KAIST

수학

문제편

수시 입학전형 면접 및 구술고사 기출 문항집

2019–2026 · 19문항 (8개년) · 전 학년도 문항·제시문 수록

목차

2026학년도

문제 1 쌍곡선과 점근선, 그리고 단위벡터의 내적 5
문제 2 정육각형 격자 위를 무작위로 걷는 로봇 5

2025학년도

문제 1 귀납적으로 정의된 수열의 증가·감소와 상수수열 8
문제 2 I-접선과 I-할선이 덮는 영역 8

2024학년도

문제 1 원 위를 도는 세 점의 공선 조건과 삼각형 넓이의 최댓값 10

2023학년도

문제 1 공간의 원·정다각형이 xy 평면에 만드는 자취 12
문제 2 일렬 타일 위를 걷는 개미와 조건부확률 12
문제 3 순서쌍의 친화도 13
문제 4 벽을 미끄러지는 직각삼각형의 그림자 13

2022학년도

문제 1 두 동심원과 세 현의 길이의 제곱합 16
문제 2 원과 다각형에 줄을 감을 때 끝점의 궤적 16

2021학년도

문제 1 평행광선이 만드는 눈사람의 그림자 19
문제 2 원점을 지나는 직선까지의 거리 제곱합의 최소 19
문제 3 단위원의 접선·할선이 만드는 두 삼각형과 극한 20
문제 4 주사위 두 개의 최댓값·최솟값과 기댓값 20

2020학년도

문제 1 삼각함수 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이와 극한 22
문제 2 구에 접하는 평면의 존재와 접점 벡터의 내적 22

2019학년도

문제 1 트랙 위를 구르는 원 위 한 점의 궤적 24
문제 2 이차함수의 판별식과 조건부확률 24

연도별 · 단원별 출제 경향

● 주된 단원 · ○ 함께 다루어진 단원. 한 문항이 여러 단원에 걸치는 것이 이 시험의 특징이다.

연도	문항	제목	함수·극한·미적분	수열·급수	기하·벡터	삼각함수	확률과 통계	방정식·부등식
2026	문제 1	쌍곡선과 점근선, 그리고 단위벡터의 내적			●			
	문제 2	정육각형 격자 위를 무작위로 걷는 로봇					●	
2025	문제 1	귀납적으로 정의된 수열의 증가·감소와 상수수열	○	●				
	문제 2	*l*-접선과 *l*-할선이 덮는 영역			●			
2024	문제 1	원 위를 도는 세 점의 공선 조건과 삼각형 넓이의 최댓값	○			●		
2023	문제 1	공간의 원·정다각형이 *xy* 평면에 만드는 자취			●	○		
	문제 2	일렬 타일 위를 걷는 개미와 조건부확률					●	
	문제 3	순서쌍의 친화도		○			●	
	문제 4	벽을 미끄러지는 직각삼각형의 그림자	○		●			
2022	문제 1	두 동심원과 세 현의 길이의 제곱합			●	○		
	문제 2	원과 다각형에 줄을 감을 때 끝점의 궤적	○		●			
2021	문제 1	평행광선이 만드는 눈사람의 그림자			●			
	문제 2	원점을 지나는 직선까지의 거리 제곱합의 최소	○		●			
	문제 3	단위원의 접선·할선이 만드는 두 삼각형과 극한	○			●		
	문제 4	주사위 두 개의 최댓값·최솟값과 기댓값					●	
2020	문제 1	삼각함수 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이와 극한	○			●		
	문제 2	구에 접하는 평면의 존재와 접점 벡터의 내적			●			
2019	문제 1	트랙 위를 구르는 원 위 한 점의 궤적	○		●			
	문제 2	이차함수의 판별식과 조건부확률					●	○

KAIST

2026학년도 · 문제편

문제 1 쌍곡선과 점근선, 그리고 단위벡터의 내적
문제 2 정육각형 격자 위를 무작위로 걷는 로봇

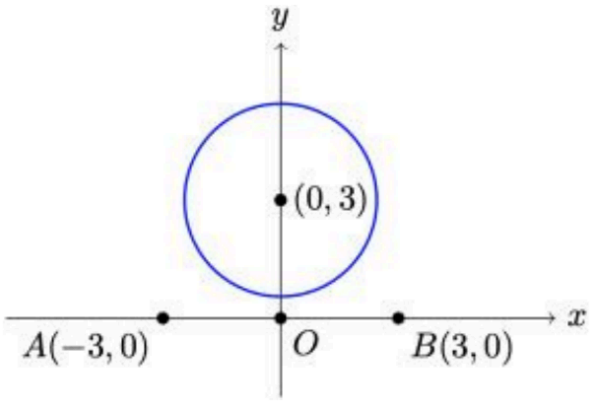
단원 기하·벡터 · 확률과 통계
핵심 개념 원의 방정식, 쌍곡선과 점근선, 평면벡터의 내적, 코사인법칙, 정육각형 격자 위의 확률, 확률의 덧셈정리·곱셈정리
문항 수 2문항 (소문항 5개) · 10점

Ⅰ. 문제

문제 1 쌍곡선과 점근선, 그리고 단위벡터의 내적

수학·기하 · 소문항 2개 · 5점

좌표평면 위에 세 점 $O(0,0)$, $A(-3,0)$, $B(3,0)$와 점 $(0,3)$을 중심으로 하고 반지름이 $2\sqrt{2}$인 원이 아래 그림과 같이 주어져 있다.



[그림 1] 두 점 $A(-3,0)$, $B(3,0)$와 중심 $(0,3)$, 반지름 $2\sqrt{2}$인 원

(1) 점 C가 주어진 원 위 또는 내부에 있다고 하자. 이때 $\left|\overline{AC}-\overline{BC}\right|$ 값의 범위를 구하시오. [2점]

(2) 좌표평면 위의 어떤 점 D에 대하여 $\left|\overline{AD}-\overline{BD}\right|$ 값이 (1)에서 구한 범위 안에 있다. 모든 실수 k에 대해 다음 조건을 만족하면 D를 '좋은 점'이라 부르자.

