

완자 · 역학과 에너지

내신만점 · 실력UP 집중

I 시공간과 운동
2 중력의 작용과 등가 원리

01

케플러 법칙과 중력

내신만점 · 실력UP

I-2-01 케플러 법칙과 중력

내신 만점 문제

A 케플러 법칙

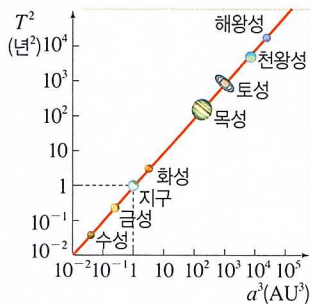
01 케플러 법칙에 대한 설명으로 옳은 것만을 [보기]에서 있는 대로 고른 것은?

[보기]

- ㄱ. 행성은 태양이 중심인 원 궤도를 따라 등속 원운동을 한다.
- ㄴ. 태양으로부터의 거리가 먼 행성일수록 공전 주기가 크다.
- ㄷ. 태양과 행성 사이의 거리가 가까울수록 행성의 속력은 느리다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

02 그림은 태양계 행성의 타원 궤도 긴반지름 a 와 공전 주기 T 의 관계를 나타낸 것이다. 소행성의 타원 궤도의 긴반지름은 10 AU이다.



이에 대한 설명으로 옳은 것만을 [보기]에서 있는 대로 고른 것은? (단, 1 AU는 태양과 지구 사이의 거리이다.)

[보기]

- ㄱ. 행성들이 공전하는 동안 속력은 일정하다.
- ㄴ. 태양으로부터 거리가 먼 행성일수록 공전 주기가 크다.
- ㄷ. 소행성의 공전 주기는 10년이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

중요 03 태양을 한 초점으로 하는 타원 궤도를 따라 운동하는 어떤 행성의 타원 궤도의 긴반지름이 현재의 4배가 된다면, 이 행성의 공전 주기는 몇 배가 되는가?

- ① 2배 ② 4배 ③ 8배
④ 16배 ⑤ 64배

04 다음은 케플러 법칙에 대한 설명이다.

- 모든 행성은 태양을 한 초점으로 하는 타원 궤도를 따라 운동한다.
- 태양과 행성을 연결하는 선분이 같은 시간 동안 휩쓸고 지나간 면적은 같다.
- 행성의 공전 주기의 제곱은 타원 궤도의 긴반지름의 세 제곱에 비례한다.

이에 대한 설명으로 옳은 것만을 [보기]에서 있는 대로 고른 것은?

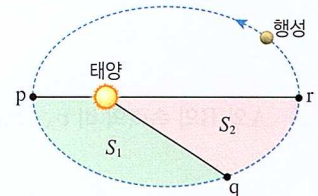
[보기]

- ㄱ. 태양과 행성 사이의 거리는 일정하다.
- ㄴ. 행성의 가속도의 크기는 일정하다.
- ㄷ. 공전 주기는 태양에 가까운 금성이 지구보다 작다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄱ, ㄷ

중요 05 그림과 같이 행성이

태양을 한 초점으로 하는 타원 궤도를 따라 점 p, q, r을 지나며 운동한다. 행성이 p에서 q까지와 q에서 r까지 운동하는 동안 태양과 행성을 연결한 선분이 휩쓸고 지나간 면적은 각각 S_1 , S_2 이고, 걸린 시간은 T 로 같다. p, r은 각각 근일점, 원일점이다. 이에 대한 설명으로 옳은 것만을 [보기]에서 있는 대로 고른 것은?



