

Follow your curiosity to the frontier.

개념 체크

➡ **주기와 각속도의 관계:** 등속 원운동 하는 물체의 주기를 T , 각속도의 크기를 ω 라고 할 때 $T = \frac{2\pi}{\omega}$ 이다.

➡ **회전 반지름과 속력의 관계:** 일정한 각속도로 등속 원운동 하는 물체에서 회전 반지름이 클수록 속력이 빠르다.

$$v = r\omega$$

1. 일정한 속력으로 원운동을 하는 물체의 각속도의 크기가 $\frac{1}{2}\pi$ rad/s일 때, 이 물체의 원운동의 주기는 ()초이다.

2. 반지름이 4 m인 원 궤도를 따라 주기가 2초인 등속 원운동을 하는 물체가 있다. 이 물체의 속력은 () m/s이다.

3. 반지름이 2 m인 원 궤도를 따라 6 m/s의 일정한 속력으로 원운동을 하는 물체의 각속도의 크기는 () rad/s이다.

1 등속 원운동

(1) **등속 원운동:** 원 궤도를 따라 일정한 속력으로 회전하는 운동이다.

(2) 주기와 진동수

① 주기: 등속 원운동 하는 물체가 한 바퀴 회전하는 데 걸리는 시간이다.

② 진동수: 1초 동안 회전하는 횟수이다. 단위는 Hz(헤르츠)이다.

③ 주기와 진동수의 관계: 주기가 0.1초이면 1초 동안 10바퀴 회전한다. 이와 같이 주기 T 와 진동수 f 는 서로 역수 관계이다.

$$f = \frac{1}{T}, \quad T = \frac{1}{f}$$

(3) **각속도:** 1초 동안 회전하는 중심각의 변화이다. 단위는 rad/s이다.

① 회전 반지름이 정해지면 회전한 각만 이용하여 물체의 위치를 나타낼 수 있다.

② 시간 t 동안 회전하는 중심각이 θ 이면 각속도의 크기 ω 는 다음과 같다.

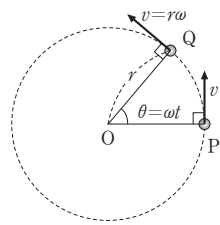
$$\omega = \frac{\theta}{t}, \quad \theta = \omega t$$

③ 속력과 각속도: P에서 Q까지 호의 길이가 $l = r\theta$ 이다. 속력은 $v = \frac{l}{t}$ 이고, $\frac{l}{t} = r\frac{\theta}{t}$ 이므로 다음 관계가 성립한다.

$$v = r\omega, \quad \omega = \frac{v}{r}$$

④ 주기, 진동수와 각속도: 1초 동안 f 바퀴 회전하면 중심각은 $2\pi f$ 만큼 회전한다. 따라서 다음 관계가 성립한다.

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

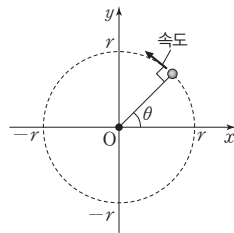
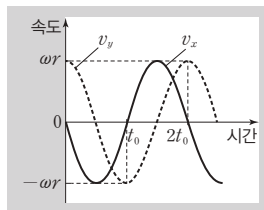
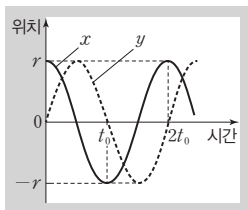


과학 돋보기

등속 원운동에서 물체의 위치와 속도

그림과 같이 시간 $t=0$ 일 때 x 축의 $x=r$ 를 통과한 물체가 xy 평면에서 반지름 r , 각속도의 크기 $\omega = \frac{\theta}{t}$ 로 등속 원운동을 하고 있다.

위치의 x 성분은 $x = r\cos\theta = r\cos\omega t$ 이고 y 성분은 $y = r\sin\theta = r\sin\omega t$ 이다. 속도의 x 성분은 $v_x = -\omega r\sin\omega t$ 이고 y 성분은 $v_y = \omega r\cos\omega t$ 이다.



정답

1. 4
2. 4π
3. 3

2 구심 가속도와 구심력

(1) 구심 가속도

① 속도 변화량 $\Delta \vec{v}$: 그림 (가)와 같이 점 P, Q에서의 속도가 각각 $\vec{v}_1, \vec{v}_2$ 이면, (나)와 같이 속도 변화량은 $\Delta \vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$ 이다.

• P에서 Q까지 중심각이 θ 이므로 (나)에서 $\vec{v}_1$ 과 $\vec{v}_2$ 가 이루는 각은 θ 이다.

• $\vec{v}_1, \vec{v}_2$ 의 크기가 같으므로 $\triangle ABC$ 는 이등변 삼각형이다. 따라서 $\angle CAB = \angle CBA$ 이다.

• 걸린 시간이 매우 짧도록 P, Q를 가까이 하면 θ 가 매우 작아진다. 따라서 물체의 속력이 v 일 때, $|\Delta \vec{v}| \approx v\theta$, $\angle CAB = \angle CBA \approx 90^\circ$ 이다.

• 순간 속도의 크기와 방향: 걸린 시간이 거의 0이 되도록 극한을 취하면, $|\Delta \vec{v}| = v\theta$ 이고 $\angle CAB = \angle CBA = 90^\circ$ 이다.

② 가속도 $\vec{a}$: $\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{t}$ 이므로, 가속도의 크기와 방향은 다음과 같다.

• 크기: $|\vec{a}| = \frac{|\Delta \vec{v}|}{t} = \frac{v\theta}{t}$ 이다. $\frac{\theta}{t} = \omega$ 이고, $\omega = \frac{v}{r}$ 이므로 가속도의 크기는

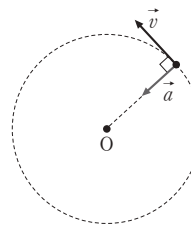
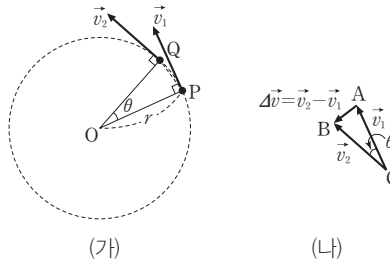
$$a = v\omega = \frac{v^2}{r} = r\omega^2 \text{이다.}$$

• 방향: $\Delta \vec{v}$ 의 방향은 운동 방향에 수직이다. 원에서 그은 법선은 원의 중심을 지나므로, 가속도 $\vec{a}$ 의 방향은 원의 중심을 향한다.

③ 구심 가속도: 등속 원운동 하는 물체의 가속도의 방향은 항상 원의 중심을 향한다. 따라서 등속 원운동의 가속도를 구심 가속도라고 한다.

• 크기: $a = v\omega = \frac{v^2}{r} = r\omega^2$ 이다.

• 방향: 원운동의 중심 방향이다.



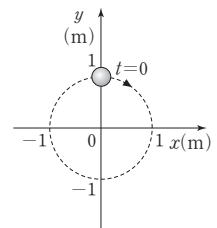
개념 체크

➡ 구심 가속도($\vec{a}$): 등속 원운동 하는 물체의 구심 가속도의 방향은 원의 중심 방향이고, 크기는

$$a = \frac{v^2}{r} = r\omega^2 \text{이다.}$$

1. 반지름이 4 m인 원 궤도를 따라 2 m/s의 일정한 속력으로 원운동을 하는 물체가 있다. 이 물체의 가속도의 크기는 () m/s²이다.

[2~3] 그림은 xy 평면에서 시계 방향으로 등속 원운동을 하는 물체의 시간 $t=0$ 인 순간의 모습을 나타낸 것이다. 원운동의 반지름은 1 m이고, 주기는 4초이다.



2. 물체의 속력은 () m/s이다.

3. $t=2$ 초일 때 물체의 가속도의 방향은 () 방향이고, 가속도의 크기는 () m/s²이다.

과학 돋보기

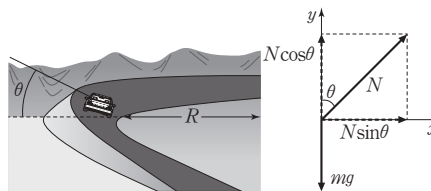
자동차가 곡선 도로를 안전하게 주행하기 위한 도로의 경사각

곡선 도로에서 자동차의 속력을 줄이지 않고 주행하게 되면 도로 바깥쪽으로 미끄러져 위험할 수 있다. 이때 곡선 도로면을 경사지게 만들면 도로가 미끄럽더라도 자동차가 안전하게 주행할 수 있다. 질량이 m 인 자동차가 곡선 도로의 반지름이 R 이고 수평면과 경사면이 이루는 각이 θ 인 도로를 따라 속력 v 로 운동할 때 경사면에 수직 방향으로 경사면이 자동차를 미는 힘의 크기를 N 이라 하고, 경사면과 나란한 방향의 마찰을 무시하면, 자동차에 작용하는 힘은 다음과 같다.

$$N \sin \theta = ma_x \cdots ①, N \cos \theta - mg = 0 \text{에서 } N = \frac{mg}{\cos \theta} \cdots ②$$

②를 ①에 대입하여 정리하면, $ma_x = \frac{mg}{\cos \theta} \times \sin \theta = mg \tan \theta$ 이다. $a_x = \frac{v^2}{R}$ 이므로 $\tan \theta = \frac{v^2}{gR}$ 이다. 즉, 최대 속력이

V 인 곡선 도로를 안전하게 주행하기 위해서는 $\tan \theta = \frac{V^2}{gR}$ 으로 경사각을 설계해야 한다.



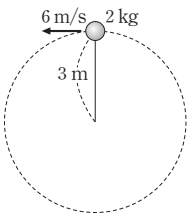
정답

1. 1
2. $\frac{\pi}{2}$
3. +y, $\frac{\pi^2}{4}$

개념 체크

➡ **구심력(F)**: 등속 원운동 하는 물체에 작용하는 구심력의 방향은 원의 중심 방향이고, 크기는 $F = \frac{mv^2}{r} = mr\omega^2$ 이다.

[1~4] 그림과 같이 반지름이 3 m인 원 궤도를 따라 6 m/s의 일정한 속력으로 원운동을 하는 질량이 2 kg 인 물체가 있다.



1. 물체의 각속도의 크기는 () rad/s이다.
2. 원운동의 주기는 () 초이다.
3. 물체의 구심 가속도의 크기는 () m/s²이다.
4. 물체에 작용하는 구심력의 크기는 () N이다.

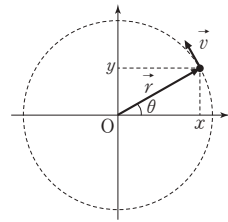
정답

1. 2
2. π
3. 12
4. 24

과학 돋보기

미분법을 이용한 구심 가속도 계산

- 위치 $\vec{r}$ 는 다음과 같다.
 $\vec{r} = (r\cos\theta, r\sin\theta) = (r\cos\omega t, r\sin\omega t)$
- 속도 $\vec{v}$ 는 위치 $\vec{r}$ 를 시간에 대하여 미분한 값과 같다.
 $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \omega r(-\sin\omega t, \cos\omega t)$



- 가속도 $\vec{a}$ 는 속도 $\vec{v}$ 를 시간에 대하여 미분한 값과 같다.
 $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = -\omega^2 r(\cos\omega t, \sin\omega t) = -\omega^2 \vec{r}$

- $\vec{a}$ 의 크기는 $\omega^2 r = \frac{v^2}{r}$ 이다.
- $\vec{a}$ 의 방향은 $-\vec{r}$ 방향이다. 따라서 원의 중심을 향한다.

