



SEOUL NATIONAL UNIVERSITY

수학

문제편

수시모집 일반전형 면접 및 구술고사 기출 문항집

2021-2026 · 26문항 (6개년) · 전 학년도 문항·제시문 수록

목차

2026학년도

문제 1	금 거래 게임 — 확률변수의 평균·분산과 최적반응	5
문제 2	다항식의 ‘열매’ — 동차식과 연립일차방정식	6
문제 3	도둑의 도주 — 격자 경로와 확률	6
문제 4	꺾인 선과 넓이·활성도 최소화	7

2025학년도

문제 1	움직이는 여섯 점 — 삼각형 넓이의 곱과 최대·	9
문제 2	세 자동차의 연료 — 최적 정비와 도달 거리	9
문제 3	세 공의 위치·기록 — 수열의 귀납적 정의와 등	10

2024학년도

문제 1	포물선의 두 접선과 넓이	12
문제 2	수직선 위 점들의 이동과 소멸	12
문제 3	두 정사각형과 직선, 정적분	13
문제 4	동전 패턴 선택 게임	14

2023학년도

문제 1	합성함수의 미분가능성과 정적분	16
문제 2	세 동전 뒤집기와 상태 변환 확률	16
문제 3	포물선의 접선과 평행이동, 넓이	17

2022학년도

문제 1	기울인 그릇 속의 물	19
문제 2	조건을 만족하는 함수들의 집합	20
문제 3	원들과 직선	20
문제 4	다항식의 부호	21

2021학년도

문제 1	계단합성함수와 포물선 교점	23
문제 2	두 삼각형의 겹침 넓이함수	23
문제 3	다항식의 나눗셈과 나머지	23
문제 4	임의보행 감염 확률	23
문제 5	이항계수 다항식의 극한비	24
문제 6	갈루아 대응과 바닥함수	24
문제 7	합성함수의 넓이와 부정적분	24
문제 8	정사영 값의 분산 최대화	25

연도별 · 단원별 출제 경향

● 주된 단원 · ○ 함께 다루어진 단원. 한 문항이 여러 단원에 걸치는 것이 이 시험의 특징이다.

연도	문항	제목	함수·극한 ·미적분	수열·급수	기하·벡터	삼각함수	확률과 통 계	방정식·부 등식
2026	문제 1	금 거래 게임 — 확률변수의 평균·분산 과 최적반응	○				●	
	문제 2	단항식의 ‘열매’ — 동차식과 연립일차 방정식						●
	문제 3	도둑의 도주 — 격자 경로와 확률		○			●	
	문제 4	꺾인 선과 넓이·활성도 최소화	●		○			
2025	문제 1	움직이는 여섯 점 — 삼각형 넓이의 곱 과 최대·	○		●			
	문제 2	세 자동차의 연료 — 최적 정비와 도달 거리	●					○
	문제 3	세 공의 위치·기록 — 수열의 귀납적 정 의와 등		●				
2024	문제 1	포물선의 두 접선과 넓이	●		○			
	문제 2	수직선 위 점들의 이동과 소멸		○				●
	문제 3	두 정사각형과 직선, 정적분	●		○			
	문제 4	동전 패턴 선택 게임					●	
2023	문제 1	합성함수의 미분가능성과 정적분	●					
	문제 2	세 동전 뒤집기와 상태 변환 확률					●	
	문제 3	포물선의 접선과 평행이동, 넓이	●		○			
2022	문제 1	기울인 그릇 속의 물	●			○		
	문제 2	조건을 만족하는 함수들의 집합	○				●	
	문제 3	원들과 직선			●			○
	문제 4	다항식의 부호	○					●
2021	문제 1	계단함수함수와 포물선 교점	●					
	문제 2	두 삼각형의 겹침 넓이함수	○		●			
	문제 3	다항식의 나눗셈과 나머지		○				●
	문제 4	임의보행 감염 확률					●	
	문제 5	이항계수 다항식의 극한비	●				○	
	문제 6	갈루아 대응과 바닥함수	●					
	문제 7	합성함수의 넓이와 부정적분	●					
	문제 8	정사영 값의 분산 최대화			●	○		

2026학년도 · 문제편

문제 1	금 거래 게임 — 확률변수의 평균·분산과 최적반응
문제 2	단항식의 ‘열매’ — 동차식과 연립일차방정식
문제 3	도둑의 도주 — 격자 경로와 확률
문제 4	꺾인 선과 넓이·활성도 최소화

단원	함수·극한·미적분 · 수열·급수 · 기하·벡터 · 확률과 통계 · 방정식·부등식
핵심 개념	금 거래 게임과 최적반응 단항식의 열매와 동차식 도둑의 도주와 격자 경로 꺾인 선의 넓이와 활성도
문항 수	4문항 (소문항 14개)

I. 문제

문제 1 금 거래 게임 — 확률변수의 평균·분산과 최적반응

확률변수의 평균·분산 · 최적반응 · 소문항 4개

민호는 1그램, 영희는 2그램의 금을 보유하고 있고, 다음 [규칙]에 따라 금을 주고받는 시행을 한다.

(가) 어떤 실수 $a(0 \leq a \leq 1)$ 에 대하여, 민호는 a 그램의 금을 영희에게 지급한다. 이때, a 의 값을 **투자량**이라고 한다.

(나) 어떤 실수 $b(0 \leq b \leq 1)$ 에 대하여, 공정한 주사위를 한 번 던져 그 결과에 따라 영희는 민호에게 다음과 같이 금을 지급한다.

- 나온 눈의 수가 2 이하이면 투자량 1그램 당 $(2 + b)$ 그램의 금을 지급
- 나온 눈의 수가 3 이상이면 투자량 1그램 당 $(1 - b)$ 그램의 금을 지급

이때, b 의 값을 **활성도**라고 한다.

위 [규칙]에 주어진 a 와 b 의 값은 (나)에서 주사위를 던지기 전에 다음 두 방식 중 하나로 결정된다.

[방식 1] 영희가 먼저 b 를 결정하여 공지하면, 민호는 그 값을 알고 a 를 결정

[방식 2] 민호가 먼저 a 를 결정하여 공지하면, 영희는 그 값을 알고 b 를 결정

민호와 영희가 시행의 결과로 보유하게 될 금의 그램 수를 나타내는 확률변수를 각각 X 와 Y 라고 하자. 민호와 영희는 평균을 기대수익으로, 분산을 위험도로 간주한 후, 각자 적절한 자산관리지표를 설정한다.

(1-1) 주어진 두 실수 $a, b(0 \leq a \leq 1, 0 \leq b \leq 1)$ 에 대하여, 투자량이 a 로, 활성도가 b 로 결정되었을 때, 확률변수 X 의 평균 $E(X)$ 와 분산 $V(X)$ 를 구하시오.

(1-2) 주어진 실수 $b(0 \leq b \leq 1)$ 에 대하여 영희가 먼저 활성도를 b 로 결정하여 공지하였다. 민호의 자산관리지표 U 는 다음과 같다.

$$U = E(X) - \frac{1}{2}V(X)$$

범위 $0 \leq a \leq 1$ 에서 자산관리지표 U 의 값이 최대가 되도록 하는 투자량 a 의 값을 민호의 **최적 투자량**이라고 할 때, 이 값을 구하시오.

(1-3) 주어진 실수 $a(0 \leq a \leq 1)$ 에 대하여 민호가 먼저 투자량을 a 로 결정하여 공지하였다. 영희의 자산관리지표 W 는 다음과 같다.

$$W = E(Y) - \frac{1}{2}V(Y)$$

범위 $0 \leq b \leq 1$ 에서 자산관리지표 W 의 값이 최대가 되도록 하는 활성도 b 의 값을 영희의 **최적 활성도**라고 할 때, 이 값을 구하시오. (단, W 의 값이 최대가 되도록 하는 b 의 값이 여러 개인 경우, 그 값들을 모두 최적 활성도라고 한다.)

(1-4) 다음 조건을 만족하는 순서쌍 (a, b) 를 모두 구하시오. (단, $0 \leq a \leq 1, 0 \leq b \leq 1$)

(ㄱ) 영희가 먼저 활성도를 b 로 결정하여 공지했을 때, a 는 민호의 최적 투자량이다.

(ㄴ) 민호가 먼저 투자량을 a 로 결정하여 공지했을 때, b 는 영희의 최적 활성도이다.

문제 2 **다항식의 ‘열매’ — 동차식과 연립일차방정식**

다항식과 동차식 · 연립일차방정식 · 소문항 3개

(가) 세 문자 x, y, z 로 이루어진 단항식을, 실수 a 와 음이 아닌 정수 l, m, n 에 대해 $ax^l y^m z^n$ 과 같이 표현되는 식으로 정의한다. 세 문자 x, y, z 로 이루어진 다항식은 단항식들의 합으로 표현되는 식을 의미한다. 특히, 0 을 포함한 실수 또한 다항식으로 본다.

(나) 두 다항식 p 와 q 에 대하여, 어떤 실수 a, b, c 를 p 와 q 의 세 문자에 대입($x = a, y = b, z = c$)하여 얻은 식의 값이 서로 다르면, p 와 q 는 서로 다른 다항식이라 한다.

