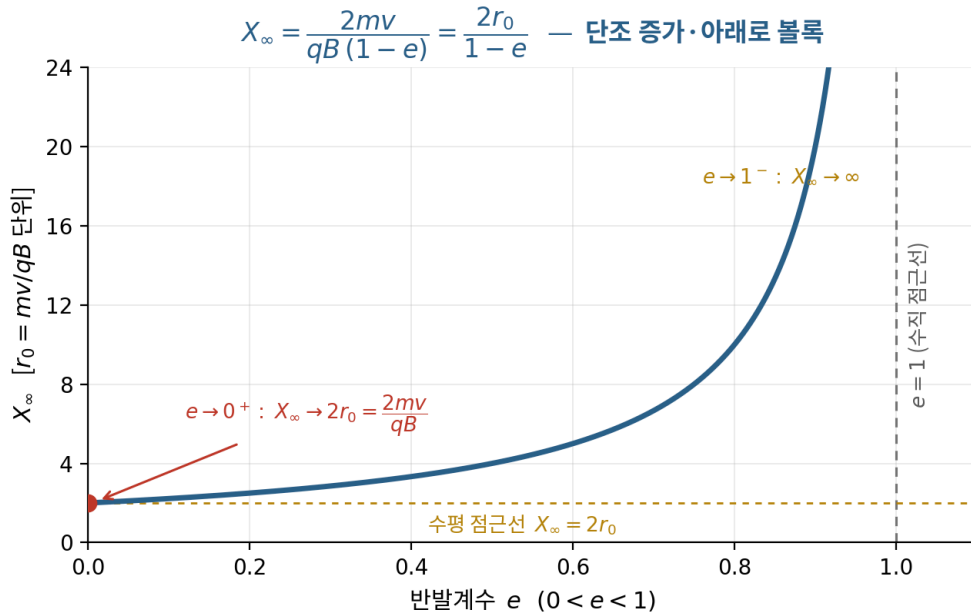
$$X_\infty = \lim_{N \rightarrow \infty} X_N = \frac{2r_0}{1-e} = \frac{2mv}{qB(1-e)}$$

(참고: 같은 시간 극한에서  $T_N = N\pi m/(qB) \rightarrow \infty$  로 발산한다. 즉 이동 거리는 유한한 값에 수렴하지만 그 위치에 도달하는 데 걸리는 시간은 무한하다.)

$X_\infty(e)$  의 그래프와 개형 —  $X_\infty = 2r_0/(1-e)$  를  $e$  로 미분하면

$$\frac{dX_\infty}{de} = \frac{2r_0}{(1-e)^2} > 0, \quad \frac{d^2X_\infty}{de^2} = \frac{4r_0}{(1-e)^3} > 0 \quad (0 < e < 1)$$

이므로  $X_\infty$  는  $e$  에 대해 **단조 증가하며 아래로 볼록한** 쌍곡선 꼴이다.  $e=1$  이 수직 점근선,  $X_\infty = 2r_0$  가 ( $e \rightarrow 0$  쪽의) 수평 점근선이다.

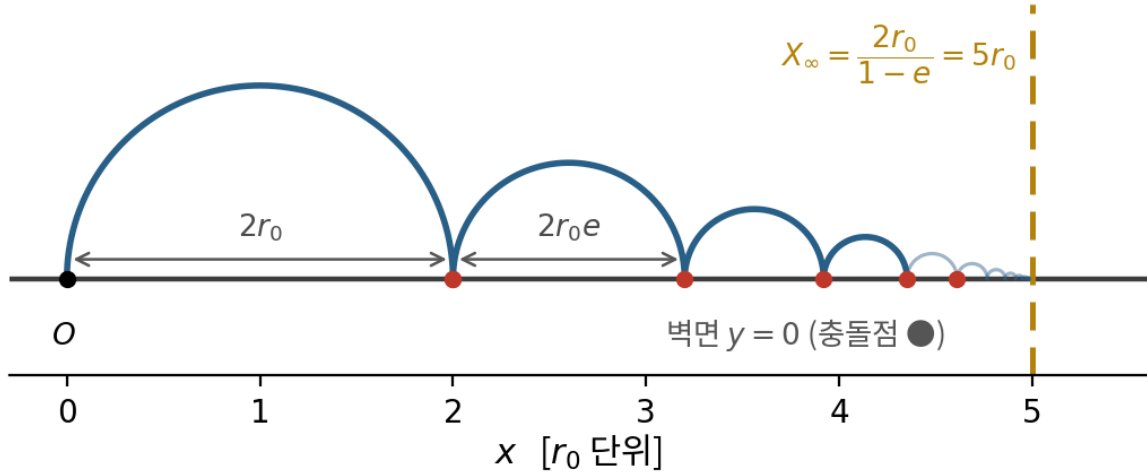


예시 작도 —  $X_\infty = 2mv/(qB(1-e)) = 2r_0/(1-e)$  를  $0 < e < 1$  에서  $e$  에 대해 그린 그래프 ( $r_0 = mv/qB$  단위)

**양 끝에서의 거동** — 두 극한은 입자의 운동으로 다음과 같이 해석된다.

- $e \rightarrow 0$ :  $X_\infty \rightarrow 2r_0 = 2mv/(qB)$ , 즉  $L_1$  과 같다. 첫 충돌에서  $y$  방향 속력이 즉시 0이 되어 두 번째 반원의 반지름이 0이 되므로, 입자는 첫 충돌 지점  $(2r_0, 0)$  에 그대로 붙어 더 이상 전진하지 못한다. 총 이동 거리는 **반원 하나의 지름**에 해당한다.
- $e \rightarrow 1$ :  $X_\infty \rightarrow \infty$ . 완전탄성충돌에 가까워져 속력이 거의 그대로 유지되므로 반지름이 줄지 않고, 매번 같은 지름  $2r_0$  만큼 무한히 전진한다. 등비급수의 공비가 1에 이르러 급수가 수렴하지 않고 **발산**한다.

**$e = 0.6$  :  $k$ 번째 충돌 후 반지름  $r_0 e^k$  의 반원 — 지름  $2r_0 e^k$  씩  $+x$  로 전진**



예시 작도 —  $e = 0.6$  일 때 반지름  $r_0 e^k$  인 반원이 이어지며  $x$  좌표가  $X_\infty = 2r_0/(1 - e) = 5r_0$  에 수렴하는 모습

$$(1-4) B = \frac{2mv(1 - e^n)}{qL(1 - e)}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

입자가  $y = 0$  인 지점에 오는 것은 충돌하는 순간뿐이고,  $n$  번째 충돌 지점의  $x$  좌표는 (1-3)의 결과에서

$$X_n = \frac{2mv}{qB} \cdot \frac{1 - e^n}{1 - e}$$

이다.  $x = L$ ,  $y = 0$  에 정확히 도달하려면 어떤 양의 정수  $n$  에 대해  $X_n = L$  이어야 하므로

$$\frac{2mv}{qB} \cdot \frac{1 - e^n}{1 - e} = L \Rightarrow B = \frac{2mv(1 - e^n)}{qL(1 - e)}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

즉 자기장은 위 식을 만족하는 **이산적인 값들 중 하나**여야 한다. ( $n$  이 커질수록  $B$  도 커지고,  $n \rightarrow \infty$  에서  $B \rightarrow 2mv/(qL(1 - e))$  에 수렴한다.)

**$e = 1$  인 경우** — 충돌해도 속력이 줄지 않아 모든 반원의 지름이  $2r_0$  로 같다. 실제로

$$\lim_{e \rightarrow 1} \frac{1 - e^n}{1 - e} = \lim_{e \rightarrow 1} (1 + e + \dots + e^{n-1}) = n$$

이므로  $X_n = 2nr_0 = 2nmv/(qB) = L$  에서

$$B = \frac{2nmv}{qL}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

즉 반지름이  $r_0 = L/(2n)$  이 되도록, 다시 말해 지름  $2r_0$  가  $L$  을 정수 등분하도록 자기장을 잡으면 된다.

**문제 2 무한 퍼텐셜 우물 · 광전효과 · 이중 슬릿 간섭**

에너지 양자화 · 배타 원리 · 광전효과 · 물질파

**(2-1)  $E_6 = 3.6 \text{ eV}$**

폭  $L$  인 1차원 무한 퍼텐셜 우물에서는 양 끝이 마디가 되어  $L = n\lambda_n/2$  의 정상파만 허용되고, 이로부터 에너지 준위는

$$E_n = \frac{p_n^2}{2m} = \frac{h^2}{2m\lambda_n^2} = \frac{n^2 h^2}{8mL^2} = n^2 E_0 = 0.1n^2 \text{ eV} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

로  $n^2$  에 비례한다. 파울리 배타 원리에 따라 각 준위에는 스핀 양자수가  $+\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$  인 전자가 최대 2개까지 들어간다. 전체 에너지가 최소가 되도록 낮은 준위부터 채우면  $n = 1 \sim 5$  에 각 2개씩 총 10개가 들어가고, 11번째 전자는  $n = 6$  에 들어간다. 따라서 마지막 전자가 들어가는 준위의 에너지는

$$E_6 = 0.1 \times 6^2 = 3.6 \text{ eV}$$

**(2-2) 1.1 eV 와 1.3 eV**

(2-1)에서 채워진 상태는  $n = 1 \sim 5$  (각 2개, 가득)와  $n = 6$  (전자 1개, 빈자리 1개)이다. 흡수는 전자가 있는 준위  $i$  에서 빈자리가 있는 준위  $f$  로 전이하는 경우에만 가능하고(파울리 배타 원리), 그 에너지는

$$\Delta E = E_f - E_i = 0.1(f^2 - i^2) \text{ eV}$$

이다. 빈자리가 있는 준위는  $n = 6$  (1자리)과  $n \geq 7$  (모두 비어 있음)이며, 입사광의 에너지는  $1.0 \sim 1.5 \text{ eV}$  구간에만 존재한다. 가능한 전이를 모두 따져 보면

$f = 6$  으로의 전이:  $i = 5, 4, 3, 2, 1$  에 대해  $\Delta E = 1.1, 2.0, 2.7, 3.2, 3.5 \text{ eV}$

$f = 7$  로의 전이:  $i = 6, 5, \dots$  에 대해  $\Delta E = 1.3, 2.4, \dots \text{ eV}$

$f \geq 8$  로의 전이: 가장 작은 것이  $i = 6 \rightarrow f = 8$  의  $\Delta E = 2.8 \text{ eV}$

이므로  $1.0 \sim 1.5 \text{ eV}$  안에 들어오는 것은

$$i = 5 \rightarrow f = 6: \Delta E = 0.1(36 - 25) = 1.1 \text{ eV},$$

$$i = 6 \rightarrow f = 7: \Delta E = 0.1(49 - 36) = 1.3 \text{ eV}$$

두 가지뿐이다. 자발 방출에서는 전자가 원래 준위로 되돌아오며 흡수한 것과 같은 에너지의 광자를 내보내므로

상자에서 나올 수 있는 빛의 에너지 =  $1.1 \text{ eV}, 1.3 \text{ eV}$

**(2-3) 광전자의 운동 에너지 = 0.1 eV**

광전효과는 광자 1개의 에너지가 일함수  $W$  보다 클 때만 일어나며(빛의 세기와 무관), 방출된 광전자의 최대 운동 에너지는  $E_k = hf - W$  이다.  $W = 1.2 \text{ eV}$  이므로 (2-2)에서 얻은 두 광자에 대해

$$1.1 \text{ eV} < 1.2 \text{ eV} \rightarrow \text{광전자 방출 없음},$$

$$1.3 \text{ eV} > 1.2 \text{ eV} \rightarrow E_k = 1.3 - 1.2 = 0.1 \text{ eV}$$

이다. 즉  $1.1 \text{ eV}$  빛은 아무리 세게 쬔여도 전자를 방출시키지 못하고,  $1.3 \text{ eV}$  빛만 광전자를 만든다.

$$E_k = 0.1 \text{ eV}$$

(2-4) 확률분포(간섭무늬) → 한 점 → 간섭무늬의 추적

(2-3)에서 나온 광전자의 운동 에너지는  $E_k = 0.1 \text{ eV}$  이므로 운동량은  $p = \sqrt{2mE_k}$  이고, 드브로이 파장은

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2mE_k}} = \frac{6.63 \times 10^{-34}}{\sqrt{2(9.11 \times 10^{-31})(0.1 \times 1.60 \times 10^{-19})}} \approx 3.9 \times 10^{-9} \text{ m} = 3.9 \text{ nm}$$

이다. 이 물질파가 간격  $d$  의 이중 슬릿을 지난다.