- 가속도의 방향이 운동 방향과 나란하면 물체의 속력이 변하므로, 물체의 속력이 일정하면 물체의 운동 방향과 나란한 방향으로 물체의 가속도 성분이 없다. 등속 원운동을 하는 물체의 운동 방향은 원의 접선 방향이므로, 물체의 구심 가속도의 방향은 원의 중심을 향한다.

(2) 구심력: $\vec{F} = m\vec{a}$ 이므로 등속 원운동 하는 물체에 작용하는 힘의 방향은 가속도의 방향과 같이 원의 중심을 향한다. 이와 같이 등속 원운동 하는 물체에 작용하는 힘은 원의 중심 방향을 향하므로 구심력이라고 한다.

- ① 크기: $F = ma = \frac{mv^2}{r} = mr\omega^2$
- ② 방향: 원운동의 중심 방향이다.

탐구자료 살펴보기

구심력

과정

- (1) 그림과 같이 플라스틱 관에 나일론 실을 통과시킨 후, 실의 한쪽 끝에는 쇠고리를, 반대쪽 끝에는 고무마개를 연결한다.
- (2) 고무마개가 회전 반지름이 일정한 등속 원운동을 하도록 회전시키면서 고무마개가 10회 회전하는 시간을 측정하여 주기를 구한다.
- (3) 회전 반지름을 일정하게 유지한 후, 쇠고리의 개수를 변화시키면서 주기를 측정한다.



결과

쇠고리의 개수(개)	10회 회전하는 시간(초)	주기(초)	$\frac{1}{\text{주기}^2} \left(\frac{1}{\text{초}^2} \right)$
10	4.0	0.40	6.25
20	2.8	0.28	12.8
30	2.3	0.23	18.9

- 쇠고리의 개수와 $\left(\frac{1}{\text{주기}} \right)^2$ 은 비례한다.
- 반지름이 일정하므로 속력은 주기에 반비례한다. 따라서 쇠고리의 개수는 (속력)²에 비례한다.

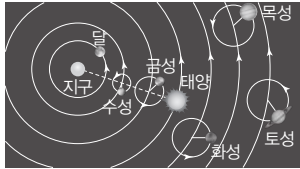
point

- 회전 반지름이 일정할 때, 구심력의 크기는 속력의 제곱에 비례한다. $\Rightarrow F \propto v^2$

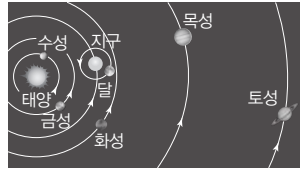
3 케플러 법칙

(1) 천동설과 지동설

- ① 천동설(지구 중심설): 지구가 우주의 중심에 있고, 모든 천체들이 지구 주위를 회전한다는 우주론이다.
- ② 지동설(태양 중심설): 지구를 비롯한 행성들이 태양 주위를 회전한다는 우주론이다. 16세기 중엽 천체의 운동을 쉽게 설명하기 위해 코페르니쿠스가 제안하였다.
- ③ 브라헤의 관측: 브라헤는 수십 년 동안 행성의 운동을 정밀하게 측정하였다.



천동설: 지구가 우주의 중심이고 행성이나 태양, 별들이 지구 둘레를 완벽한 원 모양으로 돌고 있다는 설

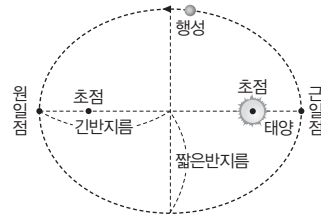


지동설: 지구를 포함한 행성들이 태양 주위를 돌고 있다는 설

- (2) 케플러 법칙: 케플러는 브라헤로부터 물려받은 방대한 자료를 분석하여, 행성 운동에 관한 세 가지 법칙을 발견하였다.

- ① 타원 궤도 법칙(케플러 제1법칙): 태양계 내의 모든 행성들은 태양을 한 초점으로 하는 타원 궤도를 따라 공전한다.

- 타원과 초점: 평면 위에서 고정된 두 점으로부터 거리의 합이 일정한 점들의 집합을 타원이라 하고, 고정된 두 점을 초점이라고 한다.
- 긴반지름: 두 초점을 연결한 직선이 타원과 만나는 두 점 사이의 거리가 긴지름이고, 긴지름의 절반이 긴반지름이다.
- 짧은반지름: 두 초점을 연결한 선분의 수직이등분선이 타원과 만나는 두 점 사이의 거리가 짧은지름이고, 짧은지름의 절반이 짧은반지름이다.
- 원일점과 근일점: 태양 주위를 도는 천체의 위치 중 태양과 가장 먼 지점이 원일점이고, 가장 가까운 지점이 근일점이다.



개념 체크

☞ 타원 궤도 법칙(케플러 제1법칙): 태양계 내의 모든 행성들은 태양을 한 초점으로 하는 타원 궤도를 따라 공전한다.

1. 태양계 내의 모든 행성들은 태양을 하나의 () 으로 하는 () 궤도를 따라 운동한다.
2. 태양의 중심으로부터 근일점까지의 거리를 r_1 , 원일점까지의 거리를 r_2 라 할 때 타원 궤도의 긴반지름은 ()이다.

탐구자료 살펴보기

타원 궤도 그리기

과정

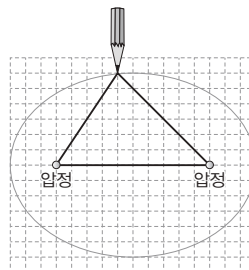
- (1) 그림과 같이 모눈종이 위에 압정을 꽂고 거리를 측정한다.
- (2) 실을 적당한 길이로 자른 후, 양 끝을 묶는다.
- (3) 실을 압정에 걸고 연필로 팽팽하게 당기면서 타원을 그린다.

결과

- 실의 길이가 일정하므로, 연필심에서 두 압정까지 거리의 합이 일정하다.

point

- 타원은 평면 위의 두 초점으로부터 거리의 합이 일정한 점들의 집합이다.



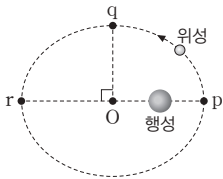
정답

1. 초점, 타원
2. $\frac{r_1 + r_2}{2}$

개념 체크

- ☞ **면적 속도 일정 법칙(케플러 제2법칙):** 태양과 행성을 연결하는 선분이 같은 시간 동안 쓸고 지나가는 면적은 일정하다.
- ☞ **조화 법칙(케플러 제3법칙):** 행성의 공전 주기의 제곱은 긴반지름의 세제곱에 비례한다.

[1~2] 그림과 같이 위성이 행성을 한 초점으로 하는 타원 궤도를 따라 운동하고 있다. p, q, r는 궤도상의 점이며, O는 타원 궤도의 중심이다.



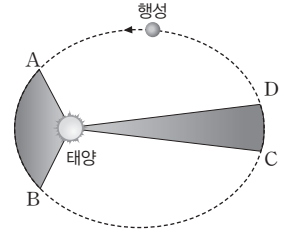
1. 위성이 p에서 q까지 운동하는 데 걸리는 시간은 q에서 r까지 이동하는 데 걸리는 시간보다 (작다 , 크다).
2. 위성의 속력은 p에서가 r에서보다 (작다 , 크다).
3. 위성 A, B가 동일한 행성을 한 초점으로 하는 타원 궤도를 따라 운동하고 있다. A, B의 타원 궤도의 긴반지름이 각각 r , $4r$ 일 때, 공전 주기는 B가 A의 ()배이다. (단, A, B에는 행성에 의한 중력만 작용한다.)

정답

1. 작다
2. 크다
3. 8

② 면적 속도 일정 법칙(케플러 제2법칙): 태양과 행성을 연결하는 선분이 같은 시간 동안 쓸고 지나가는 면적은 일정하다.

- 그림에서 두 부채꼴의 면적이 같으면 AB의 길이가 CD의 길이보다 길다. 따라서 근일점 근처에서가 원일점 근처에서보다 속력이 빠르다.
- 행성이 태양으로부터 가까울 때는 속력이 크고, 멀 때는 속력이 작다. 따라서 행성의 속력은 근일점에서 최대이고, 원일점에서 최소이다.
- 행성이 태양에 가까워지는 동안에는 속력이 증가하고, 멀어지는 동안에는 속력이 감소한다. 따라서 원일점에서 근일점으로 이동하는 동안에는 속력이 증가하고, 근일점에서 원일점으로 이동하는 동안에는 속력이 감소한다.



③ 조화 법칙(케플러 제3법칙): 행성의 공전 주기의 제곱은 긴반지름의 세제곱에 비례한다. 따라서 행성의 공전 주기를 T , 긴반지름을 a 라고 하면 다음 관계가 성립한다.

$$T^2 \propto a^3 \Rightarrow T^2 = ka^3 \quad (k: \text{비례 상수})$$

- 공전 궤도의 긴반지름이 길수록 공전 주기가 길다.
- 긴반지름의 길이가 2배, 3배, 4배, ... 증가하면, 공전 주기는 $2\sqrt{2}$ 배, $3\sqrt{3}$ 배, $4\sqrt{4}=8$ 배, ... 증가한다.

탐구자료 살펴보기

조화 법칙 알아보기

자료

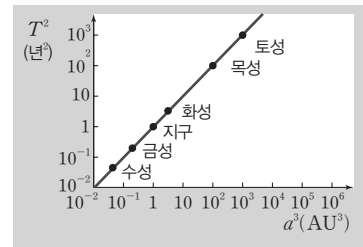
제시된 자료를 이용하여 표의 빈칸을 채우고, 주기와 긴반지름의 관계를 쉽게 파악할 수 있는 그래프를 그려 보자.

행성	공전 주기 T (년)	긴반지름 a (AU)	T^2 (년 ²)	a^3 (AU ³)
수성	0.241	0.387		
금성	0.615	0.723		
지구	1.000	1.000		
화성	1.880	1.520		
목성	11.900	5.200		
토성	29.400	9.580		

[출처] 미국항공우주국(NASA)

분석

행성	T^2 (년 ²)	a^3 (AU ³)
수성	0.058	0.058
금성	0.378	0.378
지구	1.000	1.000
화성	3.534	3.512
목성	141.61	140.61
토성	864.36	879.22



point

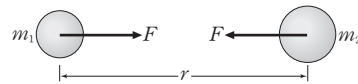
- 행성의 공전 주기의 제곱은 긴반지름의 세제곱에 비례한다.

4 중력 법칙

(1) **뉴턴 중력 법칙의 발견 과정**: 뉴턴은 케플러 법칙을 분석하여 중력 법칙을 발견하였다.

- ① 행성이 태양 주위를 도는 가속도 운동을 하는 까닭은 태양이 행성을 당기는 힘이 작용하기 때문이다.
- ② 뉴턴은 태양과 행성뿐만 아니라 질량이 있는 모든 물체 사이에 서로 당기는 힘이 작용한다고 생각하였으며, 이 힘을 중력이라고 하였다.

(2) **뉴턴 중력 법칙**: 두 물체 사이에 작용하는 중력의 크기는 두 물체의 질량의 곱에 비례하고 떨어진 거리의 제곱에 반비례한다. 따라서 질량이 각각 m_1 , m_2 이고, 떨어진 거리가 r 인 두 물체 사이에 작용하는 중력의 크기 F 는 다음과 같다.



