



KAIST

물리

해설편

수시 입학전형 면접 및 구술고사 기출 문항집

2015~2026 · 32문항 (12개년) · 전 학년도 예시답안·채점 기준 수록

목차

2026학년도

문제 1	대전된 인공위성의 원운동과 회수 조건	5
문제 2	원뿔진자의 등속 원운동과 도플러 효과	8

2025학년도

문제 1	대전된 벽 사이에서 낙하하는 구슬	13
문제 2	움직이는 단일 슬릿과 이중 슬릿 간섭무늬	13

2024학년도

문제 1	고층 건물의 단진자로 재는 행성의 반지름	16
문제 2	평행광을 평행광으로 되돌리는 볼록렌즈 배열	16

2023학년도

문제 1	자갈 고리로 재는 행성의 중력 가속도	19
문제 2	자유낙하하는 고리 도선의 전자기 제동	19
문제 3	회전하는 공으로 재는 지구-달 거리	20
문제 4	레이저 빛 속에서 자유낙하하는 수소 원자	21

2022학년도

문제 1	전기장 속의 단진자 — 최대 각도와 주기 변화	25
문제 2	도플러 효과로 읽는 병원차의 이동 거리	26
문제 3	포물선 운동 최고점에서의 완전 비탄성 충돌	27
문제 4	전기력으로 들어 올린 입자의 드브로이 파장	28

2021학년도

문제 5	운동량 보존과 물결파의 도플러 효과	30
문제 6	전자기 유도와 상호 유도 · 정류 작용	33
문제 7	전기장 속에서의 포물선 운동	35
문제 8	전자기파의 회절과 광양자 · 복사 세기	37

2020학년도

문제 1	베르누이 법칙과 이상 기체의 등적 과정	41
문제 2	전기장·자기장 골프장에서 하전 입자의 궤적	43

2019학년도

문제 1	음파의 도플러 효과와 운동량 보존	48
문제 2	경사면 레일 위 도체 막대의 자기력과 전자기 유도	50

2018학년도

문제 1	용수철이 달린 피스톤과 이상 기체의 등온·등압 과정	56
문제 2	평행판 축전기 속에서 낙하하는 대전 입자	57
문제 3	두 입자의 2차원 충돌과 열에너지로의 전환	58
문제 4	사이클로트론의 최대 반경과 총 회전수	59

2017학년도

문제 1	전기장·자기장 속에서 단진동하는 대전된 진자	61
문제 2	원형 전류가 만드는 자기장 속 전하의 운동과 가역성	62

2016학년도

문제 A	평행판 축전기에 유전체를 삽입할 때의 전하량·전위차·에너지	64
문제 B	자이로트롭의 전자기 제동	65

2015학년도

문제 1	원자의 빈 공간, 전기력, 그리고 원자핵의 안정성	68
문제 2	빛자루의 평형점과 무게 중심	69

2026학년도 · 해설편

- 문제 1** 대전된 인공위성의 원운동과 회수 조건
문제 2 원뿔진자의 등속 원운동과 도플러 효과

-
- 단원** 역학 · 전자기 · 파동·광학
핵심 개념 중력, 쿨롱 힘과 원운동, 에너지 보존 법칙, 탈출 속도, 힘의 합성과 분해, 구심력, 등속원운동, 도플러효과
문항 수 2문항 (소문항 6개) · 총 10점

II. 예시답안

문제 1 대전된 인공위성의 원운동과 회수 조건

구심력 조건 · 탈출 속력 · 역학적 에너지 보존

(1) 등속 원운동이 가능하려면 $q_2 < Gm_1m_2/(kq_1)$ 이어야 한다.(a) 작용하는 두 힘 — 지구 중심과 인공위성 사이의 거리는 $r = R + h$ 이다. 인공위성에는

- 중력 — 크기 $Gm_1m_2/(R + h)^2$, 방향은 지구 중심 쪽(안쪽)
- 쿨롱 힘 — 크기 $kq_1q_2/(R + h)^2$, $q_1 > 0$ 이고 $q_2 > 0$ 이므로 척력, 방향은 바깥쪽

두 힘 모두 지구 중심을 잇는 직선 위에 있으므로 알짜힘도 그 방향이다.

(b) 구심력 조건 — 등속 원운동을 하려면 알짜힘이 반드시 원의 중심을 향해야 한다. 바깥쪽을 +로 잡으면

$$F_{\text{알짜}} = -G \frac{m_1 m_2}{(R + h)^2} + k \frac{q_1 q_2}{(R + h)^2} < 0$$

 $(R + h)^2$ 이 양변에서 지워지므로

$$kq_1q_2 < Gm_1m_2 \Rightarrow q_2 < \frac{Gm_1m_2}{kq_1}$$

(c) 의미 — 조건이 궤도 반지름 $R + h$ 에 전혀 의존하지 않는다는 점이 특징이다. 중력과 쿨롱 힘이 모두 거리의 제곱에 반비례하므로 두 힘의 비가 거리와 무관하기 때문이다. 따라서 이 부등식을 만족하면 어떤 고도에서도 원 궤도가 가능하고, 만족하지 못하면 어떤 고도에서도 불가능하다. ($q_2 \leq 0$ 이면 쿨롱 힘도 인력이거나 0이므로 조건은 자동으로 성립한다.)

(2) 속력은 $v = 2\sqrt{Gm_1/(R+h)}$ 이며, 방전 후에는 이 속력이 탈출 속력보다 크므로 인공위성은 지구 중력을 벗어나 무한히 먼 곳으로 나아간다.

(a) 일반적인 원운동 속력 — 구심력이 중력과 전기력의 합력이므로

$$\frac{m_2 v^2}{R+h} = \frac{Gm_1 m_2}{(R+h)^2} - \frac{kq_1 q_2}{(R+h)^2}$$

양변을 m_2 로 나누고 $R+h$ 를 정리하면

$$v = \sqrt{\frac{Gm_1 - kq_1 q_2 / m_2}{R+h}}$$

(b) 주어진 전하량을 대입한다 — $q_2 = -3Gm_1 m_2 / (kq_1)$ 이므로

$$\frac{kq_1 q_2}{m_2} = k \frac{q_1}{m_2} \cdot \left(-\frac{3Gm_1 m_2}{kq_1} \right) = -3Gm_1$$

$q_2 < 0$ 이라 쿨롱 힘도 인력이 되어 구심력이 커진 것이다. 따라서

$$v = \sqrt{\frac{Gm_1 + 3Gm_1}{R+h}} = \sqrt{\frac{4Gm_1}{R+h}}$$

$$v = 2\sqrt{\frac{Gm_1}{R+h}}$$

(c) 방전 직후에 남는 힘 — 전하가 완전히 사라지면 쿨롱 힘이 없어지고 중력만 남는다. 속도는 방전 순간에 바뀌지 않으므로 인공위성은 여전히 $v = 2\sqrt{Gm_1/(R+h)}$ 의 속력을 가진 채 중력만 받는 운동을 시작한다.

(d) 탈출 속력과 비교한다 — 반지름 $R+h$ 에서 무한히 먼 곳까지 가려면 역학적 에너지가 0 이상이어야 하므로, 탈출 속력 u 는

$$\frac{1}{2}m_2 u^2 - \frac{Gm_1 m_2}{R+h} = 0 \Rightarrow u = \sqrt{\frac{2Gm_1}{R+h}}$$

두 값을 견주면

$$\frac{v}{u} = \frac{2\sqrt{Gm_1/(R+h)}}{\sqrt{2Gm_1/(R+h)}} = \sqrt{2} > 1 \Rightarrow v > u$$

방전 전의 속력이 탈출 속력보다 크므로, 인공위성은 지구 중력을 탈출하여 무한히 먼 곳으로 나아간다.

(e) 의미 — 방전 전에는 중력과 인력인 쿨롱 힘이 함께 구심력을 만들었기 때문에 같은 반지름에서도 훨씬 빠르게 돌 수 있었다. 전기력이 사라지는 순간 그 속력을 붙잡아 줄 힘이 중력밖에 남지 않으므로, 궤도는 닫힌 원에서 열린 쌍곡선 궤도로 바뀐다. 총 역학적 에너지는

$$E = \frac{1}{2}m_2 \frac{4Gm_1}{R+h} - \frac{Gm_1 m_2}{R+h} = +\frac{Gm_1 m_2}{R+h} > 0$$

으로 양수이며, 이는 무한히 먼 곳에서도 속력이 0이 아님을 뜻한다.

(3) 온전히 회수하려면 $2Gm_1m_2/(3kq_1) < q_2 < Gm_1m_2/(kq_1)$ 이어야 한다.

(a) 방전 직후의 상태 — 고도가 $h = R$ 이므로 궤도 반지름은 $2R$ 이다. (2)의 (a)에 $R + h = 2R$ 를 넣으면 방전 직전(= 방전 직후)의 속력은

$$v^2 = \frac{1}{2R} \left(Gm_1 - \frac{kq_1q_2}{m_2} \right)$$

(b) 역학적 에너지 보존 — 방전 후에는 중력만 작용하므로 역학적 에너지가 보존된다. 지표면($r = R$)에 도달할 때의 속력을 u 라 하면

$$\begin{aligned} \underbrace{\frac{1}{2}m_2v^2 - \frac{Gm_1m_2}{2R}}_{E_i} &= \underbrace{\frac{1}{2}m_2u^2 - \frac{Gm_1m_2}{R}}_{E_f} \\ \Rightarrow u^2 &= v^2 + \frac{2Gm_1}{R} - \frac{Gm_1}{R} = v^2 + \frac{Gm_1}{R} \end{aligned}$$

(a)의 v^2 을 넣고 통분하면

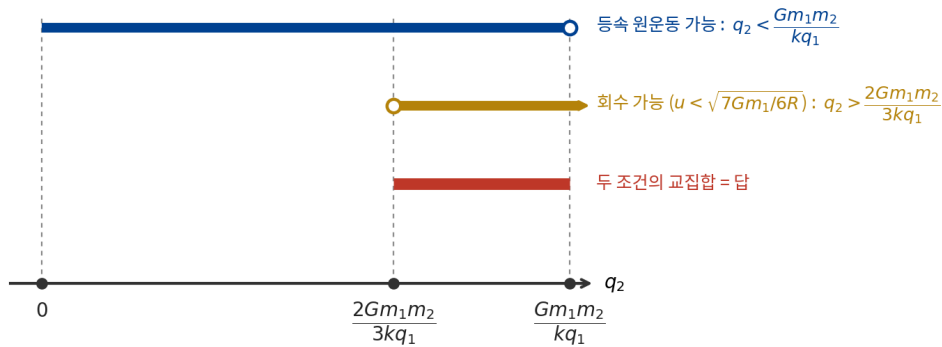
$$\begin{aligned} u^2 &= \frac{Gm_1 - kq_1q_2/m_2}{2R} + \frac{2Gm_1}{2R} = \frac{3Gm_1 - kq_1q_2/m_2}{2R} \\ \Rightarrow u &= \sqrt{\frac{1}{2R} \left(3Gm_1 - \frac{kq_1q_2}{m_2} \right)} \end{aligned}$$

(c) 회수 조건을 부등식으로 — $u < \sqrt{\frac{7Gm_1}{6R}}$ 이어야 하므로 양변을 제곱하여

$$\begin{aligned} \frac{3Gm_1 - kq_1q_2/m_2}{2R} &< \frac{7Gm_1}{6R} \Rightarrow 3Gm_1 - \frac{kq_1q_2}{m_2} < \frac{7Gm_1}{3} \\ \Rightarrow \frac{kq_1q_2}{m_2} &> 3Gm_1 - \frac{7Gm_1}{3} = \frac{2Gm_1}{3} \Rightarrow q_2 > \frac{2Gm_1m_2}{3kq_1} \end{aligned}$$

(d) (1)의 조건과 결합한다 — 애초에 등속 원운동을 하고 있었으므로 (1)의 조건도 함께 만족해야 한다.

$$\frac{2Gm_1m_2}{3kq_1} < q_2 < \frac{Gm_1m_2}{kq_1}$$



[답안 그림 1] 원 궤도 조건과 회수 조건의 교집합이 답이 된다.

(e) 의미 — q_2 가 클수록 척력이 커져 방전 전의 궤도 속력 v 가 작아지고, 그만큼 지표면 도달 속력 u 도 작아진다. 즉 적당히 큰 양전하를 띠고 있어야 부드럽게 떨어진다. 다만 너무 크면 (1)의 조건을 어겨 애초에 원 궤도를 유지할 수 없으므로, 답은 위·아래가 모두 막힌 구간이 된다. 구간의 폭은 $Gm_1m_2/(3kq_1)$ 로, 원 궤도 상한의 $1/3$ 에 해당한다.

채점 기준

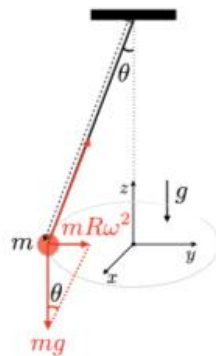
하위 문항	채점 기준	배점
(1)	중력과 쿨롱 힘의 방향과 크기를 올바르게 분석하고, 구심력 조건을 세워 등속 원운동이 가능한 전하량의 조건을 구한 경우	1
(2)	주어진 전하량 조건에서 중력과 전기력의 합력으로 등속 원운동의 속력을 구하고, 방전 후 구심력 조건의 변화에 따라 인공위성의 운동이 어떻게 달라지는지 설명한 경우	2
(3)	역학적 에너지 보존 법칙을 적용하여 지표면 도달 속력을 구하고, 회수 조건을 만족하는 전하량의 범위를 정량적으로 구한 경우	1

문제 2 원뿔진자의 등속 원운동과 도플러 효과

힘의 분해 · 시선 속도 성분 · 도플러 효과

(1) 한 바퀴 도는 데 걸리는 시간은 $T = 2\pi\sqrt{R/(g\tan\theta)}$ 이다.(a) 자유물체도 — 추에 작용하는 힘은 실의 장력 $\vec{T}_s$ 와 중력 $m\vec{g}$ 둘뿐이다. 실이 연직($-z$ 축)과 각 θ 를 이루므로 장력을 연직 성분과 수평 성분으로 나누면

$$T_s \cos \theta = mg \quad (\text{연직: 평형}), \quad T_s \sin \theta = mR\omega^2 \quad (\text{수평: 구심력})$$

[그림 4] 추에 작용하는 힘의 분해: 중력 mg 와 구심력 $mR\omega^2$ (b) 두 식을 나눈다 — 장력 T_s 를 소거하기 위해 아래 식을 위 식으로 나누면

$$\tan \theta = \frac{R\omega^2}{g} \Rightarrow mg \tan \theta = mR\omega^2 = mR \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2$$

(c) 주기를 푼다

$$g \tan \theta = R \frac{4\pi^2}{T^2} \Rightarrow T^2 = \frac{4\pi^2 R}{g \tan \theta}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{R}{g \tan \theta}}$$

각속도와 선속도도 함께 얻어 둔다. 뒤에서 바로 쓰인다.

$$\omega = \sqrt{\frac{g \tan \theta}{R}}, \quad v = \omega R = \sqrt{g R \tan \theta}$$

(d) 의미 — 주기는 추의 질량 m 과 무관하다. 중력도 구심력도 모두 질량에 비례하므로 m 이 소거되기 때문이다. 또 $\theta \rightarrow 90^\circ$ 이면 $\tan \theta \rightarrow \infty$ 이므로 $T \rightarrow 0$, 즉 실이 수평에 가까워질수록 매우 빠르게 돌아야 한다.

(2) $f_{\max} = f_0 v_s / (v_s - \sqrt{gR \tan \theta})$, $f_{\min} = f_0 v_s / (v_s + \sqrt{gR \tan \theta})$

(a) 도플러 효과 — 움직이는 파원 — 파원이 관찰자에게 시선 방향 속력 v_r 로 다가오면 파장이 $(v_s - v_r)/f_0$ 로 줄어들어

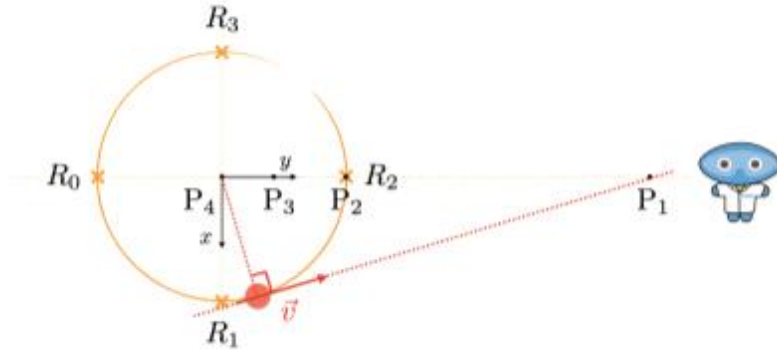
$$f = \left(\frac{v_s}{v_s - v_r} \right) f_0 \quad (\text{다가올 때}), \quad f = \left(\frac{v_s}{v_s + v_r} \right) f_0 \quad (\text{멀어질 때})$$

관찰자는 정지해 있으므로 진동수를 바꾸는 것은 오직 파원 속도의 시선 방향 성분 v_r 뿐이다.

(b) 시선 성분이 최대가 되는 위치 — $d \gg R$ 이므로 넓죽이에서 원까지의 시선은 사실상 $-y$ 방향으로 고정된 평행선으로 볼 수 있다. 추의 속도는 언제나 궤도의 접선 방향이므로, 그 시선 성분의 크기는 접선이 y 축과 나란해지는 곳, 즉 $(x, y) = (\pm R, 0)$ 인 두 점 R_1, R_3 부근에서 최대가 된다.

- $(x, y) = (R, 0)$ 부근 — 추가 넓죽이 쪽으로 다가오므로 f 가 최대
- $(x, y) = (-R, 0)$ 부근 — 추가 멀어지므로 f 가 최소

이때 시선 성분의 크기는 선속도 자체와 같다. 즉 $v_r = v = \omega R = \sqrt{gR \tan \theta}$ 이다.



[그림 5] $+z$ 축에서 내려다본 원운동 평면과 관측 위치 P_0-P_4

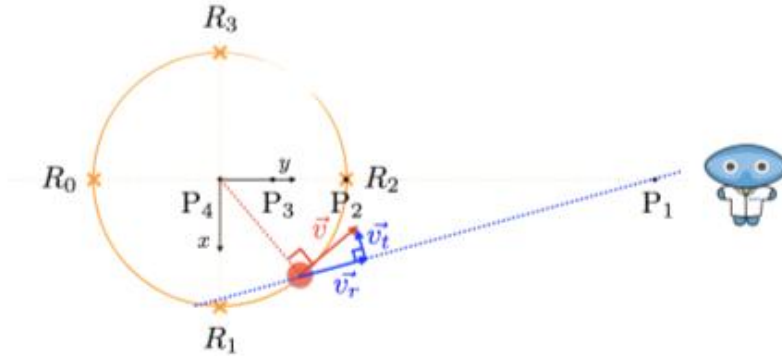
(c) 대입하여 정리한다

$$f_{\max} = f_0 \frac{v_s}{v_s - \sqrt{gR \tan \theta}}, \quad f_{\min} = f_0 \frac{v_s}{v_s + \sqrt{gR \tan \theta}}$$

$f_{\max}$ 의 분모가 0이 되는 $v = v_s$ 에서는 식이 발산하는데, 이는 파원이 음속으로 달릴 때 앞쪽 파면이 겹쳐 쌓이는 상황(충격파)에 해당한다. 이 문제에서는 $v \ll v_s$ 를 가정한다.

(3) 납죽이가 원 중심에 가까워질수록 파형이 사인파에서 점점 찌그러지고, $d = R$ 에서 최대·최소가 순간적으로 뒤바뀌며, 궤도 안쪽($d < R$)으로 들어가면 진폭이 줄어들어 $d = 0$ 에서는 진동수 변화가 완전히 사라진다.

(a) 속도 벡터를 두 성분으로 나눈다 — 원운동하는 추의 속도 $\vec{v}$ 는 언제나 궤도의 접선 방향을 향한다. 이를 납죽이와 추를 잇는 시선 방향에 나란한 성분 $\vec{v}_r$ 과 이에 수직인 성분 $\vec{v}_t$ 로 나누면, 도플러 효과를 결정하는 것은 오직 $\vec{v}_r$ 이다.



[그림 6] 속도 벡터 $\vec{v}$ 의 시선 방향 성분 $\vec{v}_r$ 과 이에 수직인 성분 $\vec{v}_t$

(b) 시선 성분을 각도의 함수로 쓴다 — 추의 위치를 $(R \cos \varphi, R \sin \varphi)$, 납죽이를 $(0, d)$ 로 두면, 추에서 납죽이를 향하는 단위 벡터와 속도 $v(-\sin \varphi, \cos \varphi)$ 의 내적이 시선 성분이므로

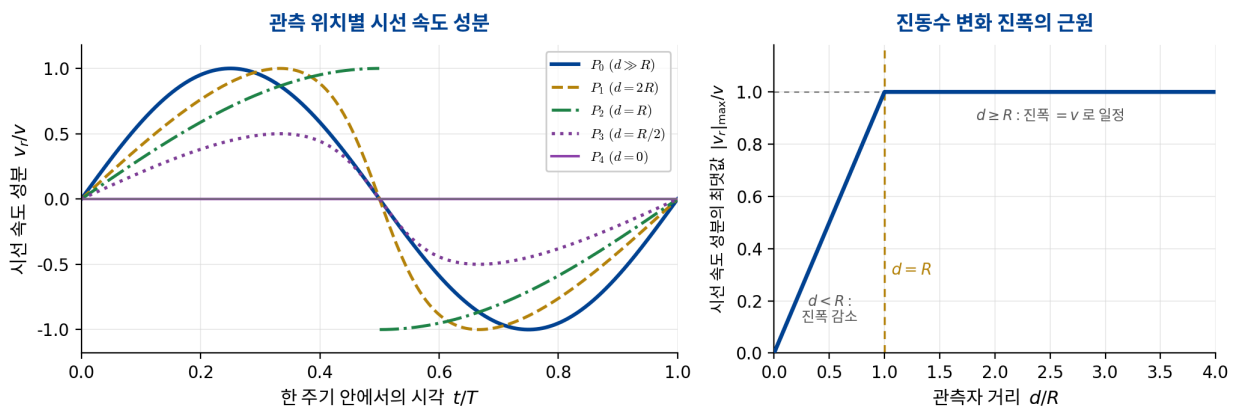
$$v_r = \frac{vd \cos \varphi}{\sqrt{R^2 + d^2 - 2dR \sin \varphi}}$$

이 함수를 φ 에 대해 최대를 만들면 다음을 얻는다.

$$|v_r|_{\max} = \begin{cases} v & (d \geq R) \\ v \cdot \frac{d}{R} & (d < R) \end{cases}$$

(c) 왜 $d = R$ 이 경계인가 — 납죽이가 원 바깥에 있으면 그로부터 원에 접선을 그을 수 있고, 추가 그 접점을 지나는 순간 속도 벡터가 시선과 완전히 나란해진다. 그때 $|v_r| = v$ 로 최댓값을 찍으므로 **진폭은 d 에 관계없이 그대로다**. 반면 원 안에 있으면 접선을 그을 수 없어 속도와 시선이 결코 나란해지지 못하고, 최댓값이 vd/R 로 줄어든다. 중심($d = 0$)에서는 시선이 언제나 반지름 방향이고 속도는 그에 수직이므로 $v_r \equiv 0$ 이다.

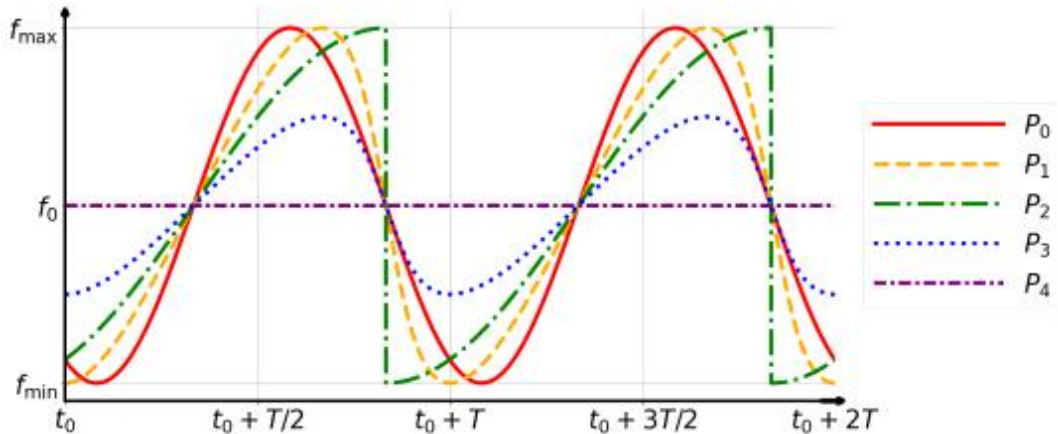
또 하나 달라지는 것은 **시간 배분**이다. 납죽이가 가까워질수록 최댓값과 최솟값을 찍는 두 위치가 궤도 위에서 서로 가까워지므로, 최대에서 최소로 넘어가는 데 걸리는 시간이 짧아지고 파형이 사인파에서 톱니 모양 쪽으로 찌그러진다.



