

경희대논술

자연계

목차

2026학년도 논술우수자전형 자연계열	3
논제 I	3
논제 II	5
논제 III	8
2025학년도 논술우수자전형 자연계열	11
논제 I	11
논제 II	13
논제 III	15
2024학년도 논술우수자전형 자연계열	17
논제 I	17
논제 II	19
논제 III	21

2026학년도 자연계열

논제 I

제시문

[가] $x = f(t), y = g(t)$ 가 t 에 대하여 미분가능하고, $f'(t) \neq 0$ 이면 $\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{g'(t)}{f'(t)}$ 이다.

[나] 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각 t 에서의 위치 (x, y) 가 $x = f(t), y = g(t)$ 일 때, 시각 $t = a$ 에서 $t = b$ 까지 점 P가 움직인 거리 s 는

$$s = \int_a^b \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2} dt = \int_a^b \sqrt{\{f'(t)\}^2 + \{g'(t)\}^2} dt$$

[논제 I] 자연수 n 에 대하여 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각 t 에서의 위치 (x, y) 가

$$x = \frac{4}{2n+1}t^{\frac{2n+1}{2}} - \frac{4}{2n+1}, \quad y = \frac{1}{2n+1}t^{2n+1} - \ln t - \frac{1}{2n+1}$$

일 때, 다음 물음에 답하시오. (단, $t \geq 1$)

- (1) $\frac{dy}{dx} = n$ 이 되는 점 P의 x 좌표를 a_n 이라고 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 을 구하고, 그 근거를 논술하시오. (15점)
- (2) 시각 $t = 1$ 에서 $t = e^{\frac{1}{2n+1}}$ 까지 점 P가 움직인 거리를 l 이라고 하고, 시각 $t = e^{\frac{1}{2n+1}}$ 에서 점 P의 y 좌표를 m 이라고 하자. 이때 $\frac{l}{m}$ 을 구하고, 그 근거를 논술하시오. (15점)

■ 예시 답안

■ 논제 I -(1)

x 와 y 를 t 에 대해서 미분하면 $x'(t) = 2t^{\frac{2n-1}{2}}$, $y'(t) = t^{2n} - \frac{1}{t}$ 이다.

따라서 $\frac{dy}{dx} = \frac{y'(t)}{x'(t)} = \frac{1}{2} \left(t^{\frac{2n+1}{2}} - t^{-\frac{2n+1}{2}} \right)$ 이다.

$u = t^{\frac{2n+1}{2}}$ 라고 하고, $\frac{dy}{dx} = n$ 일 때를 생각하면,

$n = \frac{dy}{dx} = \frac{1}{2} \left(u - \frac{1}{u} \right)$ 로부터, $u^2 - 2nu - 1 = 0$ 이다.

$u = n \pm \sqrt{n^2 + 1}$ 에서 $t \geq 1$ 이므로 $u = n + \sqrt{n^2 + 1}$ 을 얻는다.

따라서 이때 점 P의 x 좌표는

$$a_n = \frac{4}{2n+1}u - \frac{4}{2n+1} = \frac{4}{2n+1} \left(n - 1 + \sqrt{n^2 + 1} \right)$$

그러므로

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{4(n-1)}{2n+1} + \frac{4\sqrt{n^2+1}}{2n+1} \right) = 2 + 2 = 4$$

■ 논제 I -(2)

점 P의 속력은

$$\sqrt{x'(t)^2 + y'(t)^2} = \sqrt{4t^{2n-1} + t^{4n} - 2t^{2n-1} + \frac{1}{t^2}} = \sqrt{\left(t^{2n} + \frac{1}{t} \right)^2} = t^{2n} + \frac{1}{t}$$

$b = e^{\frac{1}{2n+1}}$ 이라고 할 때, 시각 $t = 1$ 에서 시각 $t = b$ 까지 점 P가 움직인 거리는

$$l = \int_1^b \left(t^{2n} + \frac{1}{t} \right) dt = \frac{1}{2n+1} b^{2n+1} + \ln b - \frac{1}{2n+1} = \frac{e}{2n+1} + \frac{1}{2n+1} - \frac{1}{2n+1} = \frac{e}{2n+1}$$

$t = b$ 일 때의 점 P의 y 좌표는 $m = \frac{1}{2n+1} b^{2n+1} - \ln b - \frac{1}{2n+1} = \frac{e-2}{2n+1}$ 이므로

$$\frac{l}{m} = \frac{e}{e-2}$$

■ 채점 기준

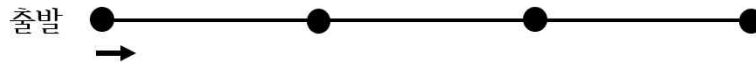
하위 문항	채점 기준	배점
논제 I -(1)	<6점> $x'(t)$ 와 $y'(t)$ 를 이용하여 $\frac{dy}{dx}$ 를 구한다. <6점> a_n 을 구한다. <3점> $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 을 구한다.	15
논제 I -(2)	<6점> 점 P의 속력을 구한다. <6점> 거리 l 을 구한다. <3점> $\frac{l}{m}$ 을 구한다.	15
합계		30

문제 II

제시문

[다] 두 사건 A, B 에 대하여 $P(A \cap B) = P(A)P(B | A) = P(B)P(A | B)$ 이다. (단, $P(A) > 0, P(B) > 0$)

[문제 II] <그림 1>의 말판에서 처음에 말은 맨 왼쪽 점에서 출발한다. 그리고 앞면(등근 면)이 나올 확률이 p ($0 < p < 1$)이고 뒷면(평평한 면)이 나올 확률이 $1 - p$ 인 윷짝 한 개를 계속해서 던진다. 앞면이 나오면 말은 오른쪽으로 한 칸 이동하고, 뒷면이 나오면 말은 이동하지 않는다. 다음 물음에 답하시오.



<그림 1>

- (1) 처음 윷짝을 던진 결과가 앞면이 나왔을 때, 뒷면이 세 번 나오기 전에 말이 맨 오른쪽 점까지 도달할 확률 $f(p)$ 를 구하고, 그 근거를 논술하시오. (12점)
- (2) 1, 2, 3, 4, 5라는 다섯 개의 영역이 있는 돌림판이 있고, 각 영역이 나올 확률은 동일하다. 돌림판을 돌려서 영역 1, 2, 3, 4 중 하나가 나오면 말을 왼쪽에서 세 번째 점에 두고, 반면에 영역 5가 나오면 말을 왼쪽에서 두 번째 점에 둔다. 그 후에 윷짝을 계속해서 던져서 뒷면이 두 번 나오기 전에 말이 맨 오른쪽 점까지 도달할 확률을 $g(p)$ 라고 하자. (1)에서 구한 $f(p)$ 에 대하여 $f(p) = g(p)$ 인 p 의 값을 구하고, 그 근거를 논술하시오. (단, $0 < p < 1$) (21점)

■ 예시 답안

논제 II-(1)

웃짜를 던진 첫 결과가 앞면이면 말의 상황은 다음과 같다.