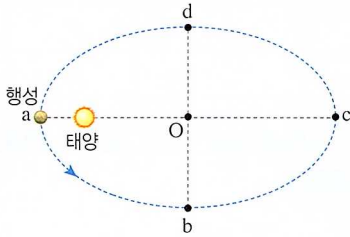
[보기]

- ㄱ. 행성에 작용하는 중력의 크기는 p에서가 q에서보다 크다.
- ㄴ. S_1 은 S_2 보다 크다.
- ㄷ. 행성의 공전 주기는 $2T$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄱ, ㄷ

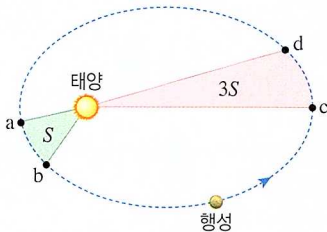
서술형

중요 06 그림은 태양을 한 초점으로 하는 타원 궤도상의 점 a, b, c, d를 지나며 공전하는 행성이 시간 $t=0$ 일 때 a를 지나 는 모습을 나타낸 것이다. 점 O는 타원의 중심이고, 행성의 공 전 주기는 $3T$ 이다.



$t = \frac{7}{4}T$ 일 때, 행성의 위치를 까닭과 함께 서술하시오.

07 그림과 같이 행성이 태양을 한 초점으로 하는 타원 궤 도를 따라 점 a, b, c, d를 지나며 운동한다. a에서 b까지 행 성의 중심과 태양의 중심을 연결한 선분이 휩쓸고 지나간 면 적은 S 이고, c에서 d까지 태양의 중심과 행성의 중심을 연결 한 선분이 휩쓸고 지나간 면적은 $3S$ 이다. 행성의 궤도에서 c는 태양에서 가장 먼 지점이다.



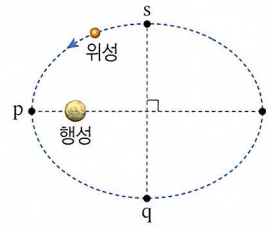
행성의 운동에 대한 설명으로 옳은 것만을 [보기]에서 있는 대로 고른 것은?

보기

- ㄱ. 가속도의 크기는 a에서 c에서보다 크다.
- ㄴ. b에서 c까지 운동하는 동안 속력은 느려진다.
- ㄷ. a에서 b까지 운동하는 데 걸린 시간은 c에서 d까지 운동하는 데 걸린 시간의 $\frac{1}{3}$ 배이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

08 그림은 행성을 한 초점으로 하는 타원 궤도상의 점 p, q, r, s를 지나며 공전하는 위성을, 표는 위성이 p에서 q까지, r에서 s까지 운동하는 데 걸린 시간을 나타낸 것이다.



경로	걸린 시간
p에서 q까지	t_0
r에서 s까지	$3t_0$

이에 대한 설명으로 옳은 것만을 [보기]에서 있는 대로 고른 것은?

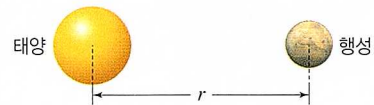
보기

- ㄱ. 위성에 작용하는 중력의 크기는 p에서 r에서보다 크다.
- ㄴ. 위성의 공전 주기는 $8t_0$ 이다.
- ㄷ. 위성의 속력은 q에서 s에서가 같다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

B 중력 법칙

중요 09 그림은 태양으로부터 거리 r 만큼 떨어져 있는 행성을 나타낸 것이다. 태양이 행성에 작용하는 중력의 크기는 F 이다.



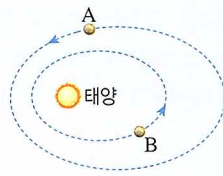
이에 대한 설명으로 옳은 것만을 [보기]에서 있는 대로 고른 것은?

보기

- ㄱ. 태양이 행성에 작용하는 중력의 크기와 행성이 태양에 작용하는 중력의 크기는 같다.
- ㄴ. 태양이 행성에 작용하는 중력의 방향과 행성이 태양에 작용하는 중력의 방향은 반대이다.
- ㄷ. 태양과 행성 사이의 거리가 r 보다 작으면, 행성에 작용하는 중력의 크기는 F 보다 작다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

10 그림은 행성 A, B가 각각 태양을 한 초점으로 하는 타원 궤도를 따라 운동하는 모습을 나타낸 것이다. 이에 대한 설명으로 옳은 것만을 [보기]에서 있는 대로 고른 것은?