[답안 그림 2] 관측 위치별 시선 속도 성분의 시간 변화(왼쪽)와 그 최댓값이 d 에 따라 변하는 모습(오른쪽)

(d) 각 위치에서의 측정 결과

- P_0 ($d \gg R$) — (2)의 결과대로 진동수 변화가 거의 완전한 사인파 형태이다. 최댓값과 최솟값은 $f_{\max}, f_{\min}$ 이다.
- P_1 ($d > R$) — 궤도 바깥이므로 진폭은 그대로 유지되나, $f_{\max}$ 에서 $f_{\min}$ 으로 변하는 데 걸리는 시간이 짧아진다.
- P_2 ($d = R$) — 궤도 위에서 있으므로 진폭은 그대로이고, 음원이 관측자의 위치를 지나는 순간 속도 성분의 방향이 뒤바뀌어 $f_{\max}$ 에서 $f_{\min}$ 으로 변화가 즉시 나타난다(불연속).
- P_3 ($0 < d < R$) — 궤도 안으로 들어가면 시선 방향 속도 성분의 최댓값이 vd/R 로 줄어들어 진동수 변화의 진폭도 함께 줄어든다.
- P_4 ($d = 0$) — 원의 중심에서는 관측자를 향하는 속도 성분이 항상 0이므로 진동수 변화가 없고, 언제나 f_0 이 측정된다.



[그림 7] 관측 위치 $P_0 \sim P_4$ 에서 시간에 따라 측정되는 진동수 $f(t)$ ($f_{\max}, f_{\min}$ 은 (2)의 결과와 같다)

- (e) 정리 — P_0 에서 P_2 로 갈수록 진폭은 유지되면서 사인 파형이 점점 찌그러지고, P_2 를 지나 $P_3 \sim P_4$ 로 들어가면 진폭 자체가 줄어들어 P_4 에서는 진동수 변화가 사라진다. 결국 관측 위치가 바뀌는 것은 **진폭**(원 안팎)과 **파형의 대칭성**(최대에서 최소로 가는 시간) 두 가지이며, 둘 다 시선 방향 속도 성분 v_r 하나로 설명된다.

채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
(1)	중력과 장력을 벡터적으로 분해하여 구심력 조건을 세우고, 등속 원운동의 주기를 정량적으로 구한 경우	1
(2)	등속 원운동하는 음원의 속도를 관측자 방향으로 분해하여 도플러 효과 공식을 적용하고, 진동수의 최댓값과 최솟값을 구한 경우	1
(3)	관측자의 위치에 따라 시선 방향 속도 성분이 달라짐을 분석하여, 각 위치에서 진동수 변화의 양상을 정성적으로 예측하고 그 근거를 서술한 경우	3

KAIST

2025학년도 · 해설편

문제 1 대전된 벽 사이에서 낙하하는 구슬
문제 2 움직이는 단일 슬릿과 이중 슬릿 간섭무늬

단원 역학 · 전자기 · 파동·광학
핵심 개념 힘의 합성, 등가속도 운동, 평행판 축전기 이중 슬릿의 간섭 실험, 간섭무늬, 경로 차, 매질에 따른 빛의 속력
문항 수 2문항 (소문항 6개)

II. 예시답안

문제 1 대전된 벽 사이에서 낙하하는 구슬

힘의 합성 · 등가속도 운동 · 평행판 축전기

(1) 정답: $E = (mg)/q$

구슬이 받는 전기장의 크기를 E 라고 정의하자. 구슬에는 중력과 전기력이 서로 수직인 방향으로 가해지고 있으며, 이로 인해

$$a = \frac{\sqrt{(mg)^2 + (qE)^2}}{m}$$

의 가속도로 등가속도 운동을 하게 된다. 구슬이 자유 낙하된 순간부터 방 바닥면에 닿는 순간까지의 시간을 t 로 정의하면 가속도 $a = 2\sqrt{gh}/t$ 이며, z 방향의 운동을 고려하여 구해지는 시간 $t = \sqrt{2h/g}$ 를 이용하면 가속도 $a = \sqrt{2}g$ 임을 얻을 수 있다. 최종적으로

$$\frac{\sqrt{(mg)^2 + (qE)^2}}{m} = \sqrt{2}g$$

로부터 다음을 얻는다.

$$E = \frac{mg}{q}$$

(2) 정답: $Q = (mg\varepsilon WH)/q$

편의상 오른쪽 벽면의 총 전하량을 Q 라고 하자. 문제에 주어진 방은 평행판 축전기로 볼 수 있으며 해당 전기 용량은 $C = (\varepsilon WH)/L$, 평행판 사이 전위차는 $V = Q/C$ 로 주어진다. 전기장이 방 전체에 균일하게 형성되어 있으므로 전기장의 세기는

$$E = \frac{V}{L} = \frac{Q}{\varepsilon WH}$$

로 주어진다. (1)번에서 얻은 $E = (mg)/q$ 와 위 식을 이용하여 다음을 얻을 수 있다.

$$Q = \frac{mg\varepsilon WH}{q}$$

(3) 정답: $v = \sqrt{(5gh)/2}$

전기장은 유전율에 반비례하므로 방 안 가스의 유전율이 2ε 이 되면 전기장의 세기는 문제 (1) 경우의 절반, 즉 $E = (mg)/(2q)$ 가 된다. 결과적으로 구슬의 가속도는

$$a = \sqrt{g^2 + \left(\frac{qE}{m}\right)^2} = \sqrt{g^2 + \left(\frac{g}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{5}g}{2}$$

가 되며, 구슬이 방 바닥면에 닿을 때의 속도의 크기는 다음과 같다.

$$v = at = \frac{\sqrt{5}g}{2} \cdot \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{5gh}{2}}$$

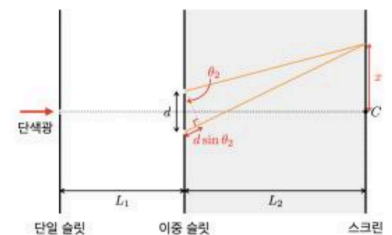
문제 2 움직이는 단일 슬릿과 이중 슬릿 간섭무늬

경로차 · 보강·상쇄 간섭 조건 · 매질 속 파장

(1) 정답: $\Delta x = x_1 - x_0 = (L_2\lambda)/d$

이중 슬릿에 의한 빛의 간섭 조건을 따졌을 때, 이중 슬릿을 구성하는 각 슬릿으로부터 스크린 상 임의의 점까지의 경로차 Δ_2 는 오른쪽 그림과 같이 주어진다.

$$\Delta_2 = d \sin \theta_2 \approx d \tan \theta_2 = d \frac{x}{L_2}$$



경로차 Δ_2 가 $m\lambda$ 일 때 보강 간섭이 일어나 상대적으로 밝아지며, 경로차가 $(m + \frac{1}{2})\lambda$ 일 때 상쇄 간섭이 일어나 어두워진다. 이때 $m = 0, 1, 2, \dots$ 이다. 점 C를 기준으로 스크린 중앙 가장 밝은 무늬의 위치를 x_0 , 스크린 중앙에서 가장 가까운 밝은 무늬($m = 1$)의 위치를 x_1 이라 하면

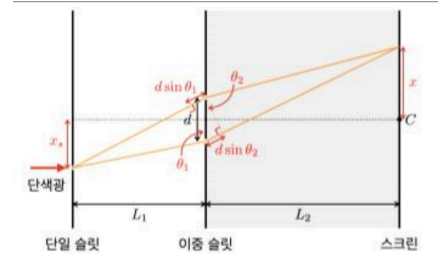
$$\Delta_2(x = x_0) = d \frac{x_0}{L_2} = 0, \quad \Delta_2(x = x_1) = d \frac{x_1}{L_2} = \lambda$$

$$\Delta x = x_1 - x_0 = \frac{L_2 \lambda}{d}$$

(2) 정답: 밝은 무늬는 위쪽으로 움직인다. 속도의 크기 $v_x = (L_2/L_1)v$, 간격 $\Delta x = (L_2 \lambda)/d$.

단일 슬릿과 단색광이 등속도 운동을 시작해 거리 x_s 만큼 움직였을 때, 오른쪽 그림에서 단일 슬릿을 출발해 이중 슬릿에 도달할 때도 경로차가 생기며, 이러한 경로차를 Δ_1 이라 할 때, 이는 Δ_2 와 유사하게 주어진다.

$$\Delta_1 = d \sin \theta_1 \approx d \tan \theta_1 = d \frac{x_s}{L_1}$$



따라서 빛이 단일 슬릿에서 스크린에 이르기까지 전체 경로차는 $\Delta_2 - \Delta_1 \approx d \left(\frac{x}{L_2} - \frac{x_s}{L_1} \right)$ 이다. 전체 경로차가 $m\lambda$ 일 때 보강 간섭이 일어나며, $(m + \frac{1}{2})\lambda$ 일 때 상쇄 간섭이 일어난다.

스크린 중앙에 나타났던 밝은 무늬는 경로차가 0이므로 $x = x_s(L_2/L_1)$ 로 이동한다. 단일 슬릿과 단색광이 아래 방향으로 등속 운동할 때 스크린 중앙에 있던 밝은 무늬는 위쪽으로 움직이며, 거리가 시간에 정비례하므로 속도의 크기는 $v_x = (L_2/L_1)v$ 이다.

한편, 밝은 무늬 사이의 간격은 $m + 1$ 번째 밝은 무늬와 m 번째 밝은 무늬의 위치 차이로 구할 수 있다.

$$d \left(\frac{x_{m+1}}{L_2} - \frac{x_s}{L_1} \right) = (m + 1)\lambda$$

$$d \left(\frac{x_m}{L_2} - \frac{x_s}{L_1} \right) = m\lambda$$

$$v_x = \frac{L_2}{L_1}v, \quad \Delta x = x_{m+1} - x_m = \frac{L_2 \lambda}{d} \quad (\text{문제 (1)과 동일})$$

(3) 정답: $v_{x,n} = (L_2/L_1)(v/n)$, $\Delta x = (L_2 \lambda)/(nd)$

이중 슬릿과 스크린 사이 영역이 굴절률 n 의 매질로 채워졌을 때, 이중 슬릿을 구성하는 각 슬릿으로부터 스크린 상의 임의의 점까지 진행하는 빛은 파장이 λ/n 으로 줄어든다. 따라서 빛이 단일 슬릿에서 스크린에 이르기까지의 경로차 ($n\Delta_2 - \Delta_1$)는 다음과 같다.

$$n\Delta_2 - \Delta_1 \approx d \left(\frac{nx}{L_2} - \frac{x_s}{L_1} \right)$$

스크린 중앙에 나타났던 밝은 무늬는 경로차가 0이므로 $x = (x_s/n)(L_2/L_1)$ 로 이동한다. 밝은 무늬는 문제 (2)처럼 위쪽으로 움직이고, 속도의 크기는 $v_{x,n} = (L_2/L_1)(v/n)$ 이다. 한편 밝은 무늬 사이의 간격은

$$d \left(\frac{nx_{m+1}}{L_2} - \frac{x_s}{L_1} \right) = (m + 1)\lambda$$

$$d \left(\frac{nx_m}{L_2} - \frac{x_s}{L_1} \right) = m\lambda$$

$$v_{x,n} = \frac{L_2}{L_1} \frac{v}{n}, \quad \Delta x = x_{m+1} - x_m = \frac{L_2 \lambda}{nd}$$

즉, 무늬의 이동 속도와 간격 모두 (2)에 비해 $1/n$ 배로 변한다.

2024학년도 · 해설편

문제 1 고층 건물의 단진자로 재는 행성의 반지름
문제 2 평행광을 평행광으로 되돌리는 볼록렌즈 배열

단원 역학 · 파동·광학
핵심 개념 뉴턴 운동 법칙, 중력 법칙, 단진자 운동 볼록렌즈에 의한 상, 렌즈 방정식, 초점거리, 배율
문항 수 2문항 (소문항 7개)

II. 예시답안

문제 1 고층 건물의 단진자로 재는 행성의 반지름

단진자 주기 · 중력 가속도의 거리 의존성

(1)

단진자의 주기는 $T = 2\pi\sqrt{\ell/g}$ 이며, 여기서 ℓ 은 단진자의 길이, g 는 단진자에 작용하는 중력 가속도이다. 전체 질량이 M 인 행성 중심으로부터 거리 r 에 작용하는 중력 가속도는 $g = \frac{GM}{r^2}$ 이므로,

$$\frac{T_N}{T_{B1}} = \sqrt{\frac{g_{B1}}{g_N}} = \frac{r_N}{r_{B1}}$$

이다. 여기서 g_{B1}, g_N 는 각각 지하 1층과 N 층에 작용하는 중력 가속도이다. 문제에 주어진 조건에 따라, 각각의 층에 작용하는 중력 가속도를 각 층의 천장 위치에 작용하는 중력 가속도 값으로 근사하면,

$$\frac{T_N}{T_{B1}} = \frac{R+H}{R} = 1 + \frac{H}{R}$$

이며, 이로부터 다음을 얻는다.

$$H = R \left(\frac{T_N}{T_{B1}} - 1 \right)$$

(2)

f 층과 $(f+1)$ 층의 주기 비율은 $T_{f+1}/T_f = r_{f+1}/r_f$ 이므로, f 층의 주기는 $(f+1)$ 층의 주기보다 작다.

(3)

$T_N/T_{B1} = 1.0001 = 1 + 10^{-4}$ 이다. (1)번 문제에서 구한 $H = R(T_N/T_{B1} - 1)$ 식을 이용하면,

$$R = H / \left(\frac{T_N}{T_{B1}} - 1 \right) = \frac{H}{10^{-4}} = 10^4 H$$

이다. 행성 표면으로부터의 높이는 $H = \Delta H \times N = 5 \text{ m} \times 120 = 600 \text{ m}$ 이므로,

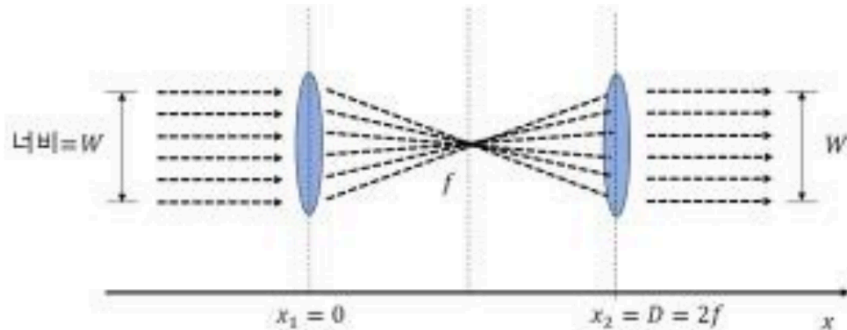
$$R = 10^4 \times 600 \text{ m} = 6 \times 10^6 \text{ m} = 6000 \text{ km}$$

문제 2 평행광을 평행광으로 되돌리는 볼록렌즈 배열

초점 위치의 결합 · 광선 추적 · 상의 성질

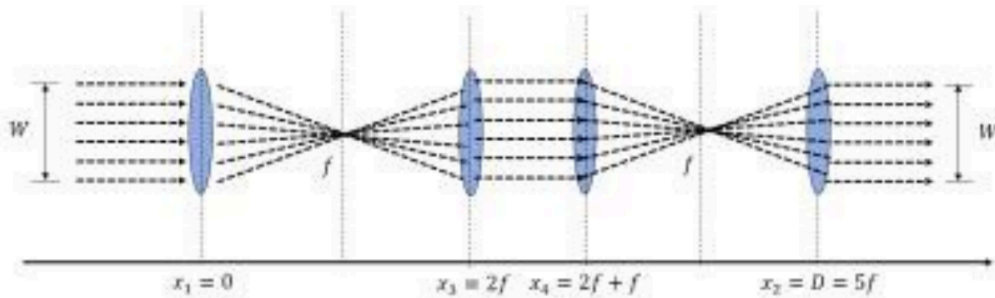
(1) 평행광은 L_1 에 의해 $x = f$ 에 초점을 맺고, 이 초점에서 f 만큼 떨어진 L_2 를 지나면서 다시 너비 W 의 평행광이 된다. 따라서

$$D = 2f$$



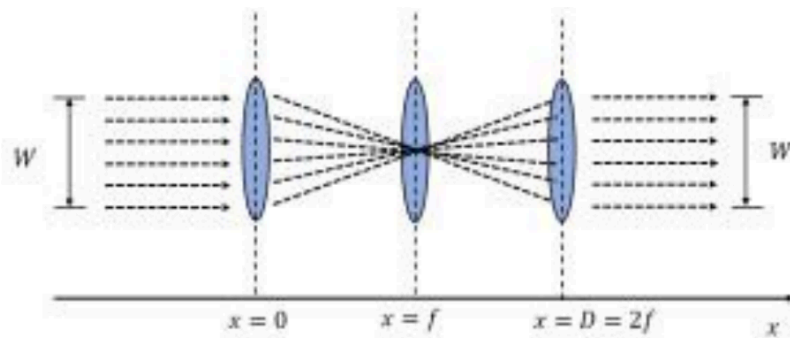
(2) L_1 이 만든 초점($x = f$)에서 f 만큼 떨어진 $x_3 = 2f$ 에 L_3 를 두면 L_3 와 L_4 사이가 평행광이 된다. $L_4(x_4 = 3f)$ 는 이를 $x = 4f$ 에 모으고, 여기서 다시 f 만큼 떨어진 곳에 L_2 가 있어야 한다. 따라서

$$x_3 = 2f, \quad D = 5f$$

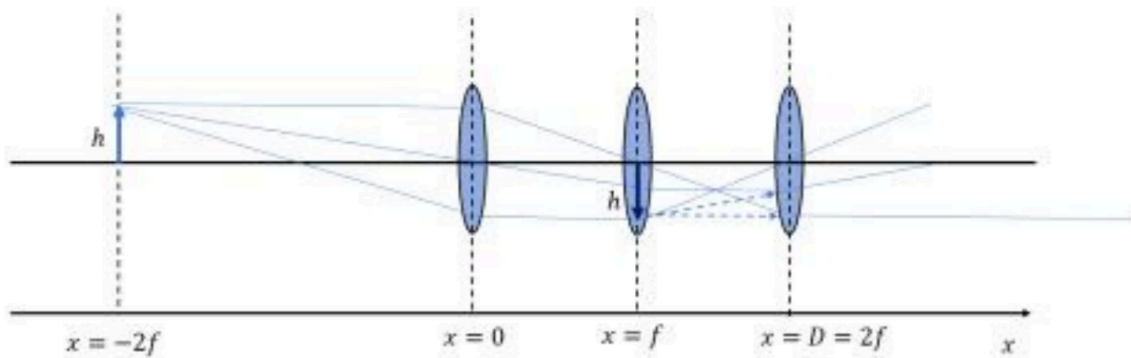


(3) L_1 이 만든 초점 위치($x = f$)에 L_3 를 놓으면 모든 광선이 렌즈 중심(광축 위)을 지나므로 L_3 는 광선의 진행 방향을 바꾸지 않는다. 즉 (1)의 배열이 그대로 유지되어 D 가 최소가 된다.

$$x_3 = f, \quad D = 2f$$



(4) L_2 의 오른쪽에서 보이는 상의 위치는 아래 그림과 같이 L_1, L_2 사이 $x = f$ 에 존재하며, 형성된 상은 **허상**이며 **도립**이다. **배율은 1**이다.



상의 위치 $x = f$ · 허상 · 도립 · 배율 1

2023학년도 · 해설편

- | | |
|------|------------------------|
| 문제 1 | 자갈 고리로 재는 행성의 중력 가속도 |
| 문제 2 | 자유낙하하는 고리 도선의 전자기 제동 |
| 문제 3 | 회전하는 공으로 재는 지구-달 거리 |
| 문제 4 | 레이저 빛 속에서 자유낙하하는 수소 원자 |

-
- | | |
|-------|--|
| 단원 | 역학 · 전자기 · 파동·광학 · 현대물리 |
| 핵심 개념 | 원운동, 케플러 법칙, 중력 법칙 역학적 에너지 보존, 전자기 유도 빛의 속도, 등속 원운동 등가속도 운동, 운동량 보존, 도플러 효과, 원자 모형, 에너지 준위, 빛의 입자성 |
| 문항 수 | 4문항 (소문항 4개) |

II. 예시답안

문제 1 자갈 고리로 재는 행성의 중력 가속도

구심력 = 만유인력 · 케플러 제3법칙

자갈은 행성의 중력에 의해 등속 원운동을 하므로 다음 식을 세울 수 있다.

$$m \frac{v^2}{r} = \frac{GmM}{r^2} \quad (1)$$

(M : 행성의 질량, m : 자갈의 질량, v : 자갈의 속력, r : 원 궤도의 반지름, G : 만유인력 상수)

이를 정리하여 등속 원운동의 주기 T 를 구할 수 있다.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{GM}} \quad (2) \quad \rightarrow T^2 \propto r^3 \quad (3)$$

원 궤도의 반지름이 클수록 주기가 길어지므로 지표면에서 위로 올라갈수록 자갈의 원운동 주기는 길어진다. 따라서 지표면의 자갈이 5번 회전하는 동안 그보다 높은 고도에서 회전하여 제자리로 돌아올 수 있는 자갈의 최대 회전수는 4번이며, 이때 고도가 h 에 해당한다. 즉, 지표면의 자갈은 $\tau/5$ 의 원운동 주기를 갖고, h 높이의 자갈의 원운동 주기는 $\tau/4$ 이다. 행성의 반지름을 R 이라 할 때, 식 (3)을 사용하면

$$\left(\frac{\tau/5}{\tau/4}\right)^2 = \left(\frac{R}{R+h}\right)^3 \quad \rightarrow \quad R = \frac{h}{(5/4)^{2/3} - 1} \quad (4)$$

행성 표면에서의 중력 가속도 g 는 다음과 같이 표현되며,

$$mg = \frac{GmM}{R^2} \quad \rightarrow \quad g = \frac{GM}{R^2} \quad (5)$$

식 (2)와 (4)를 사용하여 다음과 같이 계산할 수 있다.

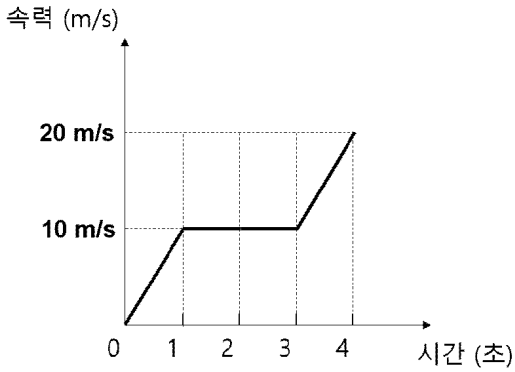
$$g = R \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 = \frac{h}{(5/4)^{2/3} - 1} \left(\frac{10\pi}{\tau} \right)^2 \quad (6)$$

문제 2 자유낙하하는 고리 도선의 전자기 제동

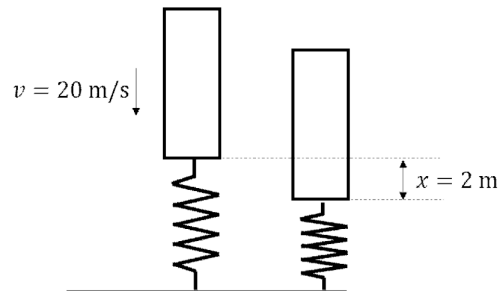
유도 기전력 Blv · 그래프 해석 · 에너지 보존

(1) 세기 B 의 균일한 자기장이 걸린 영역에 너비 l 의 직사각형 고리 도선이 속력 v 로 들어갈 때 발생하는 유도 기전력의 크기는 $V = Blv$ 로 표현된다. 또한 유도 전류의 크기는 $I = V/R = (Blv)/R$ (R : 고리 도선의 저항)가 된다. 여기서 중요한 사실은, 유도 전류는 고리 내부의 자기 선속이 변할 때만 발생하며, 이때 발생하는 유도 전류의 크기는 고리 도선의 속력에 비례한다는 사실이다.

고리 도선이 자유낙하를 시작한 후 0~1초 구간에는 유도 전류가 발생하지 않았기 때문에 공기 중에서 자유낙하를 하였음을 알 수 있고, 이후 1~2초 구간에서 일정한 크기의 유도 전류가 발생하였다는 것은 자기장이 걸린 영역에 진입한 후 등속 운동을 하였음을 의미한다. 이후 유도 전류의 방향이 바뀌었다는 것은 고리 도선이 자기장 영역을 빠져나가기 시작하였음을 의미하며, 2초에서 유도 전류가 즉각적으로 바뀌었다는 것은 고리 도선의 높이가 자기장이 걸린 영역의 높이와 같다는 것을 의미한다. (즉, 고리 도선이 완전히 자기장 영역에 진입하자마자 바로 빠져나가기 시작한다.) 따라서 2~3초 구간에서도 같은 속력으로 등속 운동을 함을 알 수 있다. 이후 3~4초 구간에서는 유도 전류가 발생하지 않았으므로 도선이 자기장 영역을 완전히 빠져나가기 시작하였음을 알 수 있다. 이 과정에서 도선의 속력 변화를 그래프로 나타내면 [그림 S1]과 같다. (중력 가속도 10 m/s^2 으로 낙하하므로, 자유낙하 시 1초당 10 m/s 의 속력 변화가 발생한다.)