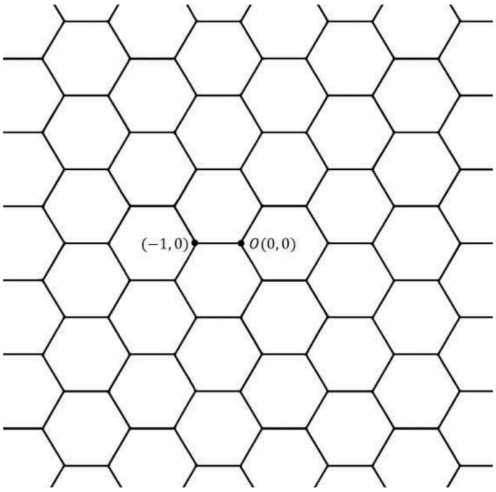
> **< 조건 >**
>
> 등식 $k\cdot\overrightarrow{OD}=\overrightarrow{OE_k}$을 만족하는 점 E_k에 대해, $\left|\overline{AE_k}-\overline{BE_k}\right|$ 값은 (1)에서 구한 범위 안에 있다.

원점이 아닌 임의의 두 '좋은 점' D_1과 D_2에 대하여 $\left|\frac{\overrightarrow{OD_1}}{|\overrightarrow{OD_1}|}\cdot\frac{\overrightarrow{OD_2}}{|\overrightarrow{OD_2}|}\right|$의 최솟값을 구하시오. [3점]

문제 2 정육각형 격자 위를 무작위로 걷는 로봇

수학 Ⅰ·기하·확률과 통계 · 소문항 3개 · 5점

좌표평면 위에 모든 변의 길이가 1인 정육각형 타일이 그림과 같이 무한히 반복되어 있다. 모든 정육각형의 꼭짓점들의 집합을 V라 하고, 원점 $O(0,0)$와 점 $(-1,0)$이 V에 포함되어 있다고 하자. 로봇이 원점 O에서 출발하여 1초마다 현재 위치에서 인접한 V의 다른 세 개의 점 중 하나를 똑같은 확률로 골라 이동한다고 한다. 자연수 n에 대하여, n초 후 로봇이 도달한 점을 D_n이라 하자.



[그림 2] 한 변의 길이가 1인 정육각형 타일과 꼭짓점 집합 V, 그리고 $O(0,0)$, $(-1,0)$

(1) n초 후 선분의 길이 $\overline{OD_n}$가 가질 수 있는 값 중 가장 큰 값을 구하시오. **[2점]**
(2) n초 후 선분의 길이 $\overline{OD_n}$가 가질 수 있는 값 중 가장 큰 값을 가질 확률을 구하시오. **[1점]**
(3) n초 후 D_n이 원점일 확률을 $p(n)$이라 하자. $p(4), p(5), p(6)$을 구하시오. **[2점]**

KAIST

2025학년도 · 문제편

문제 1 귀납적으로 정의된 수열의 증가·감소와 상수수열
문제 2 /-접선과 /-할선이 덮는 영역

단원 함수·극한·미적분 · 수열·급수 · 기하·벡터
핵심 개념 귀납적으로 정의된 수열, 수학적 귀납법, 함수의 증가와 감소, 삼차방정식의 실근의 개수, 집합, 원의 접선과 할선, 피타고라스 정리
문항 수 2문항 (소문항 5개) · 10점

Ⅰ. 문제

문제 1 귀납적으로 정의된 수열의 증가·감소와 상수수열

수학·수학 Ⅰ·Ⅱ · 소문항 3개 · 5점

실수 c와 다항식 $p(x)$에 대하여, 수열 $\{a_n\}$이

$$\begin{cases} a_1 = c \\ a_{n+1} = p(a_n) \quad (n = 1, 2, 3, \cdots) \end{cases}$$

와 같이 귀납적으로 정의된다. 수열에 대한 용어를 아래와 같이 정의한다.

<정의>

- 모든 자연수 n에 대하여 $a_{n+1} \geq a_n$이면, 수열 $\{a_n\}$을 **증가수열**이라 한다.
- 모든 자연수 n에 대하여 $a_{n+1} \leq a_n$이면, 수열 $\{a_n\}$을 **감소수열**이라 한다.
- 모든 자연수 n에 대하여 $a_{n+1} = a_n$이면, 수열 $\{a_n\}$을 **상수수열**이라 한다.

(1) 다음 명제의 참, 거짓을 판별하고 그 이유를 설명하시오. [1점]

> **주어진 실수 β에 대하여 $p(x) = x^3 + \beta$일 때, 임의의 실수 c에 대하여 수열 $\{a_n\}$은 증가수열 또는 감소수열이다.**

(2) $p(x) = x^3$일 때, 수열 $\{a_n\}$이 증가수열이 되는 c의 범위와 감소수열이 되는 c의 범위를 각각 구하시오. [2점]

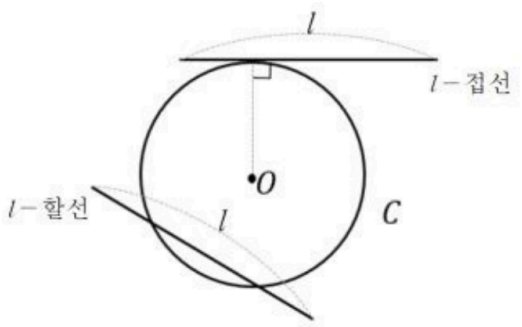
(3) $p(x) = x^3 + \beta$ 이고 $\beta > 0$일 때, 수열 $\{a_n\}$이 상수수열이 되는 c의 개수를 구하시오. [2점]

문제 2 l-접선과 l-할선이 덮는 영역

수학 · 소문항 2개 · 5점

평면 위에 중심이 O이고 반지름의 길이가 1인 원 C가 있다. 길이가 l이고 원 C와 한 점에서 접하는 선분을 l-접선이라 한다.

길이가 l이고 원 C와 서로 다른 두 점에서 만나는 선분을 l-할선이라 한다. 아래 그림은 l-접선과 l-할선의 한 예시를 보여준다.