다음에 앞면은 두 번 나와야 하고, 뒷면은 최대 두 번 나와야 하며, 마지막은 앞면으로 끝나야 한다. 뒷면의 개수로 경우를 나누어 보자.

- | | | |
|-----------|------------------|---------------------|
| * 뒷면이 0번: | 앞앞 | => 확률 p^2 |
| * 뒷면이 1번: | 앞뒤앞, 뒤앞앞 | => 확률 $2p^2(1-p)$ |
| * 뒷면이 2번: | 앞뒤뒤앞, 뒤앞뒤앞, 뒤뒤앞앞 | => 확률 $3p^2(1-p)^2$ |

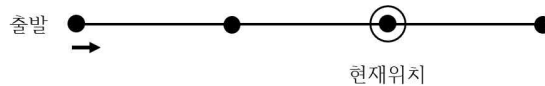
따라서

$$f(p) = p^2\{1 + 2(1 - p) + 3(1 - p)^2\} = p^2(3p^2 - 8p + 6)$$

논제 II-(2)

① 경우 1 (영역 1, 2, 3, 4가 나온 경우)

말의 상황은 다음과 같다.



다음에 앞면은 한 번 나와야 하고, 뒷면은 최대 한 번 나와야 하며, 마지막은 앞면으로 끝나야 한다. 이후 뒷면의 개수를 가지고 경우를 나누어 보자.

- * 뒷면이 0번: 앞 $\Rightarrow$ 확률 p
* 뒷면이 1번: 뒤앞 $\Rightarrow$ 확률 $p(1-p)$

따라서, 경우 1일 때 맨 오른쪽 점까지 도달할 확률은

$$g_1(p) = p(2 - p)$$

② 경우 2 (영역 5가 나온 경우)

말의 상황은 다음과 같다.



다음에 앞면은 두 번 나와야 하고, 뒷면은 최대 한 번 나와야 하며, 마지막은 앞면으로 끝나야 한다. 이후 뒷면의 개수를 가지고 경우를 나누어 보자.

- * 뒷면이 0번: 앞앞 $\Rightarrow$ 확률 p^2
 * 뒷면이 1번: 앞뒤앞, 뒤앞앞 $\Rightarrow$ 확률 $2p^2(1-p)$

따라서, 경우 2일 때 맨 오른쪽 점까지 도달할 확률은

$$g_2(p) = p^2(3 - 2p)$$

③ 함께 계산하기

확률의 곱셈정리에 의하여

$$g(p) = \frac{4}{5}g_1(p) + \frac{1}{5}g_2(p) = \frac{4}{5}p(2-p) + \frac{1}{5}p^2(3-2p) = \frac{1}{5}p(-2p^2 - p + 8)$$

$$f(p) = g(p) \text{이므로}$$

$$p^2(3p^2 - 8p + 6) = \frac{1}{5}p(-2p^2 - p + 8)$$

이다. $p > 0$ 이므로 양변을 p 로 나누고, 다시 정리하면

$$15p^3 - 38p^2 + 31p - 8 = 0$$

이고, 인수분해하면

$$(p-1)^2(15p-8)=0$$

$p < 1$ 이므로

$$p = \frac{8}{15}$$

■ 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
논제 II-(1)	<9점> 뒷면의 개수에 따른 각각의 확률 구하기 <3점> 확률 합쳐서 식을 정리하기	12
논제 II-(2)	<7점> 영역이 1, 2, 3, 4가 나올 경우의 확률 구하기 <7점> 영역 5가 나올 확률 구하기 <7점> 함께 계산하여 p 값 구하기	21
합계		33

논제 III

제시문

[라] 함수 $f(x)$ 가 $x = a$ 에서 미분가능할 때, 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $P(a, f(a))$ 에서의 접선의 방정식은

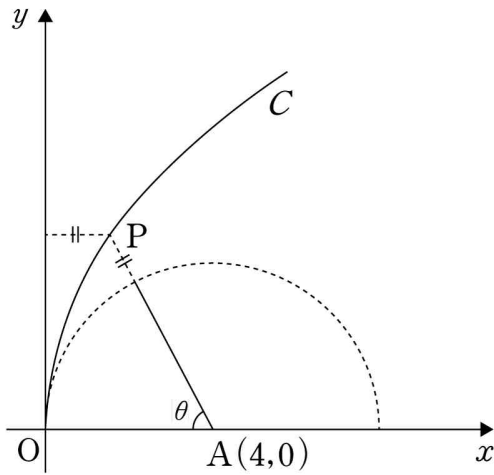
$$y - f(a) = f'(a)(x - a)$$

[마] 함수 $f(x)$ 가 어떤 열린구간에서 미분가능할 때, 그 열린구간에 속하는 모든 x 에 대하여

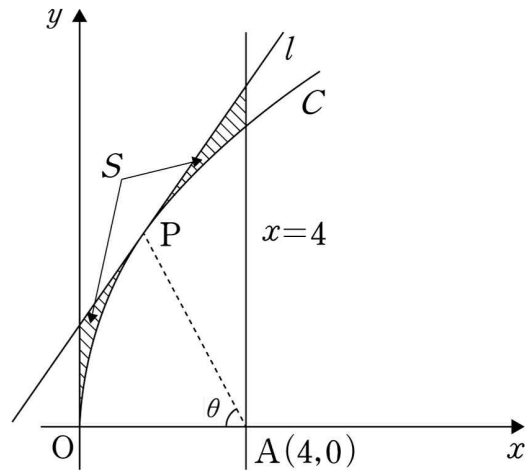
(1) $f'(x) > 0$ 이면 $f(x)$ 는 그 열린구간에서 증가한다.

(2) $f'(x) < 0$ 이면 $f(x)$ 는 그 열린구간에서 감소한다.

[논제 III] 좌표평면에서 x 축 위에 점 $A(4, 0)$ 이 있다. <그림 2>와 같이 제1사분면 위의 점 P 과 y 축 사이의 거리를 d 라고 할 때, $d = \overline{AP} - 4$ 를 만족하는 점 P 가 이루는 곡선을 C 라고 하자. $\angle OAP = \theta$ ($0 < \theta < \frac{\pi}{2}$)라고 할 때, 다음 물음에 답하시오.