[그림 S1]



[그림 S2]

따라서 자유낙하를 시작한 지 4초 후 고리 도선이 용수철에 도달하였을 때 속력은 $v = 20 \text{ m/s}$ 가 된다. 이후 [그림 S2]와 같이 용수철이 압축되기 시작하는데, 이때 고리 도선의 (중력 퍼텐셜 에너지 + 운동 에너지)가 용수철의 탄성 퍼텐셜 에너지로 변환되고, 이 과정에 적용되는 에너지 보존 법칙은 아래 식으로 표현된다.

$$\frac{1}{2}mv^2 + mgx = \frac{1}{2}kx^2 \quad (x : \text{용수철이 최대 수축한 길이})$$

이 식에 $m = 1 \text{ kg}$, $v = 20 \text{ m/s}$, $g = 10 \text{ m/s}^2$, $x = 2 \text{ m}$ 를 대입하면 용수철 상수 $k = 110 \text{ N/m}$ 가 나온다.

(2) [그림 S1]에서 고리 도선이 자기장 영역을 통과하는 시간은 1~3초 구간이며, 이때 $h = 20 \text{ m}$ 의 높이를 $v = 10 \text{ m/s}$ 의 속도로 등속으로 낙하한다. 이 과정에서 속도가 일정하므로 운동 에너지의 변화는 없고, **중력 퍼텐셜 에너지가 전기 에너지(저항에서의 열)로 변환된다.** 따라서

$$mgh = I_0^2 R t$$

가 되며, $m = 1 \text{ kg}$, $g = 10 \text{ m/s}^2$, $h = 20 \text{ m}$, $R = 1 \Omega$, $t = 2 \text{ s}$ 를 대입하면 $I_0 = 10 \text{ A}$ 가 나온다. 유도 전류의 크기는 $I_0 = V/R = (Blv)/R$ 이므로 자기장의 세기는 $B = (I_0 R)/(lv)$ 이며, $I_0 = 10 \text{ A}$, $R = 1 \Omega$, $l = 1 \text{ m}$, $v = 10 \text{ m/s}$ 를 대입하면 $B = 1 \text{ T}$ 를 얻을 수 있다. (T는 자기장의 단위 테슬라)

$$I_0 = 10 \text{ A}, \quad B = 1 \text{ T}$$

문제 3 회전하는 공으로 재는 지구-달 거리

왕복 시간 측정 · 주기적 차단 · 공명 조건

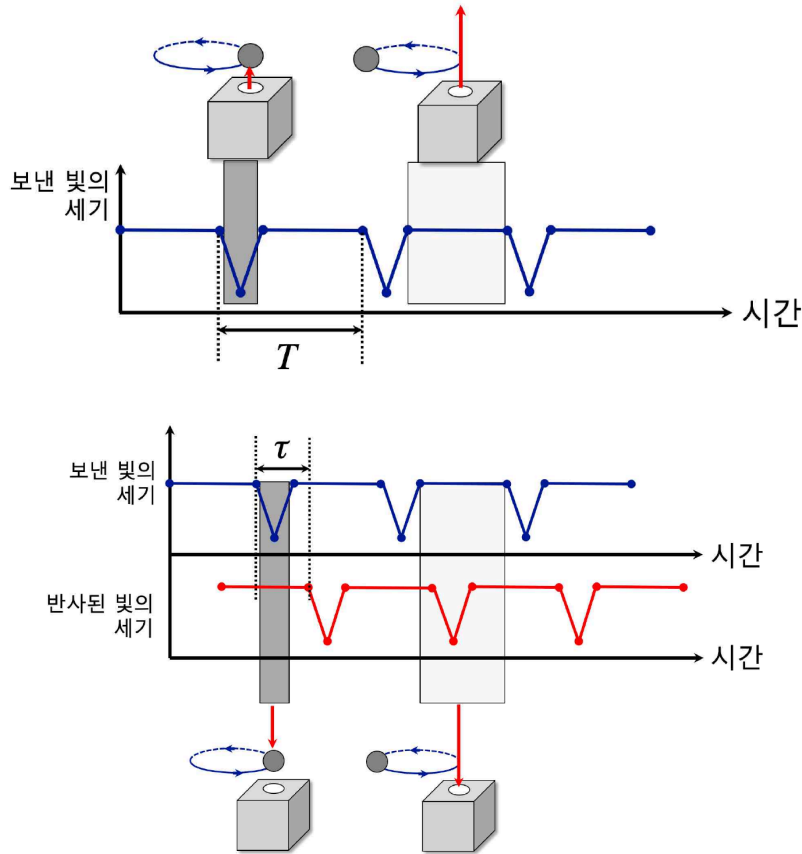
빛은 일정한 속력(c)을 가지므로, 빛이 지구에서 출발하여 달 표면의 거울에서 반사되어 돌아오는 데 걸리는 시간(τ)을 측정함으로써 지구와 달 사이의 거리(L)를 알 수 있다.

$$2L = c\tau \quad (1)$$

하지만 연속적으로 방출되는 빛으로는 시간 정보를 알 수 없으므로, 빛의 세기를 주기적으로 조절하는 과정이 필요하다. 등속 원운동을 하는 공은 빛을 주기적으로 차단하므로 빛의 세기를 시간에 따라 변화시킬 수 있다. 이때 빛이 차단되는 주기(T)는 공의 원운동 주기와 일치한다.

$$T = \frac{2\pi R}{v} \quad (2)$$

따라서 공의 속력(v)을 조절하여 빛이 차단되는 주기를 조절할 수 있다. 공의 운동에 의해 발생하는 달로 보낸 빛의 세기 변화를 아래 그림과 같이 표현할 수 있다. 반사된 빛이 지구로 되돌아올 때 τ 시간만큼 지연이 생기며, 이 빛은 상자에 들어오기 직전 공의 운동에 의해 같은 방법으로 주기적으로 차단된다.



상자 안으로 들어가는 빛의 평균 세기를 최대화하려면 반사되어 되돌아온 빛의 세기가 최소가 될 때 공이 입구를 막도록 설계하면 된다. 즉

$$\tau = nT \quad (n : \text{자연수}) \quad (3)$$

일 때 빛의 평균 세기가 최대가 된다. 이 조건은 식 (1)과 (2)를 이용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{2L}{c} = n \frac{2\pi R}{v} \rightarrow v = n \frac{c\pi R}{L} \quad (4)$$

따라서 공의 속력이 $(c\pi R)/L$ 의 배수가 될 때 빛의 평균 세기가 최대가 된다. 공의 속력을 0에서 점차 증가시키며 처음으로 빛의 평균 세기가 최대가 되는 속력(v_0)을 찾으면, 이를 이용하여 지구와 달 사이의 거리를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$L = \frac{c\pi R}{v_0} \quad (5)$$

문제 4 레이저 빛 속에서 자유낙하하는 수소 원자

도플러 이동 · 광자의 운동량 · 변위 최소 조건

(1) 수소 원자가 자유낙하를 하면서 연직 아래 방향으로 $v = gt$ 의 속력을 갖게 된다. 그러면 원자의 움직임으로 인한 도플러 효과로 원자가 느끼는 레이저 빛의 진동수(f_v)가 변하게 된다. 특수 상대성 이론의 광속 불변 원리에 의하면 빛의 속력(c)은 관찰자의 속도에 관계없이 일정하다. 따라서 원자가 빛을 향해 이동하는 거리만큼 빛이 덜 이동함을 이용하여, 움직이는 원자가 느끼는 레이저 빛의 주기(T_v)를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$cT_v = cT - vT \rightarrow T_v = T \left(\frac{c-v}{c} \right) \quad (T : \text{빛의 원래 주기})$$

이를 빛의 진동수로 표현하면 다음과 같다.

$$f_v = f \left(\frac{c}{c-v} \right)$$

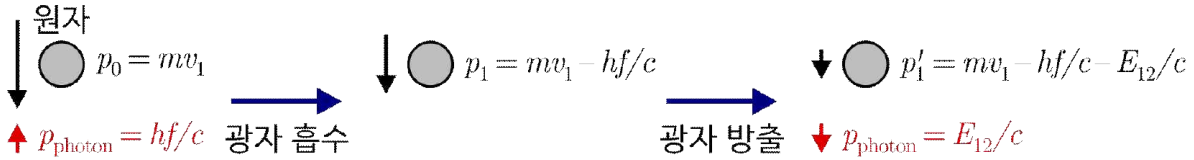
첫 번째 들뜬상태로 전이가 일어나기 위해서는 $hf_v = E_{12}$ 의 관계를 만족해야 하므로, 수소 원자는 다음의 속력을 가질 때 첫 번째 들뜬상태로 전이된다.

$$v_1 = c \left(1 - \frac{hf}{E_{12}} \right)$$

따라서 자유 낙하를 시작하여 전이가 일어날 때까지 걸리는 시간은 $t_1 = \frac{c}{g}(1 - (hf)/E_{12})$ 이며, 그때까지의 낙하 거리는 다음과 같다.

$$L = \frac{1}{2}gt_1^2 = \frac{c^2}{2g}\left(1 - \frac{hf}{E_{12}}\right)^2$$

(2) 운동량 보존 법칙에 따라 광자가 흡수된 직후 원자의 운동량은 $p_1 = mv_1 - h/\lambda = mv_1 - hf/c$ ($\lambda = c/f$: 레이저 빛의 파장)가 된다. 이후 연직 아래 방향으로 광자를 다시 방출하기 때문에, 바닥상태로 돌아온 직후의 원자의 운동량은 $p'_1 = mv_1 - hf/c - E_{12}/c$ 가 된다.



흡수할 때 운동량 보존

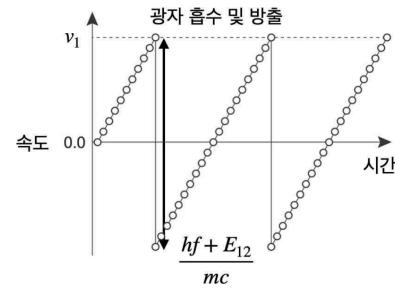
방출할 때 운동량 보존

따라서 $p'_1 < 0$ 일 때, 즉

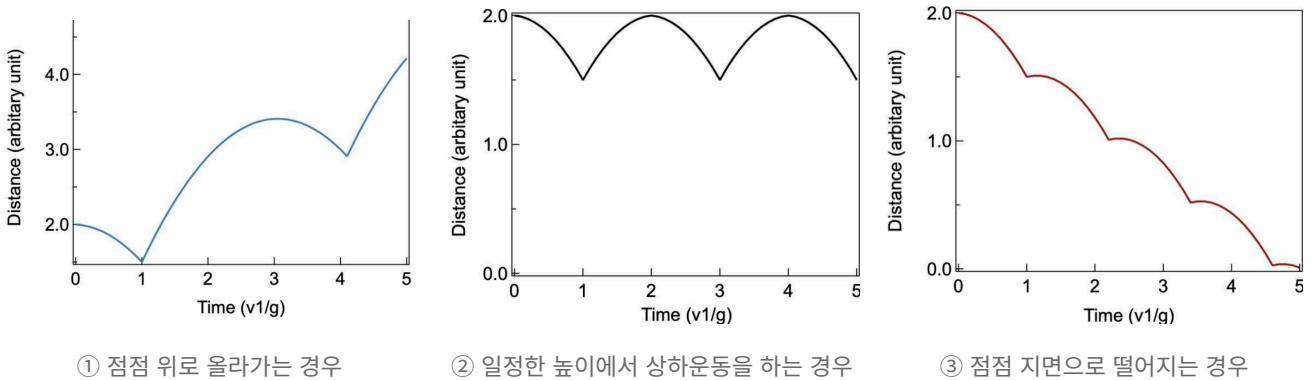
$$mc\left(1 - \frac{hf}{E_{12}}\right) - \frac{hf}{c} - \frac{E_{12}}{c} < 0 \rightarrow f > \frac{mc^2 - E_{12}}{h(1 + mc^2/E_{12})}$$

일 때 원자가 광자를 방출한 직후 연직 위 방향으로 운동하게 된다.

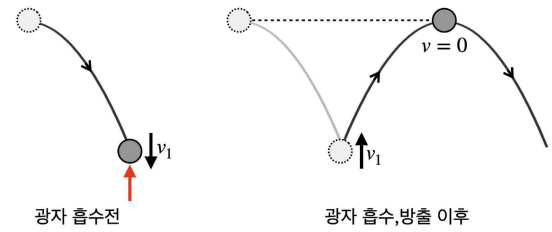
이 경우 시간이 더 지남에 따라 원자가 나타내는 운동을 속도-시간 그래프로 그리면 오른쪽과 같다. 광자가 흡수 및 방출되는 과정에서 광자의 운동량에 의해 원자의 속도가 $(hf + E_{12})/(mc)$ 만큼 바뀌면서 원자는 연직 위 방향으로 운동하게 된다. 중력에 의해 원자가 다시 낙하하여 $v_1 = c(1 - hf/E_{12})$ 조건을 만족하면 앞선 운동을 반복하게 된다.



광자의 운동량에 따라 원자가 ① 점점 위로 올라가는 경우, ② 지면으로 떨어지거나 위로 올라가지 않고 계속 상하운동을 하는 경우, ③ 점점 지면으로 떨어지는 경우를 생각해 볼 수 있다. 각 경우에 대해 위치-시간 그래프는 다음과 같다.



특히 매우 긴 시간이 흐르는 동안의 원자의 변위가 최소화되는 경우는 ② 일정한 높이에서 상하운동을 하는 경우이다. 이를 위해서는 원자가 광자를 방출한 직후의 속도가 $-v_1$ 이어야 한다 (오른쪽 그림 참고).



이러한 조건을 만족하려면 $p'_1 = mv_1 - (hf)/c - E_{12}/c = -mv_1$, 즉 $(hf)/c = 2mv_1 - E_{12}/c$ 이어야 하며, 이때 레이저 빛의 진동수(f)는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\frac{hf}{c} = 2mc \left(1 - \frac{hf}{E_{12}} \right) - \frac{E_{12}}{c}$$

$$f = \frac{2mc^2 - E_{12}}{h(1 + 2mc^2/E_{12})}$$

2022학년도 · 해설편

문제 1	전기장 속의 단진자 — 최대 각도와 주기 변화
문제 2	도플러 효과로 읽는 병원차의 이동 거리
문제 3	포물선 운동 최고점에서의 완전 비탄성 충돌
문제 4	전기력으로 들어 올린 입자의 드브로이 파장

단원	역학 · 전자기 · 파동·광학 · 현대물리
핵심 개념	운동량 보존, 충격량, 역학적 에너지 보존, 단진자 운동, 힘의 합성 과 분해, 전하와 전기장 도플러 효과, 뉴턴 운동 법칙, 등가속도 운동 운동량 보존, 역학적 에너지 보존, 포물선 운동 중력, 전기력, 물질파
문항 수	4문항 (소문항 5개)

II. 예시답안

문제 1 전기장 속의 단진자 — 최대 각도와 주기 변화

충격량·운동량 정리 · 역학적 에너지 보존 · 유효 중력 가속도

(1) 최대 각도

충격량을 가하기 전의 추의 운동량은 0이므로, 충격량 I 를 가한 직후의 운동량은 $I = mv$, 운동 에너지는

$$E = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{I^2}{2m}$$

가 된다. 이후 단진자가 최대 각도 θ 에 이르렀을 때 추가 최대 높이 $L(1 - \cos\theta)$ 에 이르면서 초기의 운동 에너지가 모두 중력 퍼텐셜 에너지로 변환되므로,

$$\frac{I^2}{2m} = mgL(1 - \cos\theta) \rightarrow \cos\theta = 1 - \frac{I^2}{2m^2gL}$$

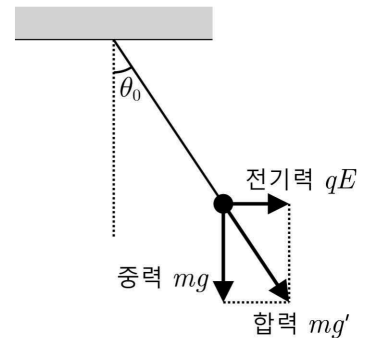
$$\theta = \cos^{-1}\left(1 - \frac{I^2}{2m^2gL}\right)$$

한편, 단진자 운동의 주기는 $T = 2\pi\sqrt{L/g}$ 이다. (참고로 다음과 같이 유도할 수 있다. 진폭이 실의 길이보다 충분히 작은 단진자 운동에서 중력에 의한 복원력은 $F = -mg\sin\theta \approx -mgx/L \equiv -kx$ 이므로, 상수 $k = mg/L$ 에 의해 결정되는 주기는 $T = 2\pi\sqrt{m/k} = 2\pi\sqrt{L/g}$ 가 된다.)

(2) 전기장을 $+x$ 방향으로 가한 경우 — 주기는 감소한다

전기장을 $+x$ 방향으로 가한 경우 전기력 qE 가 $+x$ 방향으로 작용한다. 따라서 중력과 전기력의 합력인 mg' 의 방향과 연직 방향이 이루는 각도 θ_0 에서 힘의 평형을 이루고, 이 각을 중심으로 단진자 운동을 한다.

이때 합력의 크기는 $mg' = \sqrt{(mg)^2 + (qE)^2}$ 이므로, (1)번 문항에서 복원력에 기여하는 힘이 mg 에서 mg' 로 **증가**한 상태에서 단진자 운동을 하는 것과 같다. 즉, 마치 중력 가속도가 $g' = \sqrt{g^2 + (qE/m)^2}$ 로 증가한 상황에서의 단진자 운동이다.

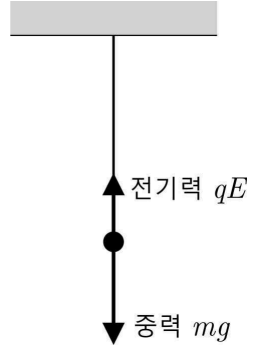


$$T' = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g'}} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{\sqrt{g^2 + (qE/m)^2}}} < T$$

(3) 전기장을 $+z$ 방향으로 가한 경우 — 주기는 증가한다

전기장을 $+z$ 방향으로 가한 경우에는 전기력이 중력과 반대 방향으로 작용한다. 따라서 추는 (1)번 문항과 같이 $\theta_0 = 0$ 을 중심으로 단진자 운동을 하지만, 복원력에 기여하는 힘이 mg 에서 $mg'' = mg - qE$ 로 감소한 상태에서 단진자 운동을 하는 것과 같다. (또는 다음과 같이 상수 k 가 k'' 로 감소한다.)

$$F'' \approx -(mg - qE) \frac{x}{L} \equiv -k''x, \quad k'' = \frac{mg - qE}{L}$$



즉, 마치 중력 가속도가 $g'' = g - qE/m$ 로 감소한 상황에서의 단진자 운동이다.

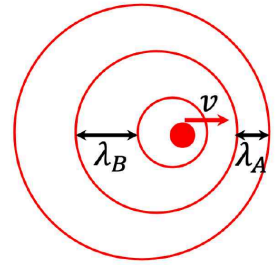
$$T'' = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g''}} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g - qE/m}} > T$$

(참고로 전기력이 중력보다 크기가 커서 전기력과 중력의 합력이 연직 위 방향이 된다면 단진자 운동을 할 수 없으므로, 이러한 상황은 배제할 수 있다.)

문제 2 도플러 효과로 읽는 병원차의 이동 거리

파장 관측식 · 불연속점 해석 · $v-t$ 그래프의 넓이

병원차가 정지한 상태에서 소리의 파장을 λ_0 , 주기를 τ_0 라고 하고, 소리의 전파 속력을 u ($= 300 \text{ m/s}$)로 표현하자. 병원차의 속력이 v 일 때 정지한 관찰자가 관측하는 파장은 도플러 효과에 의해 오른쪽 그림과 같이 주어진다.



① 관찰자에 접근하는 경우

$$\lambda_A = \lambda_0 - v\tau_0 = \lambda_0(1 - v/u)$$

($\tau_0 = \lambda_0/u$ 를 사용)

② 관찰자에서 멀어지는 경우

$$\lambda_B = \lambda_0 + v\tau_0 = \lambda_0(1 + v/u)$$

파원(병원차)이 접근할 때는 파장이 λ_0 보다 짧고, 파원이 멀어질 때는 파장이 λ_0 보다 길다.

주어진 그래프에서 시간이 10초일 때 파장이 99 cm에서 101 cm로 불연속적으로 바뀐 점에 주목하면, 이 시간에 파원이 관찰자를 지나간 것을 알 수 있다. 문제의 조건에서 병원차의 속도는 시간에 대한 연속함수로 제시되었으므로, 속도가 불연속적이라서 파장이 불연속적으로 변하는 경우는 배제할 수 있다.

앞의 식을 변형하면 관측되는 파장에 따른 병원차의 속력을 구할 수 있다.

① 접근하는 경우

$$v = u \left(1 - \frac{\lambda_A}{\lambda_0} \right)$$

② 멀어지는 경우

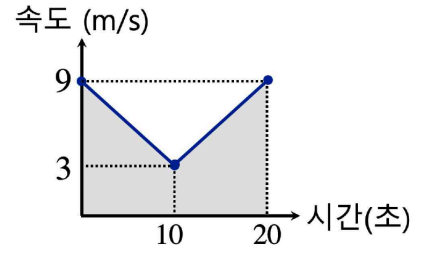
$$v = u \left(\frac{\lambda_B}{\lambda_0} - 1 \right)$$

병원차가 접근하는 0~10초 동안에는 파장이 선형적으로 증가하므로 병원차의 속력이 감소하는 등가속도 운동이며, 병원차가 멀어지는 10~20초 동안에는 파장이 선형적으로 증가하므로 속력이 증가하는 등가속도 운동이다. 이때, 병원차가 정지한 경우의 파장 λ_0 는 시간이 10초일 때 두 식을 연립하여 얻을 수 있다. 시간 10초에서 $\lambda_A = 99 \text{ cm}$, $\lambda_B = 101 \text{ cm}$ 이고 병원차의 속력은 v 로 동일하므로,

$$v = u \left(1 - \frac{99 \text{ cm}}{\lambda_0} \right) = u \left(\frac{101 \text{ cm}}{\lambda_0} - 1 \right) \rightarrow \lambda_0 = 100 \text{ cm}$$

이를 바탕으로 병원차의 속도를 시간에 따른 그래프로 나타내면 오른쪽과 같다. 0~10초에는 병원차의 속도가 9 m/s에서 3 m/s까지 선형적으로 감소하면서 관찰자에게 접근하고, 10~20초에는 병원차의 속도가 3 m/s에서 9 m/s까지 선형적으로 증가하면서 관찰자에게서 멀어진다.

병원차의 총 이동 거리 s 는 시간축(가로축)과 그래프로 둘러싸인 넓이이므로



$$s = (9 \text{ m/s} + 3 \text{ m/s}) \times 10 \text{ s} = 120 \text{ m}$$

문제 3 포물선 운동 최고점에서의 완전 비탄성 충돌

최고점 조건 · 운동량 보존 · 역학적 에너지 보존

질량이 m 인 공의 초기 속도의 수평 방향(x 축) 성분 및 연직 방향(y 축) 성분을 각각 v_x, v_y 라고 할 때, 포물선 운동의 최고점의 높이 h_1 과 수평 방향 이동 거리 L 은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$h_1 = \frac{v_y^2}{2g} \qquad L = v_x t = \frac{v_x v_y}{g} \quad (t = v_y/g \text{ 사용})$$

여기서 t 는 공이 발사된 직후부터 최고점에 도달하는 데까지 걸린 시간이다. 이를 이용하면 v_x, v_y 를 h_1 과 L 로 표현할 수 있다.

$$v_y = \sqrt{2gh_1} \qquad v_x = L \frac{g}{v_y} = L \sqrt{\frac{g}{2h_1}}$$

최고점에서 두 공이 충돌할 때 연직 방향 속도는 0이므로 수평 방향의 1차원 충돌로 생각할 수 있고, 운동량 보존 법칙을 사용하면 충돌 직후의 속도 v 를 얻을 수 있다.

$$mv_x = (m + 2m)v \rightarrow v = \frac{v_x}{3} = \frac{L}{3} \sqrt{\frac{g}{2h_1}}$$

마지막으로 역학적 에너지 보존 법칙을 이용하면 최대 높이 h_2 를 구할 수 있다.

