

하이탑 물리학

역학과 에너지 · 소단원 문제집

I. 시공간과 운동

03

원운동

수록 구성

- 개념 기본 문제
- 개념 적용 문제
- 1등급 도전 문제
- 정답과 해설

03 원운동

핵심 내용 

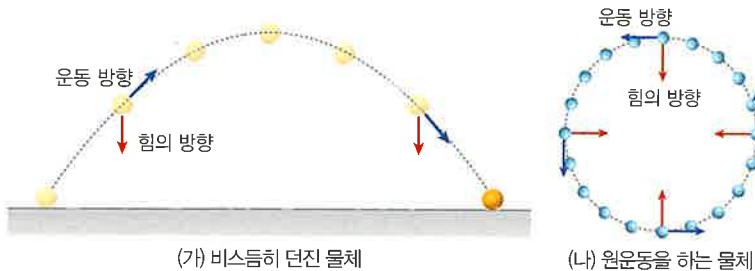
물체에 작용하는 힘의 방향에 따라 물체의 운동 방향이 다양하게 변한다.
등속 원운동을 하는 물체에는 운동 방향과 수직인 방향의 힘이 작용한다.

1 원운동

우리 주변에는 자동차 바퀴, 선풍기, 회전목마, 원형 도로를 달리는 자동차와 같이 원을 따라 운동하는 물체들을 많이 볼 수 있다. 원운동을 하는 물체의 속도, 가속도는 어떻게 변하고 힘이 어떻게 작용하는지 분석해 본다.

1. 힘의 방향과 운동 방향

물체에 운동 방향과 나란한 방향으로 힘이 작용하면 속력만 변하고, 운동 방향과 힘의 방향이 나란하지 않을 때는 물체의 속력과 운동 방향이 계속 변한다. 이는 물체의 운동 방향과 나란한 방향의 힘의 성분은 물체의 속력을 변화시키고, 운동 방향과 수직인 방향의 힘의 성분은 운동 방향을 변화시키기 때문이다. 만약 운동 방향과 수직인 방향으로 계속하여 같은 크기의 힘이 작용하면 물체의 속력은 변하지 않고 운동 방향만 계속 변하며 물체는 원운동을 하게 된다.

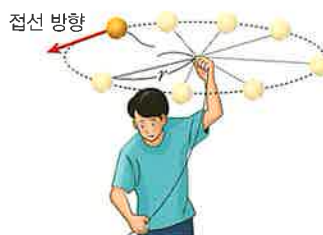


▲ 물체의 운동 방향과 힘의 방향

2. 등속 원운동

반지름이 r 로 일정한 원 궤도를 따라 일정한 속력 v 로 회전하는 운동을 등속 원운동이라고 한다.

- (1) 등속 원운동을 하는 물체의 운동 방향: 손으로 실을 잡아 돌릴 때, 실에 매달린 물체가 등속 원운동을 하다 실이 끊어지면 물체는 접선 방향으로 날아간다. 즉, 등속 원운동을 하는 물체의 운동 방향은 원에 접하는 접선 방향이다.



▲ 등속 원운동을 하는 물체의 운동 방향

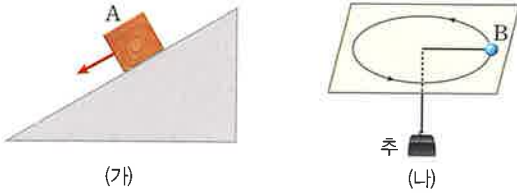
대관람차의 운동



놀이공원에 있는 대관람차는 반지름이 일정한 원 궤도를 따라 일정한 속력으로 회전하는 등속 원운동을 한다.

개념 기본 문제

- 01** 그림 (가)는 마찰이 없는 빗면에서 물체 A가 미끄러져 내려오는 것을 나타낸 것이고, 그림 (나)는 마찰이 없는 수평면에서 추를 매단 실에 연결된 물체 B가 등속 원운동을 하는 것을 나타낸 것이다.



이에 대한 설명으로 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?

보기

- ㄱ. A와 B의 속력은 모두 증가한다.
- ㄴ. A와 B의 가속도는 모두 일정하다.
- ㄷ. B에 작용하는 알짜힘의 방향과 운동 방향은 수직이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

- 02** 그림은 수평면에서 등속 원운동을 하는 물체를 $\frac{1}{10}$ 초 간격으로 찍은 사진을 나타낸 것이다. 이때 물체의 원 궤도의 반지름은 40 cm이다.



- (1) 주기는 몇 초인지 구하시오.
- (2) 진동수는 몇 Hz인지 구하시오.
- (3) 각속도의 크기는 몇 rad/s인지 구하시오.
- (4) 속력은 몇 m/s인지 구하시오.

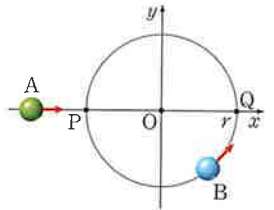
- 03** 다음은 등속 원운동을 하는 물체 A, B, C의 질량, 반지름, 속력에 따른 구심력을 나타낸 것이다.

구분	질량	반지름	속력	구심력
A	m	r	v	F
B	m	㉠	$2v$	F
C	$2m$	$2r$	㉡	$2F$

㉠, ㉡에 들어갈 값을 구하시오.