<그림 2>



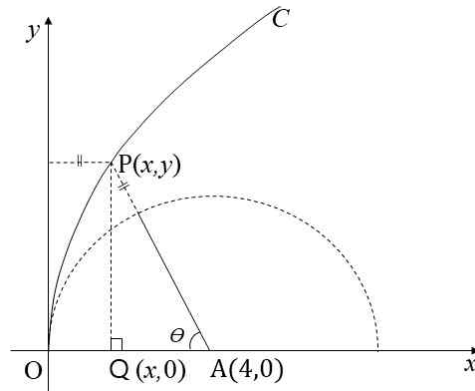
<그림 3>

- (1) 곡선 C 위의 점들 중 $\sin \theta = \frac{4}{5}$ 인 점을 P_1 , $\sin \theta = \frac{2\sqrt{2}}{3}$ 인 점을 P_2 라고 하자. 이때 두 선분 AP_1 , AP_2 와 곡선 C 로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하고, 그 근거를 논술하시오. (20점)
- (2) 곡선 C 위의 한 점 $P(a, b)$ 에서의 접선을 l 이라고 할 때, <그림 3>과 같이 접선 l , 곡선 C , 직선 $x = 4$ 와 y 축으로 둘러싸인 도형을 S 라고 하자. 도형 S 의 넓이의 최솟값을 구하고, 그 근거를 논술하시오. (17점)

■ 예시 답안

III-(1)

점 P의 좌표를 (x, y) 라고 하고, 점 P에서 x 축에 내린 수선의 발을 Q라고 하면, 점 Q의 좌표는 $(x, 0)$ 이다. $\overline{AP} = 4 + x$ 이며 $\overline{AQ} = 4 - x$ 이다.

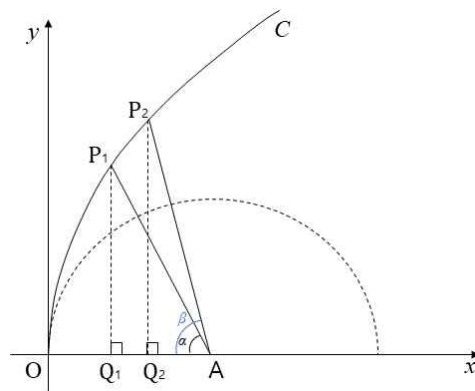


$0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ 에서 $\cos \theta = \frac{4-x}{4+x}$, $\frac{y}{4+x} = \sin \theta = \sqrt{1 - \cos^2 \theta} = \frac{4\sqrt{x}}{4+x}$ 이므로 곡선 C의 방정식은 $y = 4\sqrt{x}$ ($0 < x < 4$)이다. $f(x) = 4\sqrt{x}$ 라고 하자. 또한 위의 계산으로부터

$$x = \frac{4(1 - \cos \theta)}{1 + \cos \theta} \quad \text{----- (*)}$$

$\sin \theta = \frac{4}{5}$ 인 θ 를 α , $\sin \theta = \frac{2\sqrt{2}}{3}$ 인 θ 를 β 라고 하고 점 P_1 과 P_2 에서 x 축에 내린 수선의 발을 각각 Q_1 과 Q_2 라고 하자. 두 선분 AP_1 , AP_2 와 곡선 C로 둘러싸인 도형의 넓이를 B라고 하면,

$B = (\text{도형 } P_2P_1Q_1Q_2 \text{의 넓이}) + (\text{삼각형 } AP_2Q_2 \text{의 넓이}) - (\text{삼각형 } AP_1Q_1 \text{의 넓이})$ -- (**)



$0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ 에서 $\sin \theta$ 는 증가함수이므로 $0 < \alpha \leq \beta < \frac{\pi}{2}$ 이고, $\sin \alpha = \frac{4}{5}$, $\sin \beta = \frac{2\sqrt{2}}{3}$ 이므로 $\cos \alpha = \frac{3}{5}$, $\cos \beta = \frac{1}{3}$ 이며, (*)로부터 점 Q_1 과 Q_2 의 x 좌표는 각각 1과 2이다.

$$(\text{도형 } P_2P_1Q_1Q_2 \text{의 넓이}) = \int_1^2 f(x)dx = \int_1^2 4\sqrt{x}dx = \frac{8}{3}(2\sqrt{2} - 1)$$

$\overline{AQ_2} = 2$, $\overline{P_2Q_2} = f(2) = 4\sqrt{2}$ 에서, 삼각형 AP_2Q_2 의 넓이는 $4\sqrt{2}$

$\overline{AQ_1} = 3$, $\overline{P_1Q_1} = f(1) = 4$ 에서, 삼각형 AP_1Q_1 의 넓이는 6

따라서 (**)에 의해 $B = \frac{8}{3}(2\sqrt{2} - 1) + 4\sqrt{2} - 6 = \frac{2}{3}(14\sqrt{2} - 13)$

III-(2)

곡선 C의 방정식 $y = f(x) = 4\sqrt{x}$ 에 의하여 $f'(x) = \frac{2}{\sqrt{x}}$ 이므로, 곡선 위의 점 $P(a, 4\sqrt{a})$ 에서 곡선에 접하는 접선 l 의 방정식은 $y = \frac{2}{\sqrt{a}}x + 2\sqrt{a}$ 이다.

$h(x) = \frac{2}{\sqrt{a}}x + 2\sqrt{a}$ 라고 하자.

접선 l 이 y 축과 만나는 점을 L, 접선 l 이 직선 $x = 4$ 와 만나는 점을 M, 곡선 C가 직선 $x = 4$ 와 만나는 점을 N이라고 하자. 도형 S의 넓이를 $g(a)$ 라 하면

$$g(a) = (\text{사다리꼴 LOAM의 넓이}) - (\text{도형 OAN의 넓이})$$

한편,

$$\begin{aligned} (\text{사다리꼴 LOAM의 넓이}) &= \int_0^4 h(x)dx = 8\sqrt{a} + \frac{16}{\sqrt{a}} \\ (\text{도형 OAN의 넓이}) &= \int_0^4 4\sqrt{x}dx = \frac{64}{3} \end{aligned}$$

이므로

$$g(a) = 8\sqrt{a} + \frac{16}{\sqrt{a}} - \frac{64}{3}$$

따라서 도형 S 의 넓이의 최솟값은 $0 < a < 4$ 에서 함수 $g(a)$ 의 최솟값이다.

$g'(a) = \frac{4}{a\sqrt{a}}(a-2)$ 이며, $g'(a) = 0$ 인 경우는 $a = 2$ 이다.

$a < 2$ 이면 $g'(a) < 0$ 이고 $a > 2$ 이면 $g'(a) > 0$ 이므로 $g(a)$ 는 $a = 2$ 일 때 최솟값을 가진다.

도형 S 의 넓이의 최솟값은 $g(2) = 16\left(\sqrt{2} - \frac{4}{3}\right)$ 이다.