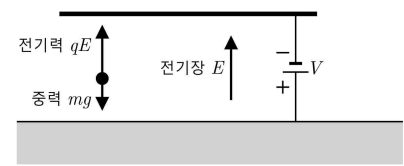
$$\frac{1}{2}(m + 2m)v^2 = (m + 2m)gh_2$$

$$h_2 = \frac{v^2}{2g} = \frac{v_x^2}{18g} = \frac{L^2}{36h_1}$$

문제 4 전기력으로 들어 올린 입자의 드브로이 파장

평행판 전기장 · 일-운동 에너지 정리 · 물질파

(1) 전압 V 를 걸면 지면과 금속판 사이에 형성되는 전기장 $E = V/d$ 에 의하여 입자가 전기력 $qE = qV/d$ 를 받는다. 입자를 들어 올리려면 이 전기력이 연직 위 방향이어야 하고 입자가 양전하($q > 0$)를 띠고 있으므로, **지면이 금속판보다 전위가 높도록** 전압 V 를 걸어야 한다. 이와 함께 전기력의 크기 qV/d 가 중력 mg 보다 커야 한다.



$$\frac{qV}{d} > mg \rightarrow V > \frac{mgd}{q}$$

(2) 입자가 지면을 출발하여 금속판에 도달한 순간까지, 전기장이 입자에 한 일은 $W_1 = qV$, 중력이 입자에 한 일은 $W_2 = -mgd$ 이다. 일-운동 에너지 정리(또는 역학적 에너지 보존 법칙)에 의하여

$$\frac{1}{2}mv^2 = qV - mgd \rightarrow v = \sqrt{\frac{2}{m}(qV - mgd)}$$

이때 입자의 드브로이 파장은 다음과 같다. (h : 플랑크 상수, p : 입자의 운동량)

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = \frac{h}{\sqrt{2m(qV - mgd)}}$$

2021학년도 · 해설편

문제 5	운동량 보존과 물결파의 도플러 효과
문제 6	전자기 유도와 상호 유도 · 정류 작용
문제 7	전기장 속에서의 포물선 운동
문제 8	전자기파의 회절과 광양자 · 복사 세기

단원	역학 · 전자기 · 파동·광학 · 현대물리
핵심 개념	운동량 보존과 도플러 효과, 전자기 유도·상호 유도와 정류 작용, 전기장 속 대전 입자의 포물선 운동, 전자기파의 회절·광양자·복사 세기
문항 수	4문항 (문항정보 5-8) · 총 20점

II. 예시답안

문제 5 운동량 보존과 물결파의 도플러 효과

운동량 보존 · 상대 속도 · 겹보기 진동수

(1) V_n 은 계속 증가하며 그 증가폭 ΔV_n 자체도 커진다. f_n 은 줄어들어 $V_n = v$ 인 순간 0이 되었다가, 배가 물결파를 앞지르면 다시 커진다.

(a) 계와 좌표를 정한다 — 호수 밖에 정지한 관찰자를 기준으로 배의 진행 방향을 +로 잡는다. 계는 "배 + 배에 남아 있는 포탄 전부"이며, 포탄을 쏘는 순간 이 계에는 외력이 작용하지 않으므로 **운동량이 보존된다**.

n 번째 포탄을 쏘기 직전의 계에는 아직 $N - n + 1$ 개의 포탄이 남아 있으므로 전체 질량은 $(N - n + 1)m + M$ 이고 속력은 V_{n-1} 이다. 쏜 직후에는 배 쪽 질량이 $(N - n)m + M$, 속력이 V_n 이고, 포탄 하나가 속력 u_n 으로 따로 떨어져 나간다.

(b) 운동량 보존식과 상대 속도 조건을 세운다

$$\underbrace{\{(N - n + 1)m + M\}V_{n-1}}_{\text{발사 직전}} = \underbrace{\{(N - n)m + M\}V_n + mu_n}_{\text{발사 직후}}$$

포탄은 배의 진행 방향과 반대 방향으로 배에 대해 상대 속력 u 로 나가므로

$$u_n - V_{n-1} = -u$$

(c) u_n 을 소거하여 정리한다 — 두 번째 식을 첫 식에 넣으면

$$\{(N - n)m + M\}V_{n-1} + mV_{n-1} = \{(N - n)m + M\}V_n + mV_{n-1} - mu$$

양변의 mV_{n-1} 이 지워지므로

$$\Delta V_n \equiv V_n - V_{n-1} = \frac{mu}{(N - n)m + M} > 0$$

- (d) V_n 그래프의 개형 — 분모 $(N - n)m + M$ 은 발사 직후 배에 남아 있는 질량이다. n 이 커질수록 포탄이 줄어 이 질량이 작아지므로

$$\Delta V_1 = \frac{mu}{(N-1)m+M} < \Delta V_2 < \dots < \Delta V_N = \frac{mu}{M}$$

이다. 즉 V_n 은 단조 증가하면서 그 증가폭도 함께 커지므로, n 에 대해 아래로 볼록한(기울기가 점점 가팔라지는) 증가 곡선이 된다.

같은 사실을 충격량으로 뒤집어 볼 수도 있다. 한 발을 쏘 때 배 쪽(배와 남은 포탄)이 받는 충격량은 mu 로 언제나 일정하다. 그런데 그 충격량을 나누어 가질 배 쪽 질량 $(N - n)m + M$ 이 발사를 거듭할수록 줄어들므로, 같은 충격량이 만들어 내는 속도 변화가 점점 커지는 것이다.

- (e) f_n — 단위 시간당 배에 도달하는 마루의 개수 — 배가 정지해 있을 때 마루는 L 간격으로 속력 v 로 다가오므로 단위 시간에 $f = v/L$ 개가 도달한다. 배가 파와 같은 방향으로 속력 V_n 으로 달리면 파에 대한 배의 상대 속력이 $|v - V_n|$ 으로 바뀌므로

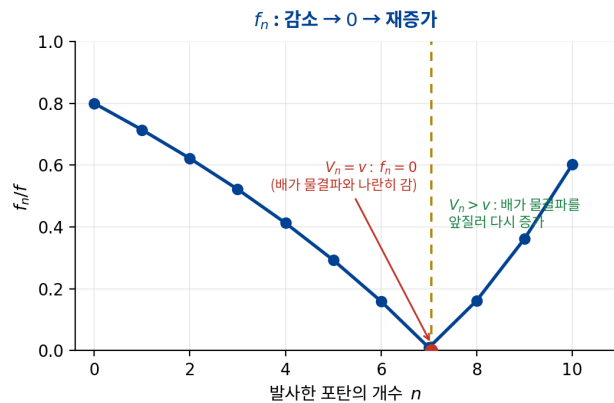
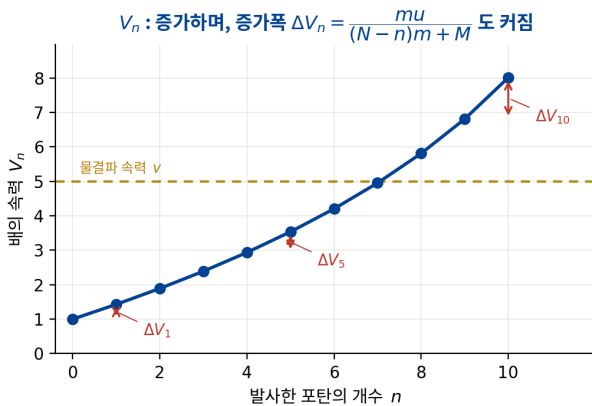
$$f_n = \frac{|v - V_n|}{L} = f \left| 1 - \frac{V_n}{v} \right|$$

$$f_n = f \left(1 - \frac{V_n}{v} \right) \quad (V_n < v), \quad f_n = f \left(\frac{V_n}{v} - 1 \right) \quad (V_n > v)$$

- (f) 세 구간으로 나누어 읽는다

- $V_n < v$ — 파가 배를 뒤에서 따라잡는다. V_n 이 커질수록 따라잡는 속도가 느려져 f_n 은 감소한다.
- $V_n = v$ — 배가 물결파와 나란히 달린다. 배에서 보면 마루가 멈춰 있는 것처럼 보이므로 $f_n = 0$ 이다.
- $V_n > v$ — 배가 물결파를 추월한다. 이제 마루는 배의 앞쪽에서부터 닿게 되고, 상대 속력 $V_n - v$ 가 커지므로 f_n 은 다시 증가한다.

제시문에서 $v > v_0$ 이므로 처음에는 반드시 f_n 이 감소하는 구간에서 출발한다. 이후 V_n 이 v 를 넘는지 아닌지는 M, m, N, u 의 값에 달려 있으며, 넘는 경우 f_n 은 V자 모양으로 꺾여 되돌아온다.



[답안 그림 1] V_n 은 증가폭이 커지며 단조 증가하고, f_n 은 감소하다가 $V_n = v$ 에서 0이 된 뒤 다시 증가한다.

(2) 최종 속도는 (1)의 경우보다 줄어든다.

(a) 비교의 핵심은 분모다 — (c)에서 얻은 식을 다시 보면 속력 증가분은

$$\Delta V = (\text{발사되는 질량}) \times \frac{u}{\text{발사 직후 남아 있는 질량}}$$

이다. 같은 총 질량 Nm 을 실어 보내더라도, 한 발을 언제 쏘느냐에 따라 그 순간 남아 있는 질량이 다르므로 총 증가량이 달라진다.

(b) 첫 두 발로 직접 견주어 본다 — 질량 m 인 포탄 한 발을 쏘는 것과, 질량 $m/2$ 인 포탄 두 발을 잇달아 쏘는 것을 비교한다. 앞의 경우

$$V_1 - V_0 = \frac{mu}{(N-1)m + M} = \frac{(m/2)u}{(N-1)m + M} + \frac{(m/2)u}{(N-1)m + M}$$

뒤의 경우 첫 발을 쏜 직후에는 아직 $(N-1/2)m$ 만큼의 포탄이 남아 있으므로

$$V_2 - V_0 = \frac{(m/2)u}{(N-1/2)m + M} + \frac{(m/2)u}{(N-1)m + M}$$

두 결과의 두 번째 항은 서로 같고, 첫 항은 분모가 $(N-1)m + M \leq (N-1/2)m + M$ 이므로

$$\frac{(m/2)u}{(N-1)m + M} \geq \frac{(m/2)u}{(N-1/2)m + M}$$

즉 한꺼번에 쏘는 쪽이 항상 유리하다. 이 비교가 모든 발사에 대해 똑같이 성립하므로 총합에서도 부등호가 유지된다.

(c) 왜 그런가 — 포탄을 잘게 나누면, 뒤에 쏘 포탄이 앞 포탄을 쏘 때 함께 가속되어야 할 짐으로 남아 있는 시간이 길어진다. 실어 나른 짐이 무거울수록 같은 충격량으로 얻는 속력 변화가 작으므로 손해를 본다.

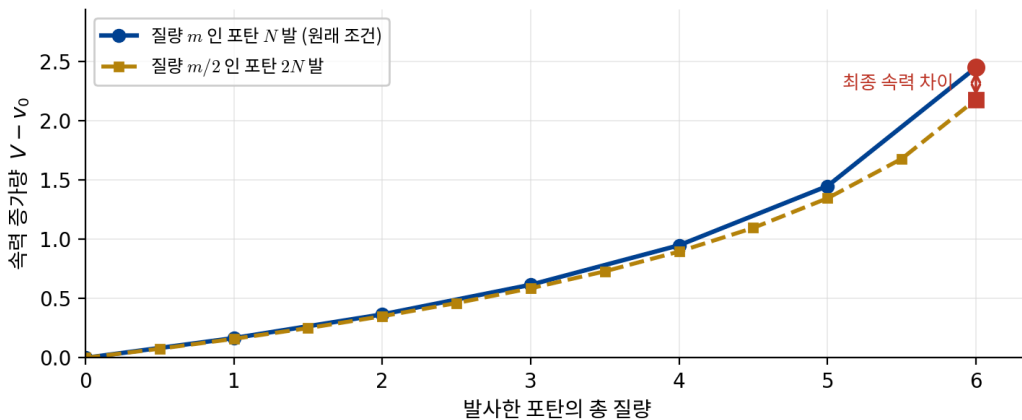
또 다른 관점으로, 잘게 나눌수록 이 합은 연속 극한

$$\Delta V \rightarrow \int_M^{Nm+M} \frac{u dm'}{m'} = u \ln \left(\frac{Nm + M}{M} \right)$$

에 아래로 수렴한다. 유한한 덩어리로 쏘 때의 값은 언제나 이 극한값보다 크고, 덩어리가 클수록 더 크다.

포탄의 질량을 $m/2$, 개수를 $2N$ 으로 바꾸면 배의 최종 속도는 줄어든다.

같은 총 질량을 잘게 나누어 쏘면 최종 속력이 작아진다



[답안 그림 2] 같은 총 질량을 절반 크기로 나누어 두 배 많이 쏘면 최종 속력 증가량이 작아진다.

채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
(1)	$V_n - V_{n-1}$에 대한 식을 유도했으면 (+1점) - 유도한 식을 이용하거나 운동량 보존의 개념을 이용하여, 속력 V_n이 점점 증가함을 설명했으면 (+1점) - 배의 속력의 변화량 $V_n - V_{n-1}$이 점점 증가함을 설명했으면 (+1점) (발사되는 포탄의 질량 대비 배와 남은 포탄의 질량의 비율이 점점 줄어들. 따라서 비록 배가 받는 충격량(운동량 변화량)은 점점 줄어드나 배의 속력의 변화량은 점점 증가함) - 배가 물결파보다 느린 경우의 f_n의 변화 경향을 바르게 설명했으면 (+0.5점) - 배가 물결파보다 빨라지는 경우까지 정성적으로 바르게 설명했으면 (+0.5점) (f_n 그래프의 구체적인 모양은 중요하지 않으며 증가 및 감소만 잘 설명하면 됨)	4점
(2)	- 옳은 답과 함께 부분적으로라도 개념을 설명했다면 (+0.5점) - 개념까지 바르게 설명했다면 (+0.5점)	1점

문제 6 전자기 유도와 상호 유도 · 정류 작용

유도 기전력 · 상호 인덕턴스 · 정류

(1) 금속 막대의 최대 속력은 $v_0 = tR_1V_2/(2MBL)$ 이어야 한다.

(a) 외부 회로: 유도 기전력과 전류 — 폭 L 인 자기장 영역을 금속 막대가 속력 v 로 가로지르면 막대에는 크기

$$V_1 = BLv$$

의 유도 기전력이 생긴다. 회로에서 저항은 외부 코일의 R_1 뿐이므로 외부 코일에 흐르는 전류는

$$I_1 = \frac{V_1}{R_1} = \frac{BLv}{R_1}$$

즉 외부 코일의 전류는 막대의 속력에 정비례한다. 따라서 [그림 4]의 삼각형 $v-t$ 그래프는 그대로 I_1-t 그래프가 된다.

(b) 내부 회로: 상호 유도 — 외부 코일의 전류가 변하면 상호 인덕턴스 M 을 통해 내부 코일에 기전력이 유도된다.

$$V_2 = -M \frac{\Delta I_1}{\Delta t} \Rightarrow \left| \frac{\Delta I_1}{\Delta t} \right| = \frac{V_2}{M}$$

내부 코일에 일정한 크기의 전압 V_2 가 걸리려면 I_1 이 일정한 비율로 변해야 한다. 즉 막대는 등가속도 운동을 해야 하며, 제시문의 삼각형 속력 그래프가 바로 그 조건을 만족한다.

(c) 막대의 가속도를 구한다 — (a)를 시간에 대해 변화율로 보면 $(\Delta I_1)/(\Delta t) = (BL)/R_1 \cdot (\Delta v)/(\Delta t)$ 이므로

$$a = \left| \frac{\Delta v}{\Delta t} \right| = \frac{R_1}{BL} \left| \frac{\Delta I_1}{\Delta t} \right| = \frac{R_1 V_2}{MBL}$$

(d) 최대 속력 — 막대는 정지 상태에서 출발해 $t/2$ 동안 이 가속도로 가속되므로

$$v_0 = a \cdot \frac{t}{2} = \frac{tR_1V_2}{2MBL}$$

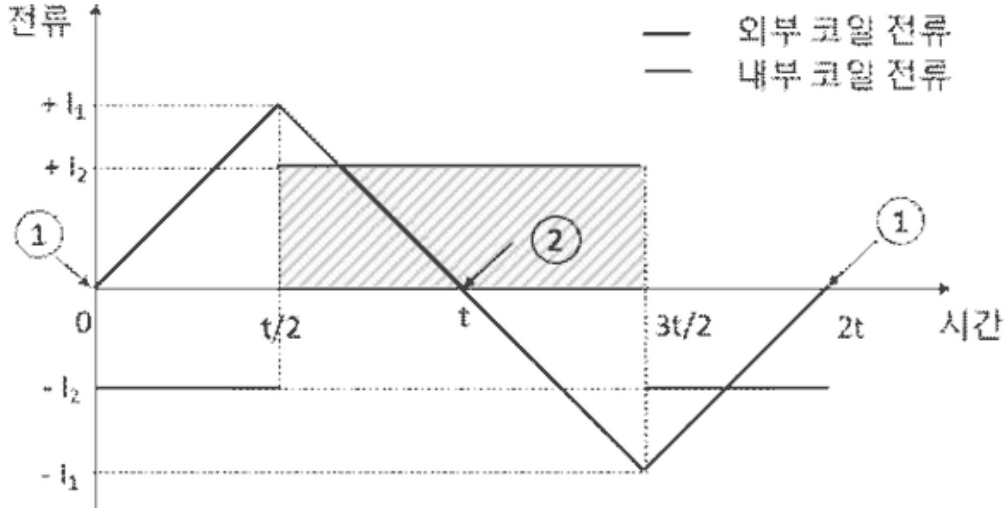
M 이나 BL 이 클수록 작은 속력으로도 충분하고, R_1 이 크면 같은 기전력에 대해 전류가 작아지므로 그만큼 더 빨리 움직여야 한다는 것을 식이 그대로 말해 준다.

(2) 물음표 상자에는 p-n 접합 다이오드가 들어가야 하며, 필요한 왕복운동 횟수는 $N = WR_2/(V_2^2 t)$ 이다.

(a) 두 코일의 전류가 시간에 따라 어떻게 흐르는가 — 막대가 ①→②로 갈 때 속력은 $0 \rightarrow v_0 \rightarrow 0$ 이고, ②→①로 돌아올 때는 방향이 반대이므로 I_1 의 부호도 뒤집힌다. 따라서 왕복운동 1회(시간 $2t$) 동안 I_1 은 삼각파, 그 변화율 $(\Delta I_1)/(\Delta t)$ 의 부호는

$$\bullet 0 \sim t/2 : + \quad \bullet t/2 \sim 3t/2 : - \quad \bullet 3t/2 \sim 2t : +$$

로 바뀐다. $I_2 = V_2/R_2$ 의 크기는 일정하지만 방향이 반주기마다 뒤집히는 사각파가 되는 것이다.



[답안 그림 3] 왕복운동 1회 동안의 외부 코일 전류(삼각파)와 내부 코일 전류(사각파). 빗금 친 부분이 정류 후 축전기로 들어가는 구간이다.

(b) 왜 다이오드인가 — 축전기를 충전하려면 극판에 **한쪽 방향으로만** 전하가 쌓여야 한다. 위와 같이 방향이 계속 바뀌는 전류를 그대로 흘리면 충전과 방전이 번갈아 일어나 에너지가 쌓이지 않는다. 따라서 한 방향 전류만 통과시키는 정류 소자가 필요하다.

트랜지스터도 스위칭으로 정류에 쓸 수 있지만, 문제에서 **추가 배선과 전원 장치가 없다고** 못 박았으므로 바이어스 전원이 필요한 트랜지스터는 쓸 수 없다. 남은 답은 별도의 전원 없이 스스로 한 방향만 통과시키는 **p-n 접합 다이오드**이다.

(c) 왕복운동 1회에 저장되는 에너지 — 내부 코일에 걸리는 전압이 V_2 , 저항이 R_2 이므로 전류는 $I_2 = V_2/R_2$ 이고 순간 전력은

$$P_2 = V_2 I_2 = \frac{V_2^2}{R_2}$$

정류를 하면 왕복운동 1회($2t$) 가운데 다이오드가 통과시키는 방향으로 전류가 흐르는 시간만 충전에 쓰인다. (a)에서 보았듯 그 시간은 $t/2 \sim 3t/2$ 의 총 t 이다 (나머지 t 는 반대 방향이라 막힌다). 그러므로

$$W_1 = P_2 \cdot t = \frac{V_2^2 t}{R_2}$$

이며, 이것이 [답안 그림 3]의 빗금 친 넓이에 해당한다.

(d) 필요한 횟수

$$N = \frac{W}{W_1} = \frac{WR_2}{V_2^2 t}$$

R_2 가 클수록 같은 전압에 흐르는 전류가 작아 한 번에 담기는 에너지가 줄고, 그만큼 더 많이 왕복해야 한다. 반대로 V_2 를 높이면 저장 에너지가 제공으로 늘어 횟수가 급격히 줄어든다.

채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
(1)	- 유도 기전력 $V_1 = BLv$이 외부 코일에 걸림을 설명했으면 (+1점) - 내부 코일에 전압 V_2가 유도되려면 단위 시간당 전류 변화 $(\Delta I_1)/(\Delta t) = -V_2/M$가 필요함을 설명했으면 (+1점) - 최대속력이 $v_0 = (tR_1 V_2)/(2MBL)$임을 구했으면 (+1점)	3점
(2)	- 내부 코일에 흐르는 전류의 방향이 계속 바뀌므로 충전을 위해서는 정류 작용을 해주는 다이오드가 필요하다고 설명했으면 (+1점) - 왕복운동 1회당 충전되는 전기 에너지 $W_1 = P_2 t = V_2 I_2 t = (V_2^2 t)/R_2$와 필요한 총 왕복운동 횟수 $N = W/W_1 = (WR_2)/(V_2^2 t)$를 구했으면 (+1점)	2점

문제 7 전기장 속에서의 포물선 운동

등가속도 운동 · 체공 시간 · 전기력

크기 $E = 2mg/(3q)$ 인 균일한 전기장을 연직 위 방향으로 걸어 주면 된다.

(a) 좌표와 자유물체도 — 지면을 따라 던진 방향을 x 축, 연직 위를 y 축으로 잡는다. 45° 로 던졌으므로 초기 속도 성분은

$$v_{0x} = v_{0y} = v_0 \cos 45^\circ = \frac{v_0}{\sqrt{2}}$$

물체에 작용하는 힘은 중력 $-mg\hat{y}$ 와 전기력 $qE_y\hat{y}$ 뿐이다 (전기장을 지면에 수직으로 걸으므로 x 성분이 없다). 따라서

$$a_x = 0, \quad a_y = -g + \frac{qE_y}{m}$$

(b) 수평 이동 거리는 체공 시간에 비례한다 — $a_x = 0$ 이므로 수평 방향은 전기장이 있든 없든 언제나 속력 v_{0x} 인 등속도 운동이다. 지면에 다시 닿을 때까지의 시간을 T 라 하면

$$X = v_{0x}T = \frac{v_0}{\sqrt{2}}T \Rightarrow X \propto T$$

즉 사거리를 3배로 만드는 문제는 체공 시간을 3배로 만드는 문제와 같다.

(c) 체공 시간과 연직 가속도의 관계 — 연직 방향은 등가속도 운동이고, 던진 높이와 떨어지는 높이가 같으므로 올라간 시간과 내려온 시간이 같다. 연직 아래 방향 가속도의 크기를 $\alpha \equiv -a_y$ 라 하면

$$T = \frac{2v_{0y}}{\alpha} = \frac{\sqrt{2}v_0}{\alpha} \Rightarrow T \propto \frac{1}{\alpha}$$

전기장이 없을 때는 $\alpha = g$ 이므로 $T_0 = (\sqrt{2}v_0)/g$, $X_0 = v_0^2/g$ 이다.

(d) 조건을 대입한다 — $T = 3T_0$ 이려면 $\alpha = g/3$ 이어야 한다. 즉

$$a_y = -g + \frac{qE_y}{m} = -\frac{g}{3} \Rightarrow \frac{qE_y}{m} = \frac{2g}{3} \Rightarrow E_y = \frac{2mg}{3q} > 0$$

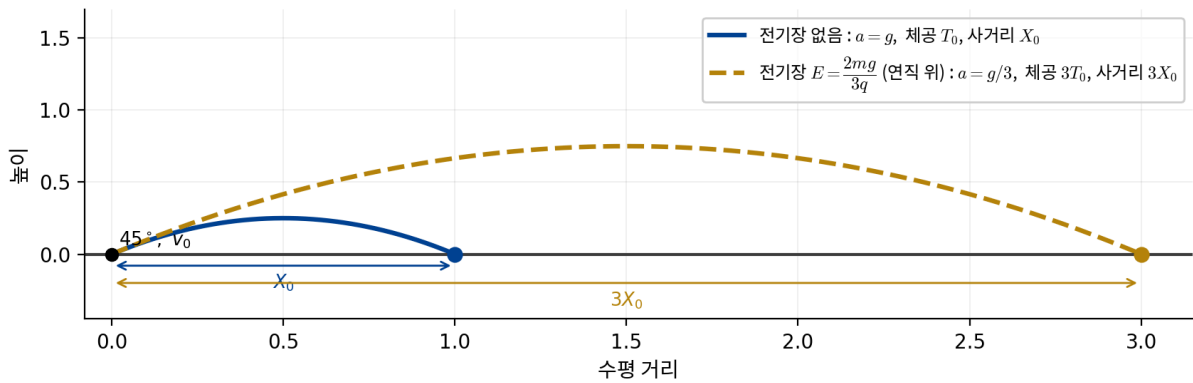
$E_y > 0$ 이고 $q > 0$ 이므로 전기력 $qE_y\hat{y}$ 는 연직 위 방향이다. 즉 전기장을 연직 위 방향으로 걸어 중력을 부분적으로 상쇄해야 한다.

$$E = \frac{2mg}{3q}, \quad \text{방향: 연직 위}$$

(e) 결과 읽기 — 전기장은 물체가 느끼는 유효 중력 가속도를 $g \rightarrow g/3$ 로 줄여 주는 역할을 한다. 그래서 체공 시간과 사거리가 나란히 3배가 되고, 최고점 높이 $h = v_{0y}^2/(2\alpha)$ 역시 3배가 된다. 반대로 전기장을 연직 아래로 걸면 $\alpha > g$ 가 되어 사거리는 오히려 짧아진다.