[보기]

- ㄱ. A의 속력은 일정하다.
- ㄴ. 가속도의 최댓값은 A가 B보다 작다.
- ㄷ. 공전 주기는 A가 B보다 크다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
- ④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

C 인공위성의 운동

11 그림은 인공위성이 질량이 M 인 지구를 중심으로 등속 원운동을 하는 모습을 나타낸 것이다. 인공위성의 질량은 m 이고, 원 궤도의 반지름은 r 이다. 인공위성의 공전 주기는 T 이다. 이에 대한 설명으로 옳은 것만을 [보기]에서 있는 대로 고른 것은?



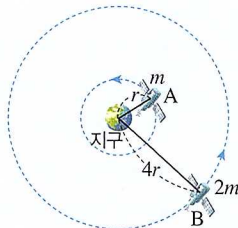
[보기]

- ㄱ. 인공위성에 작용하는 알짜힘의 크기는 일정하다.
- ㄴ. 인공위성의 속력은 $\frac{\pi r}{T}$ 이다.
- ㄷ. 인공위성이 운동하는 동안, 인공위성의 가속도 방향은 일정하다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
- ④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄱ, ㄷ

서술형

12 그림은 지구를 중심으로 각 등속 원운동을 하는 인공위성 A, B를 나타낸 것이다. A, B의 질량은 각각 m , $2m$ 이고, 원 궤도의 반지름은 각각 r , $4r$ 이다. A, B의 속력을 각각 v_A , v_B 라고 할 때 $v_A : v_B$ 를 구심력을 이용하여 풀이 과정과 함께 구하시오. (단, A, B에는 지구에 의한 중력만 작용한다.)



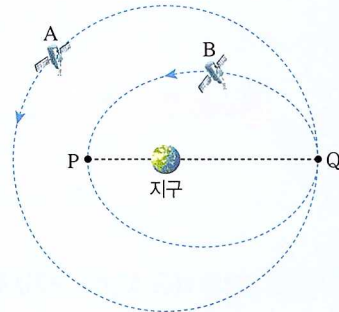
13 표는 지구를 중심으로 등속 원운동을 하는 인공위성 A, B에 작용하는 구심력의 크기, 질량, 원 궤도의 반지름, 공전 주기를 나타낸 것이다.

인공위성	구심력의 크기	질량	궤도 반지름	공전 주기
A	$2F$	m_A	r	T_A
B	F	m_B	$2r$	T_B

$m_A : m_B$, $T_A : T_B$ 로 옳은 것은? (단, A, B에는 지구에 의한 중력만 작용한다.)

	$m_A : m_B$	$T_A : T_B$
①	$1 : \sqrt{2}$	$1 : \sqrt{2}$
②	$1 : \sqrt{2}$	$1 : 2\sqrt{2}$
③	$1 : \sqrt{2}$	$1 : 3\sqrt{3}$
④	$1 : 2$	$1 : \sqrt{2}$
⑤	$1 : 2$	$1 : 2\sqrt{2}$

중요 **14** 그림은 지구를 중심으로 등속 원운동을 하는 인공위성 A와 지구를 한 초점으로 타원 궤도를 따라 운동하는 인공위성 B를 나타낸 것이다. 점 P, Q는 B의 공전 궤도상의 점이고, Q에서는 A, B의 궤도가 접하며, 지구로부터의 거리는 P에서 Q에서보다 작다.



이에 대한 설명으로 옳은 것만을 [보기]에서 있는 대로 고른 것은? (단, A, B에는 지구에 의한 중력만 작용한다.)