- (a) **확률분포** — 전자 하나의 파동함수가 두 슬릿을 동시에 지나 스크린에서 중첩되므로, 확률밀도  $|\psi|^2$  는 이중 슬릿 간섭무늬의 모양이 된다. 두 경로의 경로차가  $d \sin \theta$  이므로  $d \sin \theta = k\lambda$  인 곳에서 보강간섭(확률 최대),  $d \sin \theta = (k + \frac{1}{2})\lambda$  인 곳에서 상쇄간섭(확률 0)이 되어, 스크린의  $x$  축을 따라  $\cos^2(\pi dx/\lambda L)$  꼴로 진동한다. 슬릿이  $x$  방향으로 나열되어 있으므로 무늬는  $y$  방향으로는 균일하고  $x$  방향으로만 변한다.  $L \gg d$  이므로  $\sin \theta \approx \tan \theta = x/L$  를 써서 밝은 무늬의 간격은  $\Delta x \approx \lambda L/d$  이다.
- (b) **전자 한 개** — 스크린의 한 점에 국소적으로(입자로서) 검출된다. 어느 점에 도달할지는 미리 알 수 없고, (a)의 확률분포를 따르는 무작위한 하나의 점으로 나타난다. 즉 전자 한 개만으로는 간섭무늬가 보이지 않는다.
- (c) **무수히 반복** — 한 번에 하나씩 보내더라도 개별 전자들이 남긴 점이 쌓이면서 (a)의 확률분포와 같은 간섭무늬(간격  $\Delta x \approx \lambda L/d$  의 밝고 어두운 줄무늬)가 스크린에 드러난다. 이는 전자가 서로 간섭한 것이 아니라 전자 하나하나가 파동성을 가진다는 것, 즉 입자·파동의 이중성을 보여준다.



## 2018학년도 · 해설편

- 문제 1**      뮤온과 표준모형 · 2차원 탄성충돌에 의한 에너지 손실  
**문제 2**      유전체가 이동하는 축전기를 포함한 RLC 직렬회로

- 
- 단원**           역학 · 전자기 · 현대물리  
**핵심 개념**   표준모형의 기본입자와 기본 상호작용, 뮤온의 붕괴, 2차원 탄성충돌과 최대 에너지 전달, 중성자 감속재, 평행판 축전기의 유전율, RLC 직렬회로의 공진, 변압기와 다이오드 정류·평활 회로  
**문항 수**       2문항 (소문항 10개)

## II. 예시답안

### 문제 1    뮤온과 표준모형 · 2차원 탄성충돌에 의한 에너지 손실

표준모형 · 탄성충돌 · 감속제

#### (1-1) 물질입자 12종(쿼크 6 + 렙톤 6)과 매개입자, 그리고 세 가지 기본 상호작용

##### ① 물질을 이루는 기본입자(페르미온, 스핀 1/2) — 3세대로 반복

|    | 1세대          | 2세대              | 3세대                |
|----|--------------|------------------|--------------------|
| 쿼크 | $u, d$       | $c, s$           | $t, b$             |
| 렙톤 | $e^-, \nu_e$ | $\mu^-, \nu_\mu$ | $\tau^-, \nu_\tau$ |

쿼크는 분수 전하( $+2/3e$  또는  $-1/3e$ )를 가지며 색전하를 띠어 강한 상호작용에 참여하고, 렙톤은 색전하가 없어 강한 상호작용을 하지 않는다. 각 입자마다 반입자가 존재한다. **뮤온  $\mu^-$  는 2세대의 하전 렙톤**으로, 전자와 전하·스핀이 같고 질량만 약 200배 크다.

##### ② 힘을 매개하는 기본입자(게이지 보손, 스핀 1)와 힉스 보손

광자  $\gamma$  (전자기력), 글루온  $g$  (강한 상호작용),  $W^\pm$  와  $Z^0$  (약한 상호작용), 그리고 입자에 질량을 부여하는 힉스 보손  $H$  (스핀 0).

##### ③ 기본 상호작용

자연의 기본 상호작용은 **강한 상호작용, 전자기 상호작용, 약한 상호작용, 중력**의 네 가지이며, 표준모형은 이 가운데 앞의 세 가지만 기술한다(중력은 아직 표준모형에 포함되어 있지 않다). 강한 상호작용은 쿼크를 묶어 양성자·중성자를 만들고 원자핵을 결합시키며, 전자기 상호작용은 전하를 띤 입자 사이에, 약한 상호작용은 입자의 종류(플레이버)를 바꾸는 붕괴에 작용한다.

#### (1-2) 약한 상호작용

뮤온의 붕괴는

$$\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu$$

로 일어난다. 이 과정에서 뮤온은  $W^-$  보손을 방출하며 뮤온 중성미자  $\nu_\mu$  로 바뀌고,  $W^-$  는 곧바로  $e^-$  와  $\bar{\nu}_e$  로 붕괴한다. 즉  **$W$  보손이 매개하는 약한 상호작용**이다.

강한 상호작용은 색전하가 없는 렙톤에는 작용하지 않고, 전자기 상호작용은 입자의 종류를 바꾸지 못한다(광자는 플레이버를 보존한다). 뮤온을 전자와 중성미자로 **바꾸는**, 즉 렙톤의 세대(플레이버)를 변화시키는 상호작용은 약한 상호작용 뿐이다. 약한 상호작용은 매개입자  $W, Z$  의 질량이 매우 커서 도달 거리가 짧고 세기가 약하며, 그 때문에 뮤온의 수명이  $2.2 \times 10^{-6}$  초로 상대적으로 길다.

(1-3)  $\Delta K = \frac{1}{2}M(V^2 - V_A^2)$ , 최댓값은  $\frac{1}{2}MV^2$  ( $m = M$  인 정면충돌)

충돌 후  $A, B$  의 속력을 각각  $V_A, v_B$  라 하면 운동량 보존과 운동에너지 보존은

$$MV = MV_A \cos \alpha + mv_B \cos \beta, \quad 0 = MV_A \sin \alpha - mv_B \sin \beta$$

$$\frac{1}{2}MV^2 = \frac{1}{2}MV_A^2 + \frac{1}{2}mv_B^2$$

이다. 앞의 두 식을 각각 제곱하여 더하면  $\beta$  가 소거되어

$$m^2 v_B^2 = M^2 (V^2 - 2VV_A \cos \alpha + V_A^2)$$

이고, 에너지 보존식에서  $mv_B^2 = M(V^2 - V_A^2)$  이므로 이를 대입하면

$$m(V^2 - V_A^2) = M(V^2 - 2VV_A \cos \alpha + V_A^2)$$

$$\rightarrow (M + m)V_A^2 - 2MV \cos \alpha \cdot V_A + (M - m)V^2 = 0$$

$$V_A = \frac{M \cos \alpha \pm \sqrt{m^2 - M^2 \sin^2 \alpha}}{M + m} V, \quad \Delta K = \frac{1}{2}M(V^2 - V_A^2)$$

정리하면  $\Delta K$  는 다음과 같이 쓸 수도 있다.

$$\Delta K = \frac{M^2 V^2}{(M + m)^2} (m + M \sin^2 \alpha \mp \cos \alpha \sqrt{m^2 - M^2 \sin^2 \alpha})$$

**산란각의 제한** — 근호 안이 음수가 아니어야 하므로  $m \geq M \sin \alpha$  가 성립해야 한다. 즉  $M > m$  (무거운 입자가 가벼운 입자를 때리는 경우)이면 산란각이  $\alpha \leq \arcsin(m/M)$  로 제한되며, 이 범위에서 두 부호 모두 물리적인 해이다. 반대로  $M \leq m$  이면  $\alpha$  는 0 부터  $\pi$  까지 자유롭게  $V_A > 0$  을 주는 + 부호의 해만 남는다.

**최댓값** —  $\Delta K = 1/2M(V^2 - V_A^2)$  는  $V_A$  가 작을수록 커지며,  $A$  가 잃을 수 있는 에너지는 처음 운동에너지를 넘을 수 없으므로  $\Delta K \leq 1/2MV^2$  이다. 등호는  $V_A = 0$ , 즉  $V_A$  에 대한 이차방정식의 상수항  $(M - m)V^2$  이 0이 되는  $m = M$  일 때 성립한다. 실제로 정면충돌( $\alpha = 0$ , 따라서  $\beta = 0$ )에서는  $|V_A| = |M - m| V / (M + m)$  이므로

$$\frac{\Delta K}{\frac{1}{2}MV^2} = 1 - \left( \frac{M - m}{M + m} \right)^2 = \frac{4Mm}{(M + m)^2} \leq 1$$

이고, 산술·기하평균 부등식  $(M + m)^2 \geq 4Mm$  에서 등호는  $m = M$  일 때만 성립한다.

$$\Delta K_{\max} = \frac{1}{2}MV^2 \quad (m = M \text{ 인 정면충돌})$$

이때  $A$  는 완전히 정지하고  $B$  가  $A$  의 운동에너지를 모두 가져간다.

(1-4) 약 2%

뮤온을  $M = 200m_e$ , 정지한 전자를  $m = m_e$  로 두고 1-3에서 얻은 최대 에너지 전달률 공식을 쓰면

$$\frac{\Delta K}{K} \Big|_{\max} = \frac{4Mm}{(M+m)^2} = \frac{4 \cdot 200m_e \cdot m_e}{(201m_e)^2} = \frac{800}{40401} \approx 0.0198$$

한 번의 탄성 충돌에서 뮤온이 잃는 운동에너지는 최대 약 2% 이다.

즉 뮤온은 자기보다 200배 가벼운 전자와 부딪혀서는 한 번에 거의 에너지를 잃지 못하며, 수십~수백 번의 충돌을 겪어야 비로소 상당한 에너지를 잃는다. 이것이 뮤온이 물질을 깊이 관통하여 지표면까지 도달할 수 있는 이유 가운데 하나이다. (질량비가 클수록 전달률이 작아지는 것은 무거운 공이 가벼운 공을 튕겨내도 거의 그대로 진행하는 것과 같다.)

(1-5) 감속재 원자핵과의 반복적인 탄성 충돌 — 가벼운 원자핵일수록 효율적 (중수  $D_2O$ , 흑연, 경수  $H_2O$ )

**감속 과정** — 핵분열에서 나오는 고속 중성자(약 2 MeV)는 전하가 없어 전자와는 거의 상호작용하지 않고 **감속재의 원자핵과 탄성 충돌**을 반복하면서 운동에너지를 원자핵의 되튐 운동에너지로 넘겨준다. 여러 번의 충돌을 거쳐 결국 감속재 원자들과 열평형에 이르는 열중성자(약 0.025 eV)가 되고, 이때  $^{235}U$ 의 핵분열 단면적이 매우 커지므로 연쇄 반응이 유지된다.

**효율적인 물질** — 1-3의 결과에서 한 번의 정면충돌로 전달되는 에너지의 비율은

$$\frac{4Mm}{(M+m)^2}$$

이고 이는 감속재 원자핵의 질량  $m$  이 중성자 질량  $M$  과 같을 때 최대(=1)가 된다. 따라서 **가벼운 원자핵**을 가진 물질이 유리하다.