[그림 1] l-접선과 l-할선의 예

T는 모든 l-접선 위의 모든 점들로 이루어진 집합이고, S는 모든 l-할선 위의 모든 점들로 이루어진 집합이다. 여기서 l은 주어진 양수이고 "엘"로 읽는다.

(1) T에 포함된 점 p에 대하여, 점 p를 지나는 l-접선이 무한히 많지 않은 경우에만 점 p를 지나는 모든 l-접선의 개수를 $a(p)$라 정의하자. $a(p)$가 정의되는 점 p를 모두 찾고, $a(p)$를 구하시오. [2점]

(2) S에 포함된 점 p에 대하여, 점 p를 지나는 l-할선이 무한히 많지 않은 경우에만 점 p를 지나는 모든 l-할선의 개수를 $b(p)$라 정의하자. $b(p)$가 정의되는 점 p를 모두 찾고, $b(p)$를 구하시오. [3점]

KAIST

2024학년도 · 문제편

문제 1 원 위를 도는 세 점의 공선 조건과 삼각형 넓이의 최댓값

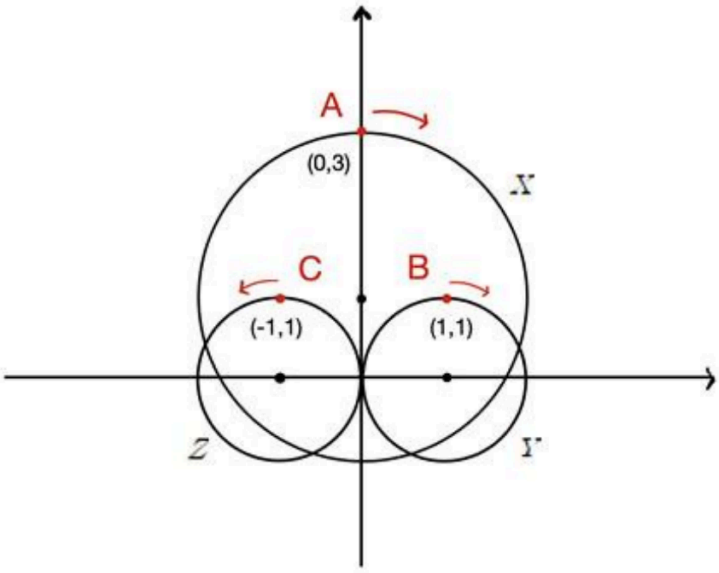
단원 함수·극한·미적분 · 삼각함수
핵심 개념 원 위를 움직이는 점의 매개변수 표시, 세 점이 한 직선 위에 있을 조건, 삼각함수의 합성과 미분, 극댓값·최댓값
문항 수 1문항 (소문항 2개) · 5점

Ⅰ. 문제

문제 1 원 위를 도는 세 점의 공선 조건과 삼각형 넓이의 최댓값

수학 Ⅰ·Ⅱ·미적분 · 소문항 2개 · 5점

아래 그림과 같이 중심이 $(0,1)$이고 반지름이 2인 원 X, 중심이 $(1,0)$이고 반지름이 1인 원 Y, 중심이 $(-1,0)$이고 반지름이 1인 원 Z가 있다. 점 A는 $(0,3)$에서 시작하여 원 X를 따라 시계방향으로, 점 B는 $(1,1)$에서 시작하여 원 Y를 따라 시계방향으로, 점 C는 $(-1,1)$에서 시작하여 원 Z를 따라 반시계 방향으로 각각 일정한 속력으로 이동한다. 세 점 A, B, C가 동시에 출발하며 각 점이 원을 한 바퀴 도는 데 걸리는 시간은 같다.



[그림 1] 세 원 X, Y, Z와 출발점 $A(0,3)$, $B(1,1)$, $C(-1,1)$ 및 각 점의 회전 방향

(1) 세 점 A, B, C가 각 원을 한 바퀴 도는 동안 한 직선 위에 있는 횟수를 구하라. **[2점]**

(2) 세 점 A, B, C가 각 원을 한 바퀴 도는 동안 만드는 삼각형 ABC 넓이의 최댓값을 구하라. **[3점]**

KAIST

2023학년도 · 문제편

문제 1 공간의 원·정다각형이 xy 평면에 만드는 자취
문제 2 일렬 타일 위를 걷는 개미와 조건부확률
문제 3 순서쌍의 친화도
문제 4 벽을 미끄러지는 직각삼각형의 그림자

단원 함수·극한·미적분 · 수열·급수 · 기하·벡터 · 삼각함수 · 확률과 통계
핵심 개념 공간에서의 직선과 평면, 닮음과 정사영, 정다각형의 넓이·둘레, 삼각함수의 극한, 이항계수와 조건부확률, 이차방정식의 판별식과 근과 계수의 관계, 삼각함수의 합성과 최대·최소, 미분
문항 수 4문항 (소문항 10개) · 20점

Ⅰ. 문제

문제 1 공간의 원·정다각형이 xy 평면에 만드는 자취

소문항 3개 · 5점

xyz 좌표공간에서 $x^2+y^2=4$, $z=6$ 을 만족시키는 점 (x,y,z) 들의 집합을 A라 하자. 집합 A의 임의의 점을 $P(x,y,z)$ 라고 하자.