[보기]

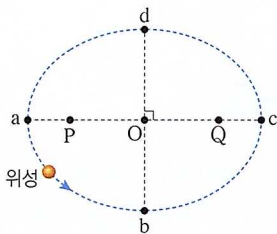
- ㄱ. 공전 주기는 A가 B보다 크다.
- ㄴ. B의 속력은 P에서가 Q에서보다 크다.
- ㄷ. Q에서 가속도의 크기는 A가 B보다 크다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ



실력 UP 문제

01 그림은 위성이 점 P 또는 Q를 한 초점으로 하는 타원 궤도를 따라 운동하는 모습을 나타낸 것이다. 점 O는 타원의 중심이고, 점 a, b, c, d는 타원 궤도상의 점이다. 위성의 속력은 b에서 c에서보다 빠르다.



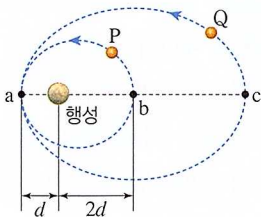
이에 대한 설명으로 옳은 것만을 [보기]에서 있는 대로 고른 것은?

[보기]

- ㄱ. 행성의 위치는 Q이다.
- ㄴ. 위성이 a에서 b까지 이동하는 동안 위성의 가속도의 크기는 감소한다.
- ㄷ. 위성이 b에서 c까지 운동하는 데 걸린 시간은 d에서 a까지 운동하는 데 걸린 시간과 같다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

02 그림은 행성을 한 초점으로 하는 타원 궤도를 따라 운동하는 위성 P, Q를 나타낸 것이다. 점 a는 행성으로부터 P, Q가 가장 가깝게 지나는 점이고, 점 b, c는 행성으로부터 각각 P, Q가 가장 멀리 지나는 점이다. 행성으로부터 a, b까지의 거리는 각각 d , $2d$ 이다. a에서 행성에 작용하는 중력의 크기는 P가 Q의 2배이고, 공전 주기는 Q가 P의 $2\sqrt{2}$ 배이다. 이에 대한 설명으로 옳은 것만을 [보기]에서 있는 대로 고른 것은? (단, P, Q에는 행성에 의한 중력만 작용한다.)

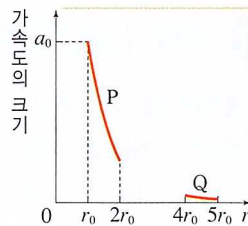


[보기]

- ㄱ. 질량은 P가 Q의 2배이다.
- ㄴ. P의 가속도의 크기는 a에서 b에서의 2배이다.
- ㄷ. b와 c 사이의 거리는 $3d$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄱ, ㄷ

03 그림은 동일한 행성을 한 초점으로 하는 각각의 타원 궤도를 따라 위성 P, Q가 한 주기 동안 운동할 때, 가속도의 크기를 행성의 중심으로부터 P, Q의 중심까지의 거리 r 에 따라 나타낸 것이다. 표는 r 에 따라 행성이 위성에 작용하는 중력의 크기를 나타낸 것이다.



거리	위성에 작용하는 중력의 크기	
	P	Q
$2r_0$	$2F$	—
$4r_0$	—	F

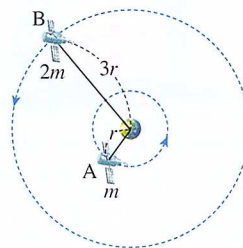
이에 대한 설명으로 옳은 것만을 [보기]에서 있는 대로 고른 것은? (단, P, Q에는 행성에 의한 중력만 작용한다.)

[보기]

- ㄱ. P의 속력은 $r=r_0$ 일 때가 $r=2r_0$ 일 때보다 작다.
- ㄴ. 질량은 Q가 P의 2배이다.
- ㄷ. 공전 주기는 Q가 P의 $3\sqrt{3}$ 배이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

04 그림은 지구를 중심으로 각 각 등속 원운동을 하는 인공위성 A, B를 나타낸 것이다. A, B의 원 궤도 반지름은 각각 r , $3r$ 이고, A, B의 질량은 각각 m , $2m$ 이다. 이에 대한 설명으로 옳은 것만을 [보기]에서 있는 대로 고른 것은? (단, A, B에는 지구에 의한 중력만 작용한다.)