■ 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
논제 III-(1)	<7점> 곡선 C의 방정식 $y = 4\sqrt{x}$를 잘 구할 수 있다. <7점> 도형의 넓이를 잘 규명할 수 있다. <6점> 도형의 넓이 $\frac{2}{3}(14\sqrt{2} - 13)$을 잘 계산한다.	20
논제 III-(2)	<5점> 접선의 방정식 $y = \frac{2}{\sqrt{a}}x + 2\sqrt{a}$을 잘 구할 수 있다. <5점> 도형의 넓이 $g(a) = 8\sqrt{a} + \frac{16}{\sqrt{a}} - \frac{64}{3}$를 잘 구할 수 있다. <7점> 넓이의 최솟값 $g(2) = 16\left(\sqrt{2} - \frac{4}{3}\right)$을 구한다.	17
합계		37

2025학년도 자연계열

문제 I

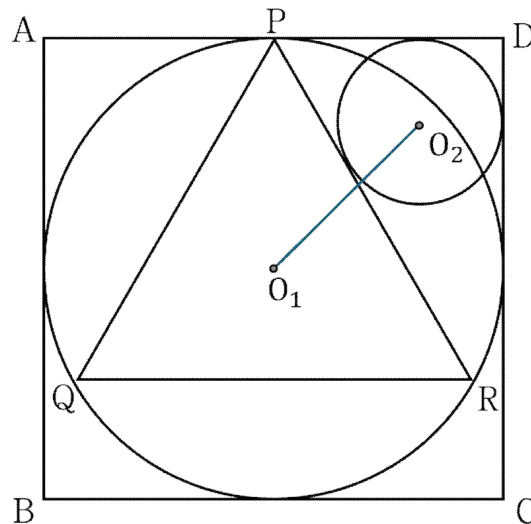
제시문

[가] 평면벡터의 내적

두 평면벡터 $\vec{a}, \vec{b}$ 가 이루는 각의 크기가 $\theta (0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ)$ 일 때,

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \theta$$

[문제 I] <그림 1>과 같이 중심을 각각 점 O_1, O_2 로 하는 두 원 O_1, O_2 가 있다. 이때, 원 O_1 은 정사각형 ABCD에 내접하고, 정삼각형 PQR은 원 O_1 에 내접한다. 또한 원 O_2 는 세 선분 PR, PD, CD와 모두 접한다. 정사각형 ABCD의 한 변의 길이가 4라고 할 때, 다음 물음에 답하시오. (단, 점 P는 변 AD 위에 있다.)



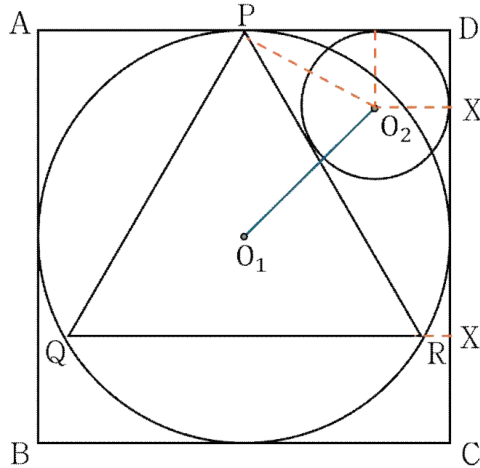
<그림 1>

- (1) 선분 O_1O_2 의 길이를 구하고 그 근거를 논술하시오. (14점)
- (2) 원 O_2 위를 움직이는 점 X에 대하여 $\overrightarrow{QR} \cdot \overrightarrow{PX}$ 의 최댓값을 구하고 그 근거를 논술하시오. (16점)

■ 예시 답안

(1)

정사각형 ABCD의 한 변의 길이가 4이고, 점 P는 변 AD의 중점이므로 선분 PD의 길이는 2이다. 원 O_2 의 반지름을 r 라고 할 때, $\angle DPR = \frac{\pi}{3}$, $\angle DPO_2 = \frac{\pi}{6}$ 이므로, 선분 PD의 길이는 $r(\sqrt{3} + 1)$ 이고, 따라서 $r = \sqrt{3} - 1$. 또한 세 점 O_1, O_2, D 는 모두 한 직선 위에 있으므로 $\overline{O_1O_2} = \overline{O_1D} - \overline{O_2D}$ 이고, $\overline{O_1P} = \overline{PD} = 2$ 로부터 직각이등변삼각형 PO_1D 에서 $\overline{O_1D} = 2\sqrt{2}$, $\overline{O_2D} = r\sqrt{2} = (\sqrt{3} - 1)\sqrt{2}$ 이고 $\overline{O_1O_2} = 2\sqrt{2} - (\sqrt{3} - 1)\sqrt{2} = 3\sqrt{2} - \sqrt{6}$



(2)

$\overrightarrow{QR} \cdot \overrightarrow{PX} = \overrightarrow{QR} \cdot (\overrightarrow{QX} - \overrightarrow{QP}) = \overrightarrow{QR} \cdot \overrightarrow{QX} - \overrightarrow{QR} \cdot \overrightarrow{QP}$ 이다. 이때, 정삼각형 PQR에서 $|\overrightarrow{QR}| = |\overrightarrow{QP}| = 2\sqrt{3}$ 이고, 두 벡터 $\overrightarrow{QR}$ 과 $\overrightarrow{QP}$ 가 이루는 각은 $\frac{\pi}{3}$ 이므로 $\overrightarrow{QR} \cdot \overrightarrow{QP} = |\overrightarrow{QR}| |\overrightarrow{QP}| \cos \frac{\pi}{3} = 6$ 이다. 또한 두 벡터 $\overrightarrow{QR}$ 과 $\overrightarrow{QX}$ 가 이루는 각을 θ 라 하면 $\overrightarrow{QR} \cdot \overrightarrow{QX} = |\overrightarrow{QR}| |\overrightarrow{QX}| \cos \theta = 2\sqrt{3} |\overrightarrow{QX}| \cos \theta$ 이다. 점 X를 직선 QR에 내린 수선의 발을 점 X' 이라고 하면 $|\overrightarrow{QX}| \cos \theta$ 의 값은 선분 QX' 의 길이이므로, 이 값이 최대가 되도록 하는 점 X는 원 O_2 와 변 CD가 접하는 점이 된다. 따라서 $|\overrightarrow{QX}| \cos \theta = \overline{QX'} = 2 + \sqrt{3}$. 따라서 $\overrightarrow{QR} \cdot \overrightarrow{PX}$ 의 최댓값은 $\overrightarrow{QR} \cdot \overrightarrow{PX} = \overrightarrow{QR} \cdot \overrightarrow{QX} - \overrightarrow{QR} \cdot \overrightarrow{QP} = 2\sqrt{3}(2 + \sqrt{3}) - 6 = 4\sqrt{3}$

■ 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
논제 I - (1)	<6점> 도형의 위치 관계를 이해하여 원 O_2 의 반지름 $r = \sqrt{3} - 1$ 을 구한다. <8점> $\overline{O_1O_2} = 3\sqrt{2} - \sqrt{6}$ 을 구한다.	14점
논제 I - (2)	<8점> 주어진 식이 최대가 되도록 하는 점 X의 위치를 설명한다. <8점> 평면벡터를 이해하여 $\overrightarrow{QR} \cdot \overrightarrow{PX}$ 의 최댓값 $4\sqrt{3}$ 을 구한다.	16점

논제 II

제시문

[나] 좌표평면 위의 두 점 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ 에 대하여 선분 AB를 $m : n (m > 0, n > 0)$ 으로

- ① 내분하는 점 P의 좌표는 $\left(\frac{mx_2 + nx_1}{m + n}, \frac{my_2 + ny_1}{m + n} \right)$
- ② 외분하는 점 Q의 좌표는 $\left(\frac{mx_2 - nx_1}{m - n}, \frac{my_2 - ny_1}{m - n} \right)$ (단, $m \neq n$)

[다] 일반적으로 두 변수 x, y 사이의 관계가 변수 t 를 매개로 하여 $x = f(t)$, $y = g(t)$ 와 같이 나타내어질 때, 변수 t 를 x, y 의 매개변수라 하고 두 함수 $x = f(t)$, $y = g(t)$ 를 매개변수로 나타낸 함수라고 한다.