(1) 점 $Q(2,4,2)$ 와 집합 A의 임의의 점 $P(x,y,z)$ 를 지나는 직선은 xy 평면과 한 교점에서 만난다. 이렇게 구해지는 교점들의 집합을 방정식으로 나타내시오. [1점]

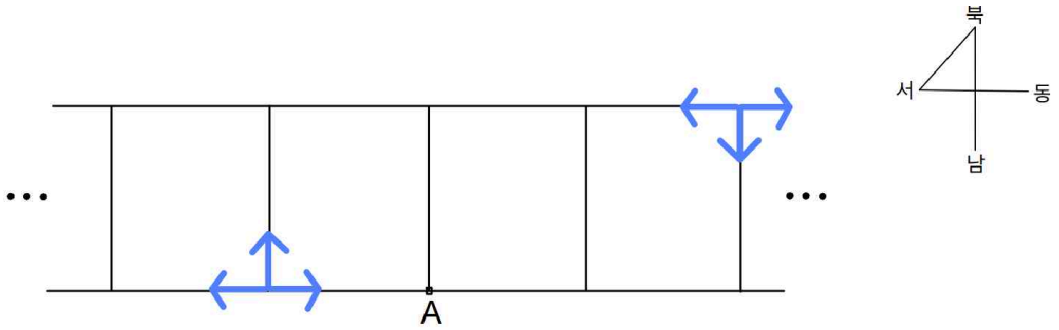
(2) $z=2$ 평면에 변의 개수가 n 인 정다각형이 있고, 그 내부에 점 $R(2,2,2)$ 가 있다. 이 정다각형의 한 꼭짓점의 좌표는 $(2,4,2)$ 이고, 각 꼭짓점과 점 $R(2,2,2)$ 사이의 거리가 2라고 하자. 이 정다각형의 변 또는 내부에 있는 임의의 점과 집합 A의 임의의 점 P 를 지나는 직선은 xy 평면과 한 교점에서 만난다. 그 교점들을 모아놓은 도형의 넓이를 S_n 이라고 할 때, S_n 을 구하시오. [3점]

(3) $\lim_{n\to\infty} S_n$ 을 구하시오. [1점]

문제 2 일렬 타일 위를 걷는 개미와 조건부확률

소문항 2개 · 5점

다음 그림과 같이 정사각형 타일이 일렬로 (무한히) 배열되어 있다. 각 타일의 꼭짓점을 '교차점'이라 하자. 개미는 교차점 A 에서 출발하여 타일의 변 위를 다음 규칙을 따라 움직인다.



[그림 1] 일렬로 배열된 정사각형 타일과 출발점 A. 파란 화살표는 각 교차점에서 개미가 갈 수 있는 세 방향이다.

< 규칙 >

각 교차점에 도달할 때마다 개미는 그 교차점에 연결된 세 변의 방향 중 하나를 똑같은 확률로 임의로 골라 다음 교차점으로 이동한다. (예시: 그림의 파란색 화살표 방향들이 해당 교차점에서 개미가 이동할 수 있는 방향이다.)

이 규칙을 따르면, 개미가 n 회의 움직임을 시행할 때, 일어날 수 있는 모든 경우의 수는 3^n 이다.

(1) 개미가 총 $2n$ 회의 움직임을 시행한다고 가정하자. 개미가 m 회 $(0\le m\le n)$ 의 서쪽 방향 움직임을 시행하면서, $2n$ 번째 도달한 교차점이 출발점 A 와 일치하는 경우의 수는 몇 가지인가? [2점]

(2) 개미가 $2n$ 회 도달한 교차점이 출발점 A 와 일치할 때, 서쪽 방향 움직임을 m 회 $(0\le m\le n)$ 시행할 조건부확률을 $p_{n,m}$ 이라 하자. 주어진 자연수 n 에 대해, 이 조건부확률 $p_{n,m}$ 을 최대화하는 m 의 값을 $f(n)$ 이라 하자 (만약 최대화하는 m 이 여러 개 존재하면, 이들 중 가장 작은 값을 택한다). 이때 $\lim_{n\to\infty} f(n)/n$ 의 값을 구하시오. [3점]

문제 3 순서쌍의 친화도

소문항 3개 · 5점

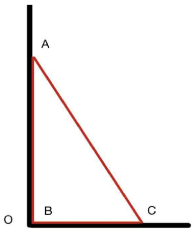
실수 순서쌍 (a_0, b_0) 을 생각하자. 방정식 $x^2 + a_0x + b_0 = 0$ 의 실수해가 존재하지 않으면 순서쌍 (a_0, b_0) 의 친화도를 0으로 정의하고, 방정식 $x^2 + a_0x + b_0 = 0$ 이 두 실수해 a_1, b_1 $(a_1 \geq b_1)$ 를 가지면(중근은 두 개로 센다) 새로운 방정식 $x^2 + a_1x + b_1 = 0$ 을 만들어 이 방정식의 실수해가 없으면 순서쌍 (a_0, b_0) 의 친화도를 1로 정의하고, 실수해가 존재하면 두 실수해를 a_2, b_2 $(a_2 \geq b_2)$ 로 두자. 이런 과정을 반복해서 방정식 $x^2 + a_kx + b_k = 0$ 이 실수해를 갖지 않는 최소의 k 를 순서쌍 (a_0, b_0) 의 친화도로 정의하자. 만약 이런 과정이 끝나지 않고 계속 반복된다면 순서쌍 (a_0, b_0) 의 친화도는 정의되지 않는다고 하자.

(1) 순서쌍 $(-6, 9)$ 의 친화도는 정의되는가? 정의된다면 친화도는 얼마인가? [1점]
(2) 순서쌍 $(-3, 2)$ 의 친화도는 정의되는가? 정의된다면 친화도는 얼마인가? [2점]
(3) 친화도가 정의되는 순서쌍 중 친화도의 최댓값은 얼마인가? [2점]

문제 4 벽을 미끄러지는 직각삼각형의 그림자

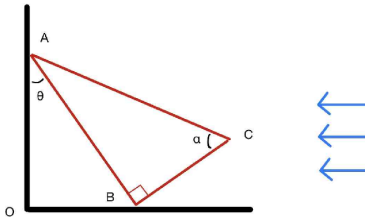
소문항 3개 · 5점

오른쪽 그림과 같이 직각삼각형 ABC 가 있고 선분 AB 의 길이는 4이며 선분 BC 의 길이는 3이다. 직각삼각형 ABC 가 형태를 변형하지 않으며 움직이는데, 점 A 는 벽을 따라 바닥에 닿을 때까지 아래로, 점 B 는 바닥을 따라 오른쪽으로 움직인다. 벽과 바닥이 만나는 점을 O 라고 하자. (아래 문항에서 빛은 직각삼각형 ABC 를 뚫고 지나가지 않는다.)