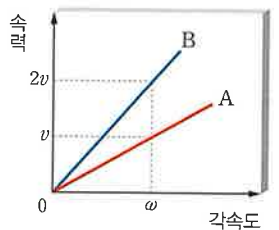
- 04** 그림과 같이 xy 평면에서

물체 A는 $+x$ 방향으로 등속도 운동을 하고, 물체 B는 O를 중심으로 반지름이 r 인 등속 원운동을 한다. A와 B의 속력은 같고, A가 x 축에 있는 P에서 Q까지 운동한 시간은 2초이다. (단, 물체의 크기는 무시한다.)



- (1) B의 주기를 구하시오.
- (2) B의 각속도를 구하시오.

- 05** 그림은 두 물체 A와 B가 일정한 반지름으로 등속 원운동을 할 때 A와 B의 속력과 각속도의 관계를 나타낸 그래프이다. A와 B의 질량은 같다.



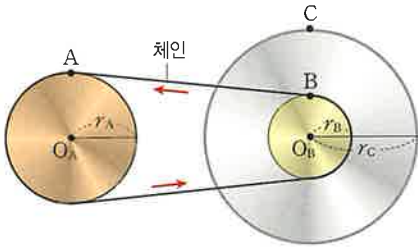
이에 대한 설명으로 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?

보기

- ㄱ. 회전 반지름은 A가 B의 2배이다.
- ㄴ. 속력이 같을 때 주기는 A가 B의 $\frac{1}{2}$ 배이다.
- ㄷ. 각속도가 같을 때 구심력의 크기는 A가 B의 2배이다.

- ① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

- 06** 그림은 3개의 원형 바퀴로 이루어진 동력 전달 장치를 나타낸 것이다. A, B, C는 각 바퀴의 가장자리에 있는 점으로, A가 있는 바퀴는 B가 있는 바퀴와 체인으로 연결되어 있고, B가 있는 바퀴와 C가 있는 바퀴는 회전축이 같고 함께 회전하는 축바퀴이다. A는 O_A 를 중심으로, B와 C는 O_B 를 중심으로 등속 원운동을 한다. A, B, C의 회전 반지름은 각각 r_A, r_B, r_C 이다.



이에 대한 설명으로 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?

보기

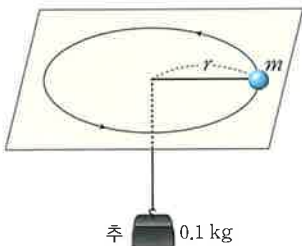
ㄱ. A와 B의 속력은 같다.

ㄴ. 각속도는 A가 B의 $\frac{r_B}{r_A}$ 배이다.

ㄷ. 구심 가속도의 크기는 C가 B의 $\frac{r_C}{r_B}$ 배이다.

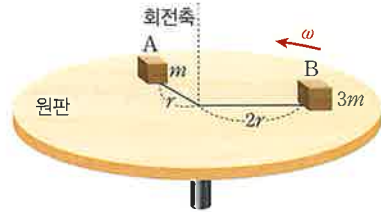
- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

- 07** 그림과 같이 수평면상에서 반지름 r 인 원 궤도를 등속 원운동하는 물체에 질량 0.1 kg 인 추가 고정된 상태로 실에 매달려 있다. 반지름 r 를 일정하게 하면서 물체의 속력을 2배로 증가시키려면 질량이 몇 kg 인 추를 매달아야 하는가? (단, 실의 질량, 모든 마찰과 공기 저항은 무시한다.)



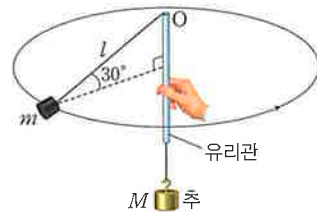
- ① 0.1 kg ② 0.2 kg ③ 0.3 kg
④ 0.4 kg ⑤ 0.5 kg

- 08** 그림은 수평 원판이 각속도 ω 로 회전하는 것을 나타낸 것으로, 원판 위에 놓인 물체 A와 B가 회전축을 중심으로 등속 원운동을 하고 있다. A, B의 질량은 각각 $m, 3m$ 이고, 회전 반지름은 각각 $r, 2r$ 이다.



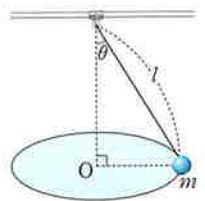
A와 B에 작용하는 마찰력의 크기가 f_A, f_B 일 때 $f_A : f_B$ 를 구하시오. (단, 물체의 크기와 공기 저항은 무시한다.)

- 09** 그림과 같이 질량이 m 인 물체가 실에 매달려 등속 원운동을 하고, 실의 다른 쪽 끝에는 질량이 M 인 추가 고정된 상태로 매달려 있다. 회전 중심 O에서 물체까지의 거리는 l , 물체가 매달린 실과 원운동을 하는 면 사이의 각도는 30° 이다.



물체의 각속도를 구하시오. (단, 중력 가속도는 g 이고, 실의 질량, 모든 마찰과 공기 저항은 무시한다.)

- 10** 그림과 같이 위쪽이 고정된 길이 l 인 실에 질량 m 인 물체가 매달려 수평면에서 등속 원운동한다. 이때 실은 연직선과 θ 의 각을 이룬다. (단, 중력 가속도는 g 이고, 실의 질량, 모든 마찰과 공기 저항은 무시한다.)