$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \quad (G: \text{중력 상수})$$

- ① 중력은 항상 당기는 방향으로 작용한다.
- ② 중력은 천체의 운동에 결정적인 영향을 미치는 힘이다.
- ③ 두 물체 사이의 거리가 2배, 3배, 4배, ... 로 멀어지면, 중력의 크기는 $\frac{1}{4}$ 배, $\frac{1}{9}$ 배, $\frac{1}{16}$ 배 ... 가 된다.

과학 돋보기

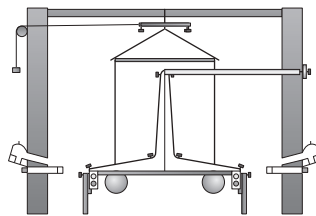
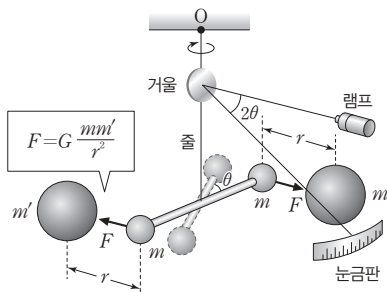
중력 상수 측정

중력 법칙이 발표된 지 약 100년 후, 영국의 물리학자 캐번디시는 비틀림 저울을 이용한 실험을 통하여 중력 상수 G 를 측정하였다.

$$G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{kg}^2$$

[중력 상수 측정 과정]

- 줄에 연결된 막대의 양 끝에 질량이 m 인 공을 고정시키고, 질량이 m' 인 공을 가까이 가져간다.
- 공 사이의 중력에 의해 줄이 약간 비틀리면서 거울에서 반사하는 빛의 방향이 약간 변한다.
- 반사하는 빛의 방향 변화로부터 줄이 비틀린 정도를 측정하여 중력을 구한다.
- 두 공의 질량, 두 공 사이의 거리, 두 공 사이에 작용하는 중력의 크기를 정확히 측정하여 중력 상수를 구한다.

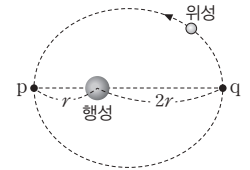


개념 체크

☞ **뉴턴 중력 법칙**: 두 물체 사이에 작용하는 중력의 크기는 두 물체의 질량의 곱에 비례하고 떨어진 거리의 제곱에 반비례한다.

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

[1~3] 그림과 같이 위성이 행성을 한 초점으로 하는 타원 궤도를 따라 운동하고 있다. p, q는 각각 위성이 행성으로부터 가장 가까운 점과 가장 먼 점으로 행성의 중심으로부터 각각 r , $2r$ 만큼 떨어져 있다.



1. 위성이 q에서 p까지 운동하는 동안 위성의 속력은 (감소, 증가)한다.
- 2.행성이 위성에 작용하는 중력의 크기는 p에서 q에서의 ()배이다.
3. 위성의 가속도의 크기는 p에서 q에서의 ()배이다.

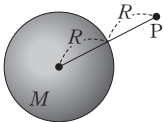
정답

1. 증가
2. 4
3. 4

개념 체크

⑤ **중력 가속도**: 반지름이 R 이고, 질량이 M 인 행성의 표면 근처에서 중력 가속도의 크기는 $\frac{GM}{R^2}$ 이다.

[1~2] 그림은 질량이 M 이고 반지름이 R 인 행성을 나타낸 것이다. (단, 중력 상수는 G 이다.)



1. 행성의 표면에 질량이 m 인 물체가 있을 때 물체에 작용하는 중력의 크기는 ()이다.
2. 행성의 중심으로부터 $2R$ 만큼 떨어진 점 P에서 중력 가속도의 크기는 ()이다.
3. 표는 행성 A, B의 질량과 반지름을 나타낸 것이다.

행성	질량	반지름
A	$4M$	R
B	M	$2R$

행성의 표면에서 중력 가속도의 크기는 A에서가 B에서의 ()배이다.

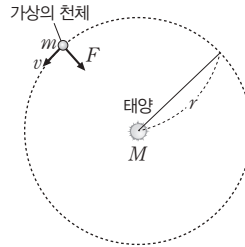
정답

1. $\frac{GMm}{R^2}$
2. $\frac{GM}{4R^2}$
3. 16

과학 돋보기

중력 법칙 유도

뉴턴은 태양계의 행성뿐만 아니라 태양 주위를 도는 모든 천체들이 케플러 제3법칙을 따른다고 생각하였다. 따라서 반지름 r , 속력 v , 주기 T 로 등속 원운동을 하는 질량 m 인 가상의 천체도 케플러 제3법칙을 따른다.



등속 원운동을 하므로 이 천체에 작용하는 알짜힘의 크기는 $F = \frac{mv^2}{r}$ 이고, 이 힘에 의해 천체가 등속 원운동을 한다.

$T = \frac{2\pi r}{v}$ 에서 $v^2 = \frac{4\pi^2 r^2}{T^2}$ 이므로 $F = \frac{4\pi^2 mr}{T^2}$ 이고, 케플러 제3법칙에 따라 $T^2 = kr^3$ 이므로 F 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$F = \frac{4\pi^2 m}{kr^2}$$

힘이 천체의 질량 m 에 비례하므로, 작용 반작용 법칙에 따라 힘은 태양의 질량 M 에도 비례한다. 따라서 $F \propto \frac{Mm}{r^2}$ 과 같이 나타낼 수 있으며, 비례 상수를 G 라고 하면 다음과 같다.

$$F = G \frac{Mm}{r^2}$$

뉴턴은 이러한 힘은 태양과 천체뿐만 아니라, 질량이 있는 모든 물체 사이에 작용한다고 생각하였다. 따라서 질량이 각각 m_1, m_2 이고, 떨어진 거리 r 인 두 물체 사이에 작용하는 중력의 크기는 다음과 같다.

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

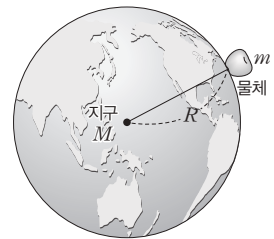
(3) 중력 가속도: 천체 표면 근처에서 낙하하는 물체에 작용하는 힘이 천체의 중력뿐일 때의 가속도이다. 일반적으로 g 로 표시하며, 질량이 m 인 물체에 작용하는 중력의 크기는 mg 이다.

① 지구의 질량이 M , 반지름이 R 이면, 지표면에서 질량이 m 인 물체에 작용하는 중력의 크기는 $F = G \frac{Mm}{R^2}$ 이다.

② 지표면에서 중력의 크기는 mg 이므로, $\frac{GMm}{R^2} = mg$ 에서 중력 가속도는 다음과 같다.

$$g = \frac{GM}{R^2}$$

- 밀도가 ρ 이면 $M = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho$ 이므로, $g = \frac{4}{3}\pi \rho GR$ 이다.
- 밀도가 같으면 반지름이 클수록 중력 가속도가 크다.
- 달에서의 중력 가속도는 지구에서의 약 $\frac{1}{6}$ 배이다.



(4) 인공위성의 운동: 지구 주위를 등속 원운동 하는 인공위성에는 지구의 중력이 구심력으로 작용한다.

- ① 회전 속력: 지구의 중력이 구심력으로 작용하므로 $\frac{GMm}{r^2} = \frac{mv^2}{r}$ 에서 회전 속력은 회전 반지름의 제곱근에 반비례한다.

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

- ② 공전 주기: $v = \frac{2\pi r}{T}$ 이므로 $\frac{2\pi r}{T} = \sqrt{\frac{GM}{r}}$ 에서 공전 주기의 제곱은 반지름의 세제곱에 비례한다.

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{GM} r^3, T^2 \propto r^3$$

과학 돋보기

정지궤도 인공위성

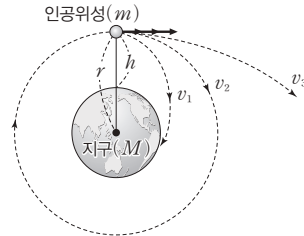
그림과 같이 지구 중심으로부터 r 만큼 떨어진 지점에서 물체를 수평 방향으로 던질 때 물체의 속력이 특정한 조건(중력=구심력)을 만족하면 물체는 지구 주위를 일정한 속력으로 계속 돌게 된다($v_1 < v_2 < v_3$).

- 인공위성의 운동: 지구 주위를 등속 원운동 하는 인공위성에는 지구의 중력이 구심력으로 작용한다.

$$\Rightarrow \frac{GMm}{r^2} = \frac{mv^2}{r}$$

- 인공위성의 속력(v)과 주기(T): $v = \sqrt{\frac{GM}{r}}, T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM}}$

- 정지궤도 인공위성의 고도(h): 지구의 자전 주기와 인공위성의 공전 주기가 같으면 지표면에서 관찰할 때 인공위성은 항상 같은 위치에 정지해 있는 것으로 보인다. 정지궤도 인공위성의 공전 궤도 반지름이 약 42000 km이므로 지표면으로부터 고도 h 는 약 35800 km 정도이다.



- (5) 탈출 속력: 물체가 천체의 표면에서 탈출할 수 있는 최소한의 속력이다.

- ① 중력 퍼텐셜 에너지: 질량이 m 인 물체가 질량이 M 인 천체의 중심으로부터 거리 r 만큼 떨어져 있으면, 천체로부터 무한히 멀리 떨어진 지점을 중력 퍼텐셜 에너지의 기준으로 할 때 중력 퍼텐셜 에너지 E_p 는 다음과 같다.

$$E_p = -\frac{GMm}{r}$$

- ② 탈출 조건: 아무리 멀리 가도 속력이 0이 되지 않아야 하므로 역학적 에너지가 0보다 크거나 같아야 한다. 따라서 물체가 반지름이 r 인 천체를 탈출하기 위해서는 천체의 표면에서 속력 v 가 다음 조건을 만족해야 한다.

$$\text{탈출 조건: } \frac{1}{2}mv^2 - \frac{GMm}{r} \geq 0 \Rightarrow v \geq \sqrt{\frac{2GM}{r}}$$

- ③ 탈출 속력: 탈출 조건을 만족하는 최소한의 속력인 탈출 속력 v_e 는 다음과 같다.

$$v_e = \sqrt{\frac{2GM}{r}}$$

- ④ 지구 표면에서의 탈출 속력은 약 11.2 km/s이다.

개념 체크

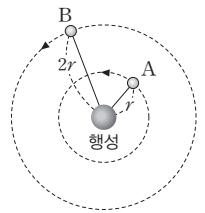
- ⑤ 지구 주위를 등속 원운동 하는 인공위성의 속력(v): 지구가 인공위성에 작용하는 중력이 인공위성에는 구심력으로 작용한다.

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

- ⑥ 탈출 속력(v_e): 물체가 반지름이 r 인 천체의 표면에서 탈출할 수 있는 최소한의 속력이다.

$$v_e = \sqrt{\frac{2GM}{r}}$$

- [1~2] 그림과 같이 위성 A, B가 행성을 중심으로 하는 원 궤도를 따라 운동하고 있다. A, B의 원 궤도의 반지름은 각각 $r, 2r$ 이다. (단, A, B에는 행성에 의한 중력만 작용한다.)