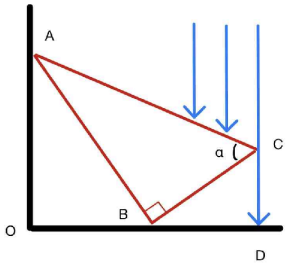
[그림 2] 처음 상태 — 벽과 바닥이 만나는 점이 O 이다

(1) 각 OAB 를 θ 라고 하고 각 BCA 를 α 라고 하자. 오른쪽에서 수평으로 빛을 벽을 향해 비출 때 벽에 생기는 그림자의 길이를 θ 에 대한 함수로 나타내시오. [1점]



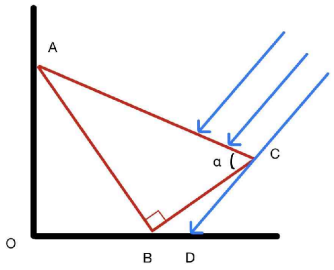
[그림 3] 소문항 (1) — 오른쪽에서 수평으로 비추는 빛

(2) 점 O 와 점 B 사이의 거리를 x 라고 하자. 이번에는 위에서 수직으로 빛을 바닥을 향해 비춘다. 오른쪽 그림과 같이 바닥에 생긴 그림자에서 점 C 에 대응되는 점을 D 라고 하자. 사다리꼴 $AODC$ 의 넓이가 최대가 될 때, x 값을 구하시오. [2점]



[그림 4] 소문항 (2) — 위에서 수직으로 비추는 빛

(3) 이번에는 바닥과 $45°$ 각도로 빛을 비춘다. 왼쪽 그림과 같이 바닥에 생긴 그림자에서 점 C 에 대응하는 점 D 가 점 B 의 오른쪽에 있을 때까지만 삼각형 ABC 를 움직인다. 사각형 $AODC$ 의 넓이가 최대가 될 때, 삼각형 AOB 의 넓이를 구하시오. **[2점]**



[그림 5] 소문항 (3) — 바닥과 $45°$ 를 이루는 빛

KAIST

2022학년도 · 문제편

문제 1 두 동심원과 세 현의 길이의 제곱합
문제 2 원과 다각형에 줄을 감을 때 끝점의 궤적

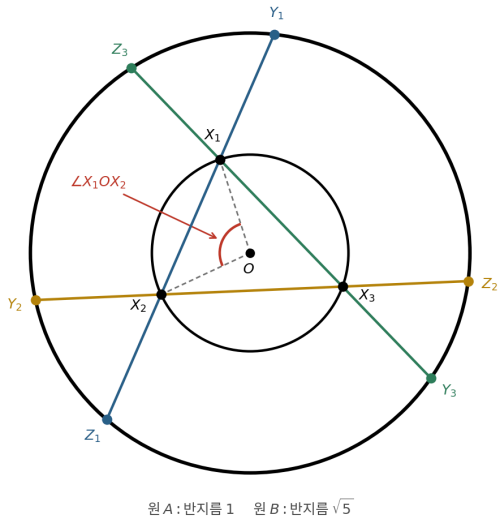
단원 함수·극한·미적분 · 기하·벡터 · 삼각함수
핵심 개념 원의 현과 피타고라스 정리, 코사인법칙, 평면벡터의 내적, 삼각함수의 덧셈정리, 곡선의 길이(신개선), 정적분과 구분구적법
문항 수 2문항 (소문항 4개) · 10점

Ⅰ. 문제

문제 1 두 동심원과 세 현의 길이의 제곱합

소문항 2개 · 5점

그림과 같이 점 O가 중심인 반지름이 1인 원 A와 반지름이 $\sqrt{5}$인 원 B가 있다. 원 A 위에서 세 점 X_1, X_2, X_3을 임의로 선택하여 중심 O가 X_1, X_2, X_3을 꼭짓점으로 가지는 삼각형의 내부 또는 변에 있도록 한다. 이 세 점 중 두 점을 지나는 세 직선을 그어, 그 선들과 원 B의 교점을 위에서와 같이 $Y_1, Y_2, Y_3, Z_1, Z_2, Z_3$이라 한다.



[그림 1] 세 직선 X_1X_2, X_2X_3, X_3X_1 이 원 B 에서 잘라내는 세 현 Y_1Z_1, Y_2Z_2, Y_3Z_3

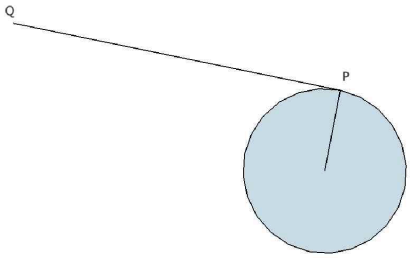
(1) 각 $\angle X_1OX_2$과 선분 Y_1Z_1의 길이 사이의 관계를 구하시오. **[1점]**

(2) 세 선분 Y_1Z_1, Y_2Z_2, Y_3Z_3의 길이의 제곱의 합의 최댓값을 구하시오. **[4점]**

문제 2 원과 다각형에 줄을 감을 때 끝점의 궤적

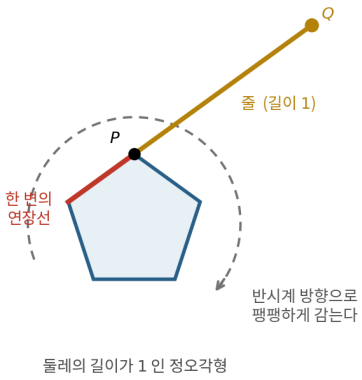
소문항 2개 · 5점

(1) 반지름이 a미터인 원의 한 점 P에 길이 1미터인 줄을 매달고, 줄을 팽팽하게 유지하면서 줄의 다른 끝점 Q를 반시계 방향으로 감아 나가려고 한다. 이때 점 Q의 궤적의 총 길이를 구하시오. (아래 그림과 같이 줄이 원에 접하고 있는 상태에서 시작한다고 하자.) **[2점]**