(다) 계수가 1 인 단항식을 **기본 단항식**이라 한다. 즉, 음이 아닌 정수 l, m, n 에 대하여 $x^l y^m z^n$ 과 같이 표현되는 단항식이다. 이때 기본 단항식 $x^l y^m z^n$ 의 **차수**는 $l + m + n$ 을 의미한다.

(라) 세 다항식 p_1, p_2, p_3 이 주어져 있을 때, 어떤 세 다항식 q_1, q_2, q_3 에 대하여

$$r = p_1 q_1 + p_2 q_2 + p_3 q_3$$

와 같이 나타낼 수 있는 기본 단항식 r 을 p_1, p_2, p_3 의 **열매**라고 한다. 예를 들어 $p_1 = x^2 + 3yz, p_2 = 7xz + 4z^2, p_3 = 2xy$ 는

$$x^4 = (x^2 + 3yz)(x^2 - xy) + (7xz + 4z^2)(-xy) + (2xy)(2xz + 2z^2)$$

를 만족하므로, 기본 단항식 x^4 은 p_1, p_2, p_3 의 열매이다.

(2-1) 차수가 4 인 기본 단항식 가운데 다음 세 다항식 p_1, p_2, p_3 의 열매가 **아닌** 것의 개수를 구하시오.

$$p_1 = 2x^2 - 2xy - xz + yz, \quad p_2 = 2xy - xz - 2y^2 + yz, \quad p_3 = 4xy - 2xz - 2yz + z^2$$

(2-2) 실수 a 에 대하여 세 다항식이 다음과 같이 주어져 있다.

$$p_1 = x^2 - y^2 + yz, \quad p_2 = ax^2 + xz + y^2, \quad p_3 = z^2$$

기본 단항식 가운데 p_1, p_2, p_3 의 열매가 아닌 것이 **무수히 많도록** 하는 a 의 값을 구하시오.

(2-3) 다음 세 다항식 p_1, p_2, p_3 의 열매 중 차수가 4 인 것을 모두 구하시오.

$$p_1 = x^2 - y^2 + yz, \quad p_2 = x^2 + xz + y^2, \quad p_3 = z^2$$

문제 3 **도둑의 도주 — 격자 경로와 확률**

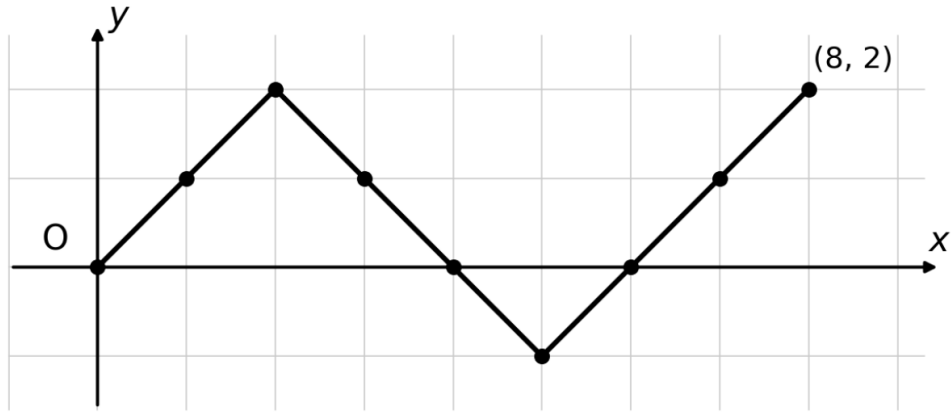
격자 경로의 개수 · 이항계수 · 확률의 극한 · 소문항 4개

자연수 n 에 대하여 $-2n \leq k \leq 2n$ 을 만족하는 정수 k 가 주어져 있을 때, 다음 조건을 모두 만족하며 좌표평면 위를 움직이는 도둑이 있다.

(가) 점 (x, y) 에 위치한 도둑은 한 번 움직일 때마다 점 $(x + 1, y + 1)$ 또는 $(x + 1, y - 1)$ 까지 최단 거리로 이동한다.

(나) 도둑은 원점 $O(0, 0)$ 에서 출발해 $4n$ 번 움직여 점 $(4n, 2k)$ 에 도착한다.

도둑이 이동하는 동안 지나간 모든 점들의 집합을 **도주경로**라 하자. (단, 도둑의 크기는 무시한다.) 예를 들어, [그림 1]은 $n = 2$ 이고 $k = 1$ 일 때 가능한 도주경로 중 하나를 나타낸 것이다.



[그림 1] $n = 2, k = 1$ 인 경우의 한 도주경로. 매 걸음 x 는 1 늘고 y 는 ± 1 변한다.

경찰은 도둑이 점 $(4n, 2k)$ 에 도착하였다는 제보를 받고, 도둑의 가능한 모든 도주경로 중 하나를 임의로 선택하여 수사를 진행한다. (단, 각 도주경로가 선택될 확률은 모두 같다.) 경찰이 선택한 도주경로가 세 점 $(2n, 2n), (2n, 0), (2n, -2n)$ 중 하나를 포함하면 경찰은 **단서를 발견**한다고 하자.

(3-1) 자연수 n 의 값이 3 이고 정수 k 의 값이 0, 2, 4 일 때, 경찰이 단서를 발견할 확률을 각각 구하시오.

(3-2) 자연수 n 에 대하여, 정수 k 의 값이 $2n - 3$ 일 때 경찰이 단서를 발견할 확률을 p_n 이라 하자. 다음 극한값을 구하시오.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} p_n$$

(3-3) 주어진 자연수 $n (n \geq 2)$ 에 대하여, 경찰이 단서를 발견할 확률이 최소가 되도록 하는 정수 k 의 값을 모두 구하시오.

(3-4) 자연수 n 에 대하여, 정수 k 의 값이 [3-3]에서 구한 값 중 가장 큰 값일 때 경찰이 단서를 발견할 확률을 q_n 이라 하자. 다음 극한값을 구하시오.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \ln q_n$$

문제 4 꺾인 선과 넓이·활성도 최소화

조각별 일차함수 · 정적분과 넓이 · 이차함수의 최솟값 · 소문항 3개

양의 실수 s 가 주어져 있다. 좌표평면 위의 두 점 $A(1, s)$ 와 $B(s+1, 0)$ 에 대하여 다음 물음에 답하여라.

(가) 함수 $f(x)$ 를 어떤 실수 k, a, b 에 대하여 다음과 같이 나타낼 수 있을 때, $y = f(x)$ 의 그래프를 **꺾인 선**이라 한다.

$$f(x) = \begin{cases} k(x-a) + b & (x \leq a) \\ (k+1)(x-a) + b & (x > a) \end{cases}$$

이때 실수 k 와 점 (a, b) 를 각각 이 꺾인 선의 **비탈** 과 **꺾인 점** 이라 한다.

(나) 주어진 양의 실수 m 에 대하여, 꺾인 점이 (a, b) 인 꺾인 선의 **활성도** 는 $ma^2 + b$ 를 의미한다.

(4-1) 두 점 A 와 B 를 모두 지나는 꺾인 선의 비탈로 가능한 값의 범위를 구하여라.

(4-2) 두 점 A 와 B 를 모두 지나는 꺾인 선과 x 축, y 축으로 둘러싸인 도형의 넓이의 최솟값을 s 에 대한 식으로 나타내어라.

(4-3) 양의 실수 s 의 값이 2 일 때, 다음 조건을 만족하는 m 의 값을 모두 구하여라.

두 점 A 와 B 를 모두 지나는 꺾인 선 가운데 활성도가 가장 작은 것의 개수는 2 이다.

2025학년도 · 문제편

- 문제 1** 움직이는 여섯 점 — 삼각형 넓이의 곱과 최대·
문제 2 세 자동차의 연료 — 최적 정비와 도달 거리
문제 3 세 공의 위치·기록 — 수열의 귀납적 정의와 등

-
- 단원** 함수·극한·미적분 · 수열·급수 · 기하·벡터 · 방정식·부등식
핵심 개념 움직이는 여섯 점과 넓이의 곱 세 자동차의 연료와 도달 거리 세 공의 위치와 귀납적 수열
문항 수 3문항 (소문항 11개)

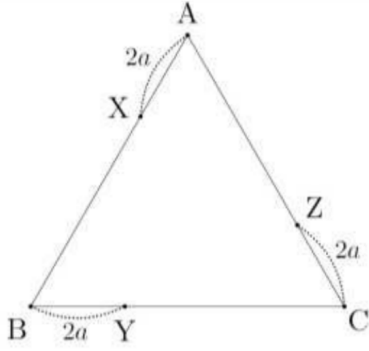
I. 문제

문제 1

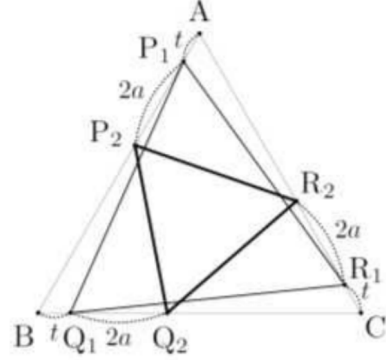
움직이는 여섯 점 — 삼각형 넓이의 곱과 최대·최소

정삼각형과 코사인법칙 · 넓이의 곱 · 최대·최소 · 소문항 4개

[그림 1]과 같이 한 변의 길이가 2 인 정삼각형 ABC 가 있다. 세 점 X, Y, Z 는 각각 변 AB , 변 BC , 변 CA 위의 점으로 $\overline{AX} = \overline{BY} = \overline{CZ} = 2a$ 를 만족한다. (단, a 는 $0 < a < 1$ 인 실수)



[그림 1] 삼각형 ABC 와 점 X, Y, Z



[그림 2] 시각 t 에 여섯 점의 위치

정삼각형 ABC 의 세 변 위를 여섯 점 $P_1, P_2, Q_1, Q_2, R_1, R_2$ 가 다음 [규칙]에 따라 [그림 2]와 같이 움직인다.