1. 위성의 속력은 A가 B의 ()배이다.
2. 위성의 공전 주기는 B가 A의 ()배이다.
3. 표는 행성 A, B의 질량과 반지름을 나타낸 것이다.

행성	질량	반지름
A	$2M$	R
B	M	$2R$

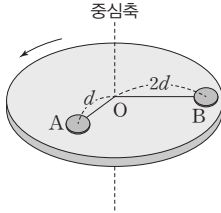
행성의 표면에서 탈출 속력은 A에서가 B에서의 ()배이다.

정답

1. $\sqrt{2}$
2. $2\sqrt{2}$
3. 2

[26027-0043]

01 그림과 같이 축을 중심으로 일정한 각속도로 회전하는 원판에 물체 A, B가 고정되어 있다. A, B가 원판의 중심 O로부터 떨어진 거리는 각각 d , $2d$ 이고, 질량은 A가 B의 2배이다.



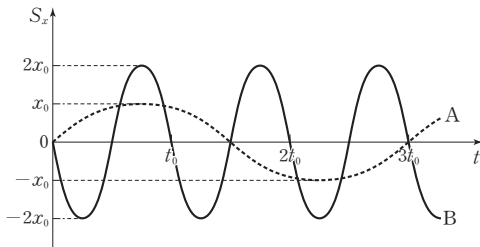
이에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?
(단, 물체의 크기는 무시한다.)

- ◀ 보기 ▶
- ㄱ. 속력은 B가 A의 2배이다.
 - ㄴ. 가속도의 크기는 A가 B의 2배이다.
 - ㄷ. 물체에 작용하는 구심력의 크기는 A와 B가 같다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[26027-0044]

02 그림은 xy 평면에서 원점을 중심으로 등속 원운동을 하는 두 물체 A, B의 위치의 x 성분 S_x 를 시간 t 에 따라 나타낸 것이다. A, B의 가속도의 크기는 각각 a_A , a_B 이다.

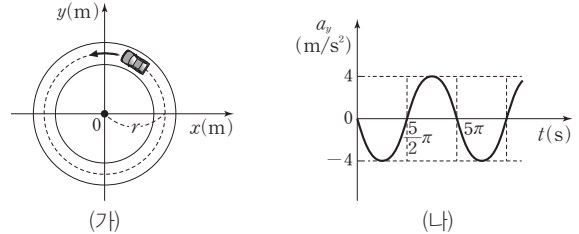


$\frac{a_B}{a_A}$ 는? (단, 물체의 크기는 무시한다.)

① 12 ② 15 ③ 17 ④ 18 ⑤ 21

[26027-0045]

03 그림 (가)는 xy 평면에서 원점을 중심으로 시계 반대 방향으로 반지름이 r 인 원 궤도를 따라 등속 원운동을 하는 자동차를 나타낸 것이다. 그림 (나)는 시간 t 에 따른 자동차의 가속도의 y 성분 a_y 를 나타낸 것이다.



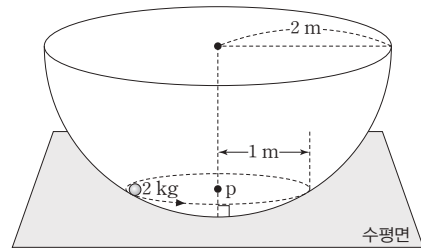
이에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?
(단, 자동차의 크기는 무시한다.)

- ◀ 보기 ▶
- ㄱ. $r = 25$ m이다.
 - ㄴ. 자동차의 속력은 10 m/s이다.
 - ㄷ. $t = \frac{5}{4}\pi$ 초일 때, 자동차의 운동 방향은 $+x$ 방향이다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[26027-0046]

04 그림과 같이 수평면에 고정된 반지름이 2 m인 반구의 내부에서 질량이 2 kg인 물체가 점 p를 중심으로 반구의 안쪽 면을 따라 반지름이 1 m인 등속 원운동을 한다.

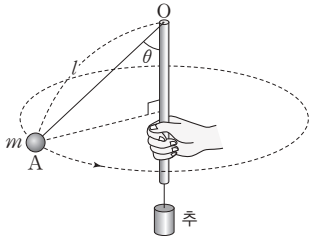


물체에 작용하는 구심력의 크기는? (단, 중력 가속도는 10 m/s^2 이고, 물체의 크기, 모든 마찰은 무시한다.)

- ① $\frac{\sqrt{3}}{5} \text{ N}$ ② $\frac{10\sqrt{3}}{5} \text{ N}$ ③ $\frac{10\sqrt{3}}{3} \text{ N}$
- ④ $\frac{20\sqrt{3}}{5} \text{ N}$ ⑤ $\frac{20\sqrt{3}}{3} \text{ N}$

[26027-0047]

05 그림과 같이 질량이 m 인 물체 A가 추와 실로 연결되어 수평면과 나란하게 등속 원운동을 한다. 연직 방향으로 세운 관의 끝점 O에서 A까지 실의 길이는 l 이고, 실이 연직 방향과 이루는 각은 θ 이다.



$\tan\theta = \frac{4}{3}$ 일 때, 이에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, 중력 가속도는 g 이고, 물체의 크기, 관의 굵기, 실의 질량, 모든 마찰은 무시한다.)

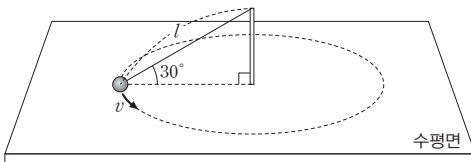
< 보기 >

- ㄱ. 추의 질량은 $\frac{5}{3}m$ 이다.
- ㄴ. A에 작용하는 구심력의 크기는 $\sqrt{3}mg$ 이다.
- ㄷ. A의 주기는 $2\pi\sqrt{\frac{3l}{5g}}$ 이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[26027-0048]

06 그림과 같이 물체가 수평면에 연직 방향으로 세운 관의 끝점에 실로 연결되어 v 의 속력으로 수평면에서 등속 원운동을 한다. 관의 끝점에서 물체까지 실의 길이는 l 이고, 수평면이 실과 이루는 각은 30° 이다. 실이 물체를 당기는 힘의 크기는 수평면이 물체를 떠받치는 힘의 크기의 2배이다.

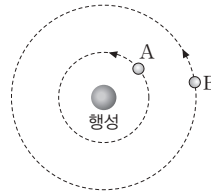


v 는? (단, 중력 가속도는 g 이고, 물체의 크기, 관의 굵기, 실의 질량, 모든 마찰은 무시한다.)

- ① $\frac{\sqrt{gl}}{2}$ ② $\frac{\sqrt{3gl}}{2}$ ③ $\frac{\sqrt{5gl}}{2}$
- ④ $\frac{\sqrt{7gl}}{2}$ ⑤ $\frac{3\sqrt{gl}}{2}$

[26027-0049]

07 그림과 같이 위성 A, B가 행성을 중심으로 등속 원운동을 한다. 표는 A, B의 질량과 속력을 나타낸 것이다.



위성	질량	속력
A	m	$\sqrt{2}v_0$
B	$2m$	v_0

이에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, 위성에는 행성에 의한 중력만 작용한다.)

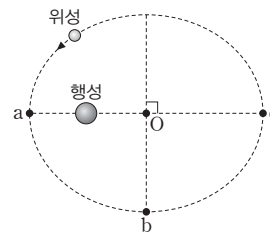
< 보기 >

- ㄱ. 가속도의 크기는 A가 B보다 크다.
- ㄴ. 위성에 작용하는 중력의 크기는 A가 B의 4배이다.
- ㄷ. 공전 주기는 B가 A의 $2\sqrt{2}$ 배이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[26027-0050]

08 그림과 같이 위성이 행성을 한 초점으로 하는 타원 궤도를 따라 운동한다. O는 타원의 중심이다. 표는 위성이 점 a에서 점 b까지, b에서 점 c까지 운동하는 데 걸린 시간을 나타낸 것이다. 위성의 공전 주기는 $6t_0$ 이다. a와 c는 각각 타원 궤도상에서 행성과 가장 가까운 점과 가장 먼 점이다.



이동 경로	걸린 시간
a에서 b	t_0
b에서 c	㉠

위성의 운동에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

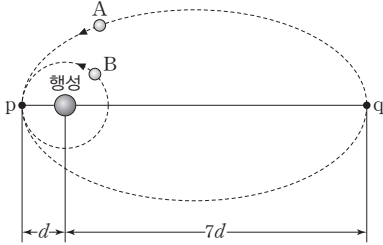
< 보기 >

- ㄱ. ㉠은 $2t_0$ 이다.
- ㄴ. 속력은 a에서가 b에서보다 크다.
- ㄷ. a에서 가속도의 크기는 최대이다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[26027-0051]

09 그림은 행성을 한 초점으로 타원 운동하는 위성 A와 행성을 중심으로 원운동하는 위성 B를 나타낸 것이다. 점 p는 A, B의 궤도가 접하는 지점으로 A가 행성으로부터 가장 가까운 점이고, 점 q는 A가 행성으로부터 가장 먼 지점이다. 행성의 중심으로부터 p, q까지의 거리는 각각 d , $7d$ 이다. p에서 B의 속력은 v 이다.



이에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?
(단, 위성에는 행성에 의한 중력만 작용한다.)

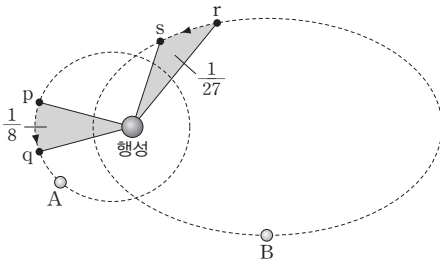
◀ 보기 ▶

- ㄱ. p에서 A와 B의 가속도의 크기는 같다.
- ㄴ. A에 작용하는 중력의 최댓값은 최솟값의 49배이다.
- ㄷ. A의 공전 주기는 $\frac{8\pi d}{v}$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ ④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

[26027-0052]

10 그림과 같이 위성 A, B가 행성을 한 초점으로 하는 타원 궤도를 따라 각각 운동하고 있다. A가 점 p에서 점 q까지 운동하는 동안, B는 점 r에서 점 s까지 운동하며, 이때 위성과 행성을 연결한 선분이 쓸고 지나가는 면적은 A는 타원 궤도 면적의 $\frac{1}{8}$ 만큼, B는 타원 궤도 면적의 $\frac{1}{27}$ 만큼 쓸고 지나간다.

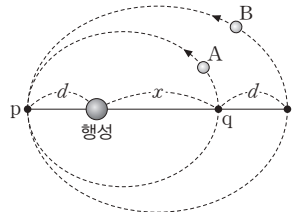


A, B의 타원 궤도의 긴반지름을 각각 a_A , a_B 라고 할 때, $a_A : a_B$ 는? (단, 위성에는 행성에 의한 중력만 작용한다.)

- ① 1 : 2 ② 4 : 9 ③ 2 : 5 ④ 5 : 14 ⑤ 1 : 3

[26027-0053]

11 그림과 같이 위성 A, B가 행성을 한 초점으로 하는 타원 궤도를 따라 각각 운동하고 있다. A, B가 행성으로부터 가장 가까운 지점은 점 p로 같고, 가장 먼 지점은 각각 점 q, r이다. p와 행성 중심 사이의 거리와 q와 r 사이의 거리는 d 로 같다. 표는 A, B의 가속도 크기의 최솟값 $a_{\min}$ 과 주기를 나타낸 것이다.



