

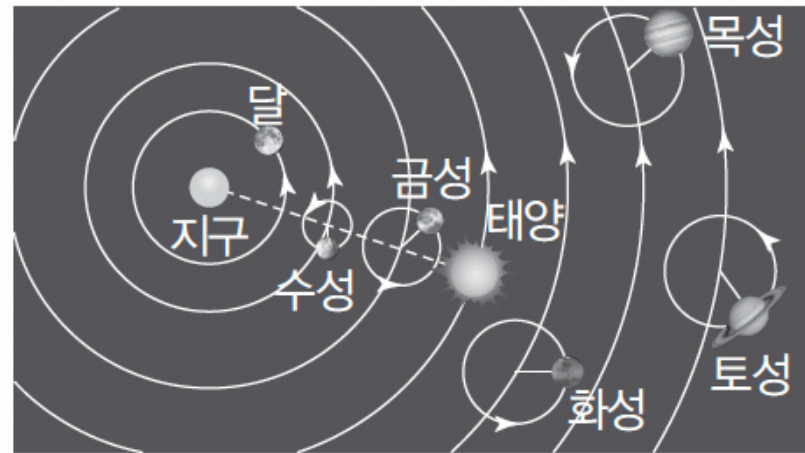
케플러 뱀치과 중력



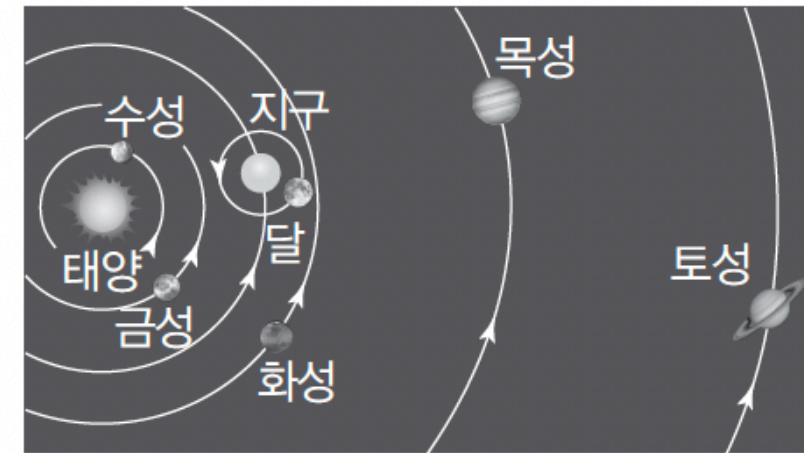


## (1) 천동설과 지동설

- ① 천동설(지구 중심설): 지구가 우주의 중심에 있고, 모든 천체들이 지구 주위를 회전한다는 우주론이다.
- ② 지동설(태양 중심설): 지구를 비롯한 행성들이 태양 주위를 회전한다는 우주론이다. 16세기 중엽 천체의 운동을 쉽게 설명하기 위해 코페르니쿠스가 제안하였다.
- ③ 브라헤의 관측: 브라헤는 수십 년 동안 행성의 운동을 정밀하게 측정하였다.