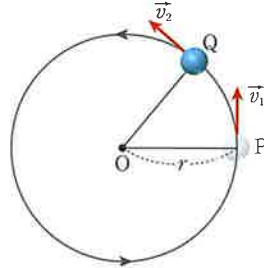


- (1) 실의 장력의 크기와 구심력의 크기를 구하시오.
- (2) 각속도의 크기를 구하시오.
- (3) 물체의 원운동 주기를 구하시오.

개념 적용 문제

▶ 등속 원운동

- 01** 그림은 점 O를 중심으로 등속 원운동을 하는 물체가 점 P와 점 Q를 지날 때 속도가 각각 $\vec{v}_1, \vec{v}_2$ 인 것을 나타낸 것이다. P에서 가속도는 $\vec{a}$ 이다.
이에 대한 설명으로 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?



▶ 등속 원운동을 할 때 속도와 가속도의 방향은 수직이다.

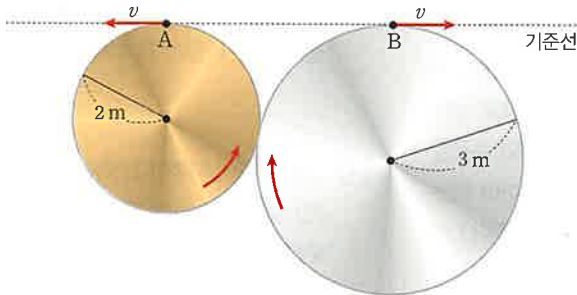
보기

- ㄱ. $|\vec{v}_1| = |\vec{v}_2|$ 이다.
- ㄴ. $\vec{v}_1$ 과 $\vec{a}$ 의 방향은 수직이다.
- ㄷ. 주기는 $\frac{2\pi r}{|\vec{v}_1|}$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

▶ 등속 원운동

- 02** 그림과 같이 반지름이 각각 2 m와 3 m인 두 원판이 맞닿아 등속 원운동을 하고 있다. 0초일 때 원판의 가장자리에 고정된 점 A, B가 동시에 기준선과 접하였고, A의 주기는 2초이다.



▶ 두 원판이 맞닿아 함께 회전하므로 같은 시간 동안 회전한 원둘레는 같다.

이에 대한 설명으로 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?

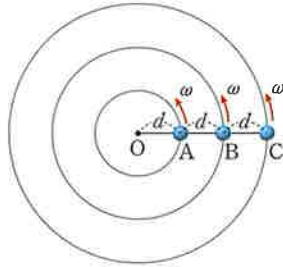
보기

- ㄱ. A, B의 속력은 2π m/s이다.
- ㄴ. A의 가속도의 크기는 B의 $\frac{2}{3}$ 배이다.
- ㄷ. A, B는 6초일 때 다시 기준선과 동시에 만난다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

▶ 등속 원운동

- 03** 그림과 같이 질량이 m 으로 같은 물체 A, B, C가 길이가 d 인 실 3개로 연결되어 수평면상에서 O를 중심으로 일정한 각속도 ω 로 등속 원운동을 하고 있다.
이에 대한 설명으로 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은? (단, 물체의 크기와 줄의 질량, 모든 마찰과 공기 저항은 무시한다.)



▶ 등속 원운동하는 A, B, C에 작용하는 알짜힘은 구심력이다. A, B, C가 반지름 d , $2d$, $3d$ 인 등속 원운동을 하므로 세 물체에 작용하는 알짜힘의 크기는 각각 $md\omega^2$, $2md\omega^2$, $3md\omega^2$ 이다.

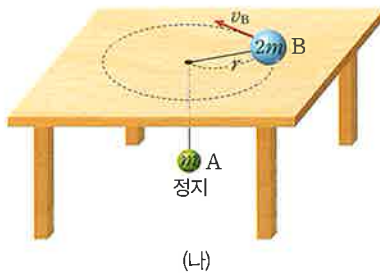
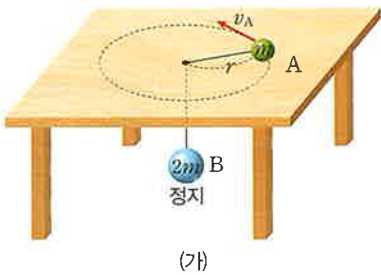
보기

- ㄱ. C의 속력은 A의 3배이다.
- ㄴ. B의 가속도의 크기는 A의 2배이다.
- ㄷ. O와 A 사이에 연결된 줄의 장력은 $6md\omega^2$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

▶ 등속 원운동

- 04** 그림 (가)와 (나)는 질량이 각각 m , $2m$ 인 물체 A, B를 마찰이 없고 수평인 실험대의 구멍을 지나는 실로 연결하여 한 물체는 실에 매달려 정지해 있고 한 물체는 실험대 위에서 등속 원운동을 하는 것을 나타낸 것이다. (가)에서는 A가 구멍을 중심으로 속력 v_A , 반지름 r 인 등속 원운동을 하고, B는 정지한 채 매달려 있으며, (나)에서는 B가 속력 v_B , 반지름 r 인 등속 원운동을 하고, A는 정지한 채 실에 매달려 있다.