한편 이 답은 v_0 에 전혀 의존하지 않는다. 사거리의 비만 문제 삼았으므로 초기 속력은 양변에서 지워지기 때문이다.

연직 아래 방향 가속도를 $g \rightarrow g/3$ 로 줄이면 체공 시간과 사거리가 모두 3배



[답안 그림 4] 전기장이 없을 때와 $E = 2mg/3q$ 를 연직 위로 걸었을 때의 궤적 비교.

채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
없음	“수평 방향으로서는 전기장에 상관없이 물체는 같은 속력의 등속도 운동을 하여, 수평 방향 이동 거리는 체공 시간에 비례한다”를 알고 활용했으면 (+1점) - 체공 시간이 가속도에 반비례한다는 식(예: $t = (\sqrt{2}v_0)/g$)을 얻었으면 (+1점) “수평 방향 이동 거리가 전기장이 없는 경우의 3배가 되게 하려면, 체공 시간을 3배로 만들면 되고, 이를 위해서는 가속도가 연직 아래 방향으로 $g/3$가 되도록 전기장을 걸면 된다”는 아이디어를 갖고 문제를 풀려고 했으면 (+1점) - 물체가 양전하를 띠고 있으므로($q > 0$) 전기장을 연직 위 방향으로 걸어야 한다고 답했으면 (+1점) - 전기장의 크기가 $E = (2mg)/(3q)$임을 구했으면 (+1점)	5점

문제 8 전자기파의 회절과 광양자 · 복사 세기

파장과 회절 · 광양자설 · 역제곱 법칙

(1) 장점은 파장이 짧아 안테나를 작게 만들 수 있기 때문이고, 단점은 파장이 짧아 회절이 잘 일어나지 않기 때문이다.

(a) 장점 — 주파수와 파장 — 전자기파는 매질과 무관하게 $c = f\lambda$ 를 만족하므로

$$\lambda = \frac{c}{f}$$

로 진동수와 파장은 반비례한다. 안테나는 전자기파를 공명적으로 주고받는 장치여서 그 크기가 파장에 비례한다 (대표적으로 반파장 안테나의 길이는 $\lambda/2$). 5G는 LTE보다 진동수가 높아 파장이 짧으므로, 같은 성능의 안테나를 더 작게 만들 수 있다.

(b) 단점 — 파장과 회절 — 파동이 장애물이나 틈을 만났을 때 휘어 돌아 들어가는 회절은 파장이 장애물의 크기와 비슷하거나 클수록 뚜렷하다. 5G의 파장은 건물 크기에 견주어 매우 짧으므로 회절이 거의 일어나지 않고 직진성이 강해진다. 그 결과 건물 뒤편처럼 송신탑이 직접 보이지 않는 그림자 영역이 넓어져 수신이 나빠진다.

같은 이유로 LTE의 긴 파장은 건물을 잘 돌아 들어가지만, 대신 안테나가 커야 한다. 즉 두 성질은 $\lambda = c/f$ 하나에서 나오는 맞바꿈 관계이다.

(2) 광자 한 개의 에너지가 세슘의 이온화 에너지보다 약 27만 배 작으므로, DNA를 손상시킬 위험은 사실상 없다.

(a) 어떤 양을 비교해야 하는가 — 이온화는 광자 한 개가 전자 한 개에게 에너지를 통째로 건네주는 사건이다 (광전 효과와 같은 구조). 파동으로 보아 에너지가 조금씩 쌓여 전자가 튀어나오는 것이 아니므로, 비교해야 할 양은 출력 50 W가 아니라 광자 한 개의 에너지 hf 이다.

(b) 광자 에너지 계산

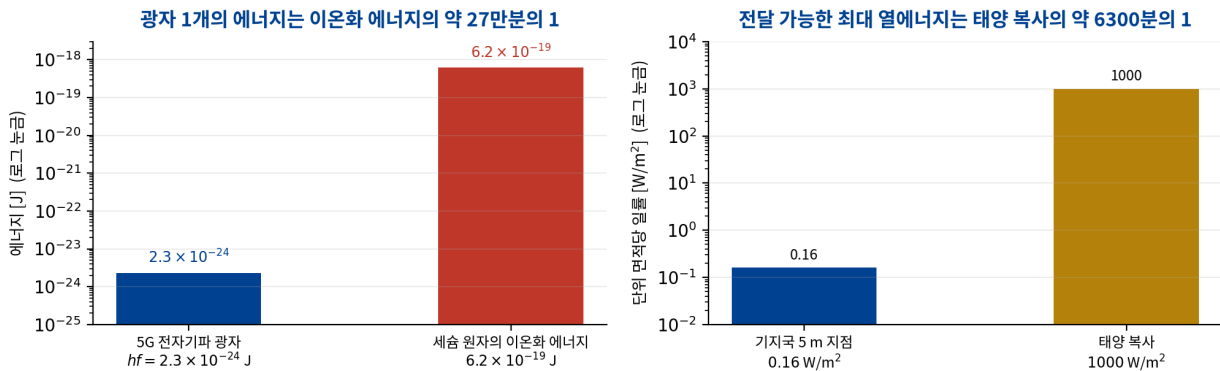
$$hf = (6.6 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}) \times (3.5 \times 10^9 \text{ Hz}) = 2.31 \times 10^{-24} \text{ J} \approx 2.3 \times 10^{-24} \text{ J}$$

(c) 이온화 에너지와 견주기 — 이온화 에너지가 낮은 축에 드는 세슘조차 $6.2 \times 10^{-19} \text{ J}$ 가 필요하므로

$$\frac{6.2 \times 10^{-19}}{2.3 \times 10^{-24}} \approx 2.7 \times 10^5$$

광자 한 개의 에너지는 세슘의 이온화 에너지의 약 1/270000에 지나지 않는다.

(d) 출력을 키우면 어떻게 되는가 — 출력 50 W는 단위 시간에 나오는 광자의 개수를 정할 뿐 광자 한 개의 에너지를 바꾸지 못한다. 문턱을 넘지 못하는 광자는 아무리 많이 와도 전자를 떼어내지 못하므로, 5G 전자기파가 원자를 이온화시켜 DNA를 손상시킬 가능성은 극히 낮다.



[답안 그림 5] 광자 에너지와 이온화 에너지의 비교(왼쪽), 기지국 복사 세기와 태양 복사 세기의 비교(오른쪽). 두 그래프 모두 로그 눈금이다.

(3) 기지국에서 5 m 떨어진 곳의 세기는 약 0.16 W/m^2 로, 태양 복사 1 kW/m^2 의 약 6300분의 1에 지나지 않는다.

(a) 역제곱 법칙 — 에너지가 보존되면서 모든 방향으로 고르게 퍼지므로, 반지름 R 인 구면을 지나는 전체 일률은 언제나 P 로 같다. 따라서 단위 넓이당 일률은

$$I = \frac{P}{4\pi R^2} = \frac{50 \text{ W}}{4\pi \times (5 \text{ m})^2} = \frac{50}{100\pi} \approx 0.16 \text{ W/m}^2$$

이것이 단위 시간 동안 단위 넓이에 전달될 수 있는 최대 열에너지이다 (모두 흡수되어 열로 바뀌는 경우).

(b) 태양 복사와의 비교 — 1 m^2 에 한 시간 동안 3600 kJ이 도달하므로

$$I_{\text{태양}} = \frac{3.6 \times 10^6 \text{ J}}{3600 \text{ s}} = 1000 \text{ W/m}^2 = 1 \text{ kW/m}^2$$

$$\frac{I_{\text{태양}}}{I} \approx \frac{1000}{0.16} \approx 6.3 \times 10^3$$

기지국에서 5 m 거리의 복사 세기는 태양 복사의 약 1/6300이다.

(c) 의미 — 사람이 늘 찢고 있는 햇빛보다 수천 배 약한 세기이므로, 열적인 관점에서도 5G 전자기파가 인체에 유의미한 온도 상승을 일으킨다고 보기 어렵다. (2)의 광양자 관점과 (3)의 열적 관점이 모두 같은 결론을 가리킨다.

채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
(1)	5G 통신의 장점을 설명할 때, 주파수와 파장의 관계를 바르게 설명하였으면 (+1점) 5G 통신의 단점을 설명할 때, 파장의 길이와 회절의 정도를 바르게 설명했으면 (+1점)	2점
(2)	- 광자 에너지가 세슘 원자의 이온화 에너지보다도 훨씬 낮으므로 전자기파가 원자를 이온화시켜 DNA를 손상시킬 가능성이 극히 낮다고 답했으면 (+1점) 50 W (빛의 파동성)가 아닌 광자 에너지 hf (빛의 입자성)를 고려해야 하는 이유를 설명했으면 (+0.5점)	1.5점
(3)	- 기지국으로부터 5 m 떨어진 곳에서 전자기파가 전달할 수 있는 최대 열에너지 0.16 W/m^2를 구했으면 (+1점) - 지표면에서의 태양 복사에너지 구해서, 기지국으로부터 전달받을 수 있는 열에너지가 태양 복사 에너지보다 매우 적다고 답했으면 (+0.5점)	1.5점

2020학년도 · 해설편

- 문제 1** 베르누이 법칙과 이상 기체의 등적 과정
문제 2 전기장·자기장 골프장에서 하전 입자의 궤적
-

- 단원** 역학 · 전자기 · 열역학
핵심 개념 베르누이 법칙과 이상 기체의 등적 과정, 열역학 제1법칙, 전기력·로렌츠 힘, 등가 속도 포물선 운동과 등속 원운동, 만유인력과 등속 원운동, 전자기 유도와 자기력
문항 수 전형별 2문항, 총 4문항

II. 예시답안

일반전형

문제 1 베르누이 법칙과 이상 기체의 등적 과정

베르누이 법칙 · 등적 과정 · 열역학 제1법칙

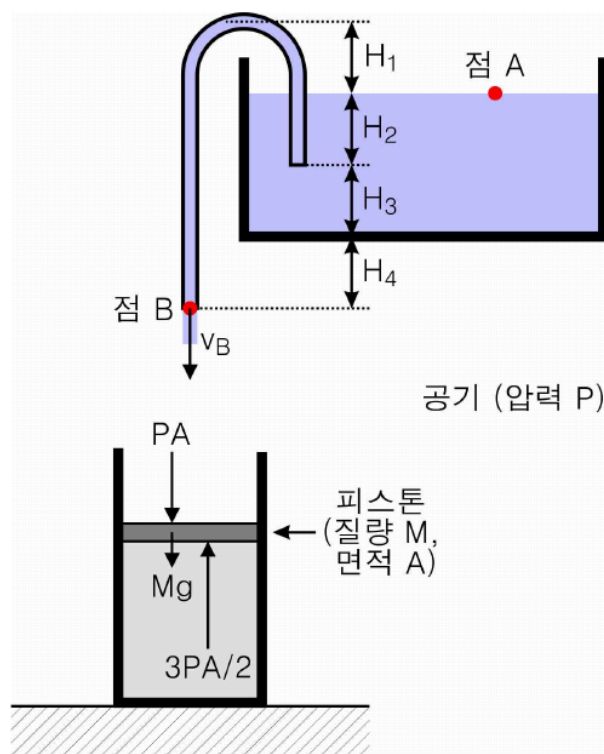
튜브에서 나오는 물의 속력 — 물탱크 수면 위의 점 A와 튜브 출구인 점 B에 베르누이 법칙을 적용하면 (ρ : 물의 밀도, g : 중력 가속도)

$$P_A + \frac{1}{2}\rho v_A^2 + \rho g h_A = P_B + \frac{1}{2}\rho v_B^2 + \rho g h_B$$

이다. 두 점 모두 압력이 P 인 공기와 접해 있으므로 $P_A = P_B = P$ 이고, 물탱크 면적이 매우 넓어 $v_A = 0$, 그리고 $h_A - h_B = H_2 + H_3 + H_4$ 이므로

$$v_B = \sqrt{2g(H_2 + H_3 + H_4)}$$

(두 점의 압력이 같으므로 역학적 에너지 보존 $mg(H_2 + H_3 + H_4) = \frac{1}{2}mv_B^2$ 을 바로 적용해도 같은 결과를 얻는다.)



점 A·점 B의 위치와, 피스톤에 작용하는 힘의 평형

피스톤의 힘의 평형 — 피스톤의 질량을 M , 단면적을 A 라 하면 처음 평형 상태에서

$$\frac{3P}{2}A = PA + Mg$$

이다. 피스톤 위에 질량 M_w 의 물이 쌓이면 기체의 압력은 $\Delta P = M_w g / A$ 만큼 증가한다.

경우 ① — $H_1 = H_2 = H_3 = H_4 = h$ 이므로 $H_2 + H_3 + H_4 = 3h$ 이고 $v_{B1} = \sqrt{6gh}$ 이다. 1시간 동안 총 질량 M_1 의 물이 쌓여 압력이 $3P/2$ 에서 $2P$ 로 증가하였으므로

$$\Delta P_1 = \frac{M_1 g}{A} = \frac{P}{2}$$

경우 ② — $H_1 = h, H_2 = 2h, H_3 = 3h, H_4 = 4h$ 이므로 $H_2 + H_3 + H_4 = 9h$ 이고

$$v_{B2} = \sqrt{18gh} = \sqrt{3} v_{B1}$$

이다. 튜브의 단면적이 같으므로 같은 시간 동안 흘러나오는 물의 질량은 유출 속력에 비례한다. 따라서 $M_2 = \sqrt{3}M_1$ 이고

$$\Delta P_2 = \frac{M_2 g}{A} = \sqrt{3} \Delta P_1 = \frac{\sqrt{3}P}{2}$$

공급된 열 — 경우 ②에서 기체의 부피가 V 로 일정하게 유지되었으므로 이상 기체가 한 일은 $W = 0$ 이다. 단위자 분자 이상 기체의 내부 에너지 변화량은 (n : 몰 수, R : 기체 상수)

$$\Delta U = \frac{3}{2}nR\Delta T = \frac{3}{2}\Delta(PV) = \frac{3}{2}V\Delta P_2 = \frac{3}{2}V \cdot \frac{\sqrt{3}P}{2}$$

이고, 열역학 제1법칙 $Q = \Delta U + W$ 에 의하여

$$Q = \Delta U = \frac{3\sqrt{3}}{4}PV \approx 1.30PV$$

문제 2 전기장·자기장 골프장에서 하전 입자의 궤적

전기력 · 로렌츠 힘 · 포물선 운동과 원운동

(1) 전하의 부호와 궤적

그림 (가)의 골프공은 바닥 면으로 되돌아오려면 아래 방향의 전기력을 받아야 한다. 전기장이 위 방향이므로 골프공은 **음전하**를 띠어야 하고, 크기와 방향이 일정한 힘을 받으므로 **아래 방향의 가속도를 갖는 등가속도 포물선 운동**을 한다.

그림 (나)의 골프공은 운동 방향에 수직이면서 아래쪽(원의 중심 쪽)을 향하는 자기력(로렌츠 힘)을 받아야 한다. 자기장이 종이면 밖으로 나오는 방향이므로 골프공은 **양전하**를 띠어야 하고, 크기가 일정하고 항상 운동 방향에 수직인 힘을 받으므로 **원호를 따라 등속 원운동**을 한다. 이때 골프공이 그리는 원호의 중심각은 60° 이다.

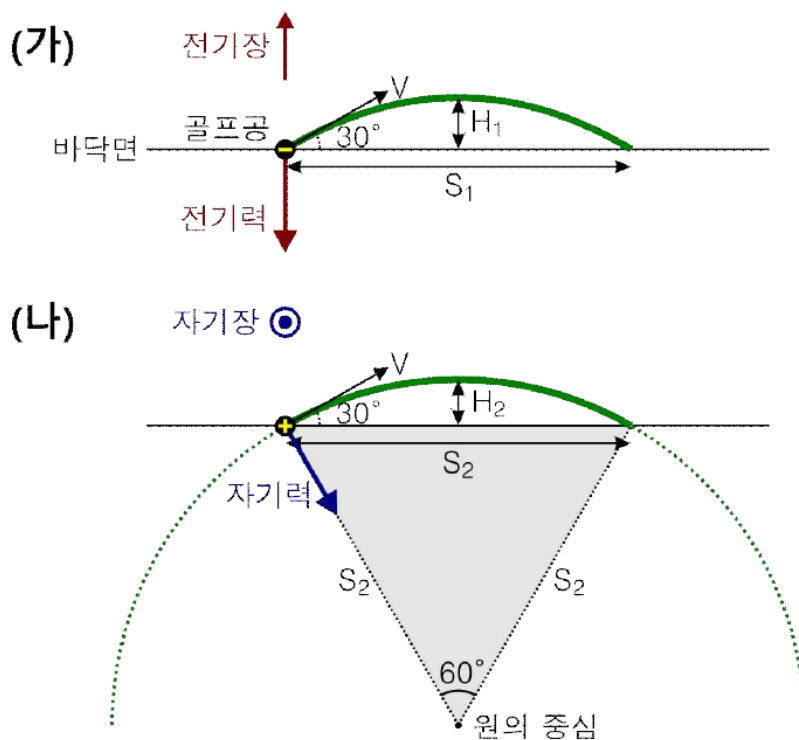


그림 (가) 등가속도 포물선 궤적 · 그림 (나) 중심각 60° 의 원호 궤적

(2) 자기장을 뒤집었을 때의 체공 시간과 낙하 위치

그림 (가)의 골프공의 체공 시간과 가속도를 각각 T_1, a 라 하면, 초기 속력 V 에 대하여

$$H_1 = \frac{(V \sin 30^\circ)^2}{2a}, \quad T_1 = \frac{2V \sin 30^\circ}{a} = \frac{4H_1}{V \sin 30^\circ}, \quad S_1 = (V \cos 30^\circ)T_1 = \frac{4H_1}{\tan 30^\circ}$$

그림 (나)의 골프공의 수평 도달거리 S_2 는 원운동의 반지름과 같다 (회색 삼각형이 정삼각형이므로). 따라서 최고점의 높이는

$$H_2 = (1 - \cos 30^\circ)S_2$$

두 골프공이 서로 같은 최대 높이까지 올라갔으므로 $H_1 = H_2$ 이고,

$$S_2 = \frac{\tan 30^\circ}{4(1 - \cos 30^\circ)}S_1 = \frac{2 + \sqrt{3}}{2\sqrt{3}}S_1$$

$S_1 = 2\sqrt{3}$ km이므로 $S_2 = (2 + \sqrt{3})$ km ≈ 3.73 km이다.

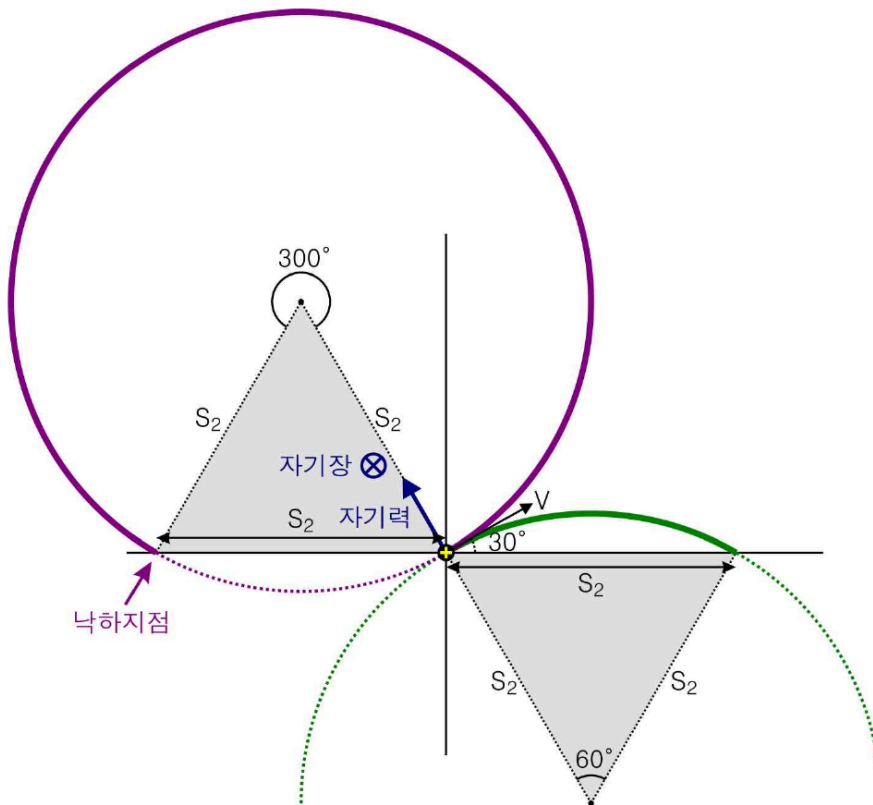
또한 원호 궤적의 길이가 $(\pi/3)S_2$ 이므로, 그림 (나)의 체공 시간은

$$T_2 = \frac{\pi S_2}{3V} = \frac{\pi}{3} \cdot \frac{2 + \sqrt{3}}{2\sqrt{3}} \cdot (T_1 \cos 30^\circ) = \frac{(2 + \sqrt{3})\pi}{12}T_1 = 5(2 + \sqrt{3})\pi \text{ (초)}$$

$T_1 = 60$ 초이므로 $T_2 \approx 58.6$ 초이다.

자기장의 방향을 반대로 바꾸면 골프공이 받는 자기력의 방향이 반대가 되어 원의 중심이 반대쪽에 놓인다. 자기장의 세기와 초기 속력이 같으므로 반지름은 S_2 로 그대로이고, 골프공은 중심각이 300° 인 원호 궤적을 따라 등속 원운동을 한다.

체공 시간은 $5T_2 = 25(2 + \sqrt{3})\pi \approx 293$ 초로 5배 늘어나고,
출발 지점으로부터 **왼쪽으로** $S_2 = (2 + \sqrt{3})$ km 떨어진 지점에 낙하한다.



자기장을 뒤집었을 때의 중심각 300° 원호 궤적과 낙하 지점

학교장추천전형 · 고른기회전형

문제 1 쌍성의 만유인력과 등속 원운동

만유인력 · 구심력 · 등속 원운동

두 별이 같은 각속도 $\omega = 2\pi/T$ 로 원운동을 하고, 두 별 사이의 만유인력이 각각의 구심력이 되므로 다음 두 방정식을 얻는다. (단 $r = r_1 + r_2$)

$$\frac{Gm_1m_2}{r^2} = m_2r_2\omega^2, \quad \frac{Gm_1m_2}{r^2} = m_1r_1\omega^2 \quad \dots \quad (1)$$

두 방정식의 좌변이 동일하므로 다음 관계식을 얻는다.

$$m_1r_1 = m_2r_2 \quad \dots \quad (2)$$

수식 (2)와 $r = r_1 + r_2$ 를 이용하면 각각의 r_1, r_2 는 다음과 같이 주어진다.

$$r_2 = \frac{m_1}{m_1 + m_2}r, \quad r_1 = \frac{m_2}{m_1 + m_2}r \quad \dots \quad (3)$$

수식 (3)의 r_1 또는 r_2 를 수식 (1)에 대입하면 총 질량을 얻는다.

$$G(m_1 + m_2) = r^3\omega^2 = \frac{4\pi^2r^3}{T^2}$$

$r_1 = 1, r_2 = 2$ 이므로 $r = 3$ 이고, $T = \pi$ 이므로

$$m = m_1 + m_2 = \frac{4\pi^2r^3}{GT^2} = \frac{4\pi^2 \cdot 27}{G\pi^2} = \frac{108}{G}$$

다시 수식 (2)를 이용하면 각각의 질량을 얻는다.