- (가) 두 점 P_1, P_2 는 각각 점 A, X 에서 시각 $t = 0$ 에 동시에 출발하여 변 AB 를 따라 속도 1 로 점 B 를 향해 움직인다.
- (나) 두 점 Q_1, Q_2 는 각각 점 B, Y 에서 시각 $t = 0$ 에 동시에 출발하여 변 BC 를 따라 속도 1 로 점 C 를 향해 움직인다.
- (다) 두 점 R_1, R_2 는 각각 점 C, Z 에서 시각 $t = 0$ 에 동시에 출발하여 변 CA 를 따라 속도 1 로 점 A 를 향해 움직인다.
- (라) 시각 $t = 2 - 2a$ 가 되어 세 점 P_2, Q_2, R_2 가 각각 점 B, C, A 에 도착하면, 여섯 점 $P_1, P_2, Q_1, Q_2, R_1, R_2$ 는 모두 이동을 멈춘다.

- (1-1) 시각 t ($0 \leq t \leq 2 - 2a$) 에서의 삼각형 $P_1Q_1R_1$ 의 넓이를 t 에 대한 식으로 나타내시오.
- (1-2) 두 삼각형 $P_1Q_1R_1$ 과 $P_2Q_2R_2$ 의 넓이가 같아지는 시각 t_0 를 a 에 대한 식으로 나타내시오.
- (1-3) 시각 t ($0 \leq t \leq 2 - 2a$) 에서의 삼각형 $P_1Q_1R_1$ 의 넓이와 삼각형 $P_2Q_2R_2$ 의 넓이의 곱을 $f(t)$ 라 하자. 닫힌구간 $[0, 2 - 2a]$ 에서 함수 $f(t)$ 가 $t = t_0$ 에서 최솟값을 가지도록 하는 실수 a 의 값의 범위를 구하시오. (단, t_0 은 문제 1-2에서 구한 값이다.)
- (1-4) 닫힌구간 $[0, 2 - 2a]$ 에서 함수 $f(t)$ 가 $t = t_0$ 에서 최댓값을 가지도록 하는 실수 a 의 값의 범위를 구하시오. (단, t_0 은 문제 1-2에서 구한 값이다.)

문제 2

세 자동차의 연료 — 최적 정비와 도달 거리

속도·연료의 상충 · 이차함수와 미분 · 제약 최적화 · 소문항 4개

시각 $t = 0$ 에 수직선 위 원점에 위치한 세 대의 자동차 A, B, C 는 아래와 같이 연료를 소모하며 수직선 위를 이동한다. (단, 자동차의 크기는 무시한다.)

[자동차 A]

(ㄱ) 속도는 1 이다. 즉, 시각 t 에 자동차 A 의 위치는 t 이다.

(ㄴ) 거리 s 를 이동할 때 연료를 $4s$ 리터 소모한다.

[자동차 B, C]

(ㄷ) 먼저 속도 -1 로 수직선 위 -10 에 위치한 정비소를 향해 이동하며, 이때 거리 s 마다 연료를 $4s$ 리터 소모한다.

(ㄹ) 정비소에 도착하면 정비소에 멈추어 각각 원하는 시간만큼 정비한 뒤 다시 수직선 위를 이동한다.

(ㄴ) 정비 후 거리 s 를 이동할 때 연료를 s 리터 소모한다.

(ㅂ) 자동차 B 의 정비시간이 r_B 라면, 정비하는 동안 연료는 총 $2r_B$ 리터 소모되며 정비 후 속도 $2 + r_B$ 로 움직인다.

(ㅅ) 자동차 C 의 정비시간이 r_C 라면, 정비하는 동안 연료는 총 $2r_C$ 리터 소모되며 정비 후 속도 $2 + r_C$ 로 움직인다.

※ 정비시간이 0 인 경우(도착 후 바로 떠나는 경우)도 정비된 것으로 하며, 이때 속도는 2, 거리 s 이동 시 연료 s 리터를 소모한다. ※ 연료가 0 리터가 되면 속도가 0 이 되어 멈춘다. ※ B, C 는 연료가 충분하지 못하면 정비소에 도착하지 못한다.

- (2-1) 실수 t_0 ($t_0 \geq 12$) 에 대해 자동차 B 가 시각 $t = t_0$ 에 도착할 수 있는 위치의 최댓값을 t_0 에 대한 식으로 나타내시오. 단, 자동차 B 의 연료는 충분하다고 하자.
- (2-2) 자동차 A 와 B 가 수직선 위의 위치 y ($y \geq 0$) 로 이동하려고 한다. 자동차 A 보다 자동차 B 가 먼저 도착할 수 있는 y 의 범위를 구하시오. 단, 자동차 A 와 B 의 연료는 충분하다고 하자.
- (2-3) 실수 k ($k \geq 60$) 에 대해 연료 k 리터를 가지고 출발한 자동차 B 가 시각 $t = 20$ 에 도착할 수 있는 위치의 최댓값을 k 에 대한 식으로 나타내시오.
- (2-4) 연료를 60 리터씩 가지고 있는 자동차 B 와 C 에 추가로 연료 51 리터를 나누어 넣고 출발하고자 한다. (즉, 출발할 때 B 와 C 가 가진 연료의 총합은 171 리터이다.) 시각 $t = 20$ 에 자동차 B 와 C 의 위치를 각각 y_B, y_C 라고 할 때, $y_B + y_C$ 의 최댓값을 구하시오.

문제 3

세 공의 위치·기록 — 수열의 귀납적 정의와 등비수열

수열의 귀납적 정의 · 합의 보존 · 등비수열의 합 · 소문항 3개

수직선 위에 세 공 P, Q, R 이 $p_1 = 1, q_1 = 2, r_1 = 3$ 에 각각 놓여있고, 각 공에는 $x_1 = 3, y_1 = 2, z_1 = 1$ 이 쓰여있다. 세 공 P, Q, R 에 대해 다음 시행을 반복한다. 시행에서 h 는 양수이다. (단, 공의 크기는 무시한다.)

[시행]

(가) 세 공에 쓰여있는 수들의 평균을 계산한다.

(나) P 에 쓰여있는 수에 h 를 곱한 값과 P 의 현재 위치를 더한 값으로 P 의 위치를 옮긴다.

(다) (가)에서 계산한 평균에서 P 에 쓰여있는 수를 뺀 값에 h 를 곱한다. 그 결과와 현재 P 에 쓰여있는 수를 더한 값을 P 에 쓰여있는 수로 고쳐 쓴다.

(라) P 대신 Q 와 R 에 대해서도 (나)와 (다)를 같은 방식으로 적용하여 공의 위치와 쓰여있는 수를 바꾼다.

시행을 n 번 반복한 후 P, Q, R 의 위치를 각각 $p_{n+1}, q_{n+1}, r_{n+1}$ 이라 하고, 각 공에 쓰여있는 수를 $x_{n+1}, y_{n+1}, z_{n+1}$ 이라 하자. (아래 예시는 $h = 0.5$ 인 경우 첫 번째 시행 전후의 위치와 쓰여있는 수의 예이다: 시행 전 $P(3)@1, Q(2)@2, R(1)@3 \rightarrow$ 시행 후 $P(2.5)@2.5, Q(2)@3, R(1.5)@3.5$.)

- (3-1) 시행을 2 회 반복한 후 세 공에 쓰여있는 수 x_3, y_3, z_3 의 평균을 구하시오.
- (3-2) 시행을 2023 회 반복한 후 P 에 쓰여있는 수 x_{2024} 를 h 에 대한 식으로 나타내시오.
- (3-3) 시행을 2023 회 반복한 후 공들의 위치가 $r_{2024} \leq q_{2024} \leq p_{2024}$ 를 만족하도록 하는 양수 h 의 값의 범위를 구하시오.