▶ 실이 등속 원운동하는 물체를 당기는 장력은 구심력이고, 실의 장력의 크기는 매달린 물체의 무게와 같다.

이에 대한 설명으로 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은? (단, 중력 가속도는 g 이고, A와 B의 크기, 실의 질량, 모든 마찰과 공기 저항은 무시한다.)

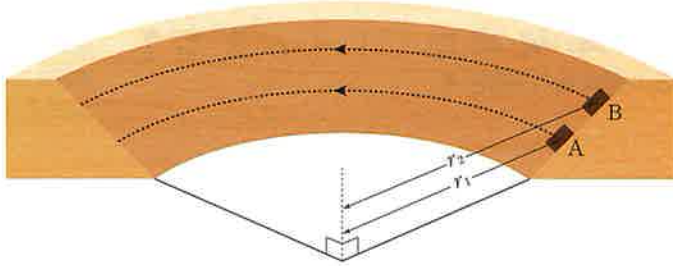
보기

- ㄱ. (가)에서 A의 가속도의 크기는 $\frac{v_A^2}{r}$ 이다.
- ㄴ. (나)에서 B에 작용하는 구심력의 크기는 mg 이다.
- ㄷ. $v_A : v_B = \sqrt{2} : 1$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

▶ 여러 가지 원운동과 구심력

- 05** 그림은 경사각이 일정한 원형의 실험 장치에서 질량이 같은 두 물체 A, B가 반지름이 각각 r_1, r_2 인 원을 따라 등속 원운동을 하는 것을 나타낸 것이다.



▶ 물체에 작용하는 수직 항력의 연직 성분은 물체에 작용하는 중력과 평형을 이루고, 수직 항력의 수평 성분이 구심력이다.

이에 대한 설명으로 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은? (단, 중력 가속도는 g 이고, 물체의 크기, 모든 마찰과 공기 저항은 무시한다.)

보기

ㄱ. A와 B에 작용하는 수직 항력의 크기는 같다.

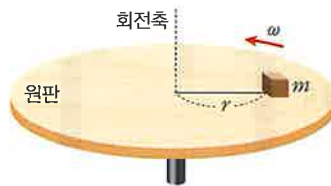
ㄴ. A, B의 구심 가속도의 크기는 같다.

ㄷ. A의 속력은 B의 속력의 $\frac{r_1}{r_2}$ 배이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

▶ 여러 가지 원운동과 구심력

- 06** 그림과 같이 마찰이 있고 회전축을 기준으로 회전하는 수평 원판 위에 질량이 m 인 물체가 놓여 등속 원운동을 하고 있다. 원판의 각속도를 서서히 증가시켜 각속도가 ω 보다 커지는 순간 물체가 미끄러졌다. 물체와 원판 사이의 정지 마찰 계수는 μ 이고, 물체의 회전 반지름은 r 이다.



▶ 등속 원운동하는 물체에 작용하는 구심력이 최대 정지 마찰력보다 커지는 순간 물체가 원운동을 하지 못하고 미끄러진다.

이에 대한 설명으로 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은? (단, 중력 가속도는 g 이고, 물체의 크기와 공기 저항은 무시한다.)

보기

ㄱ. 각속도가 증가하여 ω 가 될 때까지 물체에 작용하는 마찰력의 크기도 증가한다.

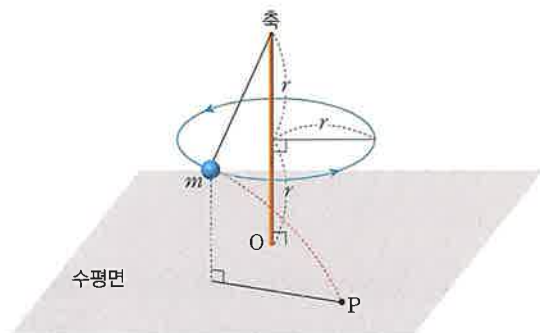
ㄴ. $\mu = \frac{r\omega^2}{g}$ 이다.

ㄷ. 회전 원판의 각속도가 $\frac{\omega}{2}$ 일 때 마찰력의 크기는 $\frac{mr\omega^2}{2}$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

➤ 여러 가지 원운동과 구심력

- 07 그림과 같이 수평면의 점 O에 연직으로 세워진 축에 연결된 실에 질량이 m 인 물체가 매달려 등속 원운동을 하고 있다. 축의 높이는 $2r$ 이고, 원 궤도의 높이와 원 궤도의 반지름은 모두 r 이다. 물체를 연결한 실이 끊어지자 물체는 포물선 운동을 하여 수평면의 점 P에 떨어졌다.



➤ 물체가 수평면에서 원운동을 하므로 실이 끊어진 순간 물체의 속도의 방향은 수평면과 나란하다.

이에 대한 설명으로 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은? (단, 중력 가속도는 g 이고, 물체의 크기와 공기 저항은 무시한다.)