[보기]

- ㄱ. 인공위성에 작용하는 구심력의 크기는 A가 B의 $\frac{9}{2}$ 배이다.
- ㄴ. 속력은 A가 B의 3배이다.
- ㄷ. 공전 주기는 B가 A의 $3\sqrt{2}$ 배이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄱ, ㄷ

정답 및 해설

내신만점문제 · 실력UP문제
케플러 법칙과 중력

3 인공위성의 속력 $v = \sqrt{\frac{GM}{R}}$ 이므로 $v \propto \frac{1}{\sqrt{R}}$ 이다. 따라서 $v_A : v_B = \frac{1}{\sqrt{r}} : \frac{1}{\sqrt{2r}} = \sqrt{2} : 1$ 이다.

4 공전 주기 T 의 제곱은 궤도 반지름 R 의 세제곱에 비례한다. $T^2 \propto R^3$ 이므로 $T_A : T_B = \sqrt{r^3} : \sqrt{(2r)^3} = 1 : 2\sqrt{2}$ 이다.

5 (1) 인공위성의 속력 $v = \sqrt{\frac{GM}{R}}$ 이므로 궤도 반지름이 클수록 인공위성의 속력은 느리다.

(2) 인공위성의 속력은 궤도 반지름의 제곱근에 반비례하므로 궤도 반지름이 4배이면 속력은 $\frac{1}{2}$ 배가 된다.

(3) 인공위성은 행성의 중력에 의해 운동하므로 뉴턴 운동 제2법칙($F=ma$)을 적용하면 $G\frac{Mm}{R^2} = ma$ 에 의해 $a = G\frac{M}{R^2}$ 이 된다. 따라서 가속도의 크기 a 는 인공위성의 질량 m 과는 관계가 없다.

내신 만점문제

56쪽~58쪽

- 01 ② 02 ② 03 ③ 04 ③ 05 ①
06 해설 참조 07 ⑤ 08 ⑤ 09 ③ 10 ⑤
11 ① 12 해설 참조 13 ⑤ 14 ③

01 ㄴ. 행성의 공전 주기의 제곱은 타원 궤도의 긴반지름의 세제곱에 비례한다. 따라서 태양으로부터의 거리가 먼 행성일수록 공전 주기가 크다.

[바로알기] ㄱ. 행성은 태양을 한 초점으로 하는 타원 궤도를 따라 운동한다.

ㄷ. 태양과 행성을 연결하는 선분이 같은 시간 동안 휩쓸고 지나간 면적은 일정하다. 따라서 태양과 행성 사이의 거리가 가까울수록 행성의 속력은 빠르다.

02 ㄴ. 공전 주기의 제곱은 타원 궤도의 긴반지름의 세제곱에 비례한다. 따라서 태양으로부터 거리가 먼 행성일수록 타원 궤도의 긴반지름이 크므로 공전 주기도 크다.

[바로알기] ㄱ. 행성들은 태양을 한 초점으로 하는 타원 궤도를 따라 운동하므로 행성들이 공전하는 동안 행성의 속력은 일정하지 않다.

ㄷ. 타원 궤도의 긴반지름이 1 AU인 지구의 공전 주기는 1년이다. 소행성의 긴반지름이 10 AU이므로 소행성의 공전 주기는 $10\sqrt{10}$ 년이다.

03 ③ 케플러 제3법칙에 따라 행성의 공전 주기(T)의 제곱은 공전 궤도의 긴반지름(r)의 세제곱에 비례하므로 $T^2 \propto r^3$ 이다. 따라서 r 이 4배가 되면 $T'^2 = k(4r)^3 = (8T)^2$ 이므로 $T' = 8T$ 로 8배가 된다.