2024학년도 · 문제편

문제 1	포물선의 두 접선과 넓이
문제 2	수직선 위 점들의 이동과 소멸
문제 3	두 정사각형과 직선, 정적분
문제 4	동전 패턴 선택 게임

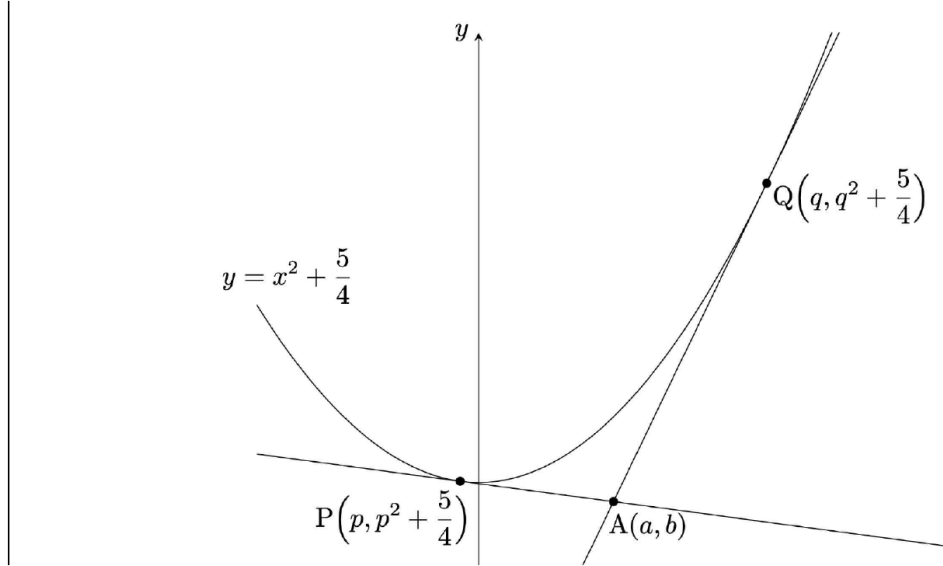
단원	함수·극한·미적분 · 수열·급수 · 기하·벡터 · 확률과 통계 · 방정식·부등식
핵심 개념	포물선의 두 접선과 넓이 수직선 위 점들의 충돌과 소멸 두 정사각형과 직선의 정적분 동전 패턴 승리 확률
문항 수	4문항 (소문항 15개)

I. 문제

문제 1 포물선의 두 접선과 넓이

포물선의 접선 · 최대·최소 · 정적분과 넓이 · 소문항 4개

곡선 C 의 방정식은 $y = x^2 + \frac{5}{4}$ 이다. 다음 그림과 같이 점 $A(a, b)$ 에서 곡선 C 에 서로 다른 두 접선을 그을 수 있을 때, 그 두 접점과 곡선 C 의 접점을 각각 $P(p, p^2 + \frac{5}{4})$, $Q(q, q^2 + \frac{5}{4})$ 라 하자. (단, $p < q$.)



곡선 $C : y = x^2 + \frac{5}{4}$ 와 점 $A(a, b)$ 에서 그은 두 접선, 접점 P, Q .

- (1-1) $\frac{AP^2 + AQ^2}{PQ^2}$ 의 값을 p 와 q 에 대한 식으로 나타내시오.
- (1-2) 점 A 가 곡선 C 와 만나지 않는 직선 $y = \frac{3}{2}x$ 위에 있을 때, $\frac{AP^2 + AQ^2}{PQ^2}$ 의 값을 점 A 의 x 좌표 a 에 대한 식으로 나타내시오.
- (1-3) 1-2에서 얻은 식을 $f(a)$ 라 하자.
 (1) 구간 $[-\frac{1}{2}, 1]$ 에서 함수 $f(a)$ 의 최댓값 M 과 최솟값 m 을 구하시오.
 (2) $f(a) = f(t)$ 를 만족하는 a 가 두 개 존재하도록 하는 실수 t 의 값을 모두 구하시오. (단, $t \neq 0$.)
- (1-4) 점 A 가 원점 O 일 때, 두 접선과 곡선 C 로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하시오.

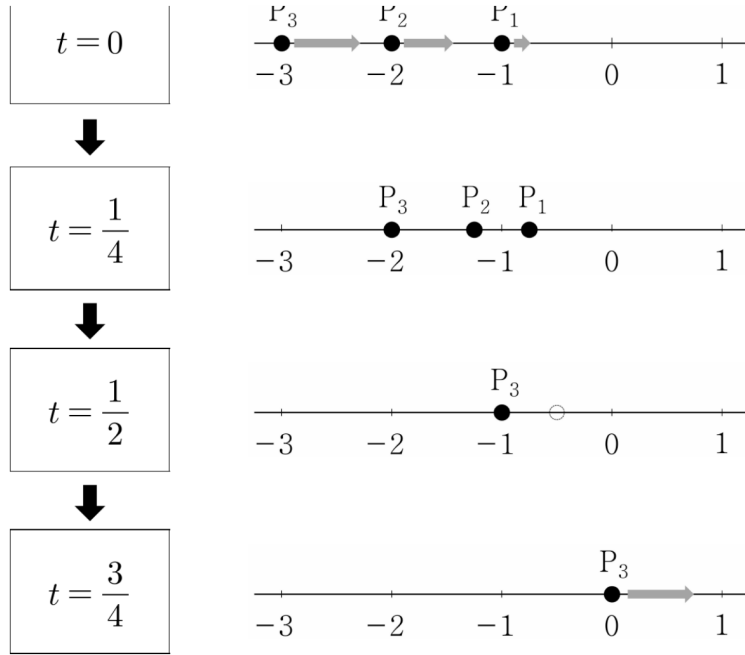
문제 2 수직선 위 점들의 이동과 소멸

등속 운동 · 충돌과 소멸 · 부등식과 경우 나누기 · 소문항 3개

양의 정수 $n(n \geq 2)$ 에 대하여 수직선 위의 n 개의 점 $P_1, \dots, P_n$ 이 다음 [규칙]에 따라 움직이고 있다.

[규칙]

- (가) 점 P_k 는 수직선 위의 점 $-k$ 에서 출발하여 속도 v_k 로 움직인다. 즉, 시각 t 에서 P_k 의 위치는 $-k + v_k t$ 이다.
- (나) 모든 점들은 동시에 출발하며, 점들의 속도는 $0 < v_1 < v_2 < \dots < v_n$ 을 만족한다.
- (다) 두 개 이상의 점이 한 곳에서 만나면 그 점들은 모두 사라진다. (단, 점들이 동시에 같은 위치에 놓이면 “만나다”라고 한다.)



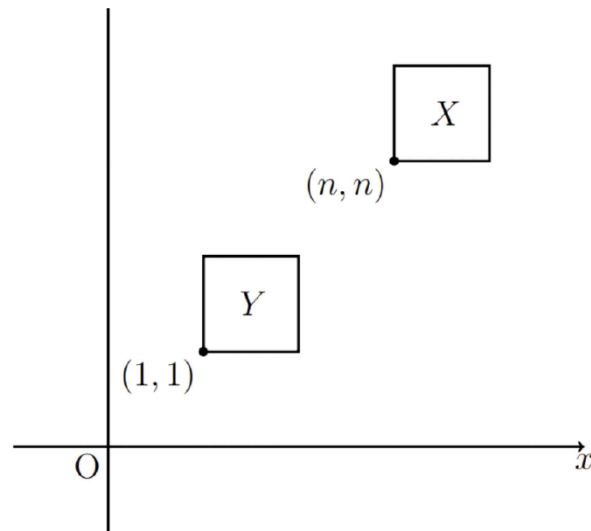
예시 ($n = 3, v_1 = 1, v_2 = 2, v_3 = 4$): 시각 $t = 0, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}$ 의 네 스냅샷. [규칙]대로 계산하면 $t = \frac{1}{2}$ 에서 위치 -1 에 함께 놓여 사라지는 두 점은 P_2 와 P_3 이고, 짝을 잃고 계속 움직이는 점은 P_1 이다.

- (2-1) $n = 5$ 인 경우, 다섯 점의 속도가 $v_1 = 1, v_2 = 4, v_3 = 6, v_4 = 18, v_5 = 20$ 으로 주어질 때, 사라지지 않고 계속 움직이는 점을 구하시오.
- (2-2) $n = 6$ 인 경우, $v_1 = 13, v_2 = 15, v_3 = 16, v_4 = 17, v_5 = 22, v_6 = 26$ 으로 주어질 때, 원점을 통과한 뒤 사라지는 점의 개수를 구하시오.
- (2-3) $n = 4$ 인 경우, $v_1 = 12, v_2 = 3a, v_3 = a + 26, v_4 = 39$ 이고 실수 a 의 값의 범위는 $4 < a < 13$ 이다.
- (1) 가장 먼저 사라지는 점들을 a 의 값의 범위에 따라 구하시오.
 - (2) 두 개의 점만 원점을 통과한 뒤 사라지도록 하는 a 의 값의 범위를 구하시오. (단, 어떤 점이 원점에서 다른 점과 만나 사라졌다면, 이 점은 원점을 통과하지 못한 것으로 한다.)

문제 3 두 정사각형과 직선, 정적분

직선과 도형의 교차 · 절댓값 함수의 정적분 · 극한 · 소문항 4개

다음 그림과 같이 양의 정수 $n(n \geq 3)$ 에 대하여 점 $(n, n), (n + 1, n), (n + 1, n + 1), (n, n + 1)$ 을 꼭짓점으로 하는 정사각형 X 와 점 $(1, 1), (2, 1), (2, 2), (1, 2)$ 를 꼭짓점으로 하는 정사각형 Y 가 좌표평면 위에 있다.



두 정사각형 X (원점

가래 꼭짓점 $(1, 1)$).