- **수소( $^1H$ )**: 질량이 중성자와 거의 같아 한 번의 정면충돌로 에너지를 모두 넘겨줄 수 있어 감속 능력이 가장 크다. 다만  $^1H$  는 중성자를 흡수( $n + p \rightarrow d + \gamma$ )하는 성질이 있어, 경수로에서는 농축 우라늄을 함께 써야 한다. → **경수( $H_2O$ )**
- **중수소( $^2H$ )**: 질량이 중성자의 약 2배로 감속 능력은 수소보다 조금 떨어지지만 중성자 흡수가 매우 적어 천연 우라늄으로도 임계에 도달할 수 있다. → **중수( $D_2O$ )**
- **탄소( $^{12}C$ )**: 질량이 12배라 한 번에 최대  $4 \cdot 12/13^2 \approx 28\%$  만 전달하므로 충돌 횟수는 많이 필요하지만, 흡수가 적고 값이 싸며 고온에 강하다. → **흑연**
- 납·우라늄처럼 무거운 원자핵은  $4Mm/(M+m)^2$  가 매우 작아 거의 감속되지 않고 튕겨 나오기만 하므로 감속재로 부적합하다.

**문제 2** 유전체가 이동하는 축전기를 포함한 RLC 직렬회로

전기용량 · 공진 · 변압기와 정류

$$(2-1) C_1 = \frac{\varepsilon A}{d}, C_2 = \frac{2\varepsilon A}{d}$$

극판 넓이  $A$ , 간격  $d$  인 평행판 축전기의 전기 용량은 극판 사이를 유전율  $\varepsilon'$  인 유전체가 가득 채울 때  $C = \varepsilon' A/d$  이다. 유전체 한 마디가 극판 사이를 완전히 채우고 있으므로

$$C_1 = \frac{\varepsilon A}{d}, C_2 = \frac{(2\varepsilon)A}{d} = \frac{2\varepsilon A}{d} = 2C_1$$

즉  $2\varepsilon$  마디가 들어와 있을 때의 전기 용량은  $\varepsilon$  마디일 때의 정확히 2배이다.

$$(2-2) \text{ 공진 주파수 } f_1 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{d}{L\varepsilon A}}, f_2 = \frac{f_1}{\sqrt{2}}, \text{ 최댓값은 모두 } I_0 = V_0/R$$

RLC 직렬회로에서 유도 리액턴스와 용량 리액턴스는  $X_L = 2\pi fL$ ,  $X_C = 1/(2\pi fC)$  이고 임피던스는  $Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$  이므로

$$I_0(f) = \frac{V_0}{\sqrt{R^2 + \left(2\pi fL - \frac{1}{2\pi fC}\right)^2}}$$

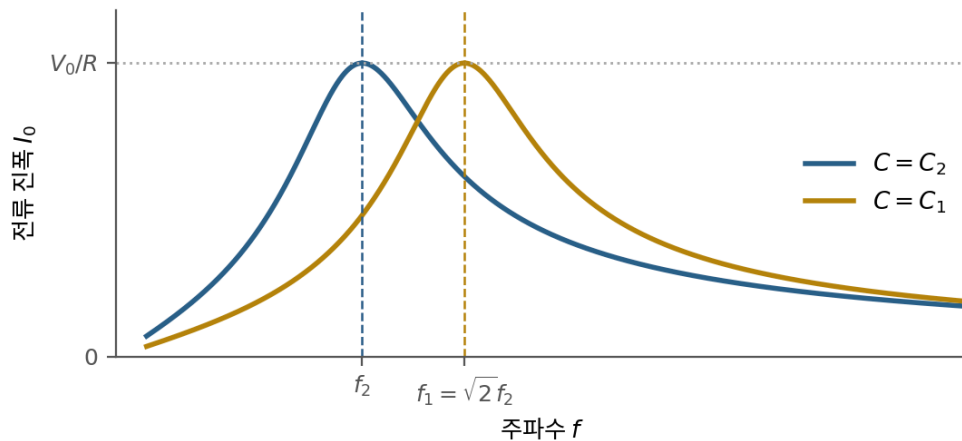
이다. 이 값은  $X_L = X_C$  일 때, 즉  $Z = R$  로 최소가 될 때 최대가 된다(공진).

$$2\pi fL = \frac{1}{2\pi fC} \rightarrow f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}, I_{0,\max} = \frac{V_0}{R}$$

$$f_1 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_1}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{d}{L\varepsilon A}}, f_2 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_2}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{d}{2L\varepsilon A}} = \frac{f_1}{\sqrt{2}}$$

두 경우 모두 공진에서  $I_0$  의 최댓값은  $V_0/R$  로 같다.

$C_2 = 2C_1$  이므로  $f \propto 1/\sqrt{C}$  에 의해  $C_2$  쪽의 공진 주파수가  $1/\sqrt{2}$  배로 낮아진다. 공진점의 높이는  $C$  와 무관하게  $V_0/R$  로 같고, 공진에서 멀어지면  $I_0$  는 급격히 작아진다.



예시 작도 -  $I_0(f) = V_0/\sqrt{R^2 + (2\pi fL - 1/2\pi fC)^2}$ , 두 공진 곡선

(2-3) 주파수는  $f_2$  로 일정하고, 진폭만 1초마다 두 값 사이에서 계단처럼 바뀐다

전원의 주파수는  $f_2$  로 고정되어 있으므로 파형의 주기는 변하지 않고, 극판 사이에 있는 마디의 유전율에 따라 **진폭  $I_0$**  만 달라진다.

- $2\varepsilon$  마디일 때 ( $C = C_2$ ): 정확히 공진 상태이므로  $Z = R$ , 진폭은 최대  $I_0 = V_0/R$ .
- $\varepsilon$  마디일 때 ( $C = C_1 = C_2/2$ ): 공진에서 벗어난다.  $\omega_2 = 2\pi f_2 = 1/\sqrt{LC_2}$  이므로

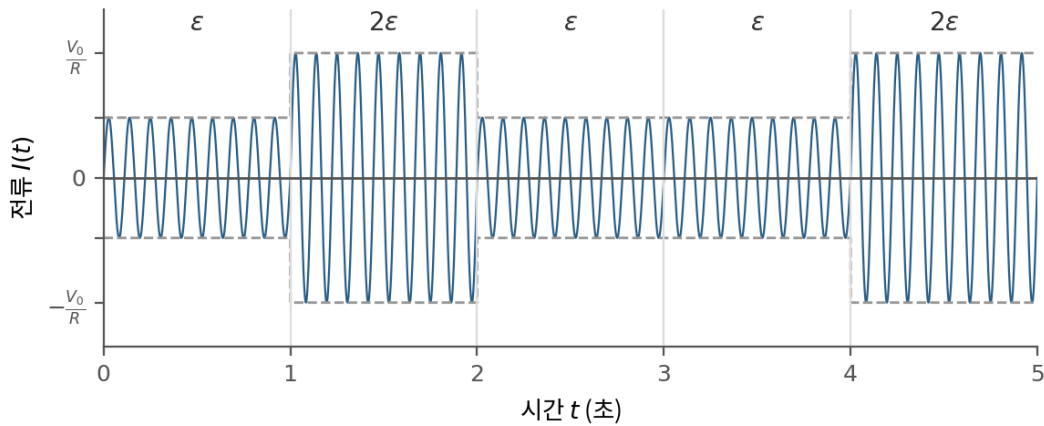
$$X_L = \omega_2 L = \sqrt{\frac{L}{C_2}}, \quad X_C = \frac{1}{\omega_2 C_1} = \frac{2}{\omega_2 C_2} = 2\sqrt{\frac{L}{C_2}}$$

$$\rightarrow |X_L - X_C| = \sqrt{\frac{L}{C_2}}, \quad I_{0'} = \frac{V_0}{\sqrt{R^2 + \frac{L}{C_2}}} = \frac{V_0}{\sqrt{R^2 + \frac{Ld}{2\varepsilon A}}} < \frac{V_0}{R}$$

[그림 4]에서 축전기는 고정되어 있고 유전체가  $+x$  로 움직이므로, 극판 사이를 지나가는 마디는 배열의 오른쪽 끝에서부터 차례로  $\varepsilon \rightarrow 2\varepsilon \rightarrow \varepsilon \rightarrow \varepsilon \rightarrow 2\varepsilon$  이다. 따라서

| 시간 구간   | 마디             | 전기 용량 | 전류의 진폭 $I_0$                  |
|---------|----------------|-------|-------------------------------|
| 0 ~ 1 초 | $\varepsilon$  | $C_1$ | $V_0/\sqrt{R^2 + L/C_2}$ (작음) |
| 1 ~ 2 초 | $2\varepsilon$ | $C_2$ | $V_0/R$ (최대, 공진)              |
| 2 ~ 3 초 | $\varepsilon$  | $C_1$ | $V_0/\sqrt{R^2 + L/C_2}$ (작음) |
| 3 ~ 4 초 | $\varepsilon$  | $C_1$ | $V_0/\sqrt{R^2 + L/C_2}$ (작음) |
| 4 ~ 5 초 | $2\varepsilon$ | $C_2$ | $V_0/R$ (최대, 공진)              |

$f_2 \gg 1 \text{ Hz}$  이므로 1초 구간마다 수많은 진동이 들어 있고, 그래프는 진폭이 1초마다 사각형 포락선처럼 급격히 바뀌는 모양이 된다.



예시 작도 —  $I(t) = I_0 \sin(2\pi f_2 t)$ , 회색 파선은 진폭의 포락선

**(2-4)  $V_2(t) = V_1(t)$  — 2-3의 전류와 완전히 같은 모양의 진폭 변화**

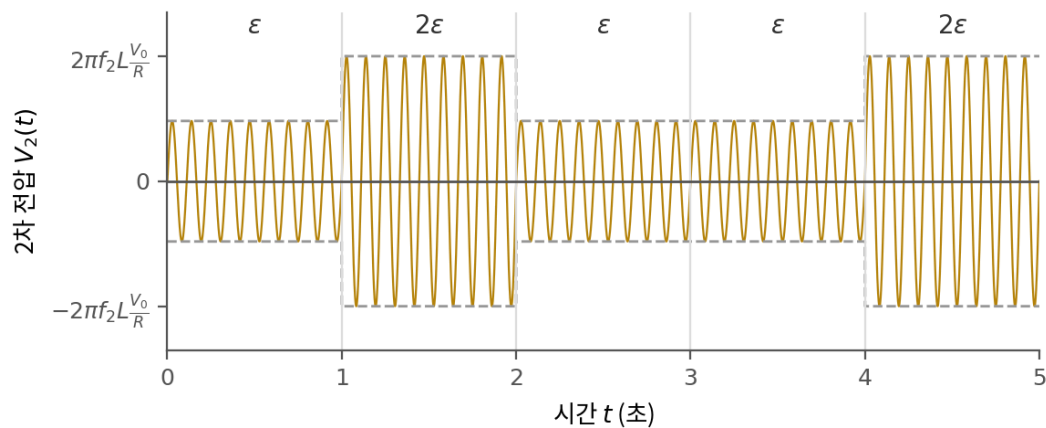
연철심으로 자기력선이 모두 이어지고 2차 코일의 감은 수가 1차 코일과 **같으므로**, 변압기의 원리  $V_2/V_1 = N_2/N_1 = 1$ 에 의해

$$V_2(t) = V_1(t) = 2\pi f_2 L I_0 \sin(2\pi f_2 t)$$

이다. 여기서  $2\pi f_2 L$  은 시간에 무관한 상수이므로 **2차 전압의 진폭  $V_2 = 2\pi f_2 L I_0$  는 전류의 진폭  $I_0$  에 정비례한다.** 따라서 2-3에서 구한 것과 똑같은 시간 구조가 그대로 나타난다.

$$V_{2,2\varepsilon} = 2\pi f_2 L \cdot \frac{V_0}{R} \quad (1 \sim 2, 4 \sim 5 \text{ 초})$$

$$V_{2,\varepsilon} = 2\pi f_2 L \cdot \frac{V_0}{\sqrt{R^2 + L/C_2}} \quad (0 \sim 1, 2 \sim 3, 3 \sim 4 \text{ 초})$$