[그림 2] 줄이 원에 접한 상태에서 시작하여 반시계 방향으로 감아 나간다

(2) 아래 그림과 같이 둘레의 길이가 1미터인 오각형의 한 꼭짓점 P에 길이 1미터인 줄이 한 변의 연장선에 매어져 있다. 이 오각형을 자연수 n에 대하여 닮음비 $1/n$로 축소시킨 뒤 (1)번과 같은 작업을 한다고 하자. 줄 끝점(점 Q)의 궤적의 길이를 $R(n)$이라고 할 때, 극한값 $\lim_{n\to\infty} R(n)/n$ 을 구하시오. **[3점]**



[그림 3] 둘레의 길이가 1미터인 오각형의 꼭짓점 P에 한 변의 연장선 방향으로 매인 길이 1미터의 줄

KAIST

2021학년도 · 문제편

문제 1	평행광선이 만드는 눈사람의 그림자
문제 2	원점을 지나는 직선까지의 거리 제곱합의 최소
문제 3	단위원의 접선·할선이 만드는 두 삼각형과 극한
문제 4	주사위 두 개의 최댓값·최솟값과 기댓값

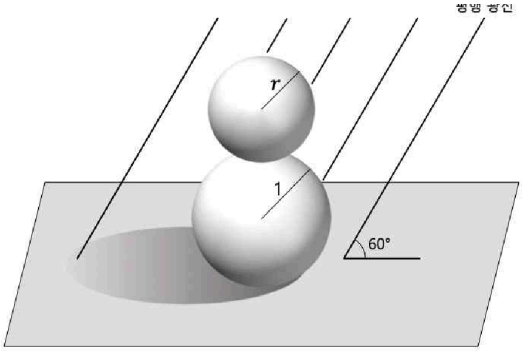
단원	함수·극한·미적분 · 기하·벡터 · 삼각함수 · 확률과 통계
핵심 개념	평행광선에 의한 그림자와 정사영, 두 원의 공통내접·외접 조건, 점과 직선 사이의 거리, 유리함수의 최대·최소, 삼각함수의 극한, 이차방정식의 판별식, 이산확률변수의 기댓값과 이항정리
문항 수	4문항 (소문항 9개) · 20점

Ⅰ. 문제

문제 1 평행광선이 만드는 눈사람의 그림자

소문항 2개 · 5점

반지름이 1인 구가 평평한 바닥에 놓여 있고, 이 구의 가장 높은 점에 접하도록 반지름이 r인 구가 그 위에 올려져 있는 눈사람이 있다. 지면과 $60°$의 각도를 이루고 평행 광선이 비추어 바닥에 눈사람의 그림자가 생기고 있다.



[그림 1] 지면과 $60°$를 이루는 평행 광선과 눈사람의 그림자

(1) 위쪽 구의 그림자가 아래쪽 구의 그림자에 완전히 포함되도록 하는 r값의 최댓값을 구하시오. [2점]

(2) r이 1일 때, 눈사람의 그림자의 넓이를 구하시오. [3점]

문제 2 원점을 지나는 직선까지의 거리 제곱합의 최소

소문항 3개 · 5점

2차원 평면 상의 점 n개가 $(x_1, y_1), ..., (x_n, y_n)$로 주어졌다. 실수 r을 기울기로 하는 직선 $L(r) = \{(x, y) : y = rx\}$을 고려하자.

(1) 점 (x_i, y_i)와 가장 가까운 직선 $L(r)$ 상의 점을 구하시오. [1점]

(추가설명: 직선 $L(r)$ 상의 점 중 점 (x_i, y_i)과 가장 가까운 점을 구하시오.)

(2) 점 (x_i, y_i)와 직선 $L(r)$ 간의 거리 $d_i(r)$을 구하시오. [1점]

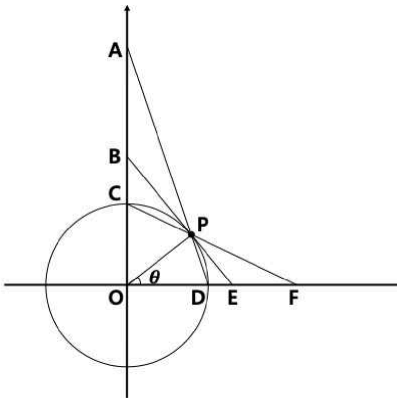
(3) $\sum_{i=1}^{n} x_i^2 = \sum_{i=1}^{n} y_i^2$ 이고 $\sum_{i=1}^{n} x_i y_i \neq 0$일 때, $\sum_{i=1}^{n} d_i(r)^2$ 를 최소로 하는 기울기 r을 구하시오. [3점]

문제 3 단위원의 접선·할선이 만드는 두 삼각형과 극한

소문항 2개 · 5점

다음 그림과 같이 원점 O를 중심으로 하고 반지름이 1인 원이 있다.

x축과 각도 θ를 이루는 직선이 원과 1사분면에서 만나는 점을 P라고 하자. 선분 BE는 이 원과 P에서의 접선이고, $C=(0,1)$, $D=(1,0)$일 때, 선분 CP를 연장하여 x축과 만나는 점이 F, 선분 DP를 연장하여 y축과 만나는 점이 A이다. 삼각형 ABP의 넓이를 S, 삼각형 EFP의 넓이를 T라 하자.



[그림 2] 단위원 위의 점 P와 접선 BE, 할선 $CF\cdot DA$

(1) 점 A의 y좌표와 F의 x좌표를 각각 구하시오. [2점]

(2) 극한값 $\lim_{\theta\to+0}(S\times T)/\theta$ 를 구하시오. [3점]

문제 4 주사위 두 개의 최댓값·최솟값과 기댓값

소문항 2개 · 5점

1부터 6까지의 정수가 각각 $1/6$의 확률로 나오는 주사위를 두 번 던져서 나온 두 수 중 다른 수보다 크거나 같은 수를 a라 하고 작거나 같은 수를 b라 하자.