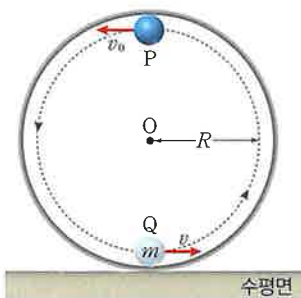
보기

- ㄱ. 원운동을 하는 동안 구심력의 크기는 mg 이다.
- ㄴ. 원운동을 하는 동안 물체의 각속도는 $\sqrt{\frac{g}{r}}$ 이다.
- ㄷ. 실이 끊어진 순간 물체의 위치에서 P까지의 수평 이동 거리는 $\sqrt{2}r$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

➤ 여러 가지 원운동과 구심력

- 08 그림은 연직면에서 질량 m 인 물체가 반지름 R 인 원 궤도를 따라 운동하는 것을 나타낸 것이다. 최고점 P에서 궤도가 물체에 작용하는 힘은 0, 물체의 속력은 v_0 이고, 최저점 Q에서 물체의 속력은 v 이다. 이에 대한 설명으로 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은? (단, 중력 가속도는 g 이고, 물체의 크기, 모든 마찰과 공기 저항은 무시한다.)



➤ P에서 궤도가 물체에 작용하는 힘(=수직 항력)이 0이므로 구심력은 물체에 작용하는 중력이다.

보기

- ㄱ. P에서 Q까지 이동하는 동안 알짜힘이 한 일은 $2mgR$ 이다.
- ㄴ. Q에서 운동 에너지는 $\frac{5}{2}mgR$ 이다.
- ㄷ. $v = \sqrt{5}v_0$ 이다.

- ① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

01 ⑤ 02 ④ 03 ④ 04 ④ 05 ③ 06 ①
07 ① 08 ②

01 ㄱ. A는 연직 방향으로 처음 속도가 0이고, 가속도가 g 인 등가속도 운동을 한다. 수평면에 도달할 때까지의 시간을 T 라고 하면 $h = \frac{1}{2}gT^2$ 에서 $T = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ 이다.

ㄴ. 수평 방향 이동 거리가 A가 B의 2배이므로 수평면에 도달할 때까지 걸린 시간도 A가 B의 2배이다. 따라서 수평면에 도달할 때까지 B가 걸린 시간은 $\frac{T}{2}$ 이므로 이 사이

에 낙하한 거리 $y = \frac{1}{2}g\left(\frac{T}{2}\right)^2 = \frac{1}{8}gT^2 = \frac{h}{4}$ 이다.

ㄷ. A와 B의 수평 방향 속력을 v 라고 하면 시간 T 동안 A가 $2h$ 이동하므로 $vT = 2h$, $v = \frac{2h}{T} = \sqrt{2gh}$ 이다.

수평면을 기준 위치로 할 때 R에서 두 물체의 위치 에너지는 0이므로 역학적 에너지는 운동 에너지와 같다. 역학적 에너지는 보존되므로 P와 R에서 A의 역학적 에너지는 같고, Q와 R에서 B의 역학적 에너지는 같다. 따라서 역학적 에너지가 A는

$$mgh + \frac{1}{2}mv^2 = mgh + mgh = 2mgh \text{ 이고 B는}$$

$$\frac{1}{4}mgh + \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{4}mgh + mgh = \frac{5}{4}mgh \text{ 이므로 A의}$$

운동 에너지는 B의 운동 에너지의 $\frac{8}{5}$ 배이다.

02 ㄱ. 처음 속도의 수평 방향 성분을 v_{0x} , 연직 방향 성분을 v_{0y} 라고 하면 $v_{0x} = 40 \text{ m/s} \times \cos 60^\circ = 20 \text{ m/s}$, $v_{0y} = 40 \text{ m/s} \times \sin 60^\circ = 20\sqrt{3} \text{ m/s}$ 이다. 최고점에서 속도의 연직 방향 성분이 0이므로 최고점 도달 시간을 T 라고 하면 $v_{0y} - gT = 0$ 에서 $T = \frac{20\sqrt{3} \text{ m/s}}{10 \text{ m/s}^2} = 2\sqrt{3} \text{ s}$ 이다.

ㄷ. 수평 방향으로서는 처음 속력 20 m/s 로 8초 동안 등속도 운동을 하므로 수평면에 도달할 때까지 수평 방향으로 이동한 거리는 $20 \text{ m/s} \times 8 \text{ s} = 160 \text{ m}$ 이다.

[바로알기] ㄴ. 연직 방향으로서는 처음 속력 $20\sqrt{3} \text{ m/s}$, 가속도 $-g$ 인 등가속도 운동을 하고, 8초일 때 연직 방향의 변위가 $-h$ 이므로 $20\sqrt{3} \text{ m/s} \times 8 \text{ s} - \frac{1}{2}g(8 \text{ s})^2 = -h$ 에서 $h = 160(2 - \sqrt{3}) \text{ m}$ 이다.