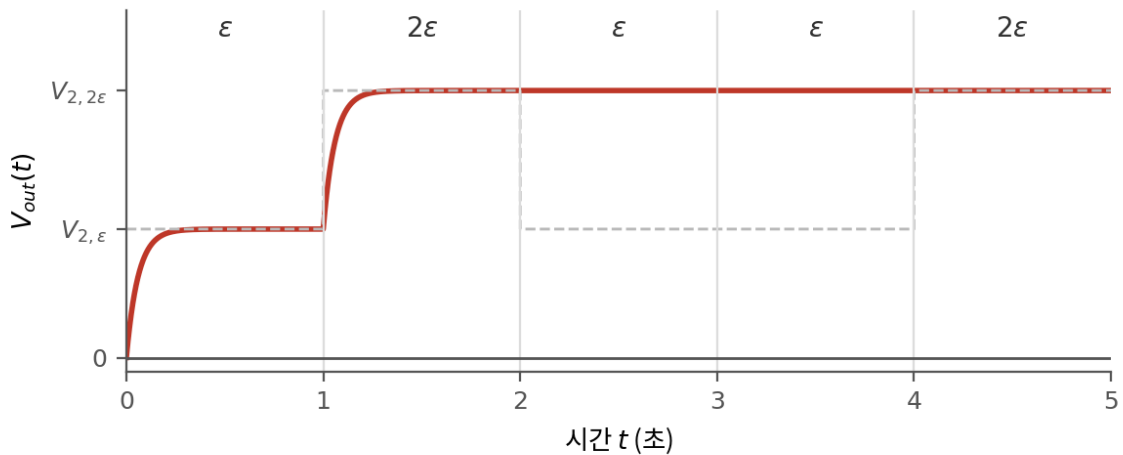
예시 작도 —  $V_2(t) = 2\pi f_2 L I_0 \sin(2\pi f_2 t)$ , 진폭이  $I_0$  를 그대로 따라간다

(2-5) 첨두값 검출(peak detector) — 지금까지의 최대 진폭에서 멈추는 계단 모양의 단조 증가 그래프

다이오드는 한쪽 방향으로만 전류를 통과시키므로  $V_2(t)$  의 양(+) 반주기에만  $C'$  이 충전된다. 축전기  $C'$  에 병렬로 연결된 부하(저항)가 없으므로 **한 번 충전된 전하가 빠져나갈 길이 없고**, 다이오드는  $V_2 < V_{out}$  인 동안 역방향 바이어스가 되어 완전히 차단된다. 따라서  $V_{out}$  은 결코 감소하지 않고, 그때까지 나타난  $V_2$  의 **최대 진폭**을 유지한다.

- **0 ~ 1 초:**  $V_2$ 의 진폭이  $V_{2,\epsilon}$ 이다.  $C'$ 이 몇 주기 만에 빠르게 충전되어 ( $1/f_2 \ll 1$  초)  $V_{out} \approx V_{2,\epsilon}$ 에서 평평해진다.
- **1 ~ 2 초:** 공진이 되어  $V_2$ 의 진폭이  $V_{2,2\epsilon}$ 으로 커진다.  $V_2 > V_{out}$ 인 동안 다이오드가 다시 도통하여  $C'$ 이 추가로 충전되고  $V_{out}$ 은  $V_{2,2\epsilon}$ 까지 계단처럼 뛰어오른다.
- **2 ~ 4 초:**  $V_2$ 의 진폭이 다시 작아지지만  $V_2 < V_{out}$ 이므로 다이오드가 차단되고, 방전 경로가 없으므로  $V_{out}$ 은  $V_{2,2\epsilon}$ 을 그대로 유지한다.
- **4 ~ 5 초:** 다시 공진이지만  $C'$ 은 이미  $V_{2,2\epsilon}$ 까지 충전되어 있으므로  $V_{out}$ 은 변하지 않는다.

$V_{out}(t)$ 는  $t = 0$  부근에서  $V_{2,\epsilon}$ 까지 빠르게 오른 뒤 평평해지고,  $t = 1$  초에서  $V_{2,2\epsilon}$ 으로 한 계단 뛰어오른 다음 5초까지 그 값을 유지한다.



예시 작도 — 회색 파선은  $V_2$ 의 진폭, 붉은 실선이  $V_{out}(t)$

만약  $C'$ 에 부하 저항이 연결되어 있다면  $V_{out}$ 은 각 반주기 사이에 조금씩 방전하여 작은 리플을 가지며, 진폭이 줄어드는 구간에서는 시상수에 따라 서서히 감소하는 모양이 된다.



# 2017학년도 · 해설편

- 문제 1** 원형 루프에 꿰어진 두 전하의 평형과 단진동  
**문제 2** 편광판을 넣은 영의 이중슬릿 간섭과 광자의 경로 정보

- 
- 단원** 역학 · 전자기 · 파동·광학 · 현대물리  
**핵심 개념** 쿨롱 법칙과 구속된 물체의 역학적 평형, 단진동의 주기, 영의 이중슬릿 간섭, 빛의 편광과 말뤼스 법칙, 광자의 파동성·입자성, 경로 정보와 양자 지우개  
**문항 수** 2문항 (소문항 8개)

## II. 예시답안

### 문제 1 원형 루프에 꿰어진 두 전하의 평형과 단진동

쿨롱 법칙 · 구속 운동의 평형 · 단진동

#### 임의의 각 $\theta$ 에서의 평형 조건

구슬 2를 최고점  $C$  로부터 잰 각  $\theta$  의 위치에 두면, 중심  $O$  를 원점으로 하여

$$\text{구슬 2 : } (R \sin \theta, R \cos \theta), \quad \text{구슬 1(점 A) : } (0, -R)$$

이다. 두 구슬을 잇는 현의 길이는 중심각이  $\pi - \theta$  이므로

$$s = 2R \sin\left(\frac{\pi - \theta}{2}\right) = 2R \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

이다. 구슬 2는 루프에 꿰어져 있어 수직항력이 항상 반지름 방향이다. 따라서 **중심  $O$  에 대한 돌림힘**을 따지면 수직항력은 자동으로 사라진다. 중심에서 각 힘의 작용선까지의 수직거리는

- 중력  $mg$  (연직 아래): 작용선까지의 거리  $= R \sin \theta \rightarrow$  돌림힘  $mgR \sin \theta$  ( $\theta$  를 키우는 방향)
- 전기력  $F$  (현  $A \rightarrow$  구슬 2 방향): 중심에서 현까지의 거리  $= R \cos(\frac{\pi - \theta}{2}) = R \sin(\frac{\theta}{2}) \rightarrow$  돌림힘  $FR \sin(\frac{\theta}{2})$  ( $\theta$  를 줄이는 방향)

평형은 두 돌림힘이 같을 때이므로,  $F = kQ^2/s^2 = kQ^2/(4R^2 \cos^2(\theta/2))$  를 대입하면

$$mgR \sin \theta = \frac{kQ^2}{4R^2 \cos^2(\theta/2)} R \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

이고,  $\sin \theta = 2 \sin(\theta/2) \cos(\theta/2)$  를 쓰면  $\sin(\theta/2)$  가 약분되어

$$kQ^2 = 8mgR^2 \cos^3\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad (0 \leq \theta < \pi)$$

$\cos(\theta/2)$  는  $\theta$  가 작을수록 크므로, **전하량이 클수록 평형 위치는 위로 올라간다.**

$$(1-1) Q_1 = R \sqrt{\frac{2\sqrt{2}mg}{k}} = 2^{3/4} R \sqrt{\frac{mg}{k}}$$

$\theta = \pi/2$  를 평형 조건에 대입하면  $\cos(\theta/2) = \cos(\pi/4) = \sqrt{2}/2$  이므로

$$kQ_1^2 = 8mgR^2 \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^3 = 8mgR^2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{4} = 2\sqrt{2}mgR^2$$

$$Q_1 = R \sqrt{\frac{2\sqrt{2}mg}{k}}$$

(검토: 이때 두 구슬 사이의 거리는  $s = 2R \cos(\pi/4) = \sqrt{2}R$ , 전기력은  $F = kQ_1^2/(2R^2) = \sqrt{2}mg$  이다.  $B$  점에서 접선은 연직 방향이고 전기력이 연직과  $45^\circ$  를 이루므로, 접선 성분  $\sqrt{2}mg \cdot \cos 45^\circ = mg$  가 중력과 정확히 상쇄된다.)

$$(1-2) Q_2 = 2R\sqrt{\frac{2mg}{k}}, \text{ 전기력 : 중력} = 2 : 1$$

전하량을 키우면 평형각  $\theta$  는 계속 작아지고, 구슬 2가 최고점  $C$  에 도달하는 것은  $\theta = 0$  인 극한이다. 평형 조건에  $\theta = 0$  을 넣으면  $\cos 0 = 1$  이므로

$$kQ_2^2 = 8mgR^2 \rightarrow Q_2 = 2R\sqrt{\frac{2mg}{k}}$$

이다.  $\theta = 0$  은 대칭성 때문에 전하량과 무관하게 언제나 평형점이지만,  $Q < Q_2$  이면 그 평형은 불안정하여 구슬이 최고점에 머무를 수 없다. 실제로 작은  $\theta$  에 대한 알짜 접선 방향 힘은

$$F_t(\theta) = mg \sin \theta - \frac{kQ^2}{4R^2 \cos^2(\theta/2)} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \approx \left(mg - \frac{kQ^2}{8R^2}\right)\theta$$

이므로,  $kQ^2 < 8mgR^2$  이면 계수가 양수가 되어  $\theta$  를 더 키우는 방향(불안정)이고,  $kQ^2 \geq 8mgR^2$  이라야 최고점이 안정한 평형이 된다. 따라서  $Q_2$  가 최소 전하량이다.

이때 두 구슬은 지름의 양 끝( $A$  와  $C$ )에 있으므로 거리는  $2R$  이고

$$F_e = \frac{kQ_2^2}{(2R)^2} = \frac{8mgR^2}{4R^2} = 2mg$$

$$Q_2 = 2R\sqrt{\frac{2mg}{k}}, \quad F_e : mg = 2mg : mg = 2 : 1$$

$$(1-3) T = 2\pi\sqrt{\frac{R}{3g}}$$

전하량을 두 배로 하면  $Q = 2Q_2$  이므로  $kQ^2 = 4 \cdot 8mgR^2 = 32mgR^2$  이다. 최고점  $C$  근방( $\theta$  가 충분히 작음)에서 접선 방향 알짜힘은

$$F_t(\theta) = mg \sin \theta - \frac{kQ^2}{4R^2 \cos^2(\theta/2)} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

이고,  $\sin \theta \approx \theta$ ,  $\sin(\theta/2) \approx \theta/2$ ,  $\cos^2(\theta/2) \approx 1$  로 근사하면

$$F_t \approx mg\theta - \frac{32mgR^2}{4R^2} \cdot \frac{\theta}{2} = mg\theta - 4mg\theta = -3mg\theta$$

이다. 구슬이 루프를 따라 움직인 호의 길이를  $x = R\theta$  라 하면

$$F_t = -\frac{3mg}{R}x$$

로 변위에 비례하는 복원력이므로 단진동이며, 유효 용수철 상수는  $k_{\text{eff}} = 3mg/R$  이다. 따라서

$$\omega = \sqrt{\frac{k_{\text{eff}}}{m}} = \sqrt{\frac{3g}{R}}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{R}{3g}}$$

질량  $m$  은 복원력과 관성에서 모두 상쇄되어 주기에 나타나지 않는다. 이는 단진자의 주기가 추의 질량과 무관한 것과 같은 이유이다. 한편  $Q = Q_2$  (즉  $kQ^2 = 8mgR^2$ )인 임계 상태에서는  $F_t \approx mg\theta - mg\theta = 0$  으로 **1차(선형) 복원력이 사라져** 단진동이 되지 않는다(이때는  $F_t = -(3/8)mg\theta^3 + \dots$  인 3차 복원력만 남아 진폭이 작을수록 주기가 길어진다). 전하량을  $2Q_2$  로 키웠기 때문에 비로소 선형 복원력이 생겨 단진동이 가능해진 것이다.