04 ㄷ. 행성의 긴반지름은 태양에 가까운 금성이 지구보다 작으므로 공전 주기는 금성이 지구보다 작다.

[바로알기] ㄱ. 행성은 태양을 한 초점으로 하는 타원 궤도를 따라 공전하므로 태양과 행성 사이의 거리는 일정하지 않다.

ㄴ. 태양으로부터 거리가 멀수록 행성의 가속도의 크기는 작고, 거리가 가까울수록 가속도의 크기는 크다.

05 ㄱ. 태양과 행성 사이의 거리가 가까울수록 행성에 작용하는 중력의 크기는 크다. 따라서 행성에 작용하는 중력의 크기는 p에서 q에서보다 크다.

[바로알기] ㄴ. 같은 시간 동안 태양과 행성을 연결한 선분이 휩쓸고 지나간 면적은 같다. 행성이 p에서 q까지와 q에서 r까지 운동하는 데 걸린 시간이 같으므로 S_1 과 S_2 는 같다.

ㄷ. p에서 r까지 운동하는 데 걸린 시간은 $2T$ 이므로 행성의 공전 주기는 $4T$ 이다.

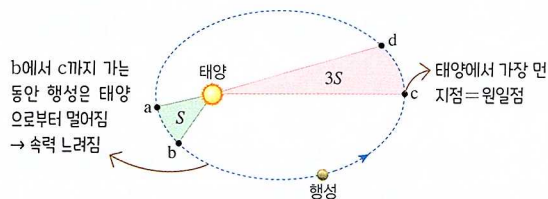
06 [모범 답안] $t = \frac{3}{2}T$ 일 때 행성은 c를 지난다. $t = \frac{7}{4}T$ 는 행성이 c를

지난 순간으로부터 $\frac{1}{4}T$ 만큼의 시간이 지난 것이다. 행성이 c에서 d까지 이동하는 데 걸린 시간은 d에서 a까지 이동하는 데 걸린 시간보다 크다.

따라서 $t = \frac{7}{4}T$ 일 때 행성의 위치는 c와 d 사이이다.

채점 기준	배점
행성의 위치를 주기를 이용하여 옳게 서술한 경우	100 %
행성의 위치만 옳게 쓴 경우	30 %

07 — 꼼꼼 문제 분석



행성이 c에서 d까지 이동하는 동안 행성과 태양을 연결한 선분이 휩쓸고 지나간 면적은 행성이 a에서 b까지 이동하는 동안 행성과 태양을 연결한 선분이 휩쓸고 지나간 면적의 3배이다.

⇒ 행성이 c에서 d까지 이동하는 데 걸린 시간은 a에서 b까지 이동하는 데 걸린 시간의 3배이다.

ㄱ. 태양과 행성 사이의 거리가 작을수록 행성의 가속도의 크기는 크다. 태양과 행성 사이의 거리는 a에서가 c에서보다 작으므로 행성의 가속도의 크기는 a에서가 c에서보다 크다.

ㄴ. 태양으로부터의 거리는 c에서가 b에서보다 크므로 b에서 c까지 운동하는 동안 행성의 속력은 느려진다.

ㄷ. 같은 시간 동안 태양과 행성을 연결한 선분이 휩쓸고 지나간 면적은 일정하다. 따라서 a에서 b까지 운동하는 데 걸린 시간은 c에서 d까지 운동하는 데 걸린 시간의 $\frac{1}{3}$ 배이다.

08 ㄱ. 행성으로부터의 거리는 p에서가 r에서보다 작으므로 위성에 작용하는 중력의 크기는 p에서가 r에서보다 크다.

ㄴ. 행성과 위성을 연결한 선분이 휩쓸고 지나간 면적은 위성이 q에서 r까지 운동할 때와 r에서 s까지 운동할 때가 같다. 따라서 위성이 p에서 r까지 운동하는 데 걸린 시간은 $4t_0$ 이므로 위성의 공전 주기는 $8t_0$ 이다.