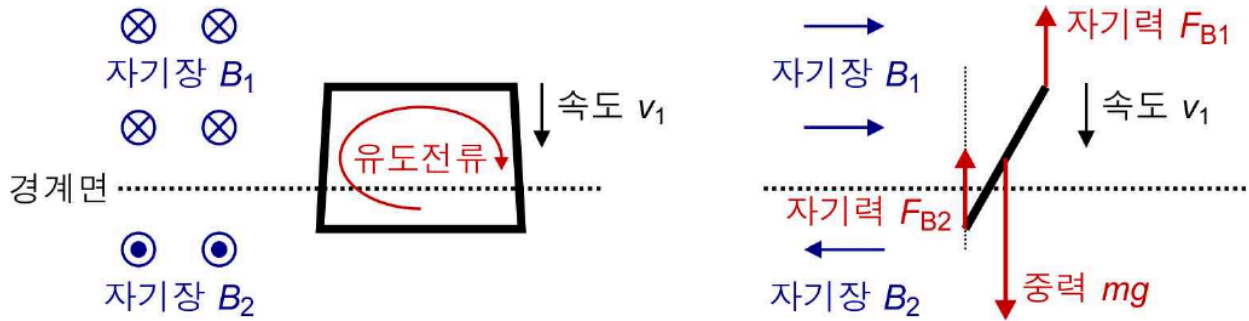
$$m_1 = \frac{4\pi^2r^3}{GT^2(1 + r_1/r_2)} = \frac{108}{G} \cdot \frac{1}{1 + 1/2}, \quad m_2 = \frac{4\pi^2r^3}{GT^2(1 + r_2/r_1)} = \frac{108}{G} \cdot \frac{1}{1 + 2}$$

$$m_1 = \frac{72}{G}, \quad m_2 = \frac{36}{G}$$

원점에 더 가까운 별($r_1 = 1$)이 더 무겁고, 실제로 $m_1r_1 = m_2r_2 = 72/G$ 를 만족한다.

문제 2 두 자기장 영역을 통과하는 직사각형 도선

패러데이 법칙 · 자기력 · 에너지 보존



경계면에 걸쳐 있는 도선에 흐르는 유도 전류(왼쪽)와 도선에 작용하는 힘(오른쪽)

(1) 등속도 운동의 원리와 초기 속도

도선이 경계면 위쪽 영역에만 있을 때에는 도선을 지나는 자기 선속이 변하지 않으므로 유도 전류가 발생하지 않는다. 도선이 경계면 아래쪽 영역에 진입하는 순간의 속도를 v_1 이라 하면, 다음과 같은 과정에 의해 도선이 등속도 운동을 하게 된다.

- 유도 기전력 $(B_1 + B_2)av_1$ 발생 (렌츠 법칙 및 패러데이 법칙). 여기서 도선이 각도 θ 만큼 기울어진 효과는 $(B_1 + B_2) \cos \theta$ 와 $v_1 / \cos \theta$ 로 나타나고, 이 둘의 곱에서 $\cos \theta$ 가 상쇄되어 유도 기전력은 θ 에 무관하게 된다.
- 유도 전류 $I = (B_1 + B_2)av_1 / R$ 이 시계 방향으로 흐름 (R : 도선의 저항)
- 중력 Mg , 위쪽 가로변에 작용하는 자기력 $F_{B1} = IaB_1$, 아래쪽 가로변에 작용하는 자기력 $F_{B2} = IaB_2$ 가 서로 상쇄되어 알짜힘이 0이 되면 등속도 운동을 하게 됨 (두 세로변에 작용하는 수평 방향의 자기력은 서로 상쇄됨)

따라서 힘의 평형 조건 $Mg = IaB_1 + IaB_2$ 로부터

$$v_1 = \frac{MgR}{(B_1 + B_2)^2 a^2} = \frac{0.2 \cdot 10 \cdot 3}{2^2 \cdot 0.5^2} = 6 \text{ m/s}$$

도선이 경계면에 닿기 전까지는 등가속도 직선운동을 하므로 (또는 역학적 에너지 보존으로부터)

$$v_0 = \sqrt{v_1^2 - 2gh} = \sqrt{36 - 20} = 4 \text{ m/s}$$

(2) 발생한 총 열에너지

도선이 경계면 위쪽 영역에서 $g = 10 \text{ m/s}^2$ 의 등가속도 직선운동을 할 때에는 유도 전류가 발생하지 않으므로 열에너지도 발생하지 않는다. 반면 도선이 경계면을 통과하며 등속도 운동을 하는 동안에는 유도 전류에 의한 열에너지가 발생한다. 도선의 세로변이 연직 방향과 θ 를 이루므로 도선의 연직 방향 길이는 $b \cos \theta$ 이고, 통과에 걸리는 시간은

$$\Delta t = \frac{b \cos \theta}{v_1} = \frac{0.4 \cdot \cos 30^\circ}{6} = \frac{0.1}{\sqrt{3}} \text{ s} \approx 0.0577 \text{ s}$$

(방법 1) 소비 전력을 이용 — 유도 기전력은 $(B_1 + B_2)av_1 = 2 \cdot 0.5 \cdot 6 = 6 \text{ V}$, 유도 전류는 $6/3 = 2 \text{ A}$ 이므로 저항 3Ω 에서 소비되는 전력은 $I^2 R = 12 \text{ W}$ 이다. 따라서

$$Q = 12 \text{ W} \times \frac{0.1}{\sqrt{3}} \text{ s} = \frac{1.2}{\sqrt{3}} = 0.4\sqrt{3} \text{ J}$$

(방법 2) 에너지 보존을 이용 — 등속도 운동 과정에서 운동 에너지는 변하지 않고 위치에너지만 $Mgb \cos \theta$ 만큼 감소하였으므로, 에너지 보존 법칙에 의하여 이만큼이 그대로 열에너지로 전환되었다.

$$Q = Mgb \cos \theta = 0.2 \cdot 10 \cdot 0.4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 0.4\sqrt{3} \text{ J}$$

$$Q = 0.4\sqrt{3} \text{ J} \approx 0.69 \text{ J}$$

2019학년도 · 해설편

- 문제 1** 음파의 도플러 효과와 운동량 보존
문제 2 경사면 레일 위 도체 막대의 자기력과 전자기 유도
-

- 단원** 역학 · 전자기 · 파동·광학
핵심 개념 운동량 보존, 도플러 효과, 자기력과 전자기 유도, 탄성에너지와 엔트로피, 완전탄성충돌과 역학적에너지 보존
문항 수 전형별 2문항, 총 4문항

II. 예시답안

일반전형

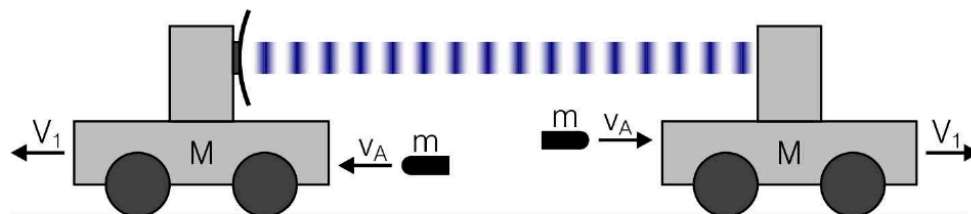
문제 1 음파의 도플러 효과와 운동량 보존

운동량 보존 · 진동수 · 도플러 효과

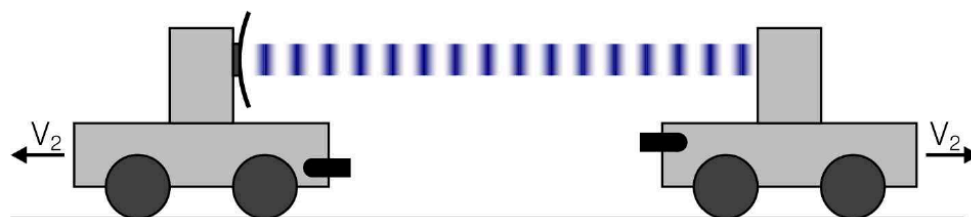
탄환을 제외한 전차의 질량을 M 이라 하면, 운동량 보존 법칙으로부터 탄환이 박히기 전후의 전차의 속도를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\text{탄환이 박히기 전: } 0 = MV_1 - mv_A \rightarrow V_1 = \left(\frac{m}{M}\right)v_A$$

$$\text{탄환이 박힌 후: } mv_A + MV_1 = (M+m)V_2 \rightarrow V_2 = \left(\frac{2m}{M+m}\right)v_A$$



탄환이 전차에 박히기 전



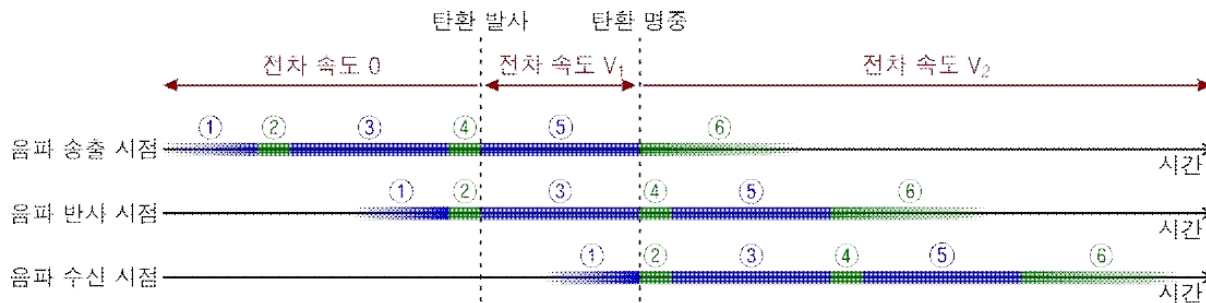
탄환이 전차에 박힌 후

탄환이 박히기 전(위)과 박힌 후(아래)의 전차의 운동

탄환이 박히기 직전에 측정된 진동수 — 이때 수신되는 음파는 ㉠ 정지 상태의 왼쪽 전차에서 송출되었고, ㉢ 정지 상태의 오른쪽 전차에서 반사되었으며, ㉡ V_1 의 속력으로 멀어지는 왼쪽 전차에서 수신된다. 따라서

$$f_1 = \left(\frac{v_A - V_1}{v_A}\right)f_0 = \left(\frac{M - m}{M}\right)f_0$$

여기서 M 과 m 의 관계를 아직 모르므로, 탄환이 박힌 후의 진동수가 $0.64f_0$ 라는 조건으로부터 구해야 한다.



송출·반사·수신 시점의 시간대 구분 — ①-⑥

탄환이 박힌 후에 측정된 진동수 — “탄환이 박힌 후”가 언제를 의미하는지에 대한 해석에 따라 위 그림의 ②-⑥ 다섯 가지 시간대로 풀 수 있다. 이 중 ②번(박힌 직후)으로 해석하는 것이 가장 보편적이다.

②번 시간대: 정지 상태에서 송출 → 탄환 발사 직전 정지 상태의 오른쪽 전차에서 반사 → 명중 직후 V_2 로 멀어지는 왼쪽 전차에서 수신.

$$f_2 = \left(\frac{v_A - V_2}{v_A} \right) f_0 = \left(\frac{M - m}{M + m} \right) f_0 = 0.64 f_0 \rightarrow M = \left(\frac{41}{9} \right) m$$

$$f_1 = \left(\frac{M - m}{M} \right) f_0 = \left(\frac{32}{41} \right) f_0 \approx 0.780 f_0$$

다른 해석에 따른 결과 — 송출·반사·수신 시점을 각각 어느 시간대로 잡느냐에 따라 아래와 같이 달라진다.

시간 대	송출 / 반사 / 수신	명중 후 진동수 f_2	질량비	명중 직전 f_1
②	정지 / 정지 / V_2	$\left(\frac{M-m}{M+m} \right) f_0$	$M = \frac{41}{9} m$	$\frac{32}{41} f_0$
③	정지 / V_1 / V_2	$\left(\frac{M-m}{M+m} \right)^2 f_0$	$M = 9m$	$\frac{8}{9} f_0$
④	정지 / V_2 / V_2	$\left(\frac{M-m}{M+m} \right) \left(\frac{M-m}{M+3m} \right) f_0$	$M = \frac{19+8\sqrt{6}}{3} m$	$\frac{16+8\sqrt{6}}{19+8\sqrt{6}} f_0$
⑤	V_1 / V_2 / V_2	$\left(\frac{M-m}{M+m} \right) \left(\frac{M-m}{M+3m} \right) \left(\frac{M}{M+m} \right) f_0$	3차방정식	$\approx 0.9338 f_0$
⑥	V_2 / V_2 / V_2	$\left(\frac{M-m}{M+3m} \right)^2 f_0$	$M = 17m$	$\frac{16}{17} f_0$

문제 2 경사면 레일 위 도체 막대의 자기력과 전자기 유도

자기력 · 유도 기전력 · 알짜힘

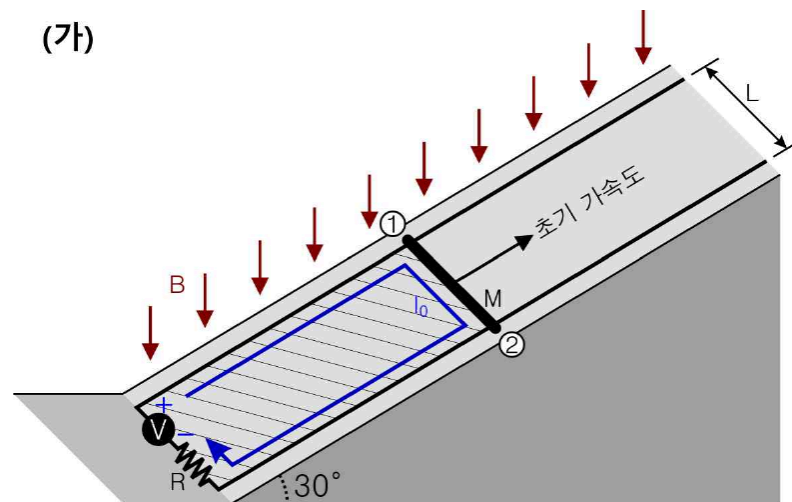


그림 (가) — 경사면 레일 회로와 자기선속이 지나는 영역

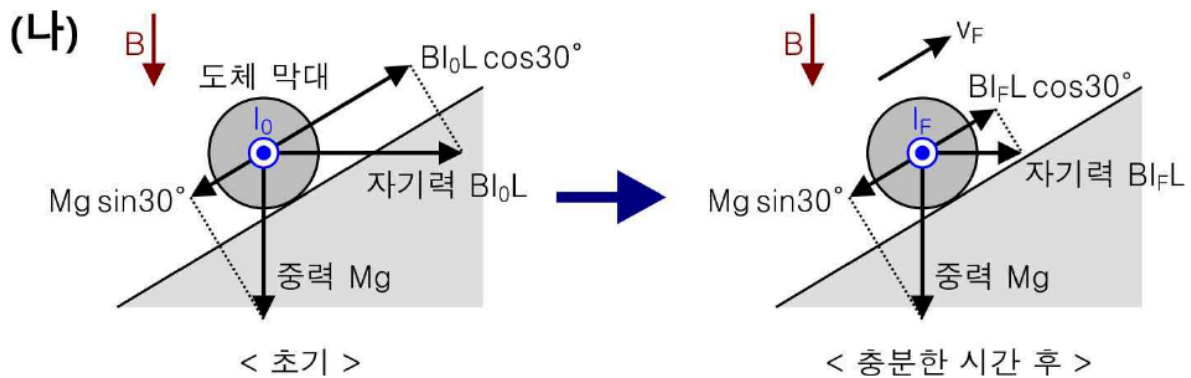


그림 (나) — 경사면 상향 운동에서 막대에 작용하는 힘

(1) 등속운동에 이르기까지의 과정

자기력 발생 $[BI_0 L] \rightarrow$ 속도 증가 $[v]$

- 그림 (가)의 빗금친 영역 증가
- 이 영역을 통과하는 자기 선속 증가
- 유도 기전력 증가 $[BLv \cos 30^\circ]$ (렌츠 법칙 및 패러데이 법칙)
- 전류 감소 $[I = (V - BLv \cos 30^\circ)/R]$
- 자기력 감소 $[BIL]$
- 알짜 힘 및 가속도 감소 $[(BIL \cos 30^\circ - Mg \sin 30^\circ)/M]$

의 과정이 반복되고, 시간이 충분히 흘러 알짜 힘 및 가속도가 0이 되면 도체 막대가 등속운동을 하게 된다.

(2) 전류의 크기와 방향

막대가 움직이기 시작할 때 — 속도가 0이므로 유도 기전력도 0이다.

전류의 크기: 두 경우 모두 $I_0 = V/R$

전류의 방향: 상향운동 ①→②, 하향운동 ②→①

막대가 등속운동을 할 때 — 중력과 자기력이 힘의 평형을 이룬다.

$$BI_F L \cos 30^\circ - Mg \sin 30^\circ = 0 \rightarrow I_F = \frac{Mg}{BL} \tan 30^\circ = \frac{Mg}{\sqrt{3}BL}$$

전류의 방향: 두 경우 모두 ①→②

하향 운동의 경우 막대가 가속되면서 유도 기전력이 점점 커져 V 를 초과하고, 그 순간 전류의 방향이 뒤집힌다. 즉 전류는 0까지 줄어들었다가 반대 방향으로 다시 늘어나 결국 상향 운동과 같은 크기·방향이 된다.

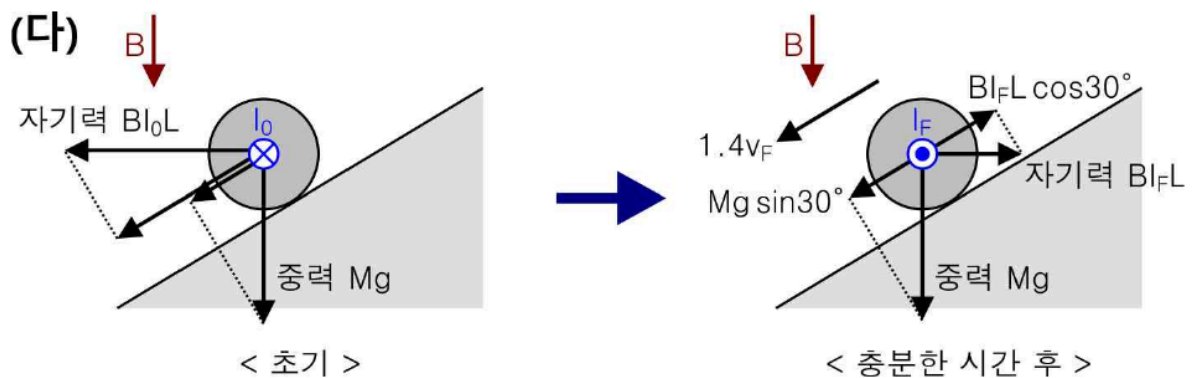


그림 (다) — 경사면 하향 운동에서 막대에 작용하는 힘

(3) 수평면에서의 등속운동 속도

등속운동 속력은 하향 운동의 경우가 상향 운동의 경우보다 크므로, v_F 와 $1.4v_F$ 는 각각 상향 운동과 하향 운동의 등속 운동 속력이다. 두 경우의 I_F 가 서로 같으므로

$$I_F = \frac{V - BLv_F \cos 30^\circ}{R} = \frac{BL(1.4v_F) \cos 30^\circ - V}{R}$$

$$\rightarrow 2V = 2.4BLv_F \cos 30^\circ \rightarrow V = 1.2BLv_F \cos 30^\circ = 0.6\sqrt{3}BLv_F$$

같은 실험을 수평면에서 하면 중력이 알짜 힘에 기여하지 않으므로, 시간이 충분히 지난 후 속도 $v_{F'}$ 로 등속운동을 할 때 자기력도 0이고 따라서 전류도 0이다. 즉

$$\frac{V - BLv_{F'}}{R} = 0 \rightarrow v_{F'} = \frac{V}{BL}$$

$$v_{F'} = 0.6\sqrt{3}v_F \approx 1.04v_F$$

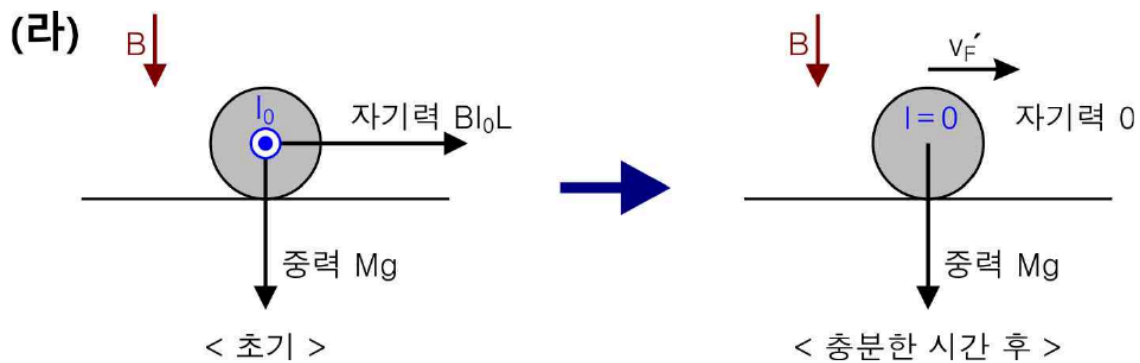


그림 (라) — 수평면에서 막대에 작용하는 힘

학교장추천전형 · 고른기회전형

문제 1 용수철의 탄성에너지와 엔트로피 변화

힘의 평형 · 에너지 보존 · 엔트로피

물체를 매달기 전 용수철 끝의 위치를 0이라 하고, 늘어난 용수철의 길이를 x 라 하자.

(1) 늘어난 길이 — 멈춘 위치에서 힘의 평형으로부터

$$Mg = Kx \rightarrow x = \frac{Mg}{K}$$

(다른 풀이) $0 \sim x$ 의 퍼텐셜 에너지 차이는 $V(x) = \frac{Kx^2}{2} - Mgx$ 이고, 용수철의 움직임이 멈춘 지점은 이 퍼텐셜 에너지의 최소점이므로 $x = Mg/K$ 이다.

(2) 축적된 탄성에너지

$$E_{\text{탄성}} = \frac{1}{2}Kx^2 = \frac{(Mg)^2}{2K} = \frac{1}{2}Mgx$$

(3) 위치에너지 변화와의 비교 — 물체의 위치에너지 감소량은 $Mgx = (Mg)^2/K$ 이고, 용수철에 축적된 탄성에너지는 그 절반인 $\frac{1}{2}Mgx$ 이다. 즉 두 에너지의 차이

$$D = \frac{1}{2}Mgx = \frac{(Mg)^2}{2K}$$

만큼이 진동 과정 중에 공기 마찰 등으로 소산(소실)된 것으로 볼 수 있다.

(4) 엔트로피 변화 — 온도는 T 로 변하지 않았으므로

$$\Delta S = \frac{D}{T} = \frac{M^2 g^2}{2KT} \quad \text{만큼 증가}$$

문제 2 곡면 위 두 물체의 반복적인 완전탄성충돌

완전탄성충돌 · 역학적에너지 보존

일반적인 완전탄성충돌 전후의 속도 — 운동량과 운동에너지가 모두 보존되므로, 질량 m_1, m_2 이고 초기 속도가 각각 v_1, v_2 인 물체의 충돌 후 속도 V_1, V_2 는

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 V_1 + m_2 V_2, \quad \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 V_1^2 + \frac{1}{2} m_2 V_2^2$$

$$\rightarrow V_1 = \frac{(m_1 - m_2)v_1 + 2m_2 v_2}{m_1 + m_2}, \quad V_2 = \frac{2m_1 v_1 + (m_2 - m_1)v_2}{m_1 + m_2}$$

$m_1 = m, m_2 = 3m$ 을 대입하면

$$V_1 = \frac{-v_1 + 3v_2}{2}, \quad V_2 = \frac{v_1 + v_2}{2}$$

(1) 첫 번째 충돌 직후의 속도 — 질량 m 인 물체가 바닥에 도달했을 때의 속력을 v_0 라 하면 역학적에너지 보존에 의해 $v_0 = \sqrt{2gh}$ 이다. 충돌 직전 조건 $v_1 = v_0, v_2 = 0$ 을 대입하면

$$V_1 = -\frac{1}{2}v_0 = -\sqrt{\frac{gh}{2}}, \quad V_2 = \frac{1}{2}v_0 = \sqrt{\frac{gh}{2}}$$

두 물체는 같은 속력으로 서로 반대 방향으로 향한다.

(2) 두 번째 충돌 위치 — 첫 번째 충돌 후 두 물체의 속력이 같으므로, 곡면이 대칭인 경우 곡선 구간에서의 시간이 동일하고 따라서 직선 구간에서의 이동거리도 같아야 한다. 그러므로 두 번째 충돌은 $3m$ 인 물체가 **가운데에서 왼쪽으로 a 만큼** 이동하였을 때 일어난다. (곡면이 대칭이 아닌 경우를 가정하면 곡선 구간의 이동시간이 달라져 충돌 위치가 바뀔 수 있다.)

(3) 두 번째 충돌 직후의 속도 — 충돌 직전 조건 $v_1 = \frac{1}{2}v_0, v_2 = -\frac{1}{2}v_0$ 를 대입하면

$$V_1' = -v_0 = -\sqrt{2gh}, \quad V_2' = 0$$

질량 m 인 물체는 v_0 의 속력으로 왼쪽으로 이동하고, 질량 $3m$ 인 물체는 멈춘다.