**문제 2** 편광판을 넣은 영의 이중슬릿 간섭과 광자의 경로 정보

편광 · 간섭 · 경로 정보

**공통 준비 — 진폭과 세기의 표현**

편광판이 없을 때 각 슬릿에서 스크린의 한 점에 도달하는 빛의 진폭을  $E_0$  라 하자. 두 빛의 위상차는 경로차  $\delta_{\text{path}} = dx/L$  에 의해

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{dx}{L}$$

이고, 세기는  $I(x) = |E_0 + E_0 e^{i\delta}|^2 \propto 4E_0^2 \cos^2(\delta/2)$  이다. [그림 2-3]의 최대 세기가  $I_0$  이므로  $I_0 \propto 4E_0^2$  이고, 밝은 무늬의 간격은  $\delta = 2\pi$  가 되는  $x$  간격, 즉  $L\lambda/d$  이다.

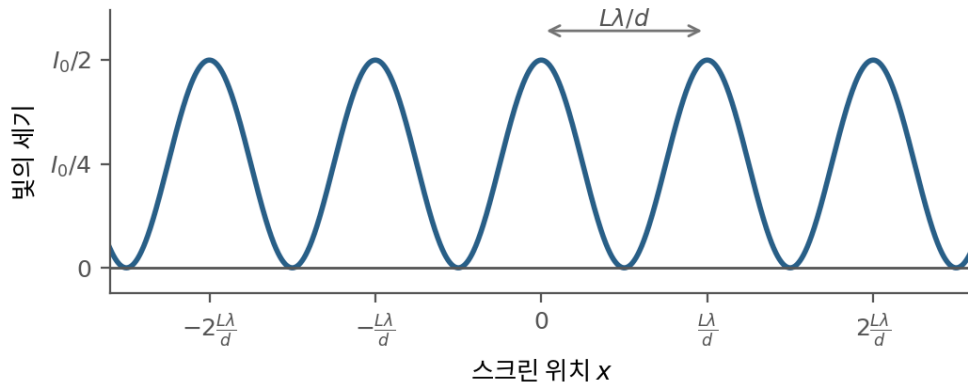
입사광은  $x$  축과  $45^\circ$  로 편광되어 있으므로  $x$  성분과  $y$  성분의 크기가 같다. 편광축이 편광 방향과 각  $\varphi$  를 이루는 편광판을 지나면 진폭은  $\cos \varphi$  배가 된다(말루스 법칙).

**(2-1) 간섭무늬가 그대로 나타나며, 최대 세기만  $I_0/2$  로 줄어든다**

두 슬릿 앞의 편광판이 모두  $y$  방향이므로, 각 슬릿을 지난 빛의 진폭은  $E_0 \cos 45^\circ = E_0/\sqrt{2}$  이고 **편광 방향이 서로 같다**. 편광 상태가 동일한 두 빛은 완전히 간섭하므로

$$I(x) = \left| \frac{E_0}{\sqrt{2}} + \frac{E_0}{\sqrt{2}} e^{i\delta} \right|^2 = \frac{E_0^2}{2} \cdot 4 \cos^2\left(\frac{\delta}{2}\right) = \frac{I_0}{2} \cos^2\left(\frac{\pi dx}{L\lambda}\right)$$

이다. 즉 무늬 간격  $L\lambda/d$  와 밝고 어두운 위치는 [그림 2-3]과 완전히 같고, 어두운 무늬의 세기도 여전히 0이다. 다만 각 슬릿에서 세기의 절반이 편광판에 흡수되므로 최대 세기가  $I_0 \rightarrow I_0/2$  로 줄어든다.



예시 작도 —  $I(x) = (I_0/2) \cos^2(\pi dx/L\lambda)$ , 무늬 간격  $L\lambda/d$

**(2-2) 간섭무늬가 사라지고 세기가  $I_0/4$  로 균일해진다**

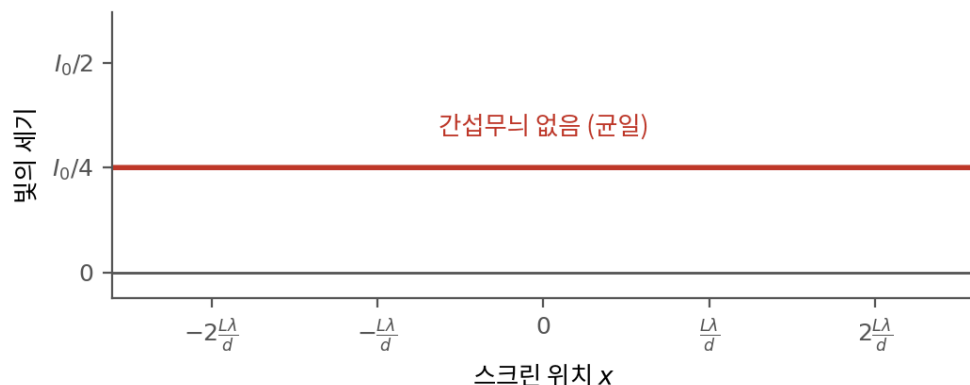
$S_1$  을 지난 빛은  $y$  편광,  $S_2$  를 지난 빛은  $x$  편광이며 두 편광 방향은 서로 수직이다. 서로 직교하는 편광의 두 빛은 어떤 위상차를 갖더라도 진폭이 더해지지 않는다. 전기장을 벡터로 더하면

$$\vec{E} = \frac{E_0}{\sqrt{2}}\hat{y} + \frac{E_0}{\sqrt{2}}e^{i\delta}\hat{x} \rightarrow I \propto |\vec{E}|^2 = \frac{E_0^2}{2} + \frac{E_0^2}{2} = E_0^2$$

로 위상차  $\delta$  가 아예 나타나지 않는다( $\hat{x} \cdot \hat{y} = 0$  이므로 간섭항이 소멸). 따라서 세기는 위치에 무관하게

$$I(x) = E_0^2 = \frac{I_0}{4} \quad (\text{일정})$$

이며 밝고 어두운 무늬가 전혀 생기지 않는다.



예시 작도 — 위치에 무관하게  $I = I_0/4$  로 일정

**(2-3) 간섭무늬가 되살아나며, 최대 세기는  $I_0/4$  이고 최소 세기는 0이다**

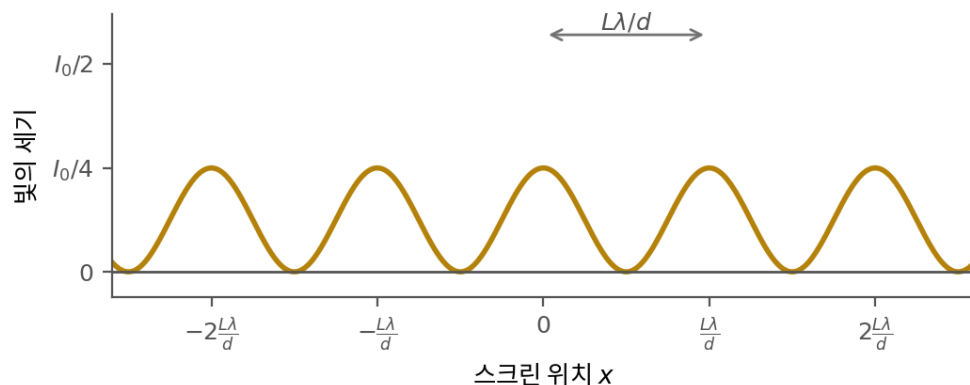
스크린 앞의 편광판은  $x$  축과  $45^\circ$  를 이루므로,  $y$  편광 성분과  $x$  편광 성분 모두 이 축과  $45^\circ$  를 이룬다. 두 성분은 각각  $\cos 45^\circ = 1/\sqrt{2}$  배로 줄어들어 투과하며, 투과한 뒤에는 **둘 다 같은  $45^\circ$  방향으로 편광**되어 있다. 각 슬릿에서 온 빛의 진폭은

$$\frac{E_0}{\sqrt{2}} \cdot \cos 45^\circ = \frac{E_0}{2}$$

이고 편광 상태가 같으므로 이제 간섭한다.

$$I(x) = \left| \frac{E_0}{2} + \frac{E_0}{2}e^{i\delta} \right|^2 = E_0^2 \cos^2\left(\frac{\delta}{2}\right) = \frac{I_0}{4} \cos^2\left(\frac{\pi dx}{L\lambda}\right)$$

무늬 간격은 여전히  $L\lambda/d$  이고  $x = 0$  이 밝은 무늬의 중심이며, 어두운 무늬에서는 세기가 정확히 0이 된다.



예시 작도 —  $I(x) = (I_0/4) \cos^2(\pi dx/L\lambda)$ , 최대  $I_0/4$  · 최소 0

**(2-4) 알아낼 수 있다 — 편광이 곧 경로 표지이기 때문**

문제 2-2의 배치에서  $S_1$  을 지난 광자는  $y$  편광,  $S_2$  를 지난 광자는  $x$  편광 상태로 스크린에 도착한다. 두 편광 상태는 서로 직교하므로 원리적으로 100% 구별할 수 있다. 스크린 앞에 편광 분석기(예:  $x$  축 편광판)를 놓고 광자가 투과하는지 흡수되는지를 보면, 그 광자가 어느 슬릿을 지나왔는지 확정적으로 알 수 있다.

이렇게 **경로 정보(which-path information)**가 존재하면 두 경로의 확률진폭이 서로 다른(직교하는) 상태에 실려 있으므로 더해지지 않고 확률(세기)만 더해진다. 이것이 2-2에서 간섭무늬가 사라진 이유이며, “경로를 알 수 있으면 간섭은 없다”는 상보성 원리의 직접적인 예이다.

경로 정보가 편광에 기록되어 있으므로 **알아낼 수 있고**, 바로 그 때문에 간섭무늬가 나타나지 않는다.

**(2-5) 알아낼 수 없다 —  $45^\circ$  편광판이 경로 정보를 지우기 때문**

문제 2-3에서는 광자가 스크린에 닿기 전에  $45^\circ$  편광판을 통과한다.  $y$  편광 광자든  $x$  편광 광자든 이 편광판을 투과하고 나면 모두 똑같은  $45^\circ$  편광 상태가 된다. 즉 투과한 광자의 편광을 아무리 정밀하게 측정해도 원래 상태가  $x$  였는지  $y$  였는지 구별할 수 없다.

경로 정보를 담고 있던 유일한 표지가 지워졌으므로(이것이 이른바 **양자 지우개**, quantum eraser), 두 경로의 확률진폭은 다시 더해질 수 있고 간섭무늬가 되살아난다. 광자를 한 개씩 보내면 각 광자는 스크린의 한 점에만 도달하지만, 그 도달 위치의 확률분포가  $\cos^2$  꼴이 되어 광자를 충분히 많이 쌓으면 2-3에서 구한 간섭무늬가 그대로 나타난다.

$45^\circ$  편광판이 편광에 담긴 경로 정보를 지우므로 **알아낼 수 없으며**, 그 결과 간섭무늬가 회복된다.