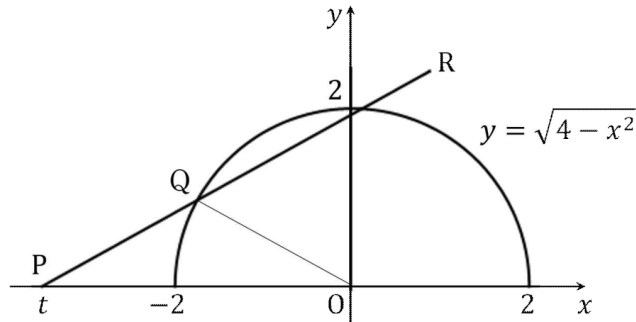
[논제 II] 길이가 5인 막대가 좌표평면 위에서 움직인다. 막대의 한쪽 끝점을 P, 다른 쪽 끝점을 R라 할 때, 선분 PR를 2 : 3으로 내분하는 막대 위의 점을 Q라 하자. 다음 물음에 답하시오. (단, 막대는 변형되지 않고, 그 두께는 무시한다.)

- (1) 점 P가 점 $(-4, 0)$ 에서 점 $(4, 0)$ 까지 x 축을 따라 움직인다. 점 P가 움직이는 동안 점 Q는 곡선 $y = \sqrt{4 - x^2}$ 을 따라 움직인다고 할 때, 점 R가 그리는 곡선을 나타내는 함수 $y = f(x)$ 를 구하고 그 근거를 논술하시오. (단, 점 P가 원점에 있을 때, 점 Q의 좌표는 $(0, 2)$ 이다.) (15점)
- (2) (1)에서의 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 곡선 $y = 5 - \frac{x^2}{a}$ 의 서로 다른 교점이 2개 이상이 되는 양수 a 의 범위를 구하고 그 근거를 논술하시오. (18점)

■ 예시 답안

[문제 II] (1)

점 Q가 곡선 $y = \sqrt{4-x^2}$ 위를 움직이고, 선분 PQ의 길이가 2이므로, 점 P가 x축을 따라 $(-4, 0)$ 에서 $(4, 0)$ 까지 움직일 때, 점 Q는 곡선 $y = \sqrt{4-x^2}$ 을 따라 $(-2, 0)$ 에서 $(2, 0)$ 까지 움직인다.



매개변수 t ($-4 \leq t \leq 4$)를 이용하여 점 P의 위치를 $P(t, 0)$ 이라 하면, 점 Q의 위치는 $\overline{PQ} = \overline{OQ}$ 이므로 $Q\left(\frac{t}{2}, \sqrt{4 - \frac{t^2}{4}}\right)$ 이다. 점 R는 선분 PQ를 5:3으로 외분하는 점이므로 제시문 [나]에 의해 $R\left(-\frac{t}{4}, \frac{5}{2}\sqrt{4 - \frac{t^2}{4}}\right)$ 이다. 따라서 점 R의 x좌표와 y좌표 사이의 관계식은 $y = \frac{5}{2}\sqrt{4 - 4x^2}$ 으로부터 $y = 5\sqrt{1 - x^2}$ ($-1 \leq x \leq 1$)

(2)

$y = 5 - \frac{x^2}{a}$ 에서 $x^2 = a(5 - y)$ 를 $y = 5\sqrt{1 - x^2}$ 에 대입하면 $y = 5\sqrt{1 - 5a + ay}$ 이다. 양변을 제곱하여 정리하면 $y^2 - 25ay + 125a - 25 = 0$ 이고

$y^2 - 25ay + 5(25a - 5) = (y - 5)(y - 25a + 5) = 0$ 이다. 따라서 $y = 5$ 또는 $y = 25a - 5$ 이다. $y = 5$ 일 때는 교점 $(0, 5)$ 를 가진다. $y = 25a - 5$ 일 때는 $y = 5\sqrt{1 - x^2}$ 이 $-1 \leq x \leq 1$ 에서 $0 \leq y \leq 5$ 이므로 $0 \leq 25a - 5 \leq 5$ 이고, 따라서 $\frac{1}{5} \leq a \leq \frac{2}{5}$ 이다. $a = \frac{2}{5}$ 이면 $y = 5$ 가 되어서 교점이 $(0, 5)$ 이므로 서로 다른 교점을 갖기 위해서는 $\frac{1}{5} \leq a < \frac{2}{5}$

■ 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
논제 II- (1)	<5점> 점 Q의 좌표를 매개변수로 표현할 수 있다. <5점> 내분/외분점 개념을 이용하여 점 R의 좌표를 표현할 수 있다. <5점> 매개변수로 표현된 함수로부터 관계식 $y = 5\sqrt{1 - x^2}$ 을 유도할 수 있다.	15점
논제 II- (2)	<7점> 교점에 관한 이차방정식을 유도할 수 있다. <6점> 교점을 가지는 범위를 구할 수 있다. <5점> 교점의 개수를 확인할 수 있다.	18점

논제 III

제시문

[라] 삼각형 ABC에서 외접원의 반지름의 길이를 R 라고 하면

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

[마] 등비급수 $\sum_{n=1}^{\infty} ar^{n-1}$ ($a \neq 0$)은

① $|r| < 1$ 일 때, 수렴하고 그 합은 $\frac{a}{1-r}$ 이다.

② $|r| \geq 1$ 일 때, 발산한다.