03 ㄴ. A와 B가 충돌하는 순간 운동 방향이 서로 수직이고, B의 운동 방향이 연직 아래 방향이므로 A의 운동 방향은 수평 방향이다. 따라서 충돌 순간 A는 최고점에 도달한다. 충돌 순간까지 A는 연직 방향으로 가속도가 -10 m/s^2 이고 처음 속력 $v_{0y} = 20 \text{ m/s} \times \sin 45^\circ = 10\sqrt{2} \text{ m/s}$ 인 등가속도 운동을 한다. 최고점 도달 시간을 T 라고 하면 최고점에서 연직 방향 속력이 0이므로 $10\sqrt{2} - 10T = 0$ 에서 $T = \sqrt{2}(\text{s})$ 이다. 충돌 순간 A의 속력은 연직 방향의 속력이 0이므로 처음 속력의 수평 성분과 같아

$$v_{0x} = 20 \text{ m/s} \times \cos 45^\circ = 10\sqrt{2} \text{ m/s} \text{ 이다. A가 충돌할 때까지 } \sqrt{2} \text{ 초 동안 수평 방향으로서는 } 10\sqrt{2} \text{ m/s의 속력으로 등속도 운동을 하므로 } x = 10\sqrt{2} \text{ m/s} \times \sqrt{2} \text{ s} = 20 \text{ m,}$$

$$y = 10\sqrt{2} \text{ m/s} \times \sqrt{2} \text{ s} - \frac{1}{2} \times 10 \text{ m/s}^2 \times (\sqrt{2} \text{ s})^2 = 10 \text{ m}$$

이다. 따라서 $\frac{y}{x} = \frac{10 \text{ m}}{20 \text{ m}} = \frac{1}{2}$ 이다.

ㄷ. B는 자유 낙하하므로 B가 낙하하기 시작하여 충돌할 때까지 낙하한 거리는 $\frac{1}{2}gT^2 = \frac{1}{2} \times 10 \times (\sqrt{2})^2 = 10(\text{m})$ 이다. 이때 $y = 10 \text{ m}$ 이므로 B가 낙하하기 시작하여 수평면에 도달할 때까지 이동한 거리는 $10 \text{ m} + y = 20 \text{ m}$ 이다. 따라서 수평면에 도달할 때까지 시간을 t 라고 하면 $\frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2} \times 10 \times t^2 = 20$ 에서 $t = 2(\text{s})$ 이다.

[바로알기] ㄱ. 충돌 순간 A의 속력은 연직 방향으로서는 0, 수평 방향으로서는 $20 \text{ m/s} \times \cos 45^\circ = 10\sqrt{2} \text{ m/s}$ 이고, B의 속력은 $gT = 10\sqrt{2} \text{ m/s}$ 이다. 즉, A와 B의 충돌 순간 속력은 같다.

04 ㄴ. P에서 Q까지 운동하는 동안 물체의 운동 에너지 증가는 $\frac{1}{4}mv_0^2 - \frac{1}{8}mv_0^2 = \frac{1}{8}mv_0^2$ 이다. 따라서 물체에 작용하는 알짜힘은 중력이므로 P에서 Q까지 중력이 물체에 한 일은 $\frac{1}{8}mv_0^2$ 이다.

ㄷ. 역학적 에너지가 보존되므로 O에서 P까지의 높이차를 H , O에서 Q까지의 높이차를 h , 중력 가속도의 크기를 g 라고 하면 O에서 P의 높이차와 O에서 Q의 높이차는 각각 다음과 같다.

• O에서 P의 높이차(H)

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{8}mv_0^2 + mgH \text{ 에서 } H = \frac{3v_0^2}{8g}$$

• O에서 Q의 높이차(h)

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{4}mv_0^2 + mgh \text{ 에서 } h = \frac{v_0^2}{4g}$$

따라서 P에서 Q의 높이차 $H-h=\frac{v_0^2}{8g}$ 이므로, O에서 P의 높이차는 P에서 Q의 높이차의 3배이다.

[바로알기] ㄱ. 최고점 P에서 운동 에너지는

$$\frac{1}{2}m(v_0\cos\theta)^2=\frac{1}{8}mv_0^2\text{이므로}\cos\theta=\frac{1}{2}\text{이다. 이때}\sin^2\theta+\cos^2\theta=1\text{이므로}\sin\theta=\frac{\sqrt{3}}{2}\text{이다.}$$

05 ㄱ. A와 B의 수평 도달 거리가 같으므로 $L=\frac{v^2\sin 2\alpha}{g}$

$$=\frac{v^2\sin 2\beta}{g}\text{에서}\sin 2\alpha=\sin 2\beta\text{이다.}$$

$\alpha>\beta$ 이므로 $2\alpha=180^\circ-2\beta$ 에서 $\alpha+\beta=90^\circ$ 이다.

ㄴ. 날아가는 시간은 최고점 도달 시간의 2배이므로 A, B가 날아가는 시간은 각각 $t_A=\frac{2v\sin\alpha}{g}$,

$$t_B=\frac{2v\sin\beta}{g}\text{이다. 따라서}\frac{t_A}{t_B}=\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}=\frac{\sin\alpha}{\sin(90^\circ-\alpha)}=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\tan\alpha\text{이다.}$$

[바로알기] ㄷ. A, B의 최고점의 높이는 각각

$$h_A=\frac{(v\sin\alpha)^2}{2g}, h_B=\frac{(v\sin\beta)^2}{2g}\text{이므로}\frac{h_A}{h_B}=\frac{\sin^2\alpha}{\sin^2\beta}=\frac{\sin^2(90^\circ-\beta)}{\sin^2\beta}=\frac{\cos^2\beta}{\sin^2\beta}=\frac{1}{\tan^2\beta}\text{이다.}$$

06 ㄱ. 두 물체가 충돌하려면 충돌하는 순간 두 물체의 위치가 같아야 하므로 충돌할 때까지 A와 B가 연직 방향으로 이동한 거리의 합은 h 이다.