## 2016학년도 · 해설편

- 문제 1**      그네의 단진동과 진공터널 열차  
**문제 2**      자기장 속을 움직이는 반원 도체판
- 

- 단원**      역학 · 전자기  
**핵심 개념**      단진자의 복원력·장력·주기, 비탄성 충돌로 진폭 키우기, 지구 내부의 중력과 진공 터널의 단진동, 운동하는 도체에 생기는 기전력, 평행판 축전기, 정전기 인력과 용수철 평형, 접지된 회로의 정상 전류  
**문항 수**      2문항 (소문항 7개)

## II. 예시답안

### 문제 1 그네의 단진동과 진공터널 열차

단진자 · 비탄성 충돌 · 지구 내부의 중력

#### (1-1) 복원력 25 N, 장력 $5.0 \times 10^2$ N, 주기 6.3 s

진폭  $A = 0.50$  m 는 줄 길이  $L = 10$  m 에 비해 매우 작으므로 최대 진폭에서의 각도는

$$\sin \theta = \frac{A}{L} = 0.050 \quad (\theta \approx 2.9^\circ), \quad \cos \theta \approx 0.9987$$

이다. 최대 진폭에서는 속력이 0이므로 구심가속도가 0이고, 줄 방향(반지름 방향)과 접선 방향의 힘을 나누어 보면

- 복원력(운동 방향, 즉 접선 방향의 알짜힘)  $= mg \sin \theta = 50 \times 10 \times 0.050 = 25$  N
- 장력(줄 방향의 평형)  $T = mg \cos \theta = 50 \times 10 \times 0.9987 = 499 \approx 5.0 \times 10^2$  N

주기는 단진자와 같으므로

$$F_{\text{복원}} = 25 \text{ N}, \quad T_{\text{장력}} = 5.0 \times 10^2 \text{ N}, \quad \tau = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{10}{10}} = 6.3 \text{ s}$$

장력이 중력  $mg = 5.0 \times 10^2$  N 과 유효숫자 두 자리에서 같게 나오는 것은 진폭이 줄 길이에 비해 매우 작아  $\cos \theta \approx 1$  이기 때문이다. 주기는 사람의 질량과 무관하다.

#### (1-2) 최하점에서 공과 같은 방향으로 지날 때 받는다. 5개를 모두 받은 후 진폭 $\approx 0.98$ m

**언제 받아야 하는가** — 진폭  $A$  와 최하점 속력  $v$  는  $v = A\omega$  로 비례하므로( $\omega = \sqrt{g/L} = 1.0$  rad/s), 진폭을 키우려면 최하점 속력을 최대로 키워야 한다. 공을 받는 것은 완전 비탄성 충돌이므로 운동량이 보존되고, 공의 운동량을 그네의 운동량에 더하려면 그네가 공과 같은 방향으로 움직이고 있어야 한다.

그네가 최하점을 지나면서, 공이 날아가는 방향(= 친구로부터 멀어지는 방향)으로 최대 속력으로 움직이는 순간에 받아야 한다.

**진폭 계산** — 사람  $M = 50$  kg, 공  $\mu = 0.20$  kg, 공의 속력  $u = 90$  km/h  $= 25$  m/s, 처음 최하점 속력  $v_0 = A\omega = 0.50 \times 1.0 = 0.50$  m/s.

매번 최하점에서 같은 방향으로 받으면 그 순간마다 운동량이 그대로 더해지고, 두 충돌 사이에는 에너지가 보존되어 같은 속력으로 최하점에 돌아온다. 따라서 5개를 모두 받은 뒤 최하점에서의 운동량은

$$p = Mv_0 + 5\mu u = 50 \times 0.50 + 5 \times 0.20 \times 25 = 25 + 25 = 50 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

이고, 이때 전체 질량은  $M' = 50 + 5 \times 0.20 = 51$  kg 이므로

$$v_5 = \frac{p}{M'} = \frac{50}{51} = 0.98 \text{ m/s}, \quad A_5 = \frac{v_5}{\omega} = 0.98 \text{ m}$$

$$A_5 \approx 0.98 \text{ m} \quad (\approx 98 \text{ cm}, \text{ 처음 진폭의 약 2배})$$

$\omega = \sqrt{g/L}$  는 질량에 무관하므로 사람과 공의 질량이 늘어도 주기와  $\omega$  는 그대로이다. 반대로 진폭이 최대인 순간(속력 0)에 받으면 공 하나가 주는 속력이  $\mu u / M' \approx 0.10$  m/s 뿐이고 그때마다 진폭이 서로 수직인 방향으로 더해지므로 제곱합으로만 커진다. 그 결과 5개를 모두 받아도  $A \approx \sqrt{5} \times 0.10 \approx 0.22$  m 에 그친다. 또 공과 반대 방향으로 움직일 때 받으면 운동량이 상쇄되어 진폭이 오히려 줄어든다.

#### (1-3) 약 42 분

지구를 밀도가 균일한 완전한 구로 보면, 중심에서 거리  $r$  인 지점에서의 중력가속도는 그 안쪽 질량만 기여하므로

$$g(r) = G \frac{M_r}{r^2} = G \frac{\rho \cdot (4/3)\pi r^3}{r^2} \propto r \rightarrow g(r) = g \frac{r}{R}$$

이다. 즉 지구 내부에서는 중력이 중심으로부터 거리에 비례한다.



직선 터널의 중점을 원점으로 하여 터널을 따라 켜 변위를  $s$  라 하자. 열차의 위치가 지구 중심에서 거리  $r$  인 곳에 있을 때, 중력  $mg(r)$  의 터널 방향 성분은 기하학적으로

$$F_s = -mg(r) \cdot \frac{s}{r} = -m \cdot \frac{gr}{R} \cdot \frac{s}{r} = -\frac{mg}{R}s$$

가 된다. 여기서  $r$  이 완전히 약분되는 것이 핵심이다. 이는 변위에 비례하는 복원력이므로 열차는 **단진동**을 하고

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{R}}, \quad \tau = 2\pi\sqrt{\frac{R}{g}}$$

이다. 서울에서 부산까지는 터널의 한쪽 끝에서 반대쪽 끝까지, 즉 **반주기**에 해당하므로

$$t = \frac{\tau}{2} = \pi\sqrt{\frac{R}{g}} = \pi\sqrt{\frac{6.4 \times 10^6}{10}} = \pi \times 800 = 2.5 \times 10^3 \text{ s} \approx 42 \text{ 분}$$

터널의 길이  $L$  이 식에 전혀 들어 있지 않다는 점에 주목할 필요가 있다. 지구 표면의 어느 두 지점을 직선 터널로 이어도 걸리는 시간은 항상 같은 약 42 분이며,  $L = 500 \text{ km}$  라는 조건은 열차가 지표 근처만 지나가므로  $g$  를 그대로 쓸 수 있다는 점을 확인시켜 주는 역할을 한다.

## 문제 2 자기장 속을 움직이는 반원 도체판

운동 기전력 · 평행판 축전기 · 접지된 회로

### (2-1) 각 막대에 $I_0 = vBd/R$ , 막대 안에서 $-y$ 방향

**전류가 흐르는 이유** — 물체 전체가 자기장  $\vec{B} = B\hat{z}$  속에서 속도  $\vec{v} = v\hat{x}$  로 움직이므로, 물체 안의 전하  $q$  는 로런츠 힘을 받는다.

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} = qvB(\hat{x} \times \hat{z}) = -qvB\hat{y}$$

즉 양전하는  $-y$  방향으로 밀린다. 두 도체판은  $y$  축 방향으로  $d$  만큼 떨어져 있고 금속 막대가 바로 그  $y$  방향으로 놓여 있으므로, 각 막대는 기전력

$$\varepsilon = vBd$$

를 갖는 전지처럼 작동한다. (도체판 자체는  $xz$  평면에 놓여 있어  $y$  방향 두께가 없으므로 판 안에서는 기전력이 생기지 않는다.)

**초기 전류** — 처음에 물체는 전기적으로 중성이므로 두 판 사이의 전위차가 0이고, 기전력을 상쇄하는 것이 아무것도 없다. 따라서 각 막대에는

$$I_0 = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{vBd}{R}$$

방향은 막대 안에서  $-y$  방향(위에서 본 그림에서 아래쪽). 세 막대는 모두 같은 기전력을 갖는 병렬 연결이므로 판으로 흘러드는 총 전류는  $3vBd/R$  이다.

그 결과  $-y$  쪽 도체판은 (+)로,  $+y$  쪽 도체판은 (-)로 대전되기 시작한다.

### (2-2) $I = 0$ , $Q = \pi\varepsilon_0 D^2 vB/8$ , 외부 힘 = 0

전류가 흐르면 두 도체판이 축전기처럼 대전되고, 그 전위차가 기전력을 상쇄할 때까지 충전이 계속된다. 충분히 오랜 시간이 지난 정상상태에서는

$$V = \varepsilon = vBd, \quad I = 0$$

이다. 두 도체판이 만드는 평행판 축전기의 마주보는 면적은 반원의 면적이고  $d \ll D$  이므로

$$A = \frac{1}{2}\pi\left(\frac{D}{2}\right)^2 = \frac{\pi D^2}{8}, \quad C = \frac{\varepsilon_0 A}{d} = \frac{\pi\varepsilon_0 D^2}{8d}$$

따라서 각 판에 대전된 전하량은

$$Q = CV = \frac{\pi\varepsilon_0 D^2}{8d} \cdot vBd = \frac{\pi\varepsilon_0 D^2 vB}{8}$$

( $-y$  쪽 판이  $+Q$ ,  $+y$  쪽 판이  $-Q$ )

**외부 힘** — 정상상태에서는 전류가 0이므로 막대에 작용하는 자기력도 0이고, 절연판과의 마찰도 없다. 두 도체판 사이의 정전기적 인력은 물체 내부의 작용·반작용 쌍이므로 알짜 외력에 기여하지 않는다.

$$\vec{F}_{\text{외부}} = 0$$

즉 처음 충전되는 짧은 동안에는 자기력을 이기기 위한 힘이 필요하지만, 충전이 끝난 뒤에는 아무 힘도 주지 않아도 등 속도 운동이 유지된다.

**(2-3)  $Q = \pi\epsilon_0 D^2 v B / 8$  (변화 없음), 간격  $d' = d - \frac{\pi\epsilon_0 D^2 B^2 v^2}{48k}$**

**전하량은 간격과 무관하다** — 간격이  $d'$  로 바뀌면 기전력과 전기용량이 함께 바뀌지만

$$Q = C'V' = \frac{\epsilon_0 A}{d'} \cdot (vBd') = \epsilon_0 AvB = \frac{\pi\epsilon_0 D^2 vB}{8}$$

로  $d'$  가 정확히 약분된다. 기전력은  $d'$  에 비례해 작아지고 전기용량은  $d'$  에 반비례해 커지기 때문이다. 따라서 전하량은 2-2와 같다.

**간격** — 서로 반대 부호로 대전된 두 판 사이에는 인력이 작용한다. 한쪽 판이 만드는 전기장  $E = Q/(2\epsilon_0 A)$  속에 다른 판의 전하  $Q$  가 놓인 것이므로

$$F_{\text{인력}} = Q \cdot \frac{Q}{2\epsilon_0 A} = \frac{(\epsilon_0 AvB)^2}{2\epsilon_0 A} = \frac{\epsilon_0 AB^2 v^2}{2} = \frac{\pi\epsilon_0 D^2 B^2 v^2}{16}$$

이다. 이 인력 때문에 막대 3개가 각각  $d - d'$  만큼 압축되고, 그 복원력  $3k(d - d')$  와 평형을 이룬다.

$$3k(d - d') = \frac{\pi\epsilon_0 D^2 B^2 v^2}{16}$$

$$d' = d - \frac{\pi\epsilon_0 D^2 B^2 v^2}{48k}, \quad Q = \frac{\pi\epsilon_0 D^2 vB}{8}$$

**(2-4)  $Q = 0$ , 각 막대  $I = vBd/R$ , 외부 힘  $= 3vB^2 d^2/R$**

**전하량** — 두 도체판이 모두 지면과 연결되면 두 판이 같은 전위(접지 전위)가 되므로 판 사이의 전위차가 0이 되고, 축전기에 저장되는 전하량도 0이 된다.

$$Q = 0$$

**전류** — 그러나 각 막대의 기전력  $vBd$  는 그대로 남아 있고, 이제 지면을 통해 회로가 완성되므로 충전으로 멈추는 일 없이 **정상 전류**가 계속 흐른다.

$$I = \frac{vBd}{R} \text{ (막대 안에서 } -y \text{ 방향)}, \quad I_{\text{전체}} = \frac{3vBd}{R}$$

**외부 힘** — 전류가 흐르는 막대는 자기장 속에서 힘을 받는다. 길이  $d$ , 전류  $I$  가  $-\hat{y}$  방향일 때

$$\vec{F} = Id(-\hat{y}) \times B\hat{z} = -IdB\hat{x}$$

로 운동을 방해하는  $-x$  방향이고 크기는  $IdB = vB^2 d^2/R$  이다. 막대가 3개이므로

$$F_{\text{외부}} = 3IdB = \frac{3vB^2 d^2}{R} \quad (+x \text{ 방향})$$

(두 도체판 내부에도 전류가 흐르지만, 두 판의 전류 분포가 서로 반대 방향이므로 그로 인한 힘은 상쇄된다.)