[바] 사인함수와 코사인함수의 덧셈정리

① $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$, $\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$

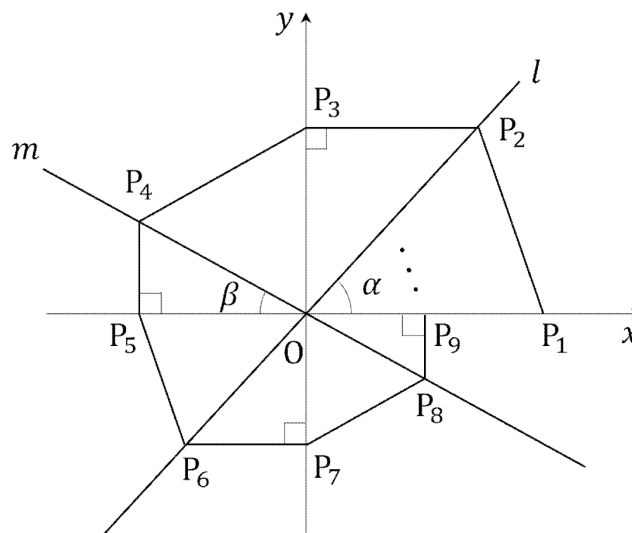
② $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$, $\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$

[사] 함수 $f(x)$ 가 어떤 구간에서 미분가능하고, 이 구간의 모든 x 에 대하여

① $f'(x) > 0$ 이면 $f(x)$ 는 이 구간에서 증가한다.

② $f'(x) < 0$ 이면 $f(x)$ 는 이 구간에서 감소한다.

[논제 III] <그림 2>와 같이 좌표평면 위에 원점 O 를 지나고 기울기가 양수인 직선 l 과 기울기가 음수인 직선 m 이 있다. (단, $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, $0 < \beta < \frac{\pi}{2}$) 점 $P_1(1, 0)$ 에서 시작하여 제1사분면에서 $\angle P_1P_2O = \frac{\pi}{3}$ 인 직선 l 위의 점 P_2 를 찾는다. 점 P_2 에서 y 축에 내린 수선의 발을 P_3 , 제2사분면에서 $\angle P_3P_4O = \frac{\pi}{3}$ 인 직선 m 위의 점 P_4 를 찾는다. 점 P_4 에서 x 축에 내린 수선의 발을 P_5 라 하자. 이와 같은 방법으로 하여, 시계 반대 방향으로 점 $P_6, P_7, P_8, P_9, \dots$ 를 한없이 만들어 나갈 때, 다음 물음에 답하시오.



<그림 2>

(1) $\overline{OP_5}$ 를 α 와 β 에 대한 식으로 정리하면

$$\overline{OP_5} = A \sin(\alpha + B) \sin \alpha \cos(\beta + C) \cos \beta$$

일 때, 상수 A, B, C 의 값을 각각 구하고 그 근거를 논술하시오. (단, $0 < B < \frac{\pi}{2}$, $-\frac{\pi}{2} < C < 0$) (16점)

(2) $\beta = \frac{\pi}{6}$ 일 때, x 축 위의 점 $P_1, P_5, P_9, \dots$ 에 대하여, $\overline{OP_1} + \overline{OP_5} + \overline{OP_9} + \dots$ 의 합을 α 에 대한 식으로 구하고, 이를 $f(\alpha)$ 라 하자. 이때, $f(\alpha)$ 의 증가와 감소의 표를 구하시오. 이를 이용하여 $f(\alpha)$ 가 최대가 되는 α 의 값과, 그때의 최댓값을 구하고 그 근거를 논술하시오. (21점)

■ 예시 답안

(1)

삼각형 OP_1P_2 에서 사인법칙을 적용하여,

$$\frac{\overline{OP_2}}{\sin\left(\pi - \left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right)\right)} = \frac{\overline{OP_1}}{\sin\frac{\pi}{3}} \quad \text{이고, } \overline{OP_2} = \frac{2}{\sqrt{3}} \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) \overline{OP_1} \text{이다.}$$

직각삼각형 OP_3P_2 에서 $\overline{OP_3} = \sin\alpha \overline{OP_2}$ 이다.

이와 같은 방법으로, α 대신 $\frac{\pi}{2} - \beta$ 를 사용하여 $\overline{OP_3}$ 으로부터 $\overline{OP_4}$ 와 $\overline{OP_5}$ 는

$$\overline{OP_4} = \frac{2}{\sqrt{3}} \sin\left(\frac{\pi}{2} - \beta + \frac{\pi}{3}\right) \overline{OP_3} \text{이고, } \overline{OP_5} = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right) \overline{OP_4} \text{이다.}$$

위의 결과들과 $\overline{OP_1} = 1$ 을 모두 적용하면,

$$\overline{OP_5} = \frac{4}{3} \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) \sin\alpha \sin\left(\frac{\pi}{2} - \beta + \frac{\pi}{3}\right) \sin\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right)$$

이때, 아래 등식들을 적용하여

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \beta + \frac{\pi}{3}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \left(\beta - \frac{\pi}{3}\right)\right) = \cos\left(\beta - \frac{\pi}{3}\right), \quad \sin\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right) = \cos\beta,$$

$$\overline{OP_5} = \frac{4}{3} \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) \sin\alpha \cos\left(\beta - \frac{\pi}{3}\right) \cos\beta \text{이다.}$$

따라서, $A = \frac{4}{3}, B = \frac{\pi}{3}, C = -\frac{\pi}{3}$ 이다.

(2)

$\beta = \frac{\pi}{6}$ 이면, $\overline{OP_5} = \overline{OP_1} \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) \sin\alpha$ 이고,

삼각형 $OP_1P_2, OP_5P_6, OP_9P_{10}, \dots$ 들은 모두 닮음이고, 그 닮음비가 $\frac{\overline{OP_5}}{\overline{OP_1}} = \frac{\overline{OP_9}}{\overline{OP_5}} = \dots$ 이므로, $\overline{OP_1} +$

$\overline{OP_5} + \overline{OP_9} + \dots$ 의 합은 첫째항이 $\overline{OP_1} = 1$ 이고

공비가 $r = \frac{\overline{OP_{4n+1}}}{\overline{OP_{4n-3}}} = \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) \sin\alpha$ 인 등비급수의 합이다. 따라서, $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ 에서 $|r| < 1$

이므로 제시문 [마]에 의해 $f(\alpha) = \frac{1}{1 - \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) \sin\alpha}$

이때, $f(\alpha)$ 를 미분하여 삼각함수의 덧셈정리를 적용하여 정리하면

$$f'(\alpha) = \frac{\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) \sin\alpha + \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) \cos\alpha}{\left(1 - \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) \sin\alpha\right)^2} = \frac{\sin\left(2\alpha + \frac{\pi}{3}\right)}{\left(1 - \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) \sin\alpha\right)^2}$$

$0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ 에서 $f(\alpha)$ 에 대하여 다음과 같이 증가와 감소의 표를 구할 수 있다.

α	(0)	...	$\frac{\pi}{3}$	...	$\left(\frac{\pi}{2}\right)$
$f'(\alpha)$		+	0	-	
$f(\alpha)$		↗	4	↘	

따라서, $f(\alpha)$ 는 $\alpha = \frac{\pi}{3}$ 에서 최댓값 4를 갖는다.