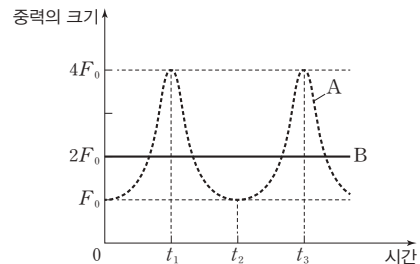
위성	$a_{\min}$	주기
A	a_0	T
B	㉠	$\frac{8\sqrt{3}}{9}T$

행성의 중심과 q 사이의 거리를 x 라 할 때, x 와 ㉠으로 옳은 것은?
(단, 위성에는 행성에 의한 중력만 작용한다.)

- | | | | |
|------------------|------------------|------------------|------------------|
| $\frac{x}{d}$ | ㉠ | $\frac{x}{d}$ | ㉠ |
| ① $\frac{3}{2}d$ | $\frac{1}{3}a_0$ | ② $\frac{3}{2}d$ | $\frac{4}{9}a_0$ |
| ③ $2d$ | $\frac{1}{3}a_0$ | ④ $2d$ | $\frac{4}{9}a_0$ |
| ⑤ $3d$ | $\frac{4}{9}a_0$ | | |

[26027-0054]

12 그림은 위성 A, B가 동일한 행성을 한 초점으로 각각 타원 운동, 원운동을 할 때, A와 B에 작용하는 중력의 크기를 시간에 따라 나타낸 것이다. t_2 일 때 행성으로부터 떨어진 거리는 A와 B가 같다.



이에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?
(단, 위성에는 행성에 의한 중력만 작용한다.)

◀ 보기 ▶

- ㄱ. 질량은 B가 A의 2배이다.
- ㄴ. t_1 부터 t_2 까지 A의 속력은 증가한다.
- ㄷ. B의 공전 주기는 $\frac{8\sqrt{3}}{9}(t_3 - t_1)$ 이다.

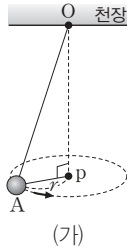
- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

수능 3점 테스트

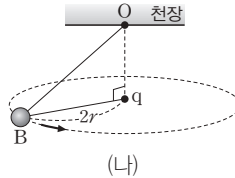
정답과 해설 12쪽 ▶

[26027-0055]

01 그림 (가), (나)와 같이 물체 A, B가 천장의 점 O에 실로 연결되어 점 p, q를 중심으로 반지름이 각각 r , $2r$ 인 등속 원운동을 한다. O와 p 사이의 거리는 O와 q 사이의 거리의 2배이고, 질량은 A가 B의 8배이다.



(가)



(나)

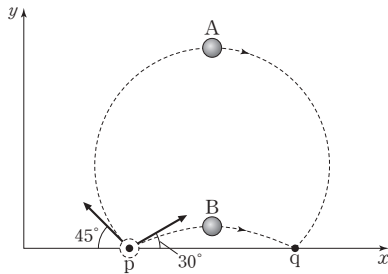
A, B에 작용하는 구심력의 크기를 각각 F_A , F_B 라고 할 때, $\frac{F_B}{F_A}$ 는? (단, 물체의 크기와 실의 질량은 무시한다.)

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

물체에 작용하는 구심력은 실이 물체를 당기는 힘과 물체에 작용하는 중력의 합력과 같다.

[26027-0056]

02 그림과 같이 xy 평면에서 물체 A, B가 점 p에서 점 q까지 서로 다른 속력으로 등속 원운동을 한다. p에서 A, B의 운동 방향이 x 축과 이루는 각은 각각 45° , 30° 이다. 표는 물체의 질량과 물체가 p에서 q까지 운동하는 데 걸린 시간을 나타낸 것이다.



구분	A	B
질량	m_0	$9m_0$
p에서 q까지 걸린 시간	$3t_0$	$2t_0$

원운동의 반지름이 r 이고, 각 속도의 크기가 ω 일 때 물체의 속력은 $v=r\omega$ 이고, 구심력의 크기는 $F=mr\omega^2$ 이다.

이에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, 물체의 크기는 무시한다.)

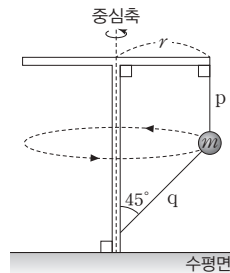
◀ 보기 ▶

- ㄱ. 각속도의 크기는 A가 B의 3배이다.
 ㄴ. 속력은 A가 B의 $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ 배이다.
 ㄷ. 구심력의 크기는 A가 B의 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 배이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

p, q가 물체를 당기는 힘과 물체에 작용하는 중력의 합력이 물체에 작용하는 구심력이다.

03 그림과 같이 실 p, q에 연결된 질량이 m 인 물체가 두 막대와 함께 회전하며 반지름이 r 인 등속 원운동을 한다. p는 수평한 막대의 한쪽 끝에, q는 연직 방향의 막대에 연결되어 있다. q가 연직 방향과 이루는 각은 45° 이다. p가 물체를 당기는 힘의 크기는 물체에 작용하는 구심력의 크기의 3배이다.



이에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, 중력 가속도는 g 이고, 막대의 두께, 물체의 크기, 실의 질량은 무시한다.)

◀ 보기 ▶

ㄱ. p가 물체를 당기는 힘의 크기는 $\frac{3}{2}mg$ 이다.

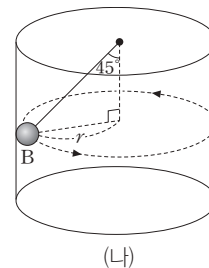
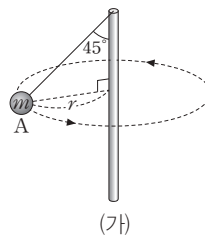
ㄴ. 물체의 속력은 $\sqrt{\frac{gr}{2}}$ 이다.

ㄷ. 물체의 주기는 $\pi\sqrt{\frac{3r}{g}}$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

원운동의 주기는 A가 B의 $\sqrt{2}$ 배이고, 원운동의 주기는 $T = \frac{2\pi}{\omega}$ 이므로 각속도의 크기는 B가 A의 $\sqrt{2}$ 배이다.

04 그림 (가)와 같이 막대의 한쪽 끝에 실로 연결된 질량이 m 인 물체가 등속 원운동을 한다. 그림 (나)는 실에 매달린 물체가 원기둥의 안쪽면을 따라 등속 원운동을 하는 모습을 나타낸 것이다. (가), (나)에서 원운동의 반지름은 r 이고, 실이 연직 방향과 이루는 각은 45° 로 서로 같다. 원운동의 주기는 A가 B의 $\sqrt{2}$ 배이고, 운동 에너지는 B가 A의 4배이다.

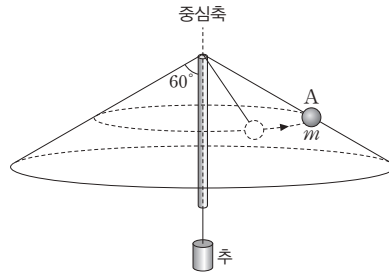


(나)에서 원기둥의 안쪽면이 B에 작용하는 힘의 크기는? (단, 중력 가속도는 g 이고, 막대의 두께, 물체의 크기, 실의 질량, 모든 마찰은 무시한다.)

- ① $\frac{1}{2}mg$ ② mg ③ $\frac{3}{2}mg$ ④ $2mg$ ⑤ $\frac{5}{2}mg$

[26027-0059]

05 그림과 같이 추와 실로 연결된 질량이 m 인 물체 A가 원뿔의 비깔면을 따라 등속 원운동을 한다. A와 연결된 실이 연직 방향으로 세운 관과 이루는 각은 60° 이다. A에 작용하는 구심력의 크기는 원뿔의 바깥 면이 A에 작용하는 힘의 크기의 2배이다.



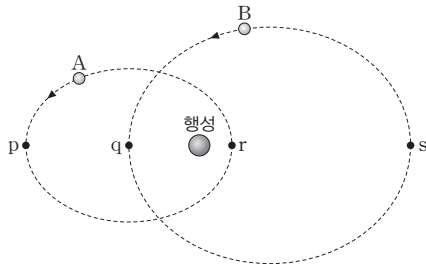
추의 질량은? (단, 물체의 크기와 실의 질량, 관의 두께, 모든 마찰은 무시한다.)

- ① $\frac{5}{4}m$ ② $\frac{3}{2}m$ ③ $\frac{7}{4}m$ ④ $2m$ ⑤ $\frac{9}{4}m$

실이 A를 당기는 힘의 크기는 추에 작용하는 중력의 크기와 같다.

[26027-0060]

06 그림과 같이 위성 A, B가 행성을 한 초점으로 하는 타원 궤도를 따라 각각 운동하고 있다. 점 p, r은 A가 행성의 중심으로부터 가장 먼 지점과 가장 가까운 점이고, 점 q, s는 B가 행성의 중심으로부터 가장 가까운 지점과 가장 먼 지점이다. 표는 A, B에 작용하는 중력의 크기의 최댓값과 최솟값을 나타낸 것이다. p와 q 사이의 거리와 q와 r 사이의 거리는 같고, A의 공전 주기는 T 이다.



위성	중력의 크기	
	최댓값	최솟값
A	$2F_0$	$\frac{2}{25}F_0$
B	F_0	$\frac{1}{9}F_0$

위성에 작용하는 중력의 크기는 행성으로부터 떨어진 거리의 제곱에 반비례하고, 위성의 질량에 비례한다.

이에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, 위성에는 행성에 의한 중력만 작용한다.)

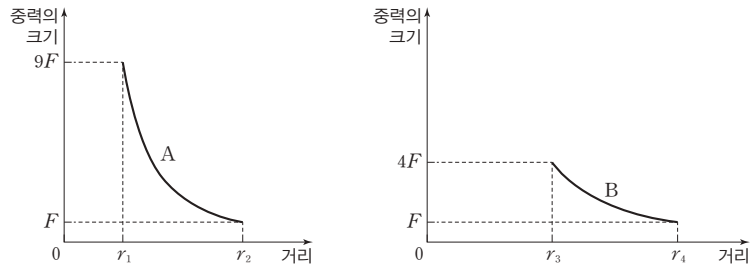
◀ 보기 ▶

- ㄱ. A의 운동 에너지는 p에서가 r에서보다 크다.
 ㄴ. 질량은 B가 A의 2배이다.
 ㄷ. B의 공전 주기는 $\frac{4\sqrt{3}}{9}T$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

행성의 공전 주기의 제곱은 긴 반지름의 세제곱에 비례한다.

07 그림은 질량이 서로 다른 위성 A, B가 동일한 행성을 한 초점으로 하는 각각의 타원 궤도를 따라 한 주기 동안 운동할 때, A, B에 작용하는 중력의 크기를 행성의 중심으로부터 떨어진 거리에 따라 나타낸 것으로, $r_2 - r_1 = \frac{4}{3}d$ 이고, $r_4 - r_3 = \sqrt{2}d$ 이다.



이에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, 위성에는 행성에 의한 중력만 작용한다.)