- (3-1) 실수 a 에 대하여 기울기가 a 인 직선 $y = ax + b$ 가 X 와 적어도 한 점에서 만나기 위한 y 절편 b 의 최댓값과 최솟값을 구하시오.
- (3-2) 3-1에서 구한 b 의 최댓값을 $p(a)$, 최솟값을 $q(a)$ 라 하자. 함수 $y = p(x)$ 와 $y = q(x)$ 에 대하여 다음 정적분의 값을 구하시오.

$$\int_{-3}^2 (p(x) - q(x)) dx.$$

- (3-3) 실수 a 에 대하여 기울기가 a 인 직선 $y = ax + b$ 가 Y 와 적어도 한 점에서 만나기 위한 y 절편 b 의 최댓값을 $r(a)$, 최솟값을 $s(a)$ 라 하자. 네 함수 $y = p(x), y = q(x), y = r(x), y = s(x)$ 의 그래프로 둘러싸인 도형의 넓이를 S_n 이라 할 때, S_3 의 값을 구하시오.
- (3-4) 극한값 $\lim_{n \rightarrow \infty} nS_n$ 을 구하시오. (단, S_n 은 3-3에서 제시한 넓이다.)

문제 4 동전 패턴 선택 게임

독립시행의 확률 · 패턴 대기시간 · 극한 · 소문항 4개

앞면이 나올 확률이 p , 뒷면이 나올 확률이 q 인 동전이 있다. (단, $0 < p < 1$ 이고 $q = 1 - p$.) 이 동전을 던져서 앞면이 나오면 H, 뒷면이 나오면 T라고 나타낸다. 주어진 양의 정수 $n(n \geq 3)$ 에 대해 두 선수 A와 B가 다음 규칙을 따르는 게임을 한다.

[규칙]

(가) A와 B는 카드 HH, HT, TH, TT 중 1장씩 선택한다. (단, A와 B는 서로 다른 카드를 선택한다.)

(나) 심판이 동전을 반복하여 던지다가 어느 선수가 선택한 카드에 적힌 것과 동일하게 나오는 순간, 해당 카드를 선택한 선수를 승리자로 선언하고 동전 던지기를 멈춘다.

(다) 동전을 n 번 던졌을 때까지 승자가 없는 경우 무승부를 선언하고 동전 던지기를 멈춘다.

A의 승리 확률을 a_n , B의 승리 확률을 b_n , 무승부 확률을 c_n 이라 하자.

- (4-1) $n = 3$ 이고 $p = \frac{1}{4}$ 인 경우, A와 B가 각각 HT와 TH를 선택했을 때 a_3 과 b_3 을 구하시오.
- (4-2) 주어진 양의 정수 $n(n \geq 3)$ 에 대하여 A와 B가 각각 HT와 TH를 선택했을 때, $a_n = b_n$ 이 성립하도록 하는 p 를 모두 구하시오.
- (4-3) A와 B가 각각 HH와 TH를 선택했다. 두 극한값 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 과 $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n$ 이 같도록 하는 p 를 구하고, 그때의 p 의 값에 대하여 $a_m > b_m$ 이 성립하도록 하는 $m(m \geq 3)$ 의 범위를 구하시오.
- (4-4) 규칙 (가)를 변형하여 선택할 수 있는 카드에 HHT를 추가하자. (단, 나머지 규칙은 동일하다.) A는 HHT를, B는 TH를 선택했다. 두 극한값 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 과 $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n$ 이 같도록 하는 p 를 구하고, 그때의 p 의 값에 대하여 $a_m < b_m$ 이 성립하도록 하는 $m(m \geq 3)$ 의 범위를 구하시오.

2023학년도 · 문제편

문제 1	합성함수의 미분가능성과 정적분
문제 2	세 동전 뒤집기와 상태 변환 확률
문제 3	포물선의 접선과 평행이동, 넓이

단원	함수·극한·미적분 · 기하·벡터 · 확률과 통계
핵심 개념	합성함수의 미분가능성과 정적분 세 동전 뒤집기와 상태 변환 확률 포물선의 접선과 평행이동, 넓이
문항 수	3문항 (소문항 10개)

I. 문제

문제 1 합성함수의 미분가능성과 정적분

버전 A·B 공통 · 합성함수 · 미분가능성 · 정적분 · 소문항 3개

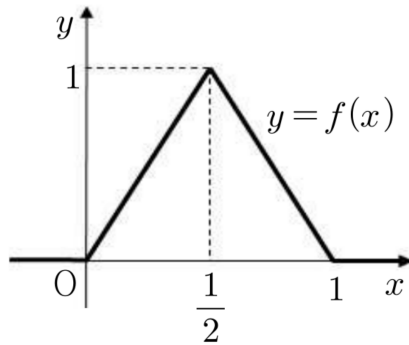
함수 $f(x)$ 와 그 그래프는 아래와 같다.

$$f(x) = \begin{cases} 0 & (x < 0) \\ 2x & (0 \leq x < \frac{1}{2}) \\ 2 - 2x & (\frac{1}{2} \leq x < 1) \\ 0 & (1 \leq x) \end{cases}$$

실수 a 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = af(x)$$

라고 하자.



함수 $y = f(x)$ 의 그래프. $x = \frac{1}{2}$ 에서 최댓값 1을 갖는 이등변삼각형 모양이며, $x = 0, \frac{1}{2}, 1$ 에서 미분가능하지 않다.

(1-1) $a = 1$ 일 때, 합성함수 $g(g(g(x)))$ 가 미분가능하지 않은 점의 개수를 구하시오.

(1-2) 다음 네 가지의 경우

$$a \leq 0, \quad 0 < a \leq \frac{1}{2}, \quad \frac{1}{2} < a < 1, \quad 1 < a$$

각각에 대하여 함수 $y = g(g(g(x)))$ 의 그래프의 개형을 그리시오. 또한, 모든 미분가능하지 않은 점에서의 함수값이 (i) 0보다 크거나 작거나 같은지, (ii) a 보다 크거나 작거나 같은지 설명하시오. (미분가능하지 않은 점의 좌표를 서술할 필요 없음.)

(1-3) 다음 등식이 성립하도록 하는 실수 a 의 값을 모두 구하시오.

$$\int_0^1 g(g(x)) dx = \int_0^1 g(x) dx.$$

※ 본 문항은 두 가지 버전(버전 A: 자연과학대학·수리과학부·통계학과·사범대학 수학교육과 / 버전 B: 공과대학·농업생명과학대학·약학대학)으로 출제되었으나, 두 버전의 제시문·문항·소문항이 완전히 동일하며 활용 모집단위만 다르므로 하나로 제시한다.

문제 2 세 동전 뒤집기와 상태 변환 확률

확률 · 상태 전이 · 그레이 코드 · 소문항 4개

10원짜리, 100원짜리, 500원짜리 동전이 각각 하나씩 놓여 있다. 차례로 동전을 한 개씩 뒤집는 작업을 통해 동전을 다음 상태로 바꾸려고 한다.

(*) 3개의 동전이 모두 앞면이거나 모두 뒷면

동전을 뒤집을 순서대로 차례로 나열한 수열을 ‘뒤집기 수열’이라 하자. 즉, ‘뒤집기 수열’ $\{a_n\}$ 은 n 번째에 a_n 원짜리 동전을 뒤집는 것을 말하며 수열 $\{a_n\}$ 의 모든 항은 10, 100, 500 중 하나이다. (예: ‘뒤집기 수열’ 100, 500, ...에 따라 뒤집으면 500원, 그다음 다시 100원, ...을 뒤집는다.)

도전자가 ‘뒤집기 수열’을 하나 제시하면, 심판이 3개의 동전을 (*) 상태가 아니도록 무작위로 놓은 후, 도전자에게 제시한 ‘뒤집기 수열’에 따라 동전을 뒤집는다. 3개의 동전이 (*) 상태가 되면 뒤집기를 멈춘다.

- (2-1) 모든 ‘뒤집기 수열’에 대해 1번 만에 3개의 동전이 (*) 상태로 바뀔 확률은 같다. 그 확률을 구하시오.
 (2-2) 2번 이내에 3개의 동전이 (*) 상태로 바뀔 확률을 최대로 만드는 ‘뒤집기 수열’ 하나의 처음 두 개 항을 제시하고 그 최대의 확률을 구하시오.
 (2-3) n 번 이내에 3개의 동전이 (*) 상태로 바뀔 확률이 1인 ‘뒤집기 수열’이 존재하도록 하는 n 의 최솟값을 구하시오.
 (2-4) 위에서 (*) 상태를 아래의 (**) 상태로 대체한다.