■ 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
논제III- (1)	<10점> 제시문의 삼각함수의 성질을 이용하여, 선분의 길이에 대한 관계식을 구한다. <6점> $\overline{OP_5}$ 를 제시한 식으로 정리하여, A, B, C 의 값을 구한다.	16점
논제III- (2)	<7점> 길이의 합이 등비급수임을 보인다. <7점> 등비급수의 첫째항과 공비를 구하고, 등비급수의 합을 구한다. <7점> 미분을 이용하여 $f(\alpha)$ 에 대한 증가와 감소의 표를 구하고, $f(\alpha)$ 가 최대일 때의 α 와 그 최댓값을 구한다.	21점

2024학년도 자연계열

논제 I

제시문

[가] 두 직선 $l: y = mx + n$, $l': y = m'x + n'$ 에 대하여 l 과 l' 이 서로 수직이면 $mm' = -1$ 이다.

거꾸로 $mm' = -1$ 이면 l 과 l' 이 서로 수직이다.

[나] 첫째항이 a ($a \neq 0$)이고 공비가 r 인 등비급수 $\sum_{n=1}^{\infty} ar^{n-1}$ 은 $|r| < 1$ 일 때, 수렴하고 그 합은 $\frac{a}{1-r}$ 이다.

[논제 I] 좌표평면 위의 원점 $O(0,0)$ 과 두 점 $P_1(8,0)$, $Q_1(0,4)$ 에 대하여 다음 물음에 답하시오.

- (1) 선분 P_1Q_1 의 수직이등분선이 쌍곡선 $x^2 - y^2 = b$ 와 접한다고 한다. 이때 b 의 값을 구하고, 그 근거를 논술하시오. (12점)
- (2) 두 점 P_1, Q_1 에 대하여 직각삼각형 OP_1Q_1 을 만든다. 선분 P_1Q_1 의 수직이등분선이 x 축, y 축과 만나는 두 점을 각각 P_2, Q_2 라 하고 직각삼각형 OP_2Q_2 를 만든다. 선분 P_2Q_2 의 수직이등분선이 x 축, y 축과 만나는 두 점을 각각 P_3, Q_3 라 하고 직각삼각형 OP_3Q_3 를 만든다. 선분 P_3Q_3 의 수직이등분선이 x 축, y 축과 만나는 두 점을 각각 P_4, Q_4 라 하고 직각삼각형 OP_4Q_4 를 만든다. 이와 같은 과정을 계속하여 직각삼각형 $OP_5Q_5, OP_6Q_6, OP_7Q_7, \dots$ 을 만든다. 이때, 빗변의 중점이 제1사분면에 있는 직각삼각형들의 넓이의 합을 A_1 , 빗변의 중점이 제2사분면에 있는 직각삼각형들의 넓이의 합을 A_2 , 빗변의 중점이 제3사분면에 있는 직각삼각형들의 넓이의 합을 A_3 , 빗변의 중점이 제4사분면에 있는 직각삼각형들의 넓이의 합을 A_4 라 하자. 다음 명제의 참, 거짓을 판별하고, 그 근거를 논술하시오. (18점)

명제 : A_1 은 $A_2 + A_3 + A_4$ 보다 크다.

■ 예시 답안

(1)

선분 P_1Q_1 의 수직이등분선을 m 이라 하자. 선분 P_1Q_1 의 중점의 좌표는 $(4, 2)$ 이고 직선 P_1Q_1 의 기울기가 $-\frac{1}{2}$ 이므로 m 의 기울기는 2이다. 따라서 직선 m 의 방정식은 $y = 2x - 6$ 이다. 한편 쌍곡선 $x^2 - y^2 = b$ 와 직선 m 이 접하려면 이차방정식 $x^2 - (2x - 6)^2 = b$, 즉 $3x^2 - 24x + 36 + b = 0$ 의 판별식이 0이어야 한다.

따라서 $\frac{D}{4} = 12^2 - 3 \times (36 + b) = 0$ 이므로 $b = 12$ 이다.

(2)

P_n 과 Q_n 을 지나는 직선을 l_n 이라 하자. 직선 l_2 는 (1)에서 구한 직선 m 이고 x 축과 $P_2(3, 0)$, y 축과 $Q_2(0, -6)$ 에서 만난다. 직선 l_3 는 선분 P_2Q_2 의 수직이등분선이므로 점 $\left(\frac{3}{2}, -3\right)$ 을 지나고 기울기는 $-\frac{1}{2}$ 이다. 따라서 직선 l_3 의 방정식은 $y = -\frac{1}{2}x - \frac{9}{4}$ 이고 x 축과 $P_3\left(-\frac{9}{2}, 0\right)$, y 축과 $Q_3\left(0, -\frac{9}{4}\right)$ 에서 만난다.

이제 직각삼각형 OP_nQ_n 의 넓이를 S_n 이라 하면 $S_1 = 16$, $S_2 = 9$, $S_3 = \frac{81}{16}$ 이다. 직각삼각형 OP_nQ_n 들은 모두 서로 닮음이고, 연속하여 만들어지는 직각삼각형의 닮음비는 $\frac{3}{4}$ 이므로 넓이의 비는 $\left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{9}{16}$ 이다. 따라서 S_4 는 $\frac{729}{256}$ 이다. A_1 은 첫째항이 $S_1 = 16$ 이고 공비가 $\left(\frac{9}{16}\right)^4$ 인 등비급수의 합이다. 마찬가지로 A_4 는 첫째항이 $S_2 = 9$ 이고 공비가 $\left(\frac{9}{16}\right)^4$ 인 등비급수의 합, A_3 은 첫째항이 $S_3 = \frac{81}{16}$ 이고 공비가 $\left(\frac{9}{16}\right)^4$ 인 등비급수의 합, A_2 은 첫째항이 $S_4 = \frac{729}{256}$ 이고 공비가 $\left(\frac{9}{16}\right)^4$ 인 등비급수의 합이다. 따라서 A_1 과 $A_2 + A_3 + A_4$ 의 대소 관계를 비교하기 위해, S_1 과 $S_2 + S_3 + S_4$ 의 대소 관계를 비교하면,

$$S_1 = 16 < 9 + \frac{81}{16} + \frac{729}{256} = S_2 + S_3 + S_4$$

따라서 $A_1 < A_2 + A_3 + A_4$ 이고 주어진 명제는 거짓이다.

■ 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
(1)	<6점> 선분의 중점, 기울기 등을 활용하여 수직이등분선을 이해한다. <6점> b 의 값을 구한다.	12점
(2)	<8점> 연속하여 만들어지는 직각삼각형들이 닮았음을 확인한다. <10점> A_1, A_2, A_3, A_4 등을 이용하여, 주어진 명제의 참, 거짓을 판별한다.	18점

문제 II

제시문

[다] 서로 다른 n 개에서 r ($0 < r \leq n$)개를 택하는 조합의 수는

$${}_nC_r = \frac{{}_nP_r}{r!} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

[라] 서로 다른 n 개에서 r 개를 택하는 중복조합의 수는

$${}_nH_r = {}_{n+r-1}C_r$$

[문제 II] 동전 한 개를 반복하여 19번 던졌을 때, 앞면이 16번, 뒷면이 3번 나왔다고 한다. 다음 물음에 답하시오.