천동설: 지구가 우주의 중심이고 행성이나 태양, 별들이 지구 둘레를 완벽한 원 모양으로 돌고 있다는 설



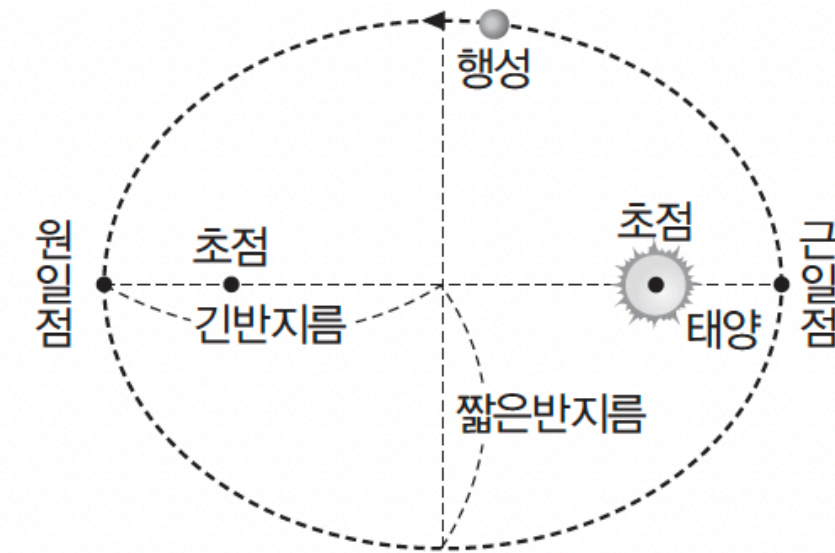
지동설: 지구를 포함한 행성들이 태양 주위를 돌고 있다는 설



**(2) 케플러 법칙:** 케플러는 브라헤로부터 물려받은 방대한 자료를 분석하여, 행성 운동에 관한 세 가지 법칙을 발견하였다.

① 타원 궤도 법칙(케플러 제1법칙): 태양계 내의 모든 행성들은 태양을 한 초점으로 하는 타원 궤도를 따라 공전한다.

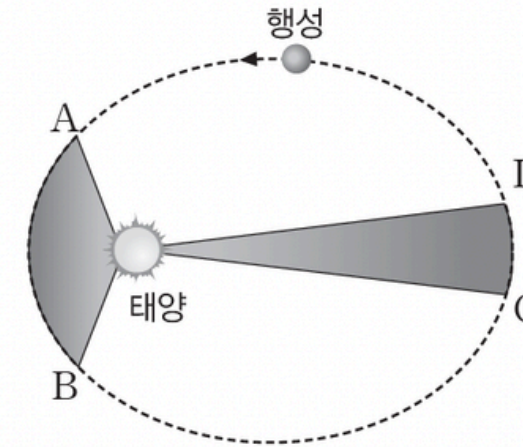
- 타원과 초점: 평면 위에서 고정된 두 점으로부터 거리의 합이 일정한 점들의 집합을 타원이라 하고, 고정된 두 점을 초점이라고 한다.
- 긴반지름: 두 초점을 연결한 직선이 타원과 만나는 두 점 사이의 거리가 긴지름이고, 긴지름의 절반이 긴반지름이다.
- 짧은반지름: 두 초점을 연결한 선분의 수직이등분선이 타원과 만나는 두 점 사이의 거리가 짧은지름이고, 짧은지름의 절반이 짧은반지름이다.
- 원일점과 근일점: 태양 주위를 도는 천체의 위치 중 태양과 가장 먼 지점이 원일점이고, 가장 가까운 지점이 근일점이다.





② 면적 속도 일정 법칙(케플러 제2법칙): 태양과 행성을 연결하는 선분이 같은 시간 동안 쓸고 지나가는 면적은 일정하다.

- 그림에서 두 부채꼴의 면적이 같으면 AB의 길이가 CD의 길이보다 길다. 따라서 근일점 근처에서가 원일점 근처에서보다 속력이 빠르다.
- 행성이 태양으로부터 가까울 때는 속력이 크고, 멀 때는 속력이 작다. 따라서 행성의 속력은 근일점에서 최대이고, 원일점에서 최소이다.
- 행성이 태양에 가까워지는 동안에는 속력이 증가하고, 멀어지는 동안에는 속력이 감소한다. 따라서 원일점에서 근일점으로 이동하는 동안에는 속력이 증가하고, 근일점에서 원일점으로 이동하는 동안에는 속력이 감소한다.