[바로알기] ㄴ. 두 물체가 충돌하려면 수평 방향으로 이동한 거리가 같아야 하므로 충돌 시간을 t 라고 하면

$$vt=3v\cos\theta\times t=s\text{에서}\frac{s}{v}\text{이고}\cos\theta=\frac{1}{3}\text{이다.}$$

ㄷ. 충돌할 때까지 A와 B가 연직 방향으로 이동한 거리의 합이 h 이므로 중력 가속도를 g 라고 하면

$$\frac{1}{2}gt^2+3v\sin\theta\times t-\frac{1}{2}gt^2=h\text{이다. 이때}\cos\theta=\frac{1}{3}\text{이}$$

고 $\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$ 이므로 $\sin\theta=\frac{2\sqrt{2}}{3}$ 이다. 따라서

$$h=3v\sin\theta\times t=3v\times\frac{2\sqrt{2}}{3}\times\frac{s}{v}=2\sqrt{2}s\text{에서}\frac{s}{2\sqrt{2}}\text{이다.}$$

07 ㄱ. A의 처음 속도의 연직 성분 $v_{Ay}=v_A\sin 60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}v_A$

이다. 따라서 A의 최고점 높이 $2h=\frac{(v_A\sin 60^\circ)^2}{2g}$ 에서

$$v_A^2=\frac{16gh}{3}\text{이므로}\frac{v_A}{v_B}=\frac{4}{3}\text{이다.}$$

[바로알기] ㄴ. A의 처음 속도의 수평 성분

$$v_{Ax}=v_A\cos 60^\circ=\frac{1}{2}v_A, \text{ 연직 성분 } v_{Ay}=v_A\sin 60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}v_A\text{이다. A가 최고점까지 가는 데 걸린 시간을 }T_A\text{라고 하면 최고점에서 연직 방향 속력은 0이므로 }v_{Ay}-gT_A=0\text{에서 }T_A=\frac{v_{Ay}}{g}\text{이다. 따라서 A의 수평 도달 거리 }s_A=v_{Ax}\times 2T_A=\frac{1}{2}v_A\times 2\frac{v_{Ay}}{g}=v_A\times\frac{\sqrt{3}}{2}v_A\times\frac{1}{g}=\frac{8\sqrt{3}}{3}h\text{이다.}$$

B의 처음 속도의 수평 성분 $v_{Bx}=v_B\cos 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}v_B$

이고, 연직 성분 $v_{By}=v_B\sin 30^\circ=\frac{1}{2}v_B$ 이다. 또한 B의

최고 높이 $h=\frac{(v_B\sin 30^\circ)^2}{2g}$ 에서 $v_B=2\sqrt{2gh}$ 이다. B가 최고점까지 가는 데 걸린 시간을 T_B 라고 하면 최고점에서 연직 방향 속력은 0이므로 $v_{By}-gT_B=0$ 에서 $T_B=\frac{v_{By}}{g}$

이다. 따라서 B의 수평 도달 거리 $s_B=v_{Bx}\times 2T_B=$

$$\frac{\sqrt{3}}{2}v_B\times 2\frac{v_{By}}{g}=\sqrt{3}v_B\times\frac{1}{2}v_B\times\frac{1}{g}=4\sqrt{3}h\text{이다.}$$

따라서 $s_A:s_B=\frac{8\sqrt{3}}{3}h:4\sqrt{3}h=2:3$ 이다.

ㄷ. 운동하는 동안 역학적 에너지는 보존되므로 최고점에서 역학적 에너지는 출발할 때의 역학적 에너지와 같다.

출발 위치를 기준 위치로 하면 출발할 때 역학적 에너지는 운동 에너지와 같고 A와 B의 질량이 같으므로, 운동 에너지는 처음 속도의 제곱에 비례한다. A와 B의 처음 속력이

$$v_A=4\sqrt{\frac{gh}{3}}, v_B=2\sqrt{2gh}\text{이므로 운동 에너지의 비는}$$

$$\frac{1}{2}mv_A^2:\frac{1}{2}mv_B^2=2:3\text{이다. 따라서 최고점에서 역학적 에너지의 비 }E_A:E_B=2:3\text{이다.}$$

[별해] ㄴ. 최고점 높이의 식 $H=\frac{(v_0\sin\theta)^2}{2g}$ 에서 최고

높이 H 는 연직 방향 처음 속력의 제곱에 비례한다. 최고 높이는 A가 B의 2배이므로 $v_{Ay}^2=2v_{By}^2$ 에서 $v_{Ay}=\sqrt{2}v_{By}$

이다. 이때 $v_{Ay}=v_A\sin 60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}v_A$, $v_{By}=v_B\sin 30^\circ=$

$$\frac{1}{2}v_B\text{이므로}\frac{\sqrt{3}}{2}v_A=\sqrt{2}\times\frac{1}{2}v_B\text{에서}\frac{v_A}{v_B}=\sqrt{\frac{2}{3}}\text{이다. 수}$$