- (1) 뒷면이 연속해서 나오지 않는 경우의 수를 구하고, 그 근거를 논술하시오. (12점)
- (2) 앞면은 항상 두 번 이상 연속해서 나오고 뒷면은 연속해서 나오지 않는 경우의 수를 구하고, 그 근거를 논술하시오. (21점)

■ 예시 답안

(1)

앞면을 H, 뒷면을 T라고 하자. 아래와 같이 앞면이 나온 동전 16개를 먼저 배열하고 첫 번째 H의 앞, 이웃한 두 H의 사이, 16번째 H의 뒤에 17개의 O표시를 하자.

O H O H ... O H O

뒷면이 연속해서 나오지 않으려면 T는 O자리에 하나씩만 나올 수 있으므로 뒷면이 연속해서 나오지 않는 경우의 수는 ${}_{17}C_3 = 680$ 이다.

(2)

첫 번째 뒷면이 나오기 전에 나온 앞면의 수를 x_1 , 첫 번째 뒷면과 두 번째 뒷면 사이에 나온 앞면의 수를 x_2 , 두 번째 뒷면과 세 번째 뒷면 사이에 나온 앞면의 수를 x_3 , 세 번째 뒷면 후에 나온 앞면의 수를 x_4 라 하면 $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 16$ 이고,

$x_1 T x_2 T x_3 T x_4$

앞면이 항상 연속해서 두 번 이상 나오면서 뒷면이 연속해서 나오지 않으려면 $x_2 \geq 2, x_3 \geq 2$ 이어야 하고, $j = 1, 4$ 에 대하여 $x_j \neq 0$ 이면 $x_j \geq 2$ 이어야 한다. 따라서 다음 네 가지 경우가 가능하다.

(i) $x_1 = 0, x_2, x_3, x_4 \geq 2$

(ii) $x_4 = 0, x_1, x_2, x_3 \geq 2$

(iii) $x_1 = x_4 = 0, x_2, x_3 \geq 2$

(iv) $x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 2$

(i) $x_1 = 0, x_2, x_3, x_4 \geq 2$ 인 경우

$x_2 = y_2 + 2, x_3 = y_3 + 2, x_4 = y_4 + 2$ 라고 하면 $y_2 + y_3 + y_4 = 10$ 을 만족하는 음이 아닌 정수해의 개수를 구하면 된다. 따라서 ${}_3H_{10} = {}_{12}C_{10} = 66$ 이다.

(ii) $x_4 = 0, x_1, x_2, x_3 \geq 2$ 인 경우

(i)과 같은 방법으로 구하면 66이다.

(iii) $x_1 = x_4 = 0, x_2, x_3 \geq 2$ 인 경우

$x_2 = y_2 + 2, x_3 = y_3 + 2$ 라고 하면 $y_2 + y_3 = 12$ 를 만족하는 음이 아닌 정수해의 개수를 구하면 된다. 따라서 ${}_2H_{12} = {}_{13}C_{12} = 13$ 이다.

(iv) $x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 2$ 인 경우

$x_1 = y_1 + 2, x_2 = y_2 + 2, x_3 = y_3 + 2, x_4 = y_4 + 2$ 라고 하면 $y_1 + y_2 + y_3 + y_4 = 8$ 을 만족하는 음이 아닌 정수해의 개수를 구하면 된다. 따라서 ${}_4H_8 = {}_{11}C_8 = 165$ 이다.

(i)-(iv)에 의하여 앞면은 두 번 이상 연속해서 나오고 뒷면은 연속해서 나오지 않는 경우의 수는 $66 + 66 + 13 + 165 = 310$ 이다.

■ 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
(1)	<4점> 뒷면이 연속해서 나오지 않는 상황을 설명한다. <8점> 뒷면이 연속해서 나오지 않는 경우의 수를 구한다.	12점
(2)	<6점> 앞면은 항상 두 번 이상 연속해서 나오고 뒷면은 연속해서 나오지 않는 경우를 설명한다. <15점> 앞면은 항상 두 번 이상 연속해서 나오고 뒷면은 연속해서 나오지 않는 경우의 수를 구한다.	21점

문제 III

제시문

[마] 좌표공간의 두 점 $A(x_1, y_1, z_1), B(x_2, y_2, z_2)$ 에 대하여 선분 AB를 $m : n (m > 0, n > 0)$ 으로 내분하는 점 P의 좌표는

$$\left(\frac{mx_2 + nx_1}{m+n}, \frac{my_2 + ny_1}{m+n}, \frac{mz_2 + nz_1}{m+n} \right)$$

[바] 평면 β 위의 도형의 넓이를 S , 이 도형의 평면 α 위로의 정사영의 넓이를 S' 이라고 할 때, 두 평면 α, β 가 이루는 각의 크기를 $\theta (0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ)$ 라고 하면

$$S' = S \cos \theta$$

[문제 III] 구 $x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 1$ 위에 두 점 $A(0, 0, 2), P(a, a, b)$ 가 있다. xy 평면 위의 점 Q에 대하여 점 P가 선분 AQ를 1 : 4로 내분할 때, 다음 물음에 답하시오. (단, a, b 는 양수이다.)

- (1) 점 P와 점 Q의 좌표를 구하고, 그 근거를 논술하시오. (10점)
- (2) 점 A와 점 P가 아닌 구 위의 점 R에 대하여 삼각형 ARQ의 xy 평면 위로의 정사영을 F 라 하고 삼각형 ARQ와 xy 평면이 이루는 각의 크기를 θ 라 하자. F 의 넓이가 최대가 될 때, 삼각형 ARQ의 세 변의 길이와 $\cos \theta$ 의 값을 구하고, 그 근거를 논술하시오. (27점)

써봄

기출로 연습했다면, 이제 써보고 바로 첨삭받자.

Google Gemini 기반 한국어 논술 자동 첨삭 서비스

01

4개 영역 점수

논리구조 · 근거타당성 · 주장명확성 · 언어표현 영역별로 점수를 매겨 줍니다.

02

상세 피드백

강점, 개선점, 구체적인 제안사항까지 한 번에 확인합니다.

03

일괄 첨삭

교사·강사는 학생 답안을 최대 10편까지 한꺼번에 올려 처리할 수 있습니다.

04

간편한 업로드

PDF · DOCX · TXT 파일을 그대로 올리면 됩니다.

이용 안내

무료 체험	회원가입 시 3회 무료 분석
개인 플랜	월 9,900원
교사 플랜	월 29,900원

논술 수험생 · 논술 교사와 강사 · 학원과 교육기관



writegrow.net

QR 코드를 스캔하면 바로 시작할 수 있습니다