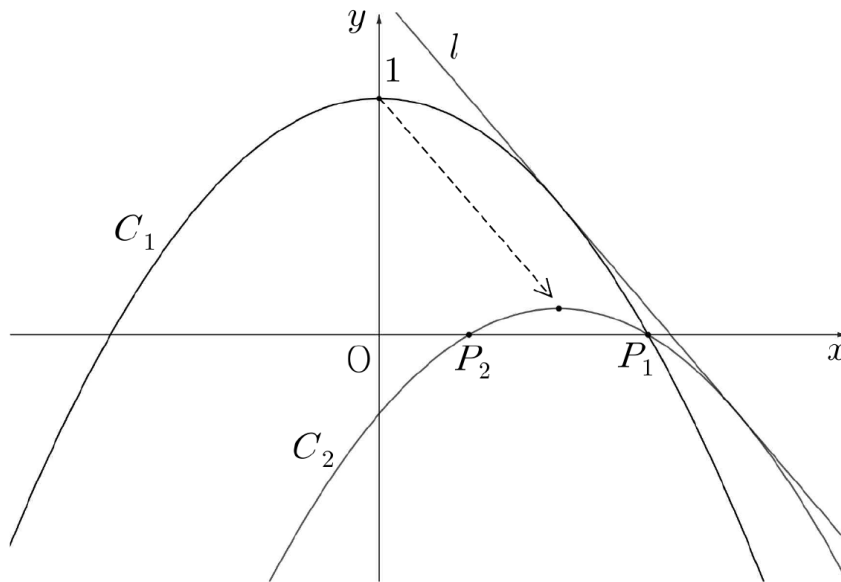
() 3개의 동전이 모두 앞면**

도전자가 ‘뒤집기 수열’을 하나 제시하면, 심판이 3개의 동전을 (**) 상태가 아니도록 무작위로 놓은 후, 도전자가 제시한 ‘뒤집기 수열’에 따라 동전을 뒤집는다. 3개의 동전이 (**) 상태가 되면 뒤집기를 멈춘다. n 번 이내에 3개의 동전이 (**) 상태로 바뀔 확률이 1인 ‘뒤집기 수열’이 존재하도록 하는 n 의 최솟값을 구하시오.

문제 3 포물선의 접선과 평행이동, 넓이

접선 · 평행이동 · 정적분과 넓이 · 소문항 3개

포물선 C_1 의 방정식은 $y = -x^2 + 1$ 이고, 점 P_1 의 좌표는 $(1, 0)$ 이다. 직선 l 은 포물선 C_1 위의 점 $(c, -c^2 + 1)$ 에서의 접선이다. (단, c 는 $\frac{1}{2} < c < 1$ 인 고정된 실수이다.) 포물선 C_2 는 C_1 을 평행이동한 포물선이고 직선 l 과 접하며 P_1 을 지난다. (단, C_2 와 C_1 은 서로 다르다.) 점 $P_2(q_0, 0)$ 은 C_2 와 x 축의 교점이다. (단, P_2 와 P_1 은 서로 다르다.)



포물선 $C_1: y = -x^2 + 1$, 접선 l , 그리고 l 과 P_1 을 이용해 얻은 평행이동 포물선 C_2 . 점 $P_1(1, 0), P_2(q_0, 0)$.

- (3-1) 포물선 C_2 의 꼭짓점의 x, y 좌표를 각각 c 에 대한 식으로 나타내시오.
 (3-2) 직선 $x = q_0$ 와 직선 l 및 포물선 C_2 로 둘러싸인 도형의 넓이를 c 에 대한 식으로 나타내시오.
 (3-3) 위와 같이 모든 자연수 k 에 대하여 포물선 C_k 와 C_{k+1} 의 점 $P_k(q_{k-1}, 0)$ 이 주어지 있을 때, 포물선 C_{k+1} 과 점 $P_{k+1}(q_k, 0)$ 이 다음과 같이 주어진다.
 (1) 포물선 C_{k+1} 은 C_k 를 x 축의 방향으로 a_k 만큼, y 축의 방향으로 b_k 만큼 평행이동한 포물선이고 직선 l 과 접하며 P_k 를 지난다. (단, C_{k+1} 과 C_k 는 서로 다르다.)
 (2) 점 P_{k+1} 은 C_{k+1} 과 x 축의 교점이다. (단, P_{k+1} 과 P_k 는 서로 다르다.)
 a_{k+1} 을 a_k, q_k, c 에 대한 식으로 나타내고, (필요하다면 이를 이용하여) q_{k+1} 을 q_k, c 에 대한 식으로 나타내시오.
 (단, $a_1 = b_1 = 1, q_1 = 1$.)

2022학년도 · 문제편

문제 1	기울인 그릇 속의 물
문제 2	조건을 만족하는 함수들의 집합
문제 3	원들과 직선
문제 4	다항식의 부호

단원	함수·극한·미적분 · 기하·벡터 · 삼각함수 · 확률과 통계 · 방정식·부등식
핵심 개념	회전체의 부피와 삼각함수 조건을 만족하는 함수들의 집합 원들과 직선, 접점의
	자취 다항식의 부호와 근
문항 수	4문항 (소문항 15개)

I. 문제

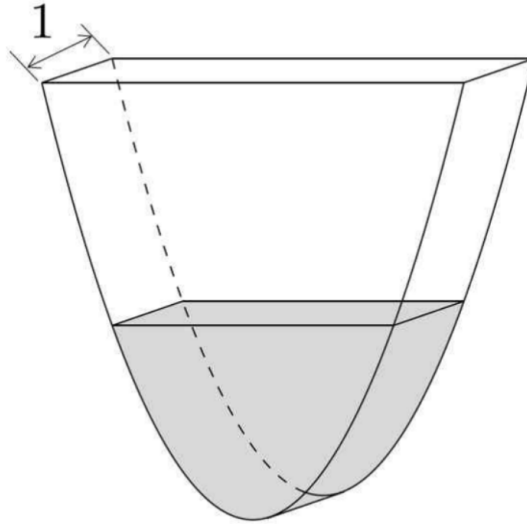
문제 1 기울인 그릇 속의 물

수학 A(인문)·수학 D(자연) · 소문항 4개

좌표평면 위에서 부등식

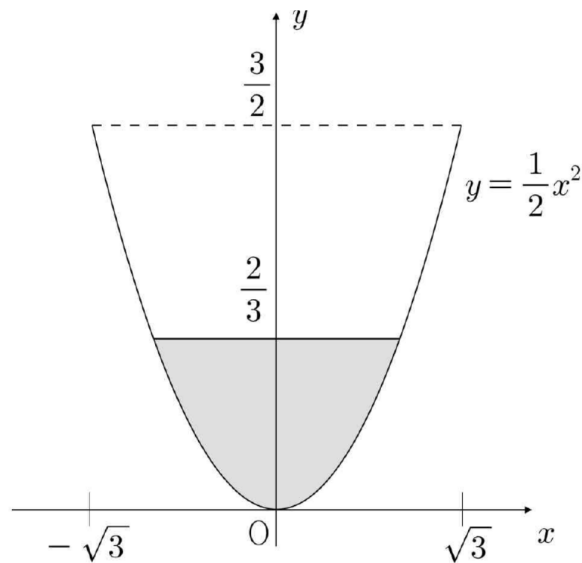
$$\frac{1}{2}x^2 \leq y \leq \frac{3}{2}$$

을 만족시키는 점들의 집합을 단면으로 하는, 앞뒤 간격이 1 인 그릇이 있다. 이 그릇을 수평인 바닥에 똑바로 놓고, 물의 표면(수면)이 $y = \frac{2}{3}$ 이 되도록 물을 담는다.



[그림 1] 물을 담은 그릇의 단면 (수면 $y = \frac{2}{3}$)

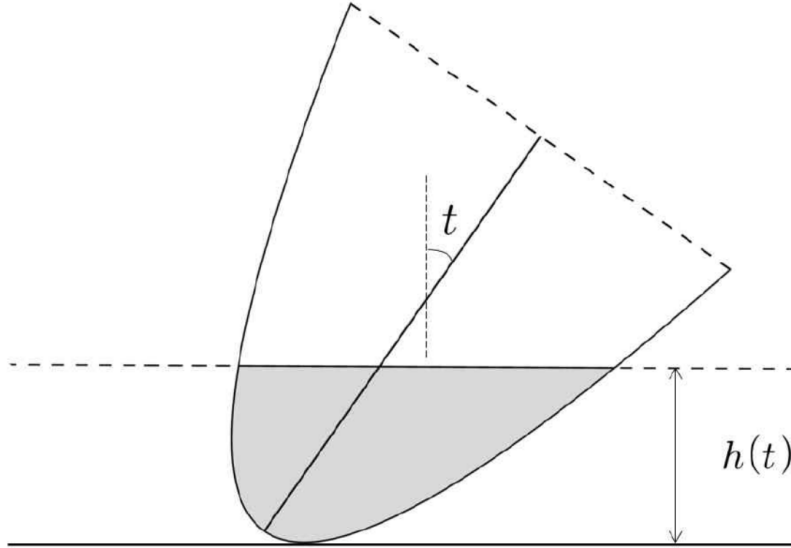
이제 이 그릇을 그림과 같이 한쪽으로 기울인다. 기울인 각을 t (단, $0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$)라 하고, 기울인 뒤 그릇에 남아 있는 물의 단면에서 수면의 가장 낮은 점과 가장 높은 점의 y 좌표 차(수직 방향 물의 깊이)를 $h(t)$ 라 하자. 그릇을 기울일 때 물은 넘칠 수 있으며, 넘친 물은 다시 담기지 않는다.



[그림 2] 그릇 단면 곡선 $y = \frac{1}{2}x^2$ 과 수면

아래 물음에 답하십시오. (1-1, 1-2, 1-3 은 수학 A·D 공통, 1-4 는 수학 D)

- (1-1) 기울인 그릇 안에 물이 전혀 남아 있지 않게 되는, 즉 $h(t) = 0$ 이 되는 t 의 범위를 구하고, 그 근거를 설명하십시오.
 (1-2) 기울인 뒤에도 그릇 안의 물의 양이 기울이기 전과 같은(= 물이 한 방울도 넘치지 않는) t 의 범위를 구하고, 그 근거를 설명하십시오.
 (1-3) $h(t)$ 를 t 에 대한 식으로 나타내시오. 또한 $\cos t_2 = \frac{2\sqrt{7}}{7}$ 일 때 $h(t_2)$ 의 값을 구하십시오.