에너지로 확인하면, 외부 힘이 하는 일률은  $F_{\text{외부}}v = 3v^2 B^2 d^2/R$  이고 세 막대의 저항에서 소비되는 전력은  $3I^2 R = 3(vBd/R)^2 R = 3v^2 B^2 d^2/R$  로 정확히 같다. 즉 외부에서 해 주는 일이 전부 줄열로 바뀐다.

## 2015학년도 · 해설편

|      |                           |
|------|---------------------------|
| 문제 1 | 자기장 속 도체 막대의 감쇠 진동        |
| 문제 2 | 감쇠 진동에서 주기당 에너지 손실률       |
| 문제 3 | 고무줄의 엔트로피와 용수철 상수의 온도 의존성 |
| 문제 4 | 고무줄 카르노 기관                |

---

|       |                                                                                                            |
|-------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 단원    | 역학 · 전자기 · 열역학                                                                                             |
| 핵심 개념 | 전자기 유도와 감쇠 진동, 유도 기전력에 의한 제동력, 감쇠 진동의 주기당 에너지 손실률, 고무줄의 엔트로피 탄성과 용수철 상수의 온도 의존성, 고무줄 카르노 기관의 $F-L$ 선도와 열효율 |
| 문항 수  | 4문항                                                                                                        |

## II. 예시답안

### 문제 1 자기장 속 도체 막대의 감쇠 진동

유도 기전력 · 렌츠 법칙 · 점성 저항형 감쇠력

도체 막대에 작용하는 힘은 중력, 고무줄의 탄성력, 그리고 유도 전류에 의한 자기력 세 가지이다.

#### ① 중력 + 탄성력 = $-kx$

$x = 0$  은 중력과 탄성력이 평형인 위치이므로, 그곳에서 고무줄이 이미  $x_0 = mg/k$  만큼 늘어나 있다. 막대가  $x$  만큼 더 내려가면 고무줄은  $x_0 + x$  만큼 늘어나므로

$$F_{\text{중력}} + F_{\text{탄성}} = mg - k(x_0 + x) = mg - k \cdot \frac{mg}{k} - kx = -kx$$

가 된다. 제시문의 조건  $|x| < mg/k$  는 고무줄이 항상 늘어난 상태를 유지하여(즉 고무줄이 느슨해져 힘이 0이 되는 일 없이) 이 선형 관계가 성립함을 보장한다.

#### ② 유도 기전력과 자기력 = $-bv_x$

두 레일·도체 막대·저항  $R$  이 이루는 닫힌 회로를 지나는 자기다발은  $\Phi = B_0 Dx$  이다( $\hat{y}$  는 이 회로면을 수직으로 관통하는 방향이며, 막대가  $x$  만큼 이동하면 회로의 면적이  $Dx$  만큼 변한다). 패러데이 법칙에 의해

$$|\varepsilon| = \left| \frac{d\Phi}{dt} \right| = B_0 D v_x, \quad I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{B_0 D v_x}{R}$$

이고, 전류  $I$  가 흐르는 길이  $D$  의 막대가 자기장  $B_0$  속에서 받는 힘의 크기는

$$F_B = B_0 I D = \frac{B_0^2 D^2}{R} v_x$$

이다. 렌츠 법칙에 의해 유도 전류는 자기다발의 변화를 방해하는 방향으로 흐르므로, 이 힘은 언제나 속도와 반대 방향이다.

$$F = -kx - bv_x, \quad b = \frac{B_0^2 D^2}{R}$$

에너지로도 확인된다. 자기력이 막대에 하는 일률은  $-bv_x^2$  이고, 같은 순간 저항에서 소비되는 전력은  $I^2 R = (B_0 D v_x / R)^2 R = (B_0^2 D^2 / R) v_x^2 = bv_x^2$  로 크기가 정확히 같다. 즉 막대가 잃는 역학에너지가 전부 저항의 줄열로 바뀐다.

### 문제 2 감쇠 진동에서 주기당 에너지 손실률

감쇠력이 한 일 · 진폭에 무관한 손실률

**결과:**  $\Delta E / E = 2\pi b / (m\omega) = b\tau / m$  — 진폭  $A$  에 무관한 상수

운동방정식은  $m\ddot{x} = -kx - b\dot{x}$  이며,  $b$  가 충분히 작으면 한 주기 동안은

$$x(t) \approx A \cos \omega t, \quad v_x = \dot{x} = -A\omega \sin \omega t, \quad \omega \approx \sqrt{\frac{k}{m}}$$

로 근사할 수 있다. 이때 총 역학에너지는 진폭으로부터

$$E = \frac{1}{2} k A^2 = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2$$

이다. 한 주기  $\tau = 2\pi / \omega$  동안 줄어드는 역학에너지는 감쇠력  $-bv_x$  가 한 일의 크기, 즉 저항에서 소비된 줄열과 같다.

$$\Delta E = \int_0^\tau b v_x^2 dt = b A^2 \omega^2 \int_0^\tau \sin^2 \omega t dt = b A^2 \omega^2 \cdot \frac{\tau}{2} = \pi b A^2 \omega$$

여기서  $\int_0^\tau \sin^2 \omega t dt = \tau/2$  를 이용하였다. 따라서

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{\pi b A^2 \omega}{\frac{1}{2} m \omega^2 A^2} = \frac{2\pi b}{m\omega} = \frac{b\tau}{m}$$

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{2\pi b}{m\omega} = \frac{2\pi b}{\sqrt{mk}} = \frac{2\pi B_0^2 D^2}{R\sqrt{mk}}$$

**왜 일정한가** —  $\Delta E$  는  $A^2$  에 비례하고  $E$  도  $A^2$  에 비례하므로 비를 취할 때  $A^2$  이 정확히 약분된다. 즉 진폭이 얼마이든, 진폭이 줄어든 뒤에도 한 주기마다 잃는 에너지의 **비율**은 언제나 같은 값  $2\pi b/(m\omega)$  이다. 이는 곧  $E$  가 주기마다 일정한 비율로 줄어든다는 뜻이므로 에너지와 진폭이 시간에 대해 지수적으로 감소( $A(t) \propto e^{-bt/2m}$ )함을 의미한다.

### 문제 3 고무줄의 엔트로피와 용수철 상수의 온도 의존성

엔트로피 탄성 ·  $S(L) = S_0 - \alpha L^2/2$

**결과:**  $S(L) = S_0 - \frac{1}{2}\alpha L^2$ , 그리고  $k = \alpha T$

고무줄을 힘  $F$  로  $dL$  만큼 더 늘리면 외부가 고무줄에 해 준 일은  $F dL$  이고, 가역 과정에서 흡수한 열은  $\delta Q = T dS$  이다. 열역학 제 1 법칙에 의해

$$dU = \delta Q + F dL = T dS + F dL$$

이다. 그런데 이 모델에서는 내부에너지가  $U(T, L) = U_0$  로 **일정**하므로  $dU = 0$  이고, 따라서

$$T dS = -F dL \rightarrow \frac{dS}{dL} = -\frac{F}{T} = -\frac{kL}{T}$$

가 된다. 여기서  $F$  는 **외부에서 준 힘**(= 고무줄의 장력)이며 크기가  $F = kL$  이다. 고무줄이 되돌아가려는 복원력은 그 반작용으로  $-kL$  이다.

여기서 문제의 핵심 조건을 쓴다.  $S$  는  $L$  만의 함수이므로 좌변  $dS/dL$  도  **$L$  만의 함수**여야 한다. 그런데 우변에는  $k$  와  $T$  가 들어 있으므로, 온도가 바뀌어도 우변이 변하지 않으려면  $k/T$  가 온도에 무관한 상수여야 한다. 그 상수를  $\alpha$  라 하면

$$\frac{k}{T} = \alpha = (\text{상수}) \rightarrow k = \alpha T$$

이제  $dS/dL = -\alpha L$  을 적분하면

$$S(L) = S_0 - \frac{1}{2}\alpha L^2 \quad (S_0 = S(0))$$

를 얻는다. (검산:  $dS/dL = -\alpha L = -kL/T$  로 원래 식과 일치한다.)

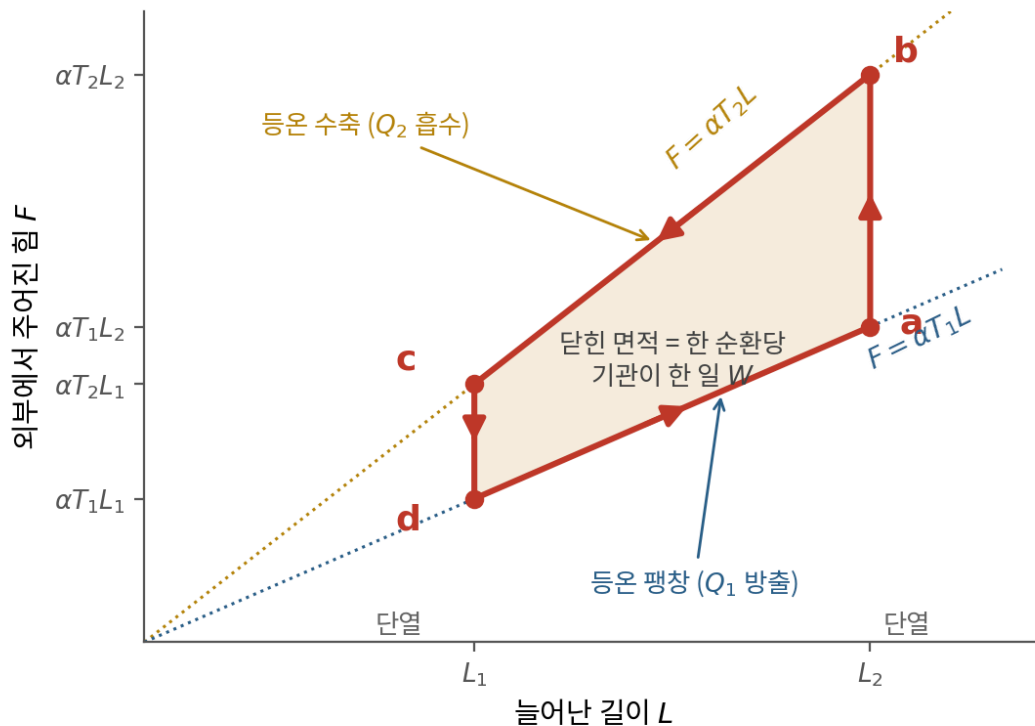
**물리적 의미** — 고무줄을 늘이면 무작위 방향을 향하고 있던 단위체 고리들이 한 방향으로 정렬되므로 배열 가능한 미시 상태의 수가 줄어들고 엔트로피가 감소한다. 위 식의  $S$  가  $L$  에 대해 단조 감소하는 것이 바로 이것이다. 즉 고무줄의 탄성력은 내부에너지를 낮추려는 힘이 아니라 **엔트로피를 높이려는(다시 뒤엎기려는) 경향**에서 나온다 — 이를 엔트로피 탄성이라 한다. 온도가 높을수록 이 무질서해지려는 경향이 강해지므로 같은 길이를 유지하는 데 더 큰 힘이 필요하고, 그 결과 용수철 상수가 온도에 비례해 커진다. (고무줄을 갑자기 늘이면 따뜻해지고, 늘어난 고무줄을 가열하면 오히려 수축하는 현상이 모두 같은 원리이다.)