평 도달 거리의 식 $R=\frac{v_0^2\sin 2\theta}{g}$ 에서 A의

$\sin 2\theta=\sin 120^\circ=\sin 60^\circ$, B의 $\sin 2\theta=\sin 60^\circ$ 로 같으므로 수평 도달 거리는 처음 속력의 제곱에 비례하여

$$s_A:s_B=v_A^2:v_B^2=\frac{2}{3}v_B^2:v_B^2=2:3\text{이다.}$$

08 나. 빗면과 나란한 방향을 x 축, 빗면과 수직인 방향을 y 축으로 하여 문제를 분석하면 x 축으로는 처음 속도가 0이고 가속도가 $g\sin\theta$ 인 등가속도 운동을 한다. y 축으로는 처음 속도가 v_0 이고 가속도가 $-g\cos\theta$ 인 등가속도 운동을 하며, P는 y 축상에서 가장 멀리 이동한 지점이므로 이 점에서 y 축 방향(=빗면과 수직인 방향)의 속도가 0이 된다. P에 도달한 후에는 빗면을 향해 가속도가 $-g\cos\theta$ 인 등가속도 운동을 하므로 O에서 P까지 가는 데 걸린 시간과 P에서 다시 빗면에 도달하는 데 걸리는 시간은 $\frac{v_0}{g\cos\theta}$ 으로 같다. 따라서 O에서 Q까지 가는 데 걸리는 시간은 O에서 P까지 가는 데 걸리는 시간의 2배인 $\frac{2v_0}{g\cos\theta}$ 이다.

[바로알기] ㄱ. P에서 물체의 속도는 빗면과 나란한 방향이므로 속도의 연직 방향 성분은 0이 아니다.

ㄴ. y 축 방향으로 물체는 처음 속력이 v_0 이고 가속도는 $-g\cos\theta$ 인 등가속도 운동을 하므로 등가속도 직선 운동의 식을 적용하면 $0^2 - v_0^2 = 2 \times (-g\cos\theta) \times H$ 에서

$$H = \frac{v_0^2}{2g\cos\theta} \text{이다.}$$

03 원운동

중요 개념 체크

39쪽

1 크기, 방향 2 각속도 3 $\frac{mv^2}{r}$

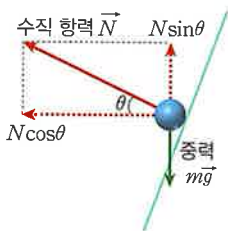
4 (1) ○ (2) × (3) ○ (4) × (5) ○

질문 분석 유제

41쪽

1 (1) $\frac{mg}{\sin\theta}$ (2) $\sqrt{\frac{gr}{\tan\theta}}$

- 1 (1) 물체에 작용하는 수직 항력을 $\vec{N}$ 이라고 하면 $\vec{N}$ 의 연직 성분 $N\sin\theta$ 는 물체에 작용하는 중력 mg 과 힘의 평형을 이루므로 $N\sin\theta = mg$ 에서 $N = \frac{mg}{\sin\theta}$ 이다.



(2) 수직 항력 $\vec{N}$ 의 수평 성분은 $N\cos\theta$ 이다. 수직 항력의 수평 성분이 구심력이므로

$$N\cos\theta = \frac{mg}{\sin\theta}\cos\theta = \frac{mg}{\tan\theta} = \frac{mv^2}{r} \text{에서}$$

$$v = \sqrt{\frac{gr}{\tan\theta}} \text{이다.}$$

개념 기본 문제

42쪽~43쪽

01 ②

02 (1) 2초 (2) 0.5 Hz (3) π rad/s (4) 0.4π m/s

03 ㉠ $4r$, ㉡ $\sqrt{2}v$ 04 (1) 2π 초 (2) 1 rad/s

05 ① 06 ⑤ 07 ④ 08 1:6

09 $\sqrt{\frac{2g}{l}}$

10 (1) 장력의 크기: $\frac{mg}{\cos\theta}$, 구심력의 크기: $mg\tan\theta$

(2) $\sqrt{\frac{g}{l\cos\theta}}$ (3) $2\pi\sqrt{\frac{l\cos\theta}{g}}$

01 나. B에 작용하는 알짜힘은 구심력이다. 등속 원운동을 하는 물체에 작용하는 구심력과 물체의 운동 방향은 서로 수직이다.

[바로알기] ㄱ. A는 빗면을 내려오는 방향, 즉 물체의 운동 방향과 같은 방향으로 일정한 알짜힘을 받으므로 등가속도 운동을 하고, B는 운동 방향과 수직인 방향으로 알짜힘을 받으므로 등속 원운동을 한다. 따라서 A의 속력은 증가하고 B의 속력은 일정하다.

ㄴ. A의 가속도는 크기와 방향이 모두 일정하지만, B의 가속도는 크기만 일정하고 방향은 원의 중심을 향하여 계속 변하므로 가속도가 일정하지 않다.

02 (1) 그림에서 물체가 $\frac{1}{10}$ 초 간격으로 20번 찍혀 있으므로

주기 $T = 20 \times \frac{1}{10}(\text{s}) = 2 \text{ s}$ 이다.

(2) 진동수 f 는 주기와 역수 관계이므로 $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2 \text{ s}} = 0.5 \text{ Hz}$ 이다.

(3) 각속도의 크기 $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2 \text{ s}} = \pi \text{ rad/s}$ 이다.

(4) 속력 $v = r\omega = 0.4 \times \pi = 0.4\pi (\text{m/s})$ 이다.