(4) 이후 충돌의 양상 — 두 번째 충돌 직후의 상태는 첫 번째 충돌 직전의 상태와 좌우가 뒤바뀐 형태이므로, 두 물체는 계속해서 같은 충돌을 반복하게 된다.

홀수 번째 충돌은 평평한 면의 중심으로부터 **오른쪽으로 a 위치에서**,
짝수 번째 충돌은 **왼쪽으로 a 위치에서** 일어난다.

(5) 도달할 수 있는 최대 높이 — 역학적에너지 보존에 의한 속력과 높이의 관계

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgh \rightarrow v \propto \sqrt{h}$$

를 이용한다. 질량 m 과 $3m$ 이 가질 수 있는 최대 속력은 각각 $v_0, \frac{1}{2}v_0$ 이므로

$$h_m = h, \quad h_{3m} = \frac{1}{4}h$$

2018학년도 · 해설편

문제 1	용수철이 달린 피스톤과 이상 기체의 등온·등압 과정
문제 2	평행판 축전기 속에서 낙하하는 대전 입자
문제 3	두 입자의 2차원 충돌과 열에너지로의 전환
문제 4	사이클로트론의 최대 반경과 총 회전수

단원	역학 · 전자기 · 열역학
핵심 개념	등온·등압 과정과 열역학 제1법칙, 힘의 평형, 평행판 축전기의 전기장과 등가속도 운동, 전기력과 자기력의 평형(속도 선택기), 2차원 비탄성 충돌과 열에너지, 사이클로트론
문항 수	4문항 (소문항 8개)

II. 예시답안

문제 1 용수철이 달린 피스톤과 이상 기체의 등온·등압 과정

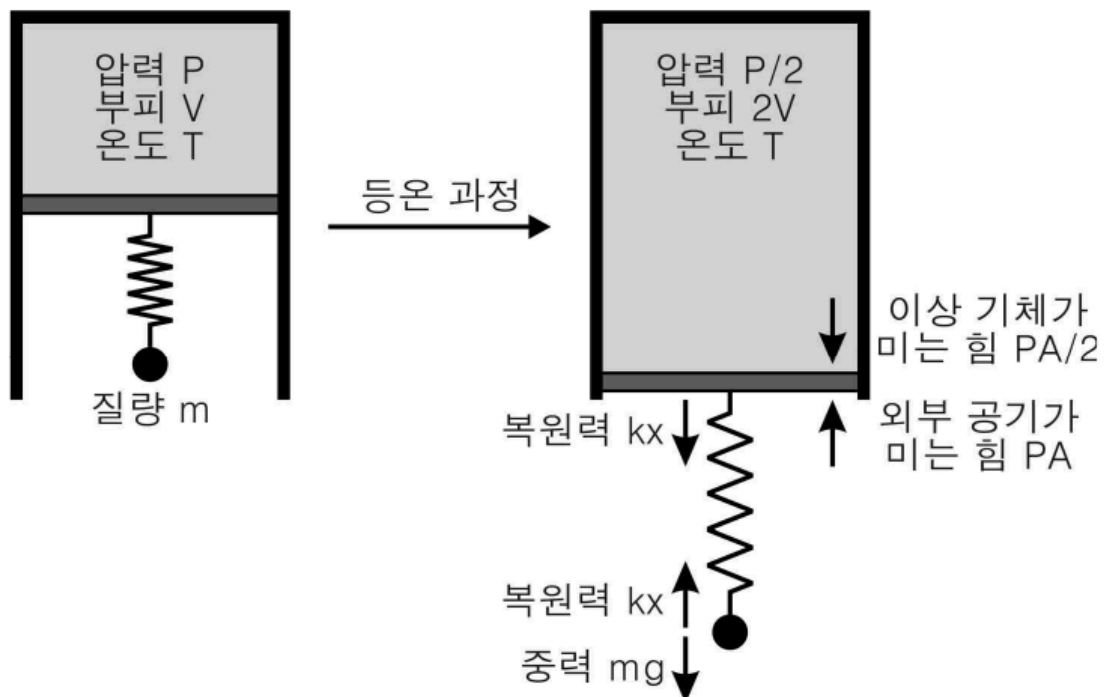
보일 법칙 · 힘의 평형 · 열역학 제1법칙

(1) 구슬의 질량은 $m = PA/(2g)$ 이다

이 열역학 과정은 온도가 일정하게 유지되는 등온 과정이므로, 보일 법칙 또는 이상 기체 상태 방정식에 의하여 $PV = (\text{일정}) = RT$. 따라서 이상 기체의 부피가 두 배로 늘어났다면 압력은 $P \rightarrow P/2$ 로서 절반 감소.

이 때 구슬에 작용하는 중력 mg 와 용수철 복원력 kx 가 평형을 이루므로, $mg = kx$. 그리고 피스톤에 작용하는 용수철 복원력 $kx (= mg)$, 외부 공기의 압력이 위로 미치는 힘 PA , 이상 기체의 압력이 아래로 미치는 힘 $PA/2$ 가 역시 평형을 이루므로, $mg + PA/2 = PA$.

$$mg = \frac{PA}{2} \rightarrow m = \frac{PA}{2g}$$



등온 과정 전후의 상태와 피스톤·구슬에 작용하는 힘의 평형

(2) 이상 기체로부터 $(5/4)RT$ 만큼의 열에너지가 빠져 나갔다

이 열역학 과정에서 용수철의 길이가 일정하게 유지되었다면 (1)에서 기술된 힘의 평형 상태가 계속 유지되므로, 구슬, 용수철, 피스톤은 가속도 없이 위로 천천히 움직인다고 할 수 있다. 따라서 이 열역학 과정은 압력이 일정하게 유지되는 등압 과정이고, 샤를 법칙 또는 이상 기체 상태 방정식에 의하여 $V/T = (\text{일정}) = R/P$. 따라서 이상 기체의 부피가 절반으로 감소하였다면 온도도 $T \rightarrow T/2$ 로서 절반 감소.

열역학 제1법칙 또는 에너지 보존 법칙을 사용하여, 이 과정에서 이상 기체에 가한 열에너지 Q 를 다음과 같이 두 가지 방법으로 구할 수 있다.

- 이상 기체의 내부 에너지 변화량과 이상 기체의 압력이 외부에 한 일의 합

$$\rightarrow Q = \textcircled{1} + \textcircled{2} = -\frac{5}{4}RT$$

- 이상 기체의 내부 에너지 변화량, 외부 공기의 압력에 대해 한 일, 구슬의 퍼텐셜 에너지 변화량의 합

$$\rightarrow Q = \textcircled{1} + \textcircled{3} + \textcircled{4} = -\frac{5}{4}RT$$

여기서,

$$\textcircled{1} \text{ 이상 기체의 내부 에너지 변화량 : } \frac{3}{2}R\Delta T = \frac{3}{2}R\left(-\frac{T}{2}\right) = -\frac{3}{4}RT$$

$$\textcircled{2} \text{ 이상 기체의 압력이 외부에 한 일 : } \left(\frac{P}{2}\right)(-V) = -\frac{1}{2}RT$$

$$\textcircled{3} \text{ 외부 공기의 압력에 대해 한 일 : } P(-V) = -RT$$

$$\textcircled{4} \text{ 구슬의 퍼텐셜 에너지 변화량 : } mg\frac{V}{A} = \frac{1}{2}PV = \frac{1}{2}RT$$

따라서 이상 기체로부터 $\frac{5}{4}RT$ 만큼의 열에너지가 빠져 나갔다.

문제 2 평행판 축전기 속에서 낙하하는 대전 입자

전기장 $E = V/d$ · 등가속도 운동 · 속도 선택기

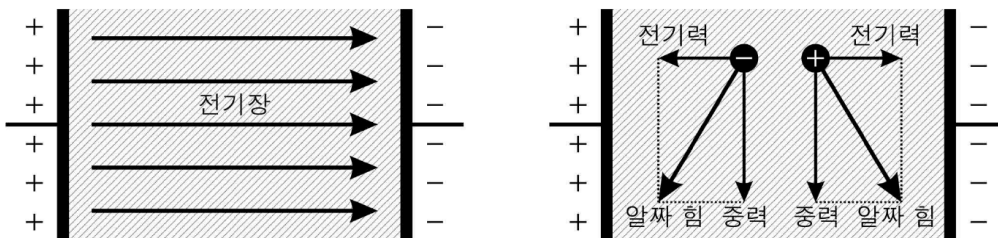
(1) 크기 $a = \sqrt{g^2 + (qV/md)^2}$ 인 등가속도 운동

스위치를 닫고 축전기가 평형 상태에 도달하면 왼쪽 그림과 같이 축전기 안에 $\rightarrow$ 방향의 전기장 $E = V/d$ 가 형성된다. 그러면 오른쪽 그림과 같이 축전기 안에서 양전하는 $\rightarrow$ 방향의 전기력을, 음전하는 $\leftarrow$ 방향의 전기력을 받는다. 전기력의 크기는 두 경우 모두 $F = qE = qV/d$ 이다.

축전기 안에서 입자가 받는 알짜 힘은 (오른쪽 그림과 같이) 전기력 qV/d 와 중력 mg 의 벡터 합이고, 입자는 이 알짜 힘 방향의 가속도로 등가속도 운동을 한다. 피타고라스 정리에 의하여 $(ma)^2 = (mg)^2 + (qV/d)^2$ 이므로

$$a = \sqrt{g^2 + \left(\frac{qV}{md}\right)^2}$$

방향은 양전하는 오른쪽 아래 방향, 음전하는 왼쪽 아래 방향이다.



축전기 내부의 전기장(왼쪽)과 전하의 부호에 따른 알짜 힘의 방향(오른쪽)

(2) 두 점 모두 종이면에서 나오는 방향, 세기의 비 $B_A : B_B = 2 : 1$

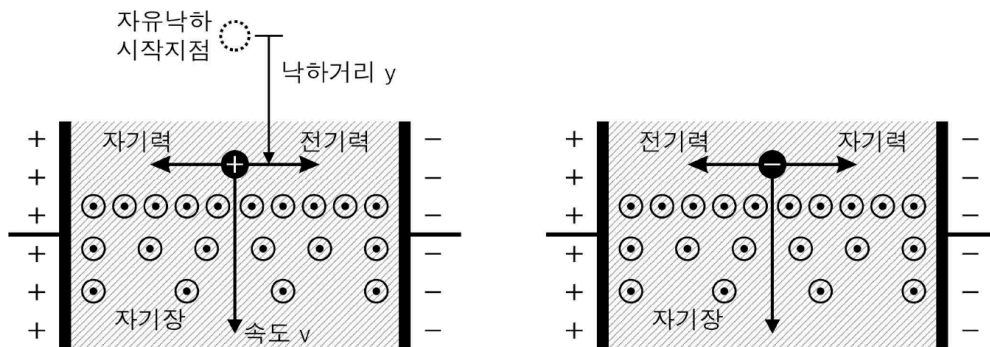
입자가 축전기 안에서 자유낙하운동을 하도록 만들려면 전기력과 자기력이 서로 상쇄되도록 자기장을 걸어주어야 한다. 즉, $qE = qvB$ (B 는 자기장의 세기, v 는 입자의 속도)이고 자기장의 방향은 전하량 (특히 전하량의 부호)에 무관하게 모든 지점에서 **종이면 위로 나오는 방향**이다.

여기서 $v = \sqrt{2gy}$ (y 는 낙하거리)이므로, 자기장의 세기는 낙하거리 y 의 함수로서

$$B(y) = \frac{E}{v} = \frac{V}{d\sqrt{2gy}}$$

즉, 입자가 자유낙하운동을 하면서 속도 v 가 낙하거리 y 의 제곱근에 비례하여 아래 방향으로 갈수록 커지므로, 자기장의 세기는 아래로 갈수록 낙하거리 y 의 제곱근에 반비례하여 줄어들면 된다. 점 A와 점 B는 각각 낙하거리가 $h, 4h$ 이므로 자기장의 세기의 비율은 전하량 (특히 전하량의 부호)에 무관하게

$$B_A : B_B = B(h) : B(4h) = \frac{1}{\sqrt{h}} : \frac{1}{\sqrt{4h}} = 2 : 1$$



양전하(왼쪽)와 음전하(오른쪽) 모두 종이면에서 나오는 자기장으로 전기력을 상쇄한다

문제 3 두 입자의 2차원 충돌과 열에너지로의 전환

운동량 보존 · 비탄성 충돌 · 열역학 제1법칙

(1) $\varphi = \tan^{-1}[V_1 \sin \theta / (V_0 - V_1 \cos \theta)]$, 질량 m 에 의존하지 않는다

이 문제에서는 시스템의 운동에너지는 보존되지 않는다. x, y 방향에 대해 각각 운동량 보존 법칙을 적용한다. 충돌 후 입자 B의 속력을 V_2 라 하면,

$$\begin{aligned} mV_0 &= mV_1 \cos \theta + mV_2 \cos \varphi \\ 0 &= mV_1 \sin \theta - mV_2 \sin \varphi \end{aligned}$$

식을 풀어 다음의 결과를 얻는다.

$$\varphi = \tan^{-1} \frac{V_1 \sin \theta}{V_0 - V_1 \cos \theta}$$

두 식의 양변에서 질량 m 이 그대로 약분되므로 각도 φ 는 질량 m 에 의존하지 않는다. 즉 m 이 커져도 φ 는 **변하지 않는다**.

(2) 시스템의 비열은 $C = mV_0^2/(6\Delta T)$ 이다

주어진 정보 (각도 $\theta = 30^\circ$ 와 속력 $V_1 = V_0/\sqrt{3}$) 를 이용하면 B 입자의 정보 $\varphi = 30^\circ$ 와 $V_2 = V_0/\sqrt{3}$ 를 얻게 된다.

$$V_2 \cos \varphi = V_0 - V_1 \cos 30^\circ = V_0 - \frac{V_0}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{V_0}{2}$$

$$V_2 \sin \varphi = V_1 \sin 30^\circ = \frac{V_0}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{2} = \frac{V_0}{2\sqrt{3}}$$

$$\rightarrow \tan \varphi = \frac{1}{\sqrt{3}} (\varphi = 30^\circ), \quad V_2 = \sqrt{\left(\frac{V_0}{2}\right)^2 + \left(\frac{V_0}{2\sqrt{3}}\right)^2} = \frac{V_0}{\sqrt{3}}$$

따라서, 운동에너지의 변화는 다음과 같다.

$$\Delta U = U_{\text{충돌 전}} - U_{\text{충돌 후}} = \frac{mV_0^2}{2} - \left(\frac{mV_0^2}{6} + \frac{mV_0^2}{6}\right) = \frac{mV_0^2}{6}$$

두 입자의 온도가 ΔT 만큼 증가한 이유는 보존되지 않은 운동 에너지가 열에너지로 바뀐 것이고, 열역학 제1법칙을 이용하면 두 입자로 이루어진 시스템의 비열을 구할 수 있다.

$$\Delta U = Q = C\Delta T = \frac{mV_0^2}{6}, \quad C = \frac{\Delta U}{\Delta T} = \frac{mV_0^2}{6\Delta T}$$

문제 4 사이클로트론의 최대 반경과 총 회전수

로렌츠 힘 · 구심력 · 에너지 수지

(1) 최대 궤도 반경은 $r_{\max} = 3 \text{ m}$ 이다

전하를 띤 입자가 균일한 자기장이 작용하는 반원형 상자에 입사하면 자기력 (로렌츠 힘) $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$ 에 의해 운동방향이 휘어지게 된다. 이 경우, 로렌츠 힘이 구심력으로 작용하면서 입자가 등속 원운동을 하게 된다. 즉,

$$qvB = \frac{mv^2}{r} \rightarrow r = \frac{mv}{qB}$$

$$r_{\max} = \frac{mv_{\max}}{qB} = \frac{(1.6 \times 10^{-27} \text{ kg})(3 \times 10^8 \text{ m/s})}{(1.6 \times 10^{-19} \text{ C})(1 \text{ T})} = 3 \text{ m}$$

(2) 전하량 $2q$ 이면 $2n$, 자기장 2 T 이면 $4n$

입자가 한 번 회전하는 동안 두 반원형 상자 사이를 두 번 통과하므로, 두 반원형 상자 사이의 전압이 V 일 경우 입자가 한 번 회전하면서 얻는 운동 에너지는 $K = 2qV$, 즉

1 회전시 획득한 에너지 : $K = 2qV$

n 회전시 획득한 에너지 : $n \times K = 2nqV$

n 회전후 최대속력을 가지고 사이클로트론을 빠져나올 때의 운동에너지 : $\frac{1}{2}mv_{\max}^2$

n 회전시 획득한 에너지와 운동에너지가 같아야 하므로 $nK = 2nqV = \frac{1}{2}mv_{\max}^2$ 성립한다. 따라서 최대 에너지를 가지고 나오기 전까지 겪는 총 회전수는

$$n = \frac{\frac{1}{2}mv_{\max}^2}{K} = \frac{\frac{1}{2}q^2B^2r_{\max}^2}{2qV} = \frac{qB^2r_{\max}^2}{4mV}$$

• 전하량이 2배가 되면 총 회전수도 2배로 늘어 $2n$ 이 된다.

• 자기장이 2배가 되면 총 회전수는 4배로 늘어 $4n$ 이 된다.

$n \propto qB^2$ 이므로 전하량에 대해서는 1차, 자기장에 대해서는 2차로 늘어난다. (가속기의 최대 반경 $r_{\max}$ 와 가속 전압 V 는 장치의 크기·전원이 정하는 값으로 고정되어 있음에 유의한다.)

2017학년도 · 해설편

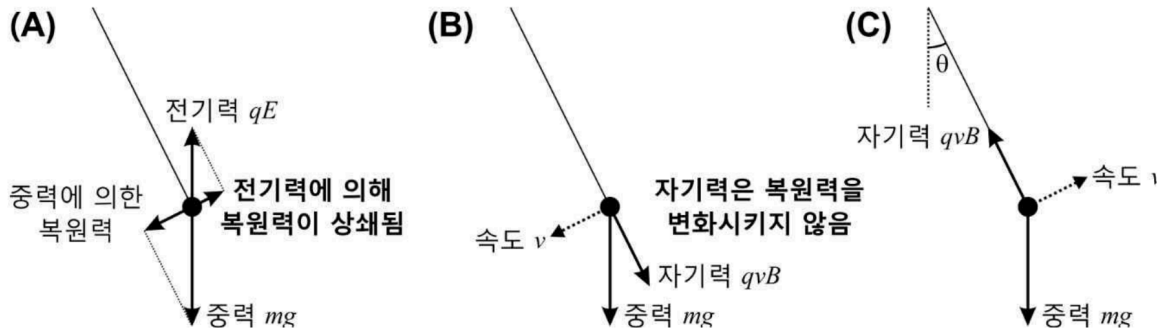
- 문제 1** 전기장·자기장 속에서 단진동하는 대전된 진자
문제 2 원형 전류가 만드는 자기장 속 전하의 운동과 가역성
-

- 단원** 역학 · 전자기
핵심 개념 단진자의 주기와 복원력, 유효 중력가속도, 전기력·자기력이 더해진 진자 운동, 실의 장력 조건, 원형 전류가 만드는 자기장, 로런츠 힘과 등속 원운동, 운동 궤적의 가역성과 시간 반전
문항 수 2문항 (소문항 6개)

II. 예시답안

문제 1 전기장·자기장 속에서 단진동하는 대전된 진자

유효 중력가속도 · 복원력 · 실의 장력



(A) 전기력이 복원력을 상쇄 · (B), (C) 자기력은 실 방향으로 작용하여 복원력을 바꾸지 않음

(1) 단진동 주기를 증가시킨다

전기장은 그림 (A)처럼 추에 연직 위 방향으로의 전기력 qE 를 가하면서 중력에 의한 복원력을 상쇄시키므로, **단진동 주기를 증가시킨다.**

즉 추에 작용하는 연직 방향의 알짜힘이 $mg - qE$ 로 줄어들므로, 유효 중력가속도가

$$g' = g - \frac{qE}{m} (< g)$$

로 작아지는 것과 같다. 단진동 주기 $T = 2\pi\sqrt{l/g}$ 에서 유효한 중력가속도 g 를 감소시키는 효과와 동일하므로

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g'}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g - qE/m}} > 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

(2) 단진동 주기를 변화시키지 않는다

자기장은 그림 (B)나 (C)처럼 항상 추의 속도에 수직한 방향(실과 평행한 방향)으로 Lorentz 힘(자기력)을 가하고 이는 복원력을 변화시키지 않으므로, **단진동 주기를 변화시키지 않는다.**

추의 속도 $\vec{v}$ 는 언제나 원호의 접선 방향이므로, 자기력 $q\vec{v} \times \vec{B}$ 는 이에 수직한 방향, 즉 실을 따르는 지름 방향이 된다. 단진동의 주기를 결정하는 것은 접선 방향의 복원력뿐인데 자기력은 접선 성분을 전혀 갖지 않으므로 주기가 바뀌지 않는다. (자기력은 실의 장력만 바꿀 뿐이며, 자기력은 속도에 수직하므로 일을 하지 않아 에너지도 변화시키지 않는다.)

(3) 유지되지 않는다 — 세기가 충분히 커지면 단진동이 깨진다

전기장이 충분히 강해서 전기력 qE 가 중력 mg 보다 커지면 복원력이 존재하지 않아 단진동이 일어나지 않는다. 그리고 자기장이 충분히 강해서 자기력 qvB (v 는 추의 속력)가 중력 $mg \cos \theta$ 보다 크고 방향은 서로 반대이면 (그림 (C)처럼) 실의 장력이 없어져서 (즉, 실이 팽팽하지 못하고 휘어져서) **단진동이 유지되지 못한다.**

- 전기장: $qE > mg$ 이면 알짜 복원력의 방향이 뒤집혀(또는 사라져) 진동이 성립하지 않는다.
- 자기장: 자기력이 실을 따라 **안쪽**을 향할 때 실 방향의 힘의 평형은 $T_{\text{장력}} = mg \cos \theta - qvB + mv^2/l$ 이므로, 자기력이 커져 $qvB > mg \cos \theta + mv^2/l$ 이 되면 $T_{\text{장력}} < 0$ 이 되어 실이 느슨해진다.

문제 2 원형 전류가 만드는 자기장 속 전하의 운동과 가역성

로런츠 힘 · 등속 원운동 · 시간 반전

(1) 로런츠 힘이 구심력으로 작용하여 반지름 $r = mv_o/(qB)$ 의 등속 원운동을 한다

Lorentz 힘 $\vec{F} = q\vec{v}_o \times \vec{B}$ 이 구심력으로 작동해, 위에서 쳐다봤을 때 시계방향의 원운동을 한다. 원운동의 반경은

$$qv_oB = \frac{mv_o^2}{r} \Rightarrow r = \frac{mv_o}{qB}$$

가 된다.

두 코일의 전류가 만드는 자기장은 코일의 축 방향(그림에서 위쪽)이고, 오른쪽 그림은 그 자기장을 마주보는 방향에서 본 것이므로 $\vec{B}$ 는 종이면에서 나오는 방향이다. 초기 속도가 $+x$ 방향이므로 $\vec{v}_o \times \vec{B}$ 는 $-y$ 방향, 즉 전하는 아래쪽으로 휘어 시계방향으로 돈다. 자기력은 언제나 속도에 수직이어서 일을 하지 않으므로 속력 v_o 는 변하지 않고, 크기가 일정한 구심력만 남아 등속 원운동이 된다. 주기는 $T = 2\pi m/(qB)$ 로 속력과 무관하다.

(2) 거꾸로 따라갈 수 없다

Lorentz 힘의 방향은 자기장의 방향이 바뀌지 않는 한, 속도 벡터의 우측방향으로 작용한다. 즉 반시계 방향으로 운동은 불가능하기 때문에 **운동 궤적을 거꾸로 따라갈 수 없다.**

궤적을 거꾸로 따라가려면 각 지점에서 속도가 원래와 반대($\vec{v} \rightarrow -\vec{v}$)여야 하는데, 그러면 자기력도 $q(-\vec{v}) \times \vec{B} = -q\vec{v} \times \vec{B}$ 로 뒤집혀 원의 **바깥쪽**을 향하게 된다. 구심력이 되지 못하므로 같은 원 궤도를 유지할 수 없다.

(3) 거꾸로 따라간다

(1)에서 보인 운동 궤적을 거꾸로 따라 간다. 시간을 거꾸로 돌리면 자기장을 만들어내는 전류도 반대로 흐르게 되고, 자기장의 방향도 반대로 되어 **반시계 방향 원운동이 가능하게 된다.**

(2)와의 차이는 자기장까지 함께 뒤집히는가에 있다. 시간 반전에서는 $\vec{v} \rightarrow -\vec{v}$ 와 동시에 $\vec{I} \rightarrow -\vec{I}$, 따라서 $\vec{B} \rightarrow -\vec{B}$ 가 되므로

$$\vec{F} = q(-\vec{v}) \times (-\vec{B}) = q\vec{v} \times \vec{B}$$

로 힘이 원래와 완전히 같아진다. 위치를 그대로 되짚는 운동에서 가속도는 시간 반전에 대해 불변이므로, 힘이 변하지 않는다는 것은 곧 원래 궤적을 정확히 거꾸로 밟는다는 뜻이다.