(1) 이차방정식 $x^2+ax+b=0$가 실근을 가지지 않을 확률은? [2점]

(2) ${}_aC_b$의 기댓값을 구하여라. [3점]

KAIST

2020학년도 · 문제편

문제 1 삼각함수 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이와 극한
문제 2 구에 접하는 평면의 존재와 접점 벡터의 내적

단원 함수·극한·미적분 · 기하·벡터 · 삼각함수
핵심 개념 삼각방정식과 삼각함수의 그래프, 치환적분법, 직선·구의 방정식과 벡터의 내적, 조건부확률, 부분적분법과 확률밀도함수, 적분과 미분의 관계, 이차함수의 최솟값, 미분불가능한 함수의 최솟값
문항 수 전형별 2문항, 총 4문항

Ⅰ. 문제

일반전형

문제 1 삼각함수 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이와 극한

미적분 Ⅰ · Ⅱ · 10분 · 5점

자연수 n 에 대해 두 함수 $f(x)=\sin^3(nx)$ 와 $g(x)=\cos^3(nx)$ 를 생각하자. (총 5점)

(1) 구간 $[0,2\pi]$ 에서 두 평면 곡선 $y=f(x)$ 와 $y=g(x)$ 가 만나는 교점의 x 좌표의 최솟값 a 와 최댓값 b 를 구하시오. [1점]

(2) 구간 $[a,b]$ 에서 두 평면 곡선 $y=f(x)$ 와 $y=g(x)$ 로 둘러싸인 도형의 넓이를 S_n 이라 할 때 극한값 $\lim_{n\to\infty} S_n$ 을 구하시오. [4점]

문제 2 구에 접하는 평면의 존재와 접점 벡터의 내적

기하와 벡터 · 확률과 통계 · 10분 · 5점

3차원 공간상에 원점 $O(0,0,0)$ 가 중심이고 반지름이 R 인 구 S 와, 두 점 $P(1,0,-1)$, $Q(0,1,1)$ 를 지나는 직선 l 을 생각하자. 구 S 의 반지름 R 을 구간 $0\le R\le 1$ 에서 균일하게 분포되어 있는 확률변수로 생각하자. (즉, R 의 확률밀도함수는 0과 1 사이에서 1로 주어진다.) (총 5점)

(1) 직선 l 을 포함하고 구 S 에 접하는 평면이 2개 존재할 확률을 구하시오. [2점]

(2) 직선 l 을 포함하고 구 S 에 접하는 두 접평면에서의 접점을 각각 A 와 B 라고 하자. 이렇게 2개의 접평면이 존재할 때, $\overrightarrow{OA}$ 와 $\overrightarrow{OB}$ 의 내적이 0보다 클 확률을 구하시오. [3점]

학교장추천전형 · 고른기회전형

문제 1 확률밀도함수와 구간확률을 최대로 만드는 위치

미적분 Ⅰ · Ⅱ · 확률과 통계 · 10분 · 5점

자연수 n 에 대해 0보다 크거나 같은 값을 갖는 확률변수 X_n 의 확률밀도함수가

$$f_n(x)=c_n x^n e^{-x},\quad x\ge 0$$

으로 주어졌다. (e 는 자연로그의 밑, c_n 은 n 에 따라 달라지는 양의 상수이다.) 단, 모든 n 에 대해서 $\lim_{x\to\infty} x^n e^{-x}=0$ 임이 알려져 있다. (총 5점)

(1) $n=2$ 인 경우인 $f_2(x)$ 가 확률밀도함수가 되는 상수 c_2 의 값을 구하시오. [2점]

(2) 자연수 n 과 고정된 양의 상수 $r>0$ 에 대해서 확률 $P(a\le X_n\le a+r)$ 가 최대가 되는 양수 a 를 r 과 n 을 사용하여 표현하고 최대인 근거를 설명하시오. [3점]

문제 2 가중제곱합과 절댓값 합을 최소로 만드는 상수

수학 Ⅰ · 미적분 Ⅰ · 10분 · 4점

n 개의 실수 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 이 주어졌다. (총 4점)

(1) n 개의 양의 실수 $w_1, \dots, w_n$ 에 대해서 $\sum_{i=1}^{n} w_i \times (x_i-a)^2$ 이 최소가 되는 상수 a 의 값을 구하시오. [2점]

(2) $x_1\le x_2\le\cdots\le x_{n-1}\le x_n$ 라 할 때, $\sum_{i=1}^{n}|x_i-b|$ 가 최소가 되는 상수 b 의 값을 정하시오. [2점]

KAIST

2019학년도 · 문제편

문제 1 트랙 위를 구르는 원 위 한 점의 궤적
문제 2 이차함수의 판별식과 조건부확률

단원 함수·극한·미적분 · 기하·벡터 · 확률과 통계 · 방정식·부등식
핵심 개념 수열의 극한과 정적분, 판별식과 조건부확률, 삼각함수의 극한과 공간좌표, 대칭이동과 삼각함수의 미분
문항 수 전형별 2문항, 총 4문항

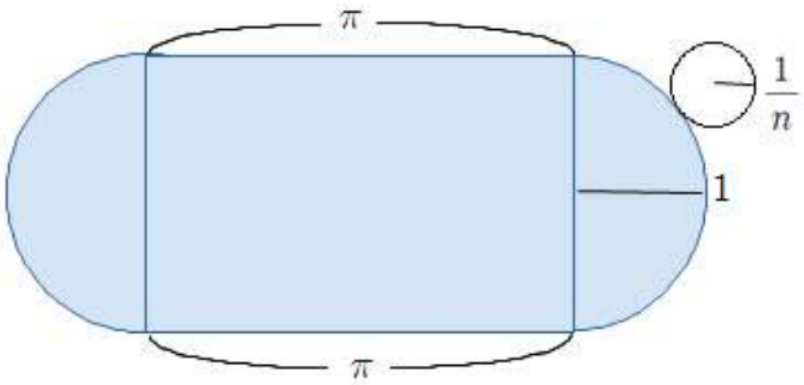
Ⅰ. 문제

일반전형

문제 1 트랙 위를 구르는 원 위 한 점의 궤적

미적분 Ⅰ · Ⅱ, 기하와 벡터 · 10분 · 4점

반지름이 1인 반원 2개와, 가로와 세로의 길이가 각각 π, 2인 직사각형으로 이루어진 트랙(아래 그림)에 반지름이 $1/n$ 인 작은 원이 외접하여 돌고 있다.