### 문제 4 고무줄 카르노 기관

등온·단열 과정 · 닫힌 면적 = 일 ·  $\eta = 1 - T_1/T_2$

**$F$ - $L$  선도** — 각 상태에서 접시의 무게가 고무줄의 탄성력과 평형을 이루므로  $F = kL = \alpha TL$  이다. 따라서 온도가  $T$  로 일정한 등온 과정은  $F$ - $L$  평면에서 **원점을 지나는 기울기  $\alpha T$  의 직선**이고, 길이가 일정한 단열 과정은 **수직선**이다.

- **a  $\rightarrow$  b (단열,  $L = L_2$  고정,  $T_1 \rightarrow T_2$ ):**  $F$  가  $\alpha T_1 L_2$  에서  $\alpha T_2 L_2$  로 커지는 수직선. 문제 3에서 얻은  $S = S_0 - \alpha L^2/2$  는  $L$  만의 함수이므로  **$L$  이 일정하면  $S$  도 일정**, 즉 이 과정이 곧 가역 단열(등엔트로피) 과정이다. 온도가 오르면  $k = \alpha T$  가 커지므로 길이를  $L_2$  로 유지하려면 접시에 모래를 더해  $F$  를 키워야 한다.
- **b  $\rightarrow$  c (등온  $T_2$ ,  $L_2 \rightarrow L_1$ ):** 기울기  $\alpha T_2$  인 직선을 따라 왼쪽 아래로 이동.
- **c  $\rightarrow$  d (단열,  $L = L_1$  고정,  $T_2 \rightarrow T_1$ ):** 수직선 하강. 모래를 덜어낸다.
- **d  $\rightarrow$  a (등온  $T_1$ ,  $L_1 \rightarrow L_2$ ):** 기울기  $\alpha T_1$  인 직선을 따라 오른쪽 위로 이동.



예시 작도 — 두 등온선  $F = \alpha T_1 L$ ,  $F = \alpha T_2 L$  과 두 수직선  $L = L_1$ ,  $L = L_2$  로 둘러싸인 순환

**열효율** — 등온 과정에서는  $U$  가 변하지 않으므로 흡수한 열이 전부 일로 나타난다.  $dU = 0 = T dS + F dL$  에서  $\delta Q = T dS = -F dL$  이므로

$$Q = - \int F dL = - \int \alpha T L dL$$

이다.

- **b → c** (등온 수축,  $L_2 \rightarrow L_1$ ): 흡수한 열

$$Q_2 = - \int_{L_2}^{L_1} \alpha T_2 L dL = \frac{\alpha T_2}{2} (L_2^2 - L_1^2) > 0$$

- **d → a** (등온 팽창,  $L_1 \rightarrow L_2$ ):  $-\int_{L_1}^{L_2} \alpha T_1 L dL < 0$  이므로 열을 방출하며, 방출한 열의 크기는

$$Q_1 = \int_{L_1}^{L_2} \alpha T_1 L dL = \frac{\alpha T_1}{2} (L_2^2 - L_1^2) > 0$$

- 두 단열 과정에서는  $\delta Q = 0$  이고  $dL = 0$  이므로 열도 일도 주고받지 않는다.

한 순환에서 기관이 한 일(작업)은 에너지 보존에 의해

$$W = Q_2 - Q_1 = \frac{\alpha(T_2 - T_1)}{2} (L_2^2 - L_1^2)$$

이고, 이는 위  $F$ - $L$  선도에서 두 등온선 사이의 **단한 면적**과 정확히 같다.

$$\int_{L_1}^{L_2} (\alpha T_2 L - \alpha T_1 L) dL = \frac{\alpha(T_2 - T_1)}{2} (L_2^2 - L_1^2) = W \checkmark$$

따라서 열효율은

$$\eta = \frac{W}{Q_2} = \frac{(\alpha(T_2 - T_1)/2)(L_2^2 - L_1^2)}{(\alpha T_2/2)(L_2^2 - L_1^2)} = \frac{T_2 - T_1}{T_2} = 1 - \frac{T_1}{T_2}$$

고무줄의 길이·온도 범위( $L_1, L_2$ )와 물질 상수  $\alpha$  가 모두 약분되어, 두 열원의 온도만으로 효율이 정해진다. 즉 작업물질이 이상기체가 아니라 고무줄이어도 가역 순환의 효율은 카르노 효율과 같다.

## 핵심 개념 색인

각 학년도 문항이 다루는 핵심 개념과 그 개념이 등장한 학년도. 같은 개념이 여러 해에 반복되는지 한눈에 확인할 수 있다.

|                              |      |                        |       |
|------------------------------|------|------------------------|-------|
| 1차원 탄성 충돌의 반복과 등비수열          | 2021 | 줄에 펜 구슬의 평형과 타원 구속     | 2024  |
| 2차원 탄성충돌과 최대 에너지 전달          | 2018 | 중력 궤도운동과 대응 원리         | 2022  |
| 2차원 힘의 성분 분해                 | 2023 | 중성자 감속재                | 2018  |
| LED 문턱전압과 광자 에너지             | 2026 | 증폭기의 동작점·포화·클리핑        | 2021  |
| RLC 직렬회로의 공진                 | 2018 | 지구 내부의 중력과 진공터널의 단진동   | 2016  |
| p-n 접합의 정류 작용과 트랜지스터의 극성 판별  | 2021 | 차원에 따른 힘의 법칙           | 2025  |
| 감쇠 진동의 주기당 에너지 손실률           | 2015 | 축전기의 용량 리액턴스           | 2021  |
| 강자성체와 자기 구역                  | 2021 | 충격량-운동량 정리와 역학적 에너지 보존 | 2024  |
| 결정에 의한 전자 회절(브래그 조건)         | 2020 | 케플러 법칙                 | 2022  |
| 경로 정보와 양자 지우개                | 2017 | 케플러 제3법칙               | 2025, |
| 고무줄 카르노 기관의 $F-L$ 선도와 열효율    | 2015 |                        | 2023  |
| 고무줄의 엔트로피 탄성과 용수철 상수의 온도 의존성 | 2015 | 쿨롱 법칙과 구속된 물체의 역학적 평형  | 2017  |
| 공기 저항의 두 극한                  | 2021 | 쿨롱 힘의 평형과 단진동 근사       | 2023  |
| 광로차와 보강 조건                   | 2025 | 파울리 배타 원리              | 2019  |
| 광자의 운동량과 복사압                 | 2024 | 평면 스크린에서의 무늬 간격        | 2025  |
| 광자의 파동성·입자성                  | 2017 | 평행 도선 사이의 자기력          | 2024  |
| 광전 효과와 문턱 진동수                | 2025 | 평행판 축전기                | 2016  |
| 광전효과                         | 2019 | 평행판 축전기의 유전율           | 2018  |
| 단진동의 주기                      | 2017 | 폐관의 기본 진동              | 2020  |
| 단진자의 복원력·장력·주기               | 2016 | 표준모형의 기본입자와 기본 상호작용    | 2018  |
| 도플러 효과                       | 2022 | 현미경의 배율                | 2022  |
| 도플러 효과와 단진동                  | 2025 | 회전 좌표계의 원심력            | 2026  |
| 렌즈 방정식과 결상                   | 2022 | 흐림원과 초점 허용 범위          | 2022  |
| 로그 퍼텐셜과 보어 모형                | 2025 |                        |       |
| 로런츠 힘과 등속 원운동                | 2019 |                        |       |
| 만유인력과 등속 원운동                 | 2023 |                        |       |
| 무한 퍼텐셜 우물의 에너지 양자화           | 2019 |                        |       |
| 물질파(드브로이 파)와 이중 슬릿 간섭        | 2023 |                        |       |
| 뮤온의 붕괴                       | 2018 |                        |       |
| 반발계수와 등비급수의 극한               | 2019 |                        |       |
| 변압기와 다이오드 정류·평활 회로           | 2018 |                        |       |
| 보어의 원자모형과 각운동량 양자화           | 2022 |                        |       |
| 볼록 렌즈의 결상                    | 2026 |                        |       |
| 비스듬한 탄성충돌과 포물선 운동            | 2024 |                        |       |
| 비탄성 충돌로 진폭 키우기               | 2016 |                        |       |
| 빗면 위 마찰 운동                   | 2026 |                        |       |
| 빛의 편광과 말뤼스 법칙                | 2017 |                        |       |
| 사각 우물 속 왕복 조건                | 2024 |                        |       |
| 영의 이중슬릿 간섭                   | 2017 |                        |       |
| 용수철 진자의 단진동                  | 2026 |                        |       |
| 운동량·역학적 에너지 보존과 용수철 충돌       | 2023 |                        |       |
| 운동하는 도체에 생기는 기전력             | 2016 |                        |       |
| 유도 기전력에 의한 제동력               | 2015 |                        |       |
| 음원의 운동에 의한 도플러 효과            | 2020 |                        |       |
| 이중 슬릿 간섭과 근축 근사              | 2020 |                        |       |
| 이중 슬릿 간섭과 매질의 굴절률            | 2025 |                        |       |
| 자기장 속 전류 도선이 받는 힘            | 2026 |                        |       |
| 전기력선                         | 2025 |                        |       |
| 전기장·자기장의 힘의 평형               | 2019 |                        |       |
| 전기장에 의한 가속                   | 2023 |                        |       |
| 전자기 유도와 감쇠 진동                | 2015 |                        |       |
| 전자기 유도와 종단속력                 | 2026 |                        |       |
| 전자기 유도와 패러데이 법칙              | 2021 |                        |       |
| 전자의 드브로이 파장                  | 2020 |                        |       |
| 전자의 이중 슬릿 간섭                 | 2019 |                        |       |
| 접지된 회로의 정상 전류                | 2016 |                        |       |
| 접촉에 의한 전하 재분배                | 2024 |                        |       |
| 정전기 인력과 용수철 평형               | 2016 |                        |       |

## 서울대 물리학 기출 문항집

해설편 · 2015-2026 · 25문항 (12개년)

|         |                    |
|---------|--------------------|
| 발행일     | 2026년 8월 17일 초판 발행 |
| 발행인     | 김민용                |
| 발행처     | 연주미디어              |
| 연락처     | blueslap@naver.com |
| 사업자등록번호 | 459-94-01364       |

문항과 제시문의 저작권은 원 출제 기관에 있으며, 편집·구성 및 예시답안의 저작권은 연주미디어에 있습니다.

이 책의 내용 일부 또는 전부를 저작권자의 서면 동의 없이 복제·배포·전송할 수 없습니다. 잘못 만들어진 책은 구입처에서 바꾸어 드립니다.



# 써봄 AI 논술 자동 첨삭

쓴 글을 올리면, 바로 채점과 피드백이 돌아옵니다.

## 무료

3회 무료 분석

## 회원가입만 하면 3회까지 무료로 분석해 드립니다.

결제 정보 없이 바로 시작할 수 있습니다. 첨삭 결과는 PDF 리포트로 내려받을 수 있습니다.

### 네 가지 영역을 점수로 보여 줍니다

- 논리 구조
- 근거 타당성
- 주장 명확성
- 언어 표현

### 받아 보는 것

영역별 점수와 함께 **강점, 개선점, 구체적 제안사항**이 담긴 상세 피드백이 나옵니다.

### 이런 분께

혼자 쓴 답안을 바로 점검하고 싶은 **수험생**, 여러 학생 글을 한 번에 채점해야 하는 **논술 교사·강사·학원**.



writegrow.net

QR 을 찍으면 바로 열립니다

### 이용 방법

## 1

#### 회원가입

이메일로 가입하면 곧바로 무료 분석 3회가 주어집니다.

## 2

#### 답안 올리기

PDF · DOCX · TXT 파일을 올립니다. 한 번에 최대 10편까지 일괄 처리됩니다.

## 3

#### 첨삭 받기

영역별 점수와 상세 피드백을 확인하고 PDF 리포트로 내려받습니다.