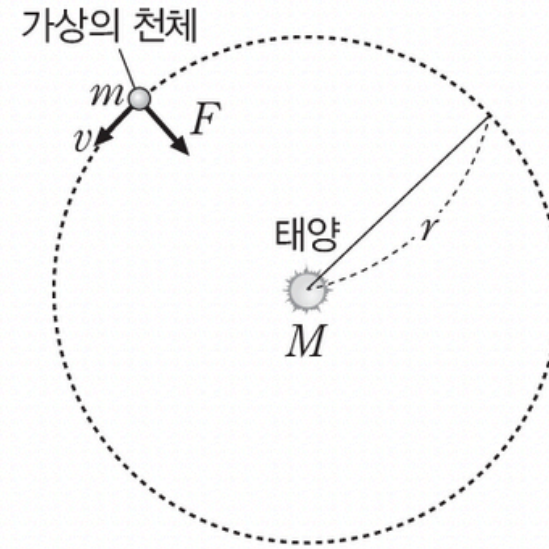
③ 조화 법칙(케플러 제3법칙): 행성의 공전 주기의 제곱은 긴반지름의 세제곱에 비례한다. 따라서 행성의 공전 주기를  $T$ , 긴반지름을  $a$ 라고 하면 다음 관계가 성립한다.

$$T^2 \propto a^3 \Rightarrow T^2 = ka^3 \quad (k: \text{비례 상수})$$

- 공전 궤도의 긴반지름이 길수록 공전 주기가 길다.
- 긴반지름의 길이가 2배, 3배, 4배, ... 증가하면, 공전 주기는  $2\sqrt{2}$ 배,  $3\sqrt{3}$ 배,  $4\sqrt{4}=8$ 배, ... 증가한다.



뉴턴은 태양계의 행성뿐만 아니라 태양 주위를 도는 모든 천체들이 케플러 제3법칙을 따른다고 생각하였다. 따라서 반지름  $r$ , 속력  $v$ , 주기  $T$ 로 등속 원운동을 하는 질량  $m$ 인 가상의 천체도 케플러 제3법칙을 따른다.



등속 원운동을 하므로 이 천체에 작용하는 알짜힘의 크기는  $F = \frac{mv^2}{r}$ 이고, 이 힘에 의해 천체가 등속 원운동을 한다.

$T = \frac{2\pi r}{v}$ 에서  $v^2 = \frac{4\pi^2 r^2}{T^2}$ 이므로  $F = \frac{4\pi^2 mr}{T^2}$ 이고, 케플러 제3법칙에 따라  $T^2 = kr^3$ 이므로  $F$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$F = \frac{4\pi^2 m}{kr^2}$$

힘이 천체의 질량  $m$ 에 비례하므로, 작용 반작용 법칙에 따라 힘은 태양의 질량  $M$ 에도 비례한다. 따라서  $F \propto \frac{Mm}{r^2}$ 과 같이 나타낼 수 있으며, 비례 상수를  $G$ 라고 하면 다음과 같다.

$$F = G \frac{Mm}{r^2}$$

뉴턴은 이러한 힘은 태양과 천체뿐만 아니라, 질량이 있는 모든 물체 사이에 작용한다고 생각하였다. 따라서 질량이 각각  $m_1, m_2$ 이고, 떨어진 거리가  $r$ 인 두 물체 사이에 작용하는 중력의 크기는 다음과 같다.

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$



**(3) 중력 가속도:** 천체 표면 근처에서 낙하하는 물체에 작용하는 힘이 천체의 중력뿐일 때의 가속도이다. 일반적으로  $g$ 로 표시하며, 질량이  $m$ 인 물체에 작용하는 중력의 크기는  $mg$ 이다.

① 지구의 질량이  $M$ , 반지름이  $R$ 이면, 지표면에서 질량이  $m$ 인 물체에 작용하는 중력의 크기는  $F = G \frac{Mm}{R^2}$ 이다.

② 지표면에서 중력의 크기는  $mg$ 이므로,  $\frac{GMm}{R^2} = mg$ 에서 중력 가속도는 다음과 같다.

$$g = \frac{GM}{R^2}$$

- 밀도가  $\rho$ 이면  $M = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho$ 이므로,  $g = \frac{4}{3}\pi \rho GR$ 이다.
- 밀도가 같으면 반지름이 클수록 중력 가속도가 크다.
- 달에서의 중력 가속도는 지구에서의 약  $\frac{1}{6}$ 배이다.