[그림 3] 그릇을 각 t 만큼 기울인 모습과 물의 깊이 $h(t)$

- (1-4) <수학 D> 구간 $[0, \frac{\pi}{2}]$ 에서 함수 $h(t)$ 의 미분가능성을 논하십시오.

문제 2 조건을 만족하는 함수들의 집합

수학 B(자연) · 소문항 4개

다음 세 조건 (가), (나), (다)를 모두 만족시키는 함수 $f : [-5, 5] \rightarrow \mathbb{R}$ 전체의 집합을 X 라 하자.

- (가) f 는 닫힌구간 $[-5, 5]$ 에서 연속이다.
 (나) 각 정수 k ($-5 \leq k \leq 4$) 에 대하여, f 는 구간 $[k, k+1]$ 에서 기울기가 1 또는 -1 인 일차함수이다.
 (다) $f(-5) = f(5) = 0$ 이다.

아래 물음에 답하십시오.

- (2-1) 집합 X 의 원소의 개수를 구하십시오.
 (2-2) 집합 X 의 원소 중에서 모든 $x \in [-5, 5]$ 에 대하여 $f(x) \leq x^2 + 2$ 를 만족시키는 함수들의 집합을 Y 라 할 때, Y 의 원소의 개수를 구하십시오.
 (2-3) 집합 X 의 원소 f 에 대하여 $\int_{-5}^5 f(x)dx$ 의 최댓값을 구하십시오.
 (2-4) 두 함수 $g(x) = -(x+2)^2 + 2$, $h(x) = (x-2)^2 + a$ 가 있다. 집합 X 의 어떤 원소 f 의 그래프도 두 곡선 $y = g(x)$, $y = h(x)$ 중 어느 것과도 만나지 않도록 하는 실수 a 의 범위를 구하십시오.

문제 3 원들과 직선

수학 C·수학 D(자연) · 소문항 3개

자연수 n 에 대하여, 좌표평면에서 중심이 $(n, 0)$ 이고 반지름이 $\sqrt{n}$ 인 원을 A_n 이라 하자. 또한 자연수 m 에 대하여, 점 $(-m, 0)$ 을 지나고 기울기가 α ($\alpha > 0$) 인 직선을 l 이라 하자.

아래 물음에 답하시오.

- (3-1) 직선 l 이 원 A_n 과 만나기 위한(접하거나 두 점에서 만나는) α 의 조건을, n 과 m 으로 나타내시오.
 (3-2) 직선 l 이 원 A_{m+1} 과는 만나지만 다른 어떤 원 A_n ($n \neq m+1$) 과도 만나지 않도록 하는 α 의 범위를 구하시오.
 (3-3) 각 자연수 k 에 대하여, 점 $(-k, 0)$ 을 지나고 원 A_k 에 접하는 직선의 접점을 ‘좋은 점’ 이라 하자. 모든 좋은 점들이 놓이는 이차곡선의 방정식을 구하고, 그 곡선을 좌표평면에 나타내시오.

문제 4 다항식의 부호

수학 C(자연) · 소문항 4개

다항식 $P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$ 에 대하여, $P(x)$ 를

$$P(x) = x^k Q(x), \quad Q(0) \neq 0$$

 꼴로 나타낼 수 있다. 즉 k 는 $P(x)$ 가 $x = 0$ 에서 갖는 근의 중복도이다.

아래 물음에 답하시오.

- (4-1) $P(x) = 5x^5 - 4x^4 + x^3$ 일 때, $0 < x < 1$ 과 $-1 < x < 0$ 에서 $P(x)$ 의 부호를 각각 판정하시오.
 (4-2) $0 < |x| < 1$ 인 모든 x 에 대하여 $P(x) > 0$ 을 만족시키는 다항식 P 에 대하여, 위 표현의 k 가 만족해야 하는 조건을 구하시오.
 (4-3) 두 다항식 $P_1(x) = x^{k_1} Q_1(x)$, $P_2(x) = x^{k_2} Q_2(x)$ 가 $0 < x < 1$ 에서 $P_1(x) > P_2(x) > 0$ 을 만족시킨다. k_1 과 k_2 의 대소 관계를 구하시오.
 (4-4) 다음 두 조건을 모두 만족시키는 세 다항식 P_1, P_2, P_3 이 존재하는지 판정하고, 그 근거를 설명하시오.
 (가) $0 < x < 1$ 이면 $0 < P_1(x) < P_2(x) < P_3(x)$
 (나) $-1 < x < 0$ 이면 $P_1(x) < P_3(x) < 0 < P_2(x)$

2021학년도 · 문제편

문제 1	계단함수합수와 포물선 교점
문제 2	두 삼각형의 겹침 넓이함수
문제 3	다항식의 나눗셈과 나머지
문제 4	임의보행 감염 확률
문제 5	이항계수 다항식의 극한비
문제 6	갈루아 대응과 바닥함수
문제 7	함수합수의 넓이와 부정적분
문제 8	정사영 값의 분산 최대화

단원	함수·극한·미적분 · 수열·급수 · 기하·벡터 · 삼각함수 · 확률과 통계 · 방정식·부등식
핵심 개념	함수합수와 포물선 교점 두 삼각형의 겹침 넓이함수 다항식의 나눗셈과 나머지 임의보행 감염 확률 이항계수 다항식의 극한비 갈루아 대응과 바닥함수 함수합수의 넓이와 부정적분 정사영 값의 분산 최대화
문항 수	8문항 (소문항 18개)

본 자료는 서울대학교 2021학년도 수시모집 면접 및 구술고사 [수학] 원문(문항·제시문)을 재조판하고, 각 문항에 대한 예시 답안을 정리한 것이다. 인문 계열(A·B형)과 자연 계열(C·D·E형)의 모든 문항을 원문 그대로 수록하였다. 정량적 결과는 모두 컴퓨터로 검산하였다. (원문에는 배점 표기가 없다.)

I. 문제

문제 1 계단함성함수와 포물선 교점

인문 A형 · 오전 · 소문항 1개

문제 1. 두 함수 $g_1(x)$ 와 $g_2(x)$ 가 아래와 같이 주어져 있다.

$$g_1(x) = \begin{cases} 0 & (-1 \leq x < 0) \\ 1 & (0 \leq x \leq 1) \end{cases}, \quad g_2(x) = \sin(4\pi x) \quad (0 \leq x \leq 1)$$

합성함수 $h(x) = (g_1 \circ g_2)(x)$ 에 대하여 다음 질문에 답하시오.

(1-1) 함수 $y = h(x)$ ($0 \leq x \leq 1$)의 그래프와 이차함수 $y = -6x(x - b)$ 의 그래프의 교점의 개수가 최대가 되는 실수 b 의 값의 범위를 구하시오.

문제 2 두 삼각형의 겹침 넓이함수

인문 B형 · 오후 · 소문항 2개

문제 2. 실수 s 에 대하여 좌표평면 위의 세 점 $A(s, 2)$, $B(-1 + s, 0)$, $C(1 + s, 0)$ 을 꼭짓점으로 하는 삼각형 $\triangle ABC$ 와 세 점 $A'(-2, 3)$, $B'(0, 1)$, $C'(2, 3)$ 를 꼭짓점으로 하는 삼각형 $\triangle A'B'C'$ 을 생각하자. 삼각형 $\triangle ABC$ 의 내부와 $\triangle A'B'C'$ 의 내부가 겹치는 부분의 넓이를 $R(s)$ 라고 하자 (단, 겹치는 부분이 없으면 $R(s) = 0$ 으로 정한다). 다음 물음에 답하시오.

(2-1) 함수 $y = R(s)$ 를 구하고, 그래프의 개형을 그리시오.

(2-2) 함수 $y = R(s)$ 가 미분가능임을 설명하고 도함수 $y = R'(s)$ 를 구하시오.

문제 3 다항식의 나눗셈과 나머지

자연 C형 · 오전 · 소문항 3개

문제 1. 다항식 $g(x) = x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$ 에 대하여 다음 물음에 답하시오.

(1-1) x^5 을 $g(x)$ 로 나눈 나머지를 구하시오.

(1-2) 자연수 n 에 대하여 $f_n(x) = (x^3 + x^2 + 3)^n$ 이라 하자. $f_n(x)$ 를 $g(x)$ 로 나눈 나머지를 $r_n(x) = a_n x^3 + b_n x^2 + c_n x + d_n$ (단, a_n, b_n, c_n, d_n 은 정수)

라고 쓰자. 모든 $n \geq 1$ 에 대하여 $a_n = b_n, c_n = 0$ 임을 보이시오.

(1-3) 모든 $n \geq 1$ 에 대하여 $a_n^2 + a_n d_n - d_n^2$ 의 값을 구하시오.

문제 4 임의보행 감염 확률

자연 C형 · 오전 · 소문항 2개

문제 2. 아래와 같은 도로망에 ‘기쁨 바이러스’가 다음 (가)~(마)의 규칙에 따라 퍼지고 있다.