(2)는 자기장을 그대로 둔 채 속도만 뒤집는 경우라 불가능하고, (3)은 전류·자기장까지 함께 뒤집히므로 가능하다.

2016학년도 · 해설편

문제 A 평행판 축전기에 유전체를 삽입할 때의 전하량·전위차·에너지
문제 B 자이로드롭의 전자기 제동

단원 역학 · 전자기
핵심 개념 평행판 축전기와 유전체, 전기 용량·전하량·전위차의 관계, 축전기에 저장된 에너지, 패러데이 전자기 유도, 맴돌이 전류에 의한 제동과 에너지 전환, 비저항과 제동력
문항 수 2문항 (소문항 6개)

II. 예시답안

문제 A

평행판 축전기에 유전체를 삽입할 때의 전하량·전위차·에너지

유전율과 전기 용량 · 유전 분극 · 저장 에너지

공통 준비 — 유전체가 하는 일

극판의 넓이 A , 간격 d 인 평행판 축전기의 전기 용량은 진공(공기)일 때 $C_0 = \epsilon_0 A/d$ 이다. 유전체를 넣으면 유전체 분자들이 전기장 방향으로 분극되어 극판에 가까운 유전체 표면에 극판과 반대 부호의 분극 전하가 나타난다. 이 분극 전하가 극판의 자유 전하가 만드는 전기장을 일부 상쇄하므로, 같은 자유 전하량에 대해 내부 전기장과 전위차가 비유전율(유전상수) κ (> 1) 배만큼 줄어들고, 결국 전기 용량은

$$C' = \kappa C_0 = \frac{\kappa \epsilon_0 A}{d} > C_0$$

로 커진다. 이 한 가지 사실 $C' = \kappa C_0$ 와 정의식 $Q = CV$ 로부터 (1), (2), (3)이 모두 나온다.

(1) a) 증가한다 ($Q' = \kappa Q > Q$)

전지를 연결한 채 유전체를 넣으면 전위차가 V 로 고정되므로

$$Q' = C'V = \kappa C_0 V = \kappa Q > Q$$

가 되어 전하량이 κ 배로 증가한다.

이유 — 전위차가 일정하다는 것은 극판 사이의 전기장 $E = V/d$ 도 일정하다는 뜻이다. 그런데 유전체의 분극 전하는 극판 전하가 만드는 전기장을 깎아내리므로, 전기장을 원래 값 그대로 유지하려면 극판에 자유 전하를 더 있어야 한다. 그 부족분을 전지가 회로를 통해 밀어 넣어 주기 때문에 전하량이 늘어난다. (유전체를 넣는 순간 전지에서 극판으로 향하는 순간적인 충전 전류가 흐른다.)

(2) b) 감소한다 ($V' = V/\kappa < V$)

축전기를 전지에서 떼어 내고(전압계만 연결) 유전체를 넣으면 극판의 전하량 Q 가 갈 곳이 없어 고정되므로

$$V' = \frac{Q}{C'} = \frac{Q}{\kappa C_0} = \frac{V}{\kappa} < V$$

가 되어 전위차가 $1/\kappa$ 배로 감소한다.

이유 — 전하량이 일정하면 극판의 자유 전하가 만드는 전기장은 그대로인데, 분극 전하가 만드는 반대 방향 전기장이 새로 더해져 알짜 전기장이 $E' = E/\kappa$ 로 줄어든다. 전위차는 $V' = E'd$ 이므로 같은 비율로 줄어든다.

(3) 전위차를 유지한 경우는 κ 배로 증가, 전하량을 유지한 경우는 $1/\kappa$ 배로 감소

축전기에 저장된 에너지는 $U = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2}QV$ 로 쓸 수 있으므로, 각 경우에 고정된 양을 쓰는 표현을 고르면 곧바로 답이 나온다.

- (1)의 경우 (V 일정): $U = \frac{1}{2}CV^2$ 에서 C 만 κ 배가 되므로

$$U' = \frac{1}{2}(\kappa C_0)V^2 = \kappa U \rightarrow \kappa \text{ 배로 증가}$$

- (2)의 경우 (Q 일정): $U = \frac{Q^2}{2C}$ 에서 C 만 κ 배가 되므로

$$U' = \frac{Q^2}{2\kappa C_0} = \frac{U}{\kappa} \rightarrow 1/\kappa \text{ 배로 감소}$$

에너지는 어디서 오고 어디로 가는가 — 두 경우 모두 유전체는 전기장이 센 쪽(극판 사이)으로 끌려 들어간다. 즉 전기력이 유전체에 양의 일을 해 준다.

- V 일정: 전지가 $\Delta Q \cdot V = (\kappa - 1)C_0 V^2$ 만큼의 일을 하고, 그 가운데 절반인 $\frac{1}{2}(\kappa - 1)C_0 V^2$ 이 축전기의 저장 에너지 증가분이 되며, 나머지 절반이 유전체를 끌어들이는 역학적 일(과 마찰·저항에 의한 열)로 나간다. 그래서 저장 에너지가 늘어나도 에너지 보존에 어긋나지 않는다.
- Q 일정: 전지가 없으므로 에너지를 공급해 줄 곳이 없다. 유전체를 끌어들이는 일을 축전기에 저장된 에너지가 스스로 감당하고, 그만큼 저장 에너지가 줄어든다. 감소량 $U - U' = U(1 - 1/\kappa)$ 이 바로 그 일에 해당한다.

두 경우가 정반대의 결과를 주는 이유는 “유전체를 넣으면 C 가 커진다”는 사실은 같지만, 무엇이 고정되어 있는지가 다르기 때문이다.

문제 B 자이로드롭의 전자기 제동

패러데이 법칙 · 맥스웰 전류 · 렌츠 법칙

(1) 맥스웰 전류(유도 전류)에 의한 제동

탐승부가 낙하하여 하단부의 금속 실린더 영역에 들어서면, 탐승부에 설치된 영구 막대자석이 함께 내려오면서 금속 실린더를 지나는 자기다발이 시간에 따라 변한다. 패러데이 전자기 유도 법칙에 의해 실린더 안에 유도 기전력이 생기고, 실린더는 도체이므로 그 벽면을 따라 원형으로 도는 맥스웰 전류(eddy current)가 흐른다.

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt}, \quad I_{\text{eddy}} = \frac{\varepsilon}{R_{\text{실린더}}}$$

렌츠 법칙에 의해 이 유도 전류는 자기다발의 변화를 방해하는 방향으로 흐르므로, 자석과 실린더 사이에는 상대 운동을 방해하는 방향의 힘이 작용한다. 자석(탐승부)의 입장에서는 낙하를 방해하는 위쪽 방향의 제동력이 되어 하강 속도가 줄어든다.

자기다발의 변화율이 속도에 비례하므로 유도 기전력과 전류도 속도에 비례하고, 결국 제동력은

$$F_{\text{제동}} \propto v$$

즉 빠르게 떨어질 때 강하게, 느려지면 약하게 걸리는 속도 비례 제동력이 된다.

이 특성 때문에 자이로드롭은 기계적인 접촉 없이(마찰 브레이크의 마모·발열·고장 없이) 부드럽고 신뢰성 있게 감속하며, 속도가 커질수록 저항이 커지므로 어느 속도 이상으로는 빨라지지 않는 종단속도에 가까운 안전한 하강이 가능하다.

(2) 중력 위치에너지 → 운동에너지 → 전기에너지 → 열에너지

$\underbrace{\text{중력 위치에너지}}_{\text{하강 전}} \rightarrow \underbrace{\text{운동에너지}}_{\text{자유낙하 구간}} \rightarrow \underbrace{\text{전기에너지}}_{\text{멤돌이 전류}} \rightarrow \underbrace{\text{열에너지}}_{\text{실린더의 줄열}}$

- ① **중력 위치에너지 → 운동에너지**: 실린더 영역에 들어가기 전까지는 거의 자유낙하이므로 높이가 줄면서 속력이 커진다.
- ② **운동에너지 → 전기에너지**: 실린더 영역에서 자석의 운동이 유도 기전력을 만들고, 이 기전력이 멤돌이 전류를 흐르게 한다. 이때 제동력이 탐승부에 음의 일을 하여 운동에너지를 가져간다.
- ③ **전기에너지 → 열에너지**: 멤돌이 전류는 실린더의 저항을 통과하면서 줄열 $I^2 R$ 로 소모된다. 결국 탐승부가 잃은 역학적 에너지는 전부 금속 실린더의 온도를 올리는 열로 바뀌고, 일부는 소리·미세한 진동으로 나간다.

에너지 보존의 관점에서 이 놀이기구는 위치에너지를 최종적으로 실린더의 열로 버리는 장치이다.

(3) 제동력은 비저항에 반비례한다 — 비저항이 작을수록 제동력이 크다

멤돌이 전류의 크기는 유도 기전력을 실린더의 전기 저항으로 나눈 값이고, 저항은 비저항 ρ 에 비례한다($R = \rho \ell / A$). 제동력은 이 전류가 자기장 속에서 받는 힘이므로 전류에 비례한다.

$$I_{\text{eddy}} = \frac{\varepsilon}{R} \propto \frac{\varepsilon}{\rho}, \quad F_{\text{제동}} \propto I_{\text{eddy}} B \propto \frac{v B^2}{\rho}$$

$$F_{\text{제동}} \propto \frac{1}{\rho}$$

즉 비저항이 **작은**(전기가 잘 통하는) 금속을 쓸수록 같은 속도에서 더 큰 제동력을 얻는다.

따라서 실린더 재료로는 비저항이 작은 **구리**($1.7 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$)나 **알루미늄**($2.8 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$)이 적합하고, 실제 자이로 드롭·놀이기구의 자기 제동 장치에도 이 금속들이 쓰인다. 반대로 비저항이 큰 금속(예: 스테인리스강, 니크롬)을 쓰면 같은 속도에서 멤돌이 전류가 작게 흘러 제동력이 부족해진다. 알루미늄은 구리보다 비저항이 조금 크지만 가볍고 값이 싸다는 장점이 있어 함께 고려된다.

같은 이유로 실린더를 두껍게 만들어 전류가 흐르는 단면적을 넓히면 저항이 줄어 제동력이 커지고, 반대로 실린더에 세로로 홈을 파서 멤돌이 전류의 경로를 끊으면(변압기 철심을 얇은 판으로 겹쳐 만드는 것과 같은 이유) 제동력이 크게 줄어든다.

2015학년도 · 해설편

- 문제 1** 원자의 빈 공간, 전기력, 그리고 원자핵의 안정성
문제 2 빛자루의 평형점과 무게 중심

-
- 단원** 역학 · 전자기 · 현대물리
핵심 개념 원자의 빈 공간과 전자기적 접촉력, 물질의 전기적 중성, 강한 상호작용과 원자핵의 안정성, 질량중심·무게중심과 돌림힘 평형, 지레와 시소의 원리
문항 수 2문항 (소문항 5개)

II. 예시답안

문제 1 원자의 빈 공간, 전기력, 그리고 원자핵의 안정성

전자기적 접촉력 · 전기적 중성 · 강한 상호작용

(1) 접촉은 원자핵끼리 부딪히는 것이 아니라 전자 껍질 사이의 전기적 반발력이다

물체가 “텅 비어 있다”는 것은 **질량**이 부피의 극히 일부(부피비로 약 6×10^{-14})에 몰려 있다는 뜻일 뿐이며, 원자의 부피는 전자의 확률분포(전자 껍질)로 빈틈없이 채워져 있다. 두 물체가 가까워지면

- 서로 마주 보는 표면 원자들의 **전자 구름끼리 전기적으로 반발**하고,
- 전자가 같은 양자 상태에 겹칠 수 없다는 **파울리 배타 원리** 때문에 겹치려 할수록 에너지가 급격히 올라간다.

이 반발력은 거리가 원자 크기 정도로 가까워지면 매우 빠르게 커지므로, 우리는 두 물체가 “닿았다”고 느낀다. 즉 접촉력·마찰력·탄성력처럼 우리가 일상에서 느끼는 모든 접촉력은 본질적으로 **전자기적인 힘**이며, 원자핵이 서로 부딪혀서 생기는 힘이 아니다. (원자핵끼리 닿으려면 원자 반지름의 약 $1/26,000$ (= 원자핵 크기) 까지 접근해야 하는데, 그 전에 전자 구름의 반발력이 이를 완전히 막는다.)

(2) 물질이 전기적으로 중성이어서 원자 밖에서는 전기력이 거의 상쇄되기 때문이다

원자 하나에는 원자핵의 (+)전하와 전자의 (-)전하가 정확히 같은 양만큼 들어 있어 **알짜 전하가 0**이다. 따라서 원자 바깥에서는 (+)전하가 만드는 전기장과 (-)전하가 만드는 전기장이 거의 완전히 상쇄되고, 남는 것은 전하 분포가 약간 치우쳐 생기는 매우 약한 잔류 상호작용(쌍극자·반데르발스 힘)뿐이다. 이 잔류 상호작용의 에너지는 거리에 대해 $1/r^6$ 정도로(따라서 힘은 $1/r^7$ 정도로) $1/r^2$ 보다 훨씬 빠르게 줄어들기 때문에 **원자 지름의 몇 배만 떨어져도 사실상 0**이 된다.

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \quad (\text{알짜 전하 } q \approx 0 \rightarrow \text{먼 거리에서 } F \approx 0)$$

한편 원자 내부에서는 전자와 원자핵 사이에 실제로 매우 강한 전기력이 작용하고 있지만, 그 힘은 원자를 묶어 두는 데 이미 다 쓰이고 있으며 모든 방향으로 균형을 이루고 있어 밖으로 드러나지 않는다. 우리 몸이 이 힘을 “느끼지” 못하는 것이 아니라, 오히려 우리 몸의 단단함·촉감이 전부 그 힘의 결과이다. 우리가 알아차리지 못하는 것은 그 힘이 **알짜힘**으로 남지 않기 때문이다.

(3) 짧은 거리에서 전기력보다 훨씬 센 강한 상호작용(핵력)이 작용하기 때문이다

원자핵 크기($\approx 10^{-15}$ m) 정도의 거리에서 두 양성자 사이의 전기적 반발력은 실제로 엄청나게 크다.

$$F = k \frac{e^2}{r^2} = (8.99 \times 10^9) \frac{(1.6 \times 10^{-19})^2}{(1.0 \times 10^{-15})^2} \approx 2.3 \times 10^2 \text{ N}$$

$$U = k \frac{e^2}{r} \approx 1.4 \text{ MeV}$$

그럼에도 원자핵이 유지되는 이유는, 이 거리에서 양성자·중성자 사이에 **강한 상호작용(핵력)**이 작용하기 때문이다. 강한 상호작용의 특징은

- 같은 거리에서 전기적 반발보다 충분히 강하다 — 핵자 하나당 결합에너지가 약 8 MeV 인 데 비해 양성자 쌍의 전기적 반발 에너지는 약 1.4 MeV 이다. (기본 상호작용의 세기를 결합상수로 비교하면 강한 상호작용은 전자기 상호작용보다 약 100배 세다.)
- 전하의 부호와 무관하게 **모든 핵자 사이에 인력**으로 작용하므로, 전하가 없는 중성자도 반발력을 늘리지 않으면서 결합에만 기여한다.
- 도달 거리가 $1 \sim 2$ fm 로 매우 짧아, 핵의 크기 안에서만 유효하다.

이 마지막 성질 때문에, 핵이 커지면 전기적 반발은 모든 양성자 쌍 사이에 작용하여 대략 Z^2 으로 늘어나는 반면 핵력에 의한 결합은 이웃한 핵자끼리만이라 대략 A 에 비례해 늘어난다. 그래서 무거운 핵일수록 불안정해지고, 결국 알파 붕괴나 핵분열이 일어난다. 또한 같은 이유로 양성자 수가 많아질수록 안정한 핵이 되기 위해 필요한 중성자 수가 더 빠르게 늘어난다.

문제 2 빗자루의 평형점과 무게 중심

돌림힘 평형 · 질량중심의 정의

(1) 짧은 빗자루(술) 쪽이 더 무겁다

손가락에 올려 평형을 이루는 점이 바로 빗자루 전체의 **무게 중심(질량중심)**이다. 이 점을 받침점으로 하면 좌우 돌림힘의 합이 0이므로, 그 점에서 빗자루를 둘로 잘랐을 때 두 조각의 무게 W_1, W_2 와 각 조각의 무게 중심까지의 거리 r_1, r_2 사이에

$$W_1 r_1 = W_2 r_2 \rightarrow \frac{W_1}{W_2} = \frac{r_2}{r_1}$$

이 성립한다. 손잡이 조각은 길기 때문에 그 자신의 무게 중심이 받침점에서 **멀고**(r 이 큼), 술 조각은 짧기 때문에 무게 중심이 받침점에서 **가깝다**(r 이 작음). 무게는 거리에 반비례해야 하므로

거리가 짧은 쪽, 즉 **짧은 빗자루(술) 쪽이 더 무겁다**.

빗자루는 술에 재료가 몰려 있어 질량 분포가 한쪽으로 치우쳐 있고, 그래서 무게 중심이 술 쪽으로 크게 당겨져 있다. 예를 들어 손잡이 조각의 무게 중심이 받침점에서 40 cm, 술 조각의 무게 중심이 10 cm 떨어져 있다면 술 조각이 손잡이 조각보다 4배 무겁다.

추가 질문 1) 시소 — 같은 원리이다. 사촌 동생의 무게를 w , 나의 무게를 $2w$ 라 하고 받침점에서의 거리를 각각 $d_{\text{동생}}, d_{\text{나}}$ 라 하면 균형 조건은

$$w \cdot d_{\text{동생}} = 2w \cdot d_{\text{나}} \rightarrow d_{\text{나}} = \frac{1}{2} d_{\text{동생}}$$

이다. 즉 동생이 시소의 한쪽 끝에 앉았다면, 나는 받침점에서 그 절반 거리 — 받침점과 반대쪽 끝의 **중간**에 있어야 한다. 무거운 쪽이 받침점에 더 가까이 있어야 균형이 맞는다.

추가 질문 2) — 시소에서 무거운 사람이 받침점에 가까이 앉는 것과 똑같이, 빗자루에서도 받침점에 가까운 조각(짧은 술 쪽)이 더 무겁다.

(2) 반드시 물체 내부에 있어야 하는 것은 아니다

무게 중심(질량중심)은 물체를 이루는 각 부분의 위치를 질량으로 가중평균한 **수학적인 점**이며, 그 점에 실제로 물질이 있어야 한다는 요구는 전혀 없다.

$$\vec{r}_{\text{cm}} = \frac{\sum_i m_i \vec{r}_i}{\sum_i m_i}$$

가운데가 비어 있거나 오목한 모양의 물체에서는 이 점이 물체 바깥에 놓인다.

- **도넛·반지·튜브**: 무게 중심은 가운데 구멍의 중심 — 물질이 전혀 없는 곳이다.
- **부메랑·말굽·L자 꺾쇠**: 무게 중심은 두 팔이 감싼 오목한 빈 공간에 있다.
- **속이 빈 공·컵·그릇**: 무게 중심이 빈 내부 공간에 놓인다.
- **두 물체로 이루어진 계**: 지구-달 계, 쌍성계처럼 서로 떨어진 두 물체의 질량중심은 둘 사이의 빈 공간에 있다.

물체 바깥에 있어도 질량중심은 여전히 역학적으로 의미가 있다. 물체에 작용하는 알짜 외력은 전체 질량이 질량중심에 모여 있는 것처럼 그 점을 가속시키므로, 예를 들어 부메랑을 던지면 회전하면서도 그 질량중심은 매끄러운 포물선을 그린다. 높이뛰기 선수가 몸을 뒤로 활처럼 젖혀 바를 넘는 배면뛰기에서는 몸의 각 부분이 차례로 바 위를 넘어가는 동안 **질량중심은 바보다 낮은 곳을 지나갈** 수 있는데, 이는 질량중심이 몸 바깥(등 뒤 빈 공간)에 놓이기 때문에 가능한 일이다.

핵심 개념 색인

각 학년도 문항이 다루는 핵심 개념과 그 개념이 등장한 학년도. 같은 개념이 여러 해에 반복되는지 한눈에 확인할 수 있다.

2차원 비탄성 충돌과 열에너지	2018	중력	2026
간섭무늬	2025	중력 법칙	2024
강한 상호작용과 원자핵의 안정성	2015	중력 법칙 역학적 에너지 보존	2023
경로차	2025	지레와 시소의 원리	2015
구심력	2026	질량중심·무게중심과 돌림힘 평형	2015
뉴턴 운동 법칙	2024,	초점거리	2024
	2022	축전기에 저장된 에너지	2016
단진자 운동	2022	충격량	2022
단진자 운동 볼록렌즈에 의한 상	2024	케플러 법칙	2023
단진자의 주기와 복원력	2017	쿨롱 힘과 원운동	2026
도플러 효과	2023,	탄성에너지와 엔트로피	2019
	2019	탈출 속도	2026
도플러효과	2026	패러데이 전자기 유도	2016
등가속도 운동	2025	평행판 축전기 이중 슬릿의 간섭 실험	2025
등가속도 운동 운동량 보존	2022	평행판 축전기와 유전체	2016
등가속도 포물선 운동과 등속 원운동	2020	평행판 축전기의 전기장과 등가속도 운동	2018
등속 원운동 등가속도 운동	2023	포물선 운동 중력	2022
등속원운동	2026	힘의 평형	2018
등온·등압 과정과 열역학 제1법칙	2018	힘의 합성	2025
렌즈 방정식	2024	힘의 합성 과 분해	2022
로런츠 힘과 등속 원운동	2017	힘의 합성과 분해	2026
만유인력과 등속 원운동	2020		
매질에 따른 빛의 속력	2025		
맴돌이 전류에 의한 제동과 에너지 전환	2016		
물질의 전기적 중성	2015		
물질파	2022		
배율	2024		
베르누이 법칙과 이상 기체의 등적 과정	2020		
비저항과 제동력	2016		
빛의 입자성	2023		
사이클로트론	2018		
실의 장력 조건	2017		
에너지 보존 법칙	2026		
에너지 준위	2023		
역학적 에너지 보존	2022		
열역학 제1법칙	2020		
완전탄성충돌과 역학적에너지 보존	2019		
운동 궤적의 가역성과 시간 반전	2017		
운동량 보존	2023,		
	2022,		
	2019		
운동량 보존과 도플러 효과	2021		
원운동	2023		
원자 모형	2023		
원자의 빈 공간과 전자기적 접촉력	2015		
원형 전류가 만드는 자기장	2017		
유효 중력가속도	2017		
자기력과 전자기 유도	2019		
전기 용량·전하량·전위차의 관계	2016		
전기력	2022		
전기력·로렌츠 힘	2020		
전기력·자기력이 더해진 진자 운동	2017		
전기력과 자기력의 평형(속도 선택기)	2018		
전기장 속 대전 입자의 포물선 운동	2021		
전자기 유도 빛의 속도	2023		
전자기 유도·상호 유도와 정류 작용	2021		
전자기 유도와 자기력	2020		
전자기파의 회절·광양자·복사 세기	2021		
전하와 전기장 도플러 효과	2022		

KAIST 물리 기출 문항집

해설편 · 2015-2026 · 32문항 (12개년)

발행일	2026년 8월 17일 초판 발행
발행인	김민용
발행처	연주미디어
연락처	blueslap@naver.com
사업자등록번호	459-94-01364

문항과 제시문의 저작권은 원 출제 기관에 있으며, 편집·구성 및 예시답안의 저작권은 연주미디어에 있습니다.

이 책의 내용 일부 또는 전부를 저작권자의 서면 동의 없이 복제·배포·전송할 수 없습니다. 잘못 만들어진 책은 구입처에서 바꾸어 드립니다.

써봄 AI 논술 자동 첨삭

쓴 글을 올리면, 바로 채점과 피드백이 돌아옵니다.

무료

3회 무료 분석

회원가입만 하면 3회까지 무료로 분석해 드립니다.

결제 정보 없이 바로 시작할 수 있습니다. 첨삭 결과는 PDF 리포트로 내려받을 수 있습니다.

네 가지 영역을 점수로 보여 줍니다

- 논리 구조
- 근거 타당성
- 주장 명확성
- 언어 표현

받아 보는 것

영역별 점수와 함께 **강점, 개선점, 구체적 제안사항**이 담긴 상세 피드백이 나옵니다.

이런 분께

혼자 쓴 답안을 바로 점검하고 싶은 **수험생**, 여러 학생 글을 한 번에 채점해야 하는 **논술 교사·강사·학원**.



writegrow.net

QR 을 찍으면 바로 열립니다

이용 방법

1

회원가입

이메일로 가입하면 곧바로 무료 분석 3회가 주어집니다.

2

답안 올리기

PDF · DOCX · TXT 파일을 올립니다. 한 번에 최대 10편까지 일괄 처리됩니다.

3

첨삭 받기

영역별 점수와 상세 피드백을 확인하고 PDF 리포트로 내려받습니다.