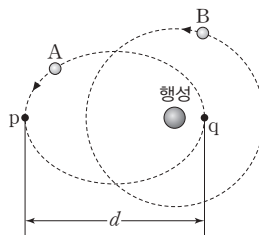
◀ 보기 ▶

- ㄱ. $r_4 = \sqrt{2}r_2$ 이다.
- ㄴ. 공전 주기는 B가 A보다 크다.
- ㄷ. 질량은 B가 A의 4배이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

위성에는 행성에 의한 중력만 작용하므로 위성의 가속도의 크기는 행성으로부터 떨어진 거리의 제곱에 반비례한다.

08 그림과 같이 위성 A는 행성을 한 초점으로 하는 타원 운동을 하고, 위성 B는 행성을 중심으로 크기가 a_0 인 가속도로 등속 원운동을 한다. 점 p, q는 각각 타원 궤도상에서 A가 행성의 중심으로부터 가장 먼 지점과 가장 가까운 지점이다. 표는 A의 위치에 따른 A의 가속도의 크기를 나타낸 것이다. p와 q 사이의 거리는 d 이다.



A의 위치	A의 가속도의 크기
p	$\frac{9}{25}a_0$
q	$9a_0$

이에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, 위성에는 행성에 의한 중력만 작용한다.)

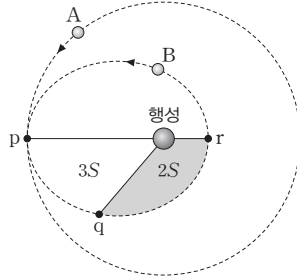
◀ 보기 ▶

- ㄱ. A가 p에서 q로 운동하는 동안 A의 속력은 증가한다.
- ㄴ. A, B가 각각 1회 공전하는 동안 면적 속도의 크기는 A가 B보다 크다.
- ㄷ. A의 공전 주기는 $\pi\sqrt{\frac{2d}{a_0}}$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[26027-0063]

09 그림과 같이 위성 A는 행성을 중심으로 하는 원 궤도를, 위성 B는 행성을 한 초점으로 하는 타원 궤도를 따라 운동한다. 점 p는 A, B의 궤도가 접하는 점으로 B가 행성으로부터 가장 먼 지점이다. 점 r는 B가 행성으로부터 가장 가까운 지점이다. p에서 q까지와 q에서 r까지 B가 운동하는 동안, B와 행성의 중심을 잇는 선분이 쓸고 지나가는 면적은 각각 $3S$, $2S$ 이다. A의 공전 주기는 T_0 이고, B에 작용하는 중력의 크기의 최댓값은 최솟값의 9배이다.

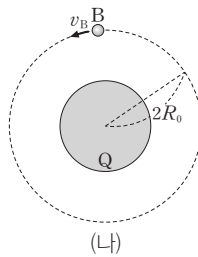
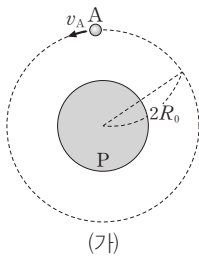


B가 p에서 q까지 이동하는 데 걸리는 시간은? (단, 위성에는 행성에 의한 중력만 작용한다.)

- ① $\frac{\sqrt{6}}{15}T_0$ ② $\frac{2\sqrt{6}}{15}T_0$ ③ $\frac{\sqrt{6}}{5}T_0$ ④ $\frac{4\sqrt{6}}{15}T_0$ ⑤ $\frac{\sqrt{6}}{3}T_0$

[26027-0064]

10 그림 (가), (나)와 같이 위성 A, B가 행성 P, Q를 중심으로 각각 v_A , v_B 의 속력으로 등속 원운동을 한다. A, B의 원 궤도의 반지름은 $2R_0$ 으로 같다. 표는 P, Q의 질량, 반지름, 행성 표면에서의 탈출 속력을 나타낸 것이다.



행성	질량	반지름	탈출 속력
P	M_0	R_0	v_0
Q	$\ominus$	R_0	$2v_0$

천체의 질량을 M , 반지름을 R , 중력 상수를 G 라 할 때, 천체 표면에서 물체의 탈출 속력은 $v = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$ 이다.

이에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

◀ 보기 ▶

- ㄱ. A에 작용하는 구심력의 크기는 P가 A에 작용하는 중력의 크기와 같다.
 ㄴ. $\ominus$ 은 $4M_0$ 이다.
 ㄷ. $2v_0 > v_B > v_A$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

03 물체의 운동(2)

수능 2점 테스트

본문 40~42쪽

01 ③	02 ④	03 ③	04 ⑤	05 ③	06 ②
07 ③	08 ⑤	09 ④	10 ②	11 ④	12 ③

01 등속 원운동

원운동의 반지름이 r 이고, 각속도의 크기가 ω 일 때 물체의 속력은 $v=r\omega$ 이다. 물체의 구심 가속도의 크기는 $a=r\omega^2$ 이고, 구심력의 크기는 $F=mr\omega^2$ 이다.

㉠. $v=r\omega$ 이므로 v 는 r 에 비례한다. 따라서 속력은 B가 A의 2배이다.

㉡. $a=r\omega^2$ 이므로 a 는 r 에 비례한다. 따라서 가속도의 크기는 B가 A의 2배이다.

㉢. $F=mr\omega^2$ 이므로 물체에 작용하는 구심력의 크기는 A와 B가 같다.

02 등속 원운동

위치의 x 성분을 시간 t 에 따라 나타낸 그래프에서 진폭은 원 궤도의 반지름(r)과 같고, 주기는 원운동의 주기(T)와 같다.

㉠. 구심 가속도의 크기는 $a=r\omega^2=r\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2$ 이므로, $a \propto \frac{r}{T^2}$ 이다. A, B의 반지름은 각각 x_0 , $2x_0$ 이고, 원운동의 주기는 각각 $3t_0$, t_0 이므로 $a_A : a_B = \frac{x_0}{(3t_0)^2} : \frac{2x_0}{t_0^2}$ 이다. 따라서 $\frac{a_B}{a_A} = 18$ 이다.

03 등속 원운동

등속 원운동을 하는 물체의 가속도의 방향은 항상 원의 중심을 향하고, 운동 방향에 수직이다.

㉠. 자동차의 가속도 크기는 a_y 의 최댓값인 4 m/s^2 이고, 원운동 주기는 5π 초이므로, $a=r\omega^2=r\left(\frac{2\pi}{5\pi}\right)^2=4 \text{ m/s}^2$ 에서 $r=25 \text{ m}$ 이다.

㉡. 자동차의 속력을 v 라 하면,

$$v=r\omega=25 \text{ m} \times \left(\frac{2\pi}{5\pi}\right)=10 \text{ m/s} \text{이다.}$$

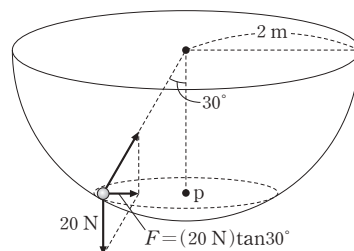
㉢. 자동차는 시계 반대 방향으로 운동한다. $t=\frac{5}{4}\pi$ 초일 때,

$a_y=-4 \text{ m/s}^2$ 으로 가속도의 방향은 $-y$ 방향이다. 따라서 이때 자동차의 운동 방향은 $-x$ 방향이다.

04 구심력과 등속 원운동

물체에 작용하는 구심력은 물체에 작용하는 중력과 반구의 안쪽

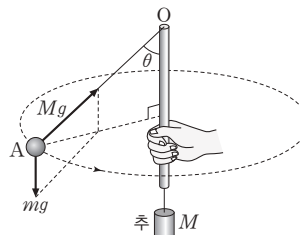
면이 물체에 작용하는 힘의 합력과 같고, 그 방향은 원운동의 중심 방향이다.



㉤. 물체에 작용하는 중력의 크기는 20 N 이고, 반구의 중심과 물체를 연결한 선분이 연직 아래 방향과 이루는 각이 30° 이므로 구심력의 크기는 $F=(20 \text{ N})\tan 30^\circ=\frac{20\sqrt{3}}{3} \text{ N}$ 이다.

05 등속 원운동

추의 질량을 M , A에 작용하는 구심력의 크기를 F 라 하면, 실이 A를 당기는 힘의 크기는 추에 작용하는 중력의 크기(Mg)와 같다. 따라서 $\cos\theta=\frac{mg}{Mg}$ 이고, $F=mg\tan\theta=Mg\sin\theta$ 이다.



㉠. $\cos\theta=\frac{m}{M}=\frac{3}{5}$ 이므로 $M=\frac{5}{3}m$ 이다.

㉡. $F=mg\tan\theta=\frac{4}{3}mg$ 이다.

㉢. A의 주기를 T 라 하면 $\sin\theta=\frac{4}{5}$ 이므로,

$$F=\frac{4}{3}mg=m(l\sin\theta)\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \text{에서 } T=2\pi\sqrt{\frac{3l}{5g}} \text{이다.}$$

06 등속 원운동

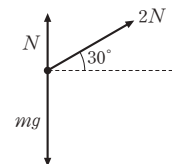
물체에 작용하는 구심력은 물체에 작용하는 중력, 실이 물체를 당기는 힘, 수평면이 물체를 떠받치는 힘의 합력과 같다.

㉠. 물체의 질량을 m , 수평면이 물체를 떠받치는 힘의 크기를 N , 구심력의 크기를 F 라고 하면,

$$\bullet \text{ 연직 방향: } N+2N\sin 30^\circ=mg \cdots ①$$

$$\bullet \text{ 수평 방향: } F=2N\cos 30^\circ=\frac{mv^2}{(l\cos 30^\circ)} \cdots ②$$

①, ②에서 $N=\frac{1}{2}mg$ 이고, $v=\frac{\sqrt{3gl}}{2}$ 이다.



07 중력에 의한 등속 원운동

위성에 작용하는 중력이 위성을 원운동시키는 구심력으로 작용하므로 $G\frac{Mm}{r^2} = \frac{mv^2}{r}$ 에서 위성의 속력은 $v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$ 이다. (G : 중력 상수, M : 행성의 질량, m : 위성의 질량, r : 행성과 위성 사이의 거리)

㉠. 가속도의 크기는 $a = G\frac{M}{r^2}$ 이고 행성으로부터 떨어진 거리는 A가 B보다 작으므로 가속도의 크기는 A가 B보다 크다.

㉡. 위성의 속력이 A가 B의 $\sqrt{2}$ 배이므로 원운동의 반지름은 B가 A의 2배이다. 질량은 B가 A의 2배이므로 위성에 작용하는 중력의 크기는 A가 B의 2배이다.

㉢. 위성의 공전 주기는 $T = \frac{2\pi r}{v} = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM}}$ 이므로 $T^2 \propto r^3$ 이다. 반지름은 B가 A의 2배이므로 공전 주기는 B가 A의 $2\sqrt{2}$ 배이다.

08 케플러 법칙

위성에는 행성에 의한 중력만 작용하므로 위성의 가속도의 크기는 행성으로부터 떨어진 거리의 제곱에 반비례한다.

$$G\frac{Mm}{r^2} = ma, a = G\frac{M}{r^2}$$

㉠. 위성의 공전 주기는 $6t_0$ 이므로, 위성이 a에서 c까지, c에서 a까지 운동하는 데 걸린 시간은 $3t_0$ 으로 같다. 따라서 ㉠은 $2t_0$ 이다.

㉡. 위성의 면적 속도가 일정하므로, 행성 중심에서 위성까지 떨어진 거리가 짧을수록 위성의 속력이 크다. 따라서 위성의 속력은 a에서가 b에서보다 크다.