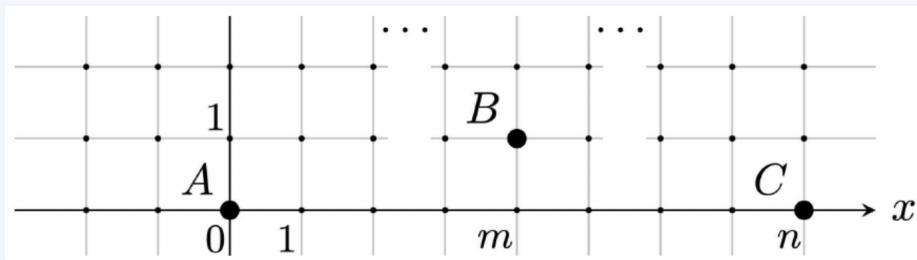


그림 1. 도로망 및 A, B, C의 위치. $A(0, 0)$, $B(m, 1)$, $C(n, 0)$.

- (가) 감염되지 않은 사람이 감염된 사람과 동일한 좌표에 위치하게 되는 순간 50%의 확률로 감염된다.
 (나) 시각 $t = 0$ 초일 때 ‘기쁨이’는 $A(0, 0)$ 에, ‘화남이’는 $B(m, 1)$ 에, ‘슬픔이’는 $C(n, 0)$ 에 있다 (단, n, m 은 $n \geq 1, 0 \leq m < n$ 을 만족하는 정수이다).
 (다) $t = 0$ 초일 때 기쁨이는 ‘기쁨 바이러스’에 감염된 상태이고, 화남이와 슬픔이는 감염되지 않은 상태이다.
 (라) 매초 기쁨이는 오른쪽, 왼쪽, 위, 아래 중 한 방향으로 한 칸씩 움직이는데 각 방향으로 움직일 확률은 각각 25%이다. 화남이와 슬픔이는 움직이지 않는다.
 (마) ‘기쁨 바이러스’에 감염되었을 때 스스로 치유되지 않으며, 기쁨이 외의 감염원은 없다.

다음 물음에 답하시오.

- (2-1) 화남이와 슬픔이가 모두 $t = n + 2$ 초에 ‘기쁨 바이러스’에 ‘감염된 상태’일 확률을 구하시오.
 (2-2) 슬픔이가 $t = n + 2$ 초에 ‘기쁨 바이러스’에 ‘감염된 상태’일 때, 화남이도 ‘감염된 상태’일 조건부확률을 구하시오.

문제 5 이항계수 다항식의 극한비

자연 C형 · 오전 · 소문항 3개

문제. 자연수 n 에 대하여 다항식 $P_n(x)$ 를 다음과 같이 정의하자.

$$P_n(x) = \sum_{k=0}^{[(n-1)/2]} (-1)^k {}_nC_{2k+1} x^k$$

(단, $[(n-1)/2]$ 은 $(n-1)/2$ 를 넘지 않는 가장 큰 정수이다.)

- (2-1) $P_1(x)$ 와 $P_2(x)$ 를 구하시오.
 (2-2) 아래 조건을 만족하는 다항식 $A(x)$ 와 $B(x)$ 를 구하시오.
 (조건 1) 모든 자연수 n 에 대하여 $P_{n+2}(x) = A(x)P_{n+1}(x) + B(x)P_n(x)$ 이다.
 (2-3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{P_{n+1}(x)}{P_n(x)}$ (단, $x \leq 0$)가 존재할 때, 그 극한값을 구하시오.

문제 6 갈루아 대응과 바닥함수

자연 C·D·E형 · 오전 · 소문항 3개

문제. 음이 아닌 정수들의 집합을 X 라고 하고, 음이 아닌 실수들의 집합을 Y 라고 하자. 두 함수 $f: X \rightarrow Y$ 와 $g: Y \rightarrow X$ 에 대해 아래 조건을 생각하자.

(조건 1) $n \in X$ 와 $y \in Y$ 에 대하여 $f(n) \leq y \iff n \leq g(y)$ 이다.

- (1-1) 함수 $f: X \rightarrow Y, g: Y \rightarrow X$ 가 (조건 1)을 만족할 때, 모든 $n \in X$ 에 대하여 $n \leq (g \circ f)(n)$ 이 성립함을 보이시오.
 (1-2) 양수 k 에 대해 $f(n) = n^k$ 이라고 할 때, (조건 1)과 다음 (조건 2)를 만족하는 함수 $g: Y \rightarrow X$ 의 예를 찾으시오.
 (조건 2) $y_1 \leq y_2$ 이면 $g(y_1) \leq g(y_2)$ 이다.
 (1-3) 문제 1-2에서 찾은 함수 $g: Y \rightarrow X$ 가 단 하나 존재함을 보이시오.

문제 7 합성함수의 넓이와 부정적분

자연 D형 · 오전 · 소문항 2개

문제 1. 두 함수 $g_1(x)$ 와 $g_2(x)$ 가 아래와 같이 주어져 있다.

$$g_1(x) = \begin{cases} 1 & (0 \leq x \leq 1) \\ 0 & (-1 \leq x < 0) \end{cases}, \quad g_2(x) = \sin(4\pi x) \quad (0 \leq x \leq 1)$$

합성함수 $h(x) = (g_1 \circ g_2)(x)$ 에 대하여 다음 질문에 답하시오.

- (1-1) 함수 $y = h(x)$ ($0 \leq x \leq 1$)의 그래프와 이차함수 $y = -6x(x - b)$ 의 그래프의 교점의 개수가 최대가 되는 실수 b 의 값의 범위를 구하시오.
 (1-2) 함수 $y = h(x)$ ($0 \leq x \leq 1$)의 그래프와 x 축 그리고 직선들 $x = 0, x = \frac{1}{4}, x = \frac{1}{2}, x = \frac{3}{4}$ 으로 둘러싸인 영역에서 x 좌표가 실수 t 이하인 부분의 넓이를 $f(t)$ 라고 하자 (단, 선분이나 공집합의 넓이는 0이라고 한다). 이 때, 함수 $f(t)$ 의 한 부정적분을 $F(t)$ 라고 할 때, $F(0) = 0$ 을 만족하는 함수 $F(t)$ 를 구하시오.

문제 8 정사영 값의 분산 최대화

자연 D·E형 · 오전 · 소문항 2개

문제 3. 공간의 많은 점들로 이루어진 데이터가 주어지면 그 분포를 분석하기 위해 평면이나 직선으로 정사영하기도 한다. 다음은 평면의 점들을 정사영하기에 적당한 직선을 구하는 방법 중 하나이다.

자연수 n 에 대하여 다음과 같은 $4n$ 개의 평면벡터를 생각하자.

$$\vec{v}_k = \begin{cases} (2, -1) + \left(\frac{1}{2}\right)^k (2, 1) & (1 \leq k \leq n) \\ (2, -1) - \left(\frac{1}{2}\right)^{k-n} (2, 1) & (n+1 \leq k \leq 2n) \\ (-2, 1) + \left(\frac{1}{3}\right)^{k-2n} (5, 7) & (2n+1 \leq k \leq 3n) \\ (-2, 1) - \left(\frac{1}{3}\right)^{k-3n} (5, 7) & (3n+1 \leq k \leq 4n) \end{cases}$$

각 $\theta \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ 에 대해 위의 벡터들과 단위 벡터 $\vec{u}_\theta = (\cos \theta, \sin \theta)$ 의 내적으로 얻은 $4n$ 개의 실수값 $\vec{v}_k \cdot \vec{u}_\theta$ ($1 \leq k \leq 4n$) 의 분산을 $V_n(\theta)$ 라 하자.

(3-1) $\lim_{n \rightarrow \infty} V_n(\theta)$ 의 극한값 $V(\theta)$ 를 구하시오.

(3-2) $V(\theta)$ 가 $\theta = \theta_0$ 에서 최댓값을 가질 때, $\tan \theta_0$ 의 값과 $V(\theta_0)$ 을 구하시오.

써봄 AI 논술 자동 첨삭

쓴 글을 올리면, 바로 채점과 피드백이 돌아옵니다.

무료

3회 무료 분석

회원가입만 하면 3회까지 무료로 분석해 드립니다.

결제 정보 없이 바로 시작할 수 있습니다. 첨삭 결과는 PDF 리포트로 내려받을 수 있습니다.

네 가지 영역을 점수로 보여 줍니다

- 논리 구조
- 근거 타당성
- 주장 명확성
- 언어 표현

받아 보는 것

영역별 점수와 함께 **강점, 개선점, 구체적 제안사항**이 담긴 상세 피드백이 나옵니다.

이런 분께

혼자 쓴 답안을 바로 점검하고 싶은 **수험생**, 여러 학생 글을 한 번에 채점해야 하는 **논술 교사·강사·학원**.

이용 방법

1

회원가입

이메일로 가입하면 곧바로 무료 분석 3회가 주어집니다.

2

답안 올리기

PDF · DOCX · TXT 파일을 올립니다. 한 번에 최대 10편까지 일괄 처리됩니다.

3

첨삭 받기

영역별 점수와 상세 피드백을 확인하고 PDF 리포트로 내려받습니다.



writegrow.net

QR 을 찍으면 바로 열립니다