반원 2개와 직사각형으로 이루어진 트랙, 그리고 외접하여 도는 작은 원

작은 원이 트랙을 한 바퀴 돈다고 할 때, 작은 원 위에 고정된 한 점이 그리는 궤적을 생각해 보자. n 은 짝수라고 하자. (총 4점)

(1) 이 궤적으로 둘러싸인 면적의 n 이 무한대로 갈 때의 극한값을 구하고, 그에 대한 논리적 근거를 설명하시오. [1점]

(2) 이 궤적의 곡선의 길이를 구하고, n 이 무한대로 갈 때의 극한값을 구하시오. [3점]

문제 2 이차함수의 판별식과 조건부확률

확률과 통계 · 10분 · 6점

1부터 6까지 모든 정수가 같은 확률로 나오는 주사위를 두 번 던져서 첫 번째에 나온 수를 a, 두 번째 던졌을 때 나온 수를 b 라 하자. 이차함수 $f(x) = x^2 + ax + b$ 를 생각하자. (총 6점)

(1) 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) \geq 0$ 일 확률은 얼마인가? [2점]

(2) 동전을 던져서 앞면이 나오면 $f(x) = 2019$ 의 두 실수해 중 큰 것을 r 이라고 하고, 뒷면이 나오면 두 실수해 중 작은 것을 r 이라고 하자. r 의 기댓값을 구하시오. [2점]

(3) 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) \geq 0$ 이었다고 할 때, 점 $(t, f(t))$ 에서의 접선이 $(0, 0)$ 을 지나며 $t \geq 2$ 인 t 가 존재할 확률은 얼마인가? [2점]

학교장추천전형 · 고른기회전형

문제 1 정다각형 넓이의 극한과 정이십각형 각뿔의 부피

미적분 II , 기하와 벡터 · 10분 · 5점

아래 물음에 답하시오. (총 5점)

(1) 한 변의 길이가 a 이고 n 개 $(n \geq 3)$ 의 변을 가진 정다각형의 넓이를 $S_n(a)$ 라 표기하자. 주어진 양의 정수 m 에 대해 다음 극한값을 구하시오. [2점]

$$\lim_{n\to\infty} \frac{S_{mn}(a)}{S_n(a)}$$

(2) 한 변의 길이가 $2\sin(\pi/20)$ 인 정이십각형을 밑면으로 하고 밑면을 포함하는 평면 밖의 한 점 Q 를 꼭짓점으로 가지는 각뿔을 A 라고 하자. 이 정이십각형의 꼭짓점 중 하나를 P_1 이라 하고 정이십각형의 변을 따라 시계 반대 방향으로 이동할 때 만나는 꼭짓점을 각각 $P_2, \ldots, P_{20}$ 라 표기하자. $\overline{QP_1} = \sqrt{2}, \overline{QP_6} = \sqrt{3}, \overline{QP_{11}} = \sqrt{4}$ 일 때 A 의 부피를 구하시오. (단, 계산과정에서 나올 수 있는 삼각함수 값을 정확히 구할 필요는 없음.) [3점]

문제 2 거울 직사각형 안에서의 빛의 반사

수학 I , 미적분 I · II · 10분 · 5점

$\overline{AB} = \sqrt{3}, \overline{BC} = 4$ 인 직사각형 ABCD의 세 변 $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CD}$ 의 안쪽이 거울로 되어 있어서 빛이 반사된다고 한다. 변 DA의 중점을 M이라 하자. 점 A에서 변 $\overline{AB}$ 와 이루는 각이 θ 가 되도록 빛을 직사각형 내부로 쏘았을 때 빛이 처음으로 변 $\overline{DA}$ 와 다시 만나게 되는 점을 P라 하자. (단, $0 \leq \theta \leq \pi/2$)

처음에는 θ 가 0이며 1초당 $\sqrt{3}/2$ 의 속도로 일정하게 θ 값을 증가시킨다고 하자. (총 5점)

(1) P가 처음으로 M과 같아질 때 θ 는 얼마인가? [1점]

(2) θ 가 $\pi/3$ 인 순간 빛이 A에서 P까지 이동한 총 거리와 선분 $\overline{AP}$ 의 길이를 구하시오. [2점]

(3) P가 n 번째로 M과 같아질 때 P가 움직이는 속력을 a_n 이라고 하자. (단, $a_n > 0$) a_n 을 구하시오. [2점]

WRITEGROW.NET

써봄 AI 논술 자동 첨삭

쓴 글을 올리면, 바로 채점과 피드백이 돌아옵니다.

무료

3회 무료 분석

회원가입만 하면 3회까지 무료로 분석해 드립니다.

결제 정보 없이 바로 시작할 수 있습니다. 첨삭 결과는 PDF 리포트로 내려받을 수 있습니다.

네 가지 영역을 점수로 보여 줍니다

· 논리 구조
· 주장 명확성
· 근거 타당성
· 언어 표현

받아 보는 것

영역별 점수와 함께 **강점**, **개선점**, **구체적 제안사항**이 담긴 상세 피드백이 나옵니다.

이런 분께

혼자 쓴 답안을 바로 점검하고 싶은 **수험생**, 여러 학생 글을 한 번에 채점해야 하는 **논술 교사·강사·학원**.

writegrow.net

QR 을 찍으면 바로 열립니다

이용 방법

1

회원가입

이메일로 가입하면 곧바로 무료 분석 3회가 주어집니다.

2

답안 올리기

PDF · DOCX · TXT 파일을 올립니다. 한 번에 최대 10편까지 일괄 처리됩니다.

3

첨삭 받기

영역별 점수와 상세 피드백을 확인하고 PDF 리포트로 내려받습니다.