㉢. 위성이 행성과 위성 사이의 거리가 최소인 a를 지날 때가 행성의 가속도의 크기는 최대이다.

09 케플러 법칙

행성의 질량이 M , 위성의 질량이 m , 행성과 위성 사이의 거리가 r 일 때, 행성이 위성에 작용하는 중력의 크기는 $G\frac{Mm}{r^2}$ 이다.

㉠. p에서 A, B가 행성으로부터 떨어진 거리가 같다. 따라서 p에서 A와 B의 가속도의 크기는 같다.

㉡. 위성에 작용하는 중력의 크기는 행성으로부터 떨어진 거리의 제곱에 반비례한다. 행성과 A 사이의 거리의 최댓값이 최솟값의 7배이므로 A에 작용하는 중력의 최댓값은 최솟값의 49배이다.

㉢. 공전 궤도 긴반지름이 A가 B의 4배이므로 공전 주기는 A가 B의 8배이다. B의 공전 주기는 $\frac{2\pi d}{v}$ 이므로 A의 공전 주기는 $\frac{16\pi d}{v}$ 이다.

10 케플러 법칙

위성의 공전 주기의 제곱은 타원 궤도 긴반지름의 세제곱에 비례한다. ($T^2 = ka^3$)

㉠. A가 p에서 q까지 운동하는 동안 걸린 시간을 t_0 이라고 하면, A, B의 공전 주기는 각각 $8t_0$, $27t_0$ 이다.

$\left(\frac{27t_0}{8t_0}\right)^2 = \left(\frac{a_B}{a_A}\right)^3$ 이므로 $a_A : a_B = 4 : 9$ 이다.

11 케플러 법칙

위성의 공전 주기의 제곱은 타원 궤도 긴반지름의 세제곱에 비례한다.

㉠. A, B의 긴반지름을 각각 r_A , r_B 라고 하면,

$$\left(\frac{r_B}{r_A}\right)^3 = \left(\frac{8\sqrt{3}}{9}\right)^2 = \frac{64}{27} = \left(\frac{4}{3}\right)^3 \text{이므로 } \frac{r_B}{r_A} = \frac{4}{3} = \frac{2d+x}{d+x}$$

따라서 $x = 2d$ 이다. 위성의 가속도의 크기는 행성으로부터 떨어진 거리의 제곱에 반비례하므로 ㉠은 $\frac{(2d)^2}{(3d)^2}$ 에서 ㉠은 $\frac{4}{9}a_0$ 이다.

12 케플러 법칙

행성의 질량이 M , 위성의 질량이 m , 행성과 위성 사이의 거리가 r 일 때, 행성이 위성에 작용하는 중력의 크기는 $G\frac{Mm}{r^2}$ 이다.

㉠. t_2 일 때 행성으로부터 떨어진 거리는 A와 B가 같고, 중력의 크기는 B가 A의 2배이므로 질량은 B가 A의 2배이다.

㉡. t_1 부터 t_2 까지 A에 작용하는 중력의 크기가 감소하므로 행성과 A의 거리가 증가한다. 따라서 A의 속력은 감소한다.

㉢. A에 작용하는 중력의 크기가 t_1 일 때가 t_2 일 때의 4배이므로, t_1 과 t_2 일 때 행성과 A 사이의 거리를 각각 r_0 , $2r_0$ 이라 하면, A의 긴반지름과 B의 반지름은 각각 $\frac{3}{2}r_0$, $2r_0$ 이다. A의 공전 주기는 $(t_3 - t_1)$ 이고, 공전 주기는 B가 A의 $\frac{4}{3}\sqrt{\frac{4}{3}}$ 배이므로 B의 공전 주기는 $\frac{8\sqrt{3}}{9}(t_3 - t_1)$ 이다.

수능 3점 테스트

본문 43~47쪽

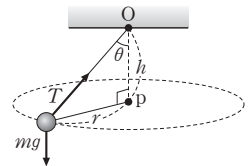
01 ②	02 ⑤	03 ③	04 ④	05 ①	06 ②
07 ③	08 ③	09 ①	10 ⑤		

01 등속 원운동

물체에 작용하는 구심력의 크기는

$$F = mg \tan \theta = mg \left(\frac{r}{h} \right) = mr\omega^2$$

이다.



$\omega^2 = \frac{g}{h}$ 이므로 $\omega \propto \frac{1}{\sqrt{h}}$ 이다.

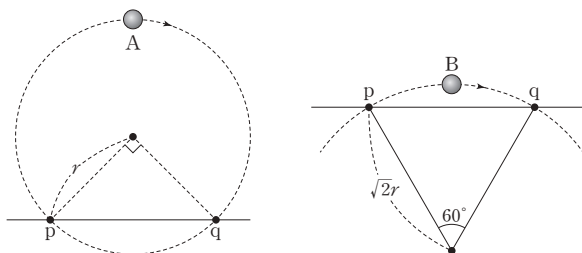
② O로부터 떨어진 거리는 p가 q의 2배이므로 각속도의 크기는 B가 A의 $\sqrt{2}$ 배이고, 반지름은 B가 A의 2배이므로 $v=r\omega$ 에서 속력은 B가 A의 $2\sqrt{2}$ 배이다. A, B의 반지름, 각속도의 크기, 속력, 질량을 나타내면 다음과 같다.

	반지름	각속도의 크기	속력	질량
A	r	ω_0	v_0	$8m$
B	$2r$	$\sqrt{2}\omega_0$	$2\sqrt{2}v_0$	m

따라서 $\frac{F_B}{F_A} = \frac{m(2r)(\sqrt{2}\omega_0)^2}{(8m)r(\omega_0)^2} = \frac{1}{2}$ 이다.

02 등속 원운동

A, B의 원운동의 반지름을 각각 r , $\sqrt{2}r$ 이라 하고, 원운동 궤적을 나타내면 그림과 같다.



㉠ A, B의 각속도의 크기를 각각 ω_A , ω_B 라고 하면,

$\omega_A = \frac{270^\circ}{3t_0}$ 이고, $\omega_B = \frac{60^\circ}{2t_0}$ 이다. 따라서 $\omega_A = 3\omega_B$ 이다.

㉡ 원운동을 하는 물체의 속력은 $v=r\omega$ 이다. 반지름은 A가 B의 $\frac{1}{\sqrt{2}}$ 배이므로 속력은 A가 B의 $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ 배이다.

㉢ A, B에 작용하는 구심력의 크기를 각각 F_A , F_B 라고 하고, A, B의 각속도의 크기를 각각 $3\omega_0$, ω_0 이라고 하면

$\frac{F_A}{F_B} = \frac{m_0 r (3\omega_0)^2}{(9m_0)(\sqrt{2}r)(\omega_0)^2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 이다.

03 등속 원운동

p, q가 물체를 당기는 힘의 크기를 각각 T_p , T_q , 물체에 작용하는 구심력의 크기를 F 라고 할 때 물체에 작용하는 힘을 나타내면 다음과 같다.

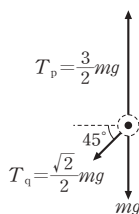
• 연직 방향: $T_p = T_q \sin 45^\circ + mg = 3F \cdots ①$

• 수평 방향: $F = T_q \cos 45^\circ \cdots ②$

㉠ ①, ②에서 $T_p = \frac{3}{2}mg$ 이다.

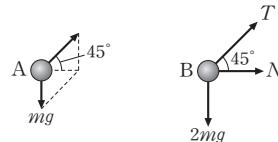
㉡ $F = \frac{1}{2}mg = \frac{mv^2}{r}$ 에서 $v = \sqrt{\frac{gr}{2}}$ 이다.

㉢ 원운동의 주기는 $T = \frac{2\pi r}{v} = \pi\sqrt{\frac{8r}{g}}$ 이다.



04 등속 원운동

원운동의 주기는 A가 B의 $\sqrt{2}$ 배이고, 원운동의 주기는 $\frac{2\pi}{\omega}$ 이므로 각속도의 크기는 B가 A의 $\sqrt{2}$ 배이다. A의 구심력의 크기는 $mg \tan 45^\circ = mg$ 이다. (나)에서 실이 B를 당기는 힘의 크기를 T , 원기둥의 안쪽 면이 B에 작용하는 힘의 크기를 N 이라 하자.



㉠ (가), (나)에서 원운동의 반지름이 같으므로 A, B의 속력을 각각 v_0 , $\sqrt{2}v_0$ 이라 하고, B의 질량을 m_B 라 하면 운동 에너지는 B가 A의 4배이므로, $4\left(\frac{1}{2}mv_0^2\right) = \frac{1}{2}m_B(\sqrt{2}v_0)^2$ 에서 $m_B = 2m$ 이다.

구심력의 크기 $\left(\frac{mv^2}{r}\right)$ 는 B가 A의 4배이므로 A, B에 작용하는 구심력의 크기는 각각 mg , $4mg$ 이다. B에 작용하는 힘에서

• 연직 방향: $T \sin 45^\circ = 2mg \cdots ①$

• 수평 방향: $T \cos 45^\circ + N = 4mg \cdots ②$

①, ②에서 $T = 2\sqrt{2}mg$, $N = 2mg$ 이다.

05 등속 원운동

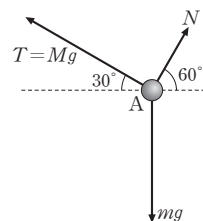
추의 질량을 M 이라 하면, 실이 A를 당기는 힘의 크기는 Mg 이다. 원뿔의 바깥면이 A를 떠받치는 힘의 크기를 N 이라 하자.

㉠ A에 작용하는 구심력의 크기는 원뿔의 바깥면이 물체에 작용하는 힘의 크기의 2배이므로 $2N$ 이다.

• 연직 방향: $Mg \sin 30^\circ + N \sin 60^\circ = mg \cdots ①$

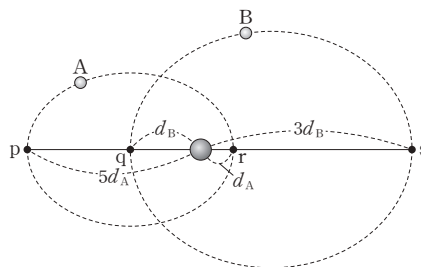
• 수평 방향: $Mg \cos 30^\circ - N \cos 60^\circ = 2N \cdots ②$

①, ②에서 $Mg = \frac{5}{4}mg$ 이다. 따라서 추의 질량은 $\frac{5}{4}m$ 이다.



06 케플러 법칙

주어진 중력 조건으로부터 행성으로부터 p, q, r, s까지 떨어진 거리를 그림과 같이 나타낼 수 있다.



✕. 행성으로부터 떨어진 거리는 r에서가 p에서보다 작으므로 A의 속력은 r에서가 p에서보다 크다. 따라서 A의 운동 에너지는 r에서가 p에서보다 크다.

㉠. q가 A의 타원 궤도의 중심이므로 $3d_A = d_A + d_B$ 에서 $d_B = 2d_A$ 이다. A, B의 질량을 각각 m_A, m_B 라고 하면, r에서 A에 작용하는 중력의 크기가 최대이므로 $2F_0 = \frac{GMm_A}{(d_A)^2}$ 이고,

q에서 B에 작용하는 중력의 크기가 최대이므로 $F_0 = \frac{GMm_B}{(2d_A)^2}$ 이다. 따라서 $m_B = 2m_A$ 이다.

✕. A, B의 긴반지름이 각각 $3d_A, 4d_A$ 로 B가 A의 $\frac{4}{3}$ 배이므로 공전 주기는 B가 A의 $\frac{4}{3}\sqrt{\frac{4}{3}} = \frac{8\sqrt{3}}{9}$ 배이다.

07 케플러 법칙

중력의 크기는 거리의 제곱에 반비례하므로 $r_2 = 3r_1$ 이고, $r_4 = 2r_3$ 이다. 따라서 $r_1 = \frac{2}{3}d, r_2 = 2d, r_3 = \sqrt{2}d, r_4 = 2\sqrt{2}d$ 이다.

㉠. $r_2 = 2d$ 이고, $r_4 = 2\sqrt{2}d$ 이므로 $r_4 = \sqrt{2}r_2$ 이다.

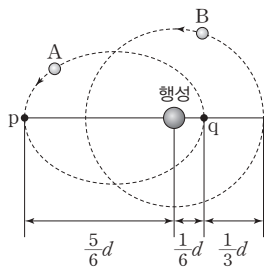
㉡. 위성의 공전 주기의 제곱은 타원 궤도 긴반지름의 세제곱에 비례한다. A의 긴반지름은 $\frac{1}{2}\left(\frac{2}{3}d + 2d\right) = \frac{4}{3}d$ 이고, B의 긴반

지름은 $\frac{1}{2}(\sqrt{2}d + 2\sqrt{2}d) = \frac{3\sqrt{2}}{2}d$ 이다. 공전 궤도의 긴반지름이 B가 A보다 길므로 공전 주기는 B가 A보다 크다.

✕. A, B가 행성으로부터 떨어진 거리가 각각 r_2, r_4 일 때, A, B에 작용하는 중력의 크기는 F로 같으므로 A, B의 질량을 각각 m_A, m_B 라고 하면, $F = \frac{GMm_A}{(2d)^2} = \frac{GMm_B}{(2\sqrt{2}d)^2}$ 에서 $m_B = 2m_A$ 이다.

08 케플러 법칙

위성에는 행성에 의한 중력만 작용하므로 위성의 가속도의 크기는 행성으로부터 떨어진 거리의 제곱에 반비례한다.



㉠. 위성이 행성과 가까워수록 위성의 속력은 크다. 따라서 A가 p에서 q로 운동하는 동안 A의 속력은 증가한다.

✕. 가속도 조건에 의해 행성과 p 사이의 거리, 행성과 q 사이의 거리는 각각 $\frac{5}{6}d, \frac{1}{6}d$ 이고, 원 궤도의 반지름은 $\frac{1}{2}d$ 이다. A, B

의 공전 궤도의 긴반지름이 같으므로 두 위성의 공전 주기는 같다. A의 타원 궤도와 B의 원 궤도의 전체 면적을 각각 S_A, S_B 라고 하고 A, B의 공전 주기를 T라 하면, $S_A < S_B$ 이므로 $\frac{S_A}{T} < \frac{S_B}{T}$ 이다. 따라서 A, B가 각각 1회 공전하는 동안 면적 속도의 크기는 A가 B보다 작다.

㉡. A, B의 공전 주기는 T로 같다. 등속 원운동을 하는 B의 가속도의 크기는 $a_0 = r\omega^2 = \left(\frac{1}{2}d\right)\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2$ 이다. 따라서 $T = \pi\sqrt{\frac{2d}{a_0}}$ 이다.

09 케플러 법칙

B에 작용하는 중력의 크기의 최댓값은 최솟값의 9배이므로 행성과 p 사이의 거리는 행성과 r 사이의 거리의 3배이다.

㉠. 행성의 공전 주기의 제곱은 긴반지름의 세제곱에 비례한다. 공전 궤도의 긴반지름이 B가 A의 $\frac{2}{3}$ 배이므로, B의 공전 주기는 $\frac{2}{3}\sqrt{\frac{2}{3}}T_0 = \frac{2\sqrt{6}}{9}T_0$ 이다. 타원 궤도의 전체 면적이 10S이고, 면적 속도가 일정하므로 B가 p에서 q까지 운동하는 데 걸리는 시간은 $\frac{2\sqrt{6}}{9}T_0 \times \left(\frac{3}{10}\right) = \frac{\sqrt{6}}{15}T_0$ 이다.

10 탈출 속력

천체의 질량을 M, 반지름을 R, 중력 상수를 G라 할 때, 천체 표면에 물체의 탈출 속력은 $v = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$ 이다.

㉠. 등속 원운동을 하는 위성에는 행성의 중력이 구심력으로 작용한다. 따라서 A에 작용하는 구심력의 크기는 P가 A에 작용하는 중력의 크기와 같다.

㉡. 행성의 반지름이 일정할 때, 탈출 속력은 $v \propto \sqrt{M}$ 이다. 행성 표면에서 탈출 속력은 Q에서 P에서의 2배이므로 ㉠은 $4M_0$ 이다.

㉢. 위성이 행성 주위에서 등속 원운동을 할 때, $G\frac{Mm}{r^2} = \frac{mv^2}{r}$ 이므로 위성의 속력은 $v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$ 이다.

따라서 $v_A = \sqrt{\frac{GM_0}{2R_0}}, v_B = \sqrt{\frac{G(4M_0)}{2R_0}}$ 이다. Q의 표면에서 B의 탈출 속력은 $2v_0 = \sqrt{\frac{2G(4M_0)}{R_0}}$ 이므로, $2v_0 > v_B > v_A$ 이다.

04 일반 상대성 이론

수능 2점 테스트

본문 54~55쪽

01 ④ 02 ① 03 ③ 04 ③ 05 ③ 06 ⑤
07 ⑤ 08 ②

01 가속 좌표계와 관성력

버스가 가속도 운동을 하면, 버스 안의 물체에 작용하는 관성력은 버스의 가속도 방향의 반대 방향으로 작용한다.

✕. A가 관측할 때, 버스 안에서 물체를 가만히 놓았을 때 물체가 $+x$ 방향으로 운동하였으므로 물체에 작용하는 관성력의 방향은 $+x$ 방향이다. 따라서 버스의 가속도 방향은 관성력 방향의 반대 방향인 $-x$ 방향이다.

㉠. A가 관측할 때, 정지 상태인 물체가 등가속도 직선 운동을 하여 $+x$ 방향으로 d , $-y$ 방향으로 $2d$ 를 운동하였으므로 가속도의 x 축 성분과 y 축 성분의 비는 $1 : 2$ 이다. $-y$ 방향으로 가속도는 중력 가속도 g 이므로 x 축 방향으로 가속도의 크기는 $\frac{1}{2}g$ 이고, 물체의 가속도의 크기는 $\sqrt{g^2 + \left(\frac{1}{2}g\right)^2} = \frac{\sqrt{5}}{2}g$ 이다.

㉡. B가 관측할 때, A가 물체를 가만히 놓는 순간 물체는 $+x$ 방향으로 속도 성분이 있고, 물체의 가속도는 $-y$ 방향으로 중력 가속도 g 이므로 수평으로 던져진 물체의 운동을 한다. 따라서 물체의 운동은 포물선 운동으로 관측된다.

02 원운동을 하는 물체의 관성력

등속 원운동을 하는 물체에는 원의 중심 방향으로 구심력이 작용한다. 물체와 함께 등속 원운동을 하는 가속 좌표계에서는 원의 중심을 향하는 방향과 반대 방향으로 원심력이 작용하는 것으로 관측한다.

㉠. A는 물체와 함께 등속 원운동을 하므로 A의 좌표계에서 물체는 원 바깥쪽 방향으로 원심력이 작용하여 물체에 작용하는 힘의 합이 0이고, 물체가 정지한 것으로 관측한다. 따라서 A의 좌표계에서 물체는 힘의 평형 상태이다.

✕. 원심력은 관성력으로 가속 좌표계인 A의 좌표계에서 관측되는 힘이다. B의 좌표계에서 물체는 구심력에 의해 등속 원운동을 한다.

✕. 물체의 질량을 m , 실이 연직선과 이루는 각을 θ , 중력 가속도를 g 라 할 때, 실이 물체를 당기는 힘의 크기는 $T = \frac{mg}{\cos\theta}$ 이다. 따라서 실이 물체를 당기는 힘의 크기는 A가 관측할 때와 B가 관측할 때가 같다.

03 가속 좌표계와 관성력

우주선의 가속도 방향의 반대 방향으로 우주선 내부의 물체에는 관성력이 작용한다. Q가 관측할 때, 물체가 $-y$ 방향으로 운동하면서 속력이 증가하므로 물체의 가속도 방향은 $-y$ 방향이다.

㉠. P가 관측할 때, 물체가 이동하는 동안 물체에 작용하는 알짜 힘이 0이므로 물체는 속력 v_0 으로 등속 직선 운동을 한다.

✕. Q가 관측할 때, 물체는 $-y$ 방향으로 등가속도 직선 운동을 하므로 거리 d 만큼 운동하는 동안 평균 속도의 크기는 $\frac{3v_0}{2}$ 이다.

낙하 시간을 t 라 할 때 $\frac{3v_0}{2} \times t = d$ 이므로 $t = \frac{2d}{3v_0}$ 이다.

㉡. Q가 관측할 때, 물체의 가속도의 크기는 $a = \frac{\Delta v}{t} = \frac{2v_0 - v_0}{\frac{2d}{3v_0}} = \frac{3v_0^2}{2d}$ 이다. Q가 관측하는 물체의 가속도와 P가 관측하는 우주선의 가속도는 크기가 같으므로 우주선의 가속도 크기는 $\frac{3v_0^2}{2d}$ 이다.

04 관성력과 빛의 휘어짐

우주선 내부의 물체에는 우주선의 가속도 방향의 반대 방향으로 관성력이 작용한다. 우주선 내부에서 관측할 때, 관성력이 작용하는 방향으로 빛이 휘어지며 진행한다.

㉠. Q를 향해 방출된 빛이 P에 도달한다는 것은 우주선 내부에서 관성력의 방향이 $+y$ 방향이고, 관성력의 방향과 반대 방향으로 우주선이 가속도 운동을 하므로 우주선의 가속도 방향은 $-y$ 방향이다.

㉡. Q를 향해 방출된 빛이 Q에 도달한다는 것은 빛이 직선 운동을 한 것이므로 관성력이 작용하지 않는 경우이다. 따라서 우주선의 가속도는 0이므로 우주선은 등속도 운동을 한다.

✕. 우주선 내부에서 관성력이 크게 작용할수록 빛의 휘어짐은 커진다. 빛이 P에 도달할 때가 R에 도달할 때보다 빛의 휘어짐이 작으므로 관성력이 작게 작용한다. 따라서 우주선의 가속도의 크기는 빛이 P에 도달할 때가 R에 도달할 때보다 작다.

05 중력 렌즈 현상

일반 상대성 이론은 중력의 발생 원인을 질량이 큰 천체에 의한 시공간의 휘어짐으로 설명한다.

㉠. 중력파와 중력 렌즈 현상은 일반 상대성 이론의 증거이다.

✕. 중력 렌즈 현상은 뉴턴의 중력 법칙으로는 설명되지 않고 일반 상대성 이론으로 설명된다.

㉡. 중력 렌즈 현상은 질량이 큰 천체에 의해 시공간이 휘어지고, 휘어진 시공간을 따라 빛이 진행하면 빛도 휘어지는 현상 때문에 발생한다.