ㄷ. 행성에서 위성까지의 거리는 q에서와 s에서가 같다. 따라서 위성의 속력은 q에서와 s에서가 같다.

09 ㄱ, ㄴ. 태양이 행성에 작용하는 중력과 행성이 태양에 작용하는 중력은 작용 반작용의 관계이므로, 두 힘의 크기는 같고 방향은 서로 반대이다.

바로알기 ㄷ. 태양과 행성 사이의 거리가 작을수록 행성에 작용하는 중력의 크기는 크다. 따라서 태양과 행성 사이의 거리가 r보다 작으면, 행성에 작용하는 중력의 크기는 F보다 크다.

10 ㄴ. 행성과 태양 사이의 거리가 가까울수록 행성의 가속도의 크기는 크다. 행성과 태양 사이의 거리의 최솟값은 A가 B보다 크므로 가속도의 최댓값은 A가 B보다 작다.

ㄷ. 행성의 타원 궤도의 긴반지름은 A가 B보다 크므로 공전 주기는 A가 B보다 크다.

바로알기 ㄱ. A가 공전하는 태양과 A를 연결한 선분이 같은 시간 동안 휩쓸고 지나간 면적은 일정하다. 따라서 A와 태양 사이의 거리가 멀어질수록 A의 속력은 감소하고, A와 태양 사이의 거리가 가까워질수록 A의 속력은 증가하므로 A의 속력은 일정하지 않다.

11 ㄱ. 인공위성에 작용하는 알짜힘의 크기는 인공위성에 작용하는 중력의 크기와 같다. 지구와 인공위성 사이의 거리는 일정하므로 인공위성에 작용하는 알짜힘의 크기는 일정하다.

바로알기 ㄴ. 인공위성의 공전 주기는 T이므로 인공위성의 속력은 $\frac{2\pi r}{T}$ 이다.

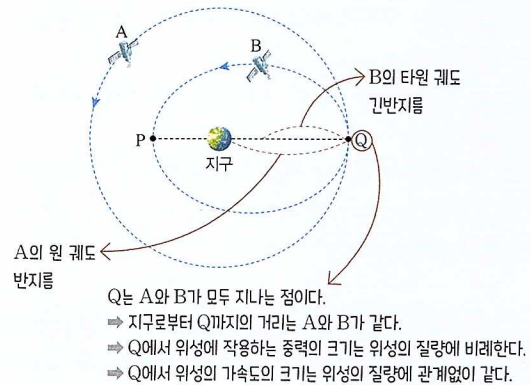
ㄷ. 인공위성의 가속도 방향은 지구의 중심을 향하는 방향이므로, 인공위성이 운동하는 동안 인공위성의 가속도 방향은 계속 변한다.

12 **모범 답안** 지구의 질량을 M, 중력 상수를 G라고 하자. A에 작용하는 구심력의 크기는 $G\frac{Mm}{r^2} = \frac{mv_A^2}{r}$ 에서 $v_A = \sqrt{\frac{GM}{r}}$ 이고, B에 작용하는 구심력의 크기는 $G\frac{M(2m)}{(4r)^2} = \frac{2mv_B^2}{4r}$ 에서 $v_B = \sqrt{\frac{GM}{4r}}$ 이다. 따라서 $v_A : v_B = 2 : 1$ 이다.

채점 기준	배점
속력의 비를 구심력의 크기를 이용하여 풀이 과정과 함께 옳게 구한 경우	100 %
속력의 비만 옳게 쓴 경우	30 %

13 ⑤ 지구의 질량을 M, 중력 상수를 G라고 하자. A에 작용하는 구심력의 크기는 $2F = G\frac{Mm_A}{r^2}$ 이고, B에 작용하는 구심력의 크기는 $F = G\frac{Mm_B}{4r^2}$ 이다. 이를 정리하면 $m_A : m_B = 1 : 2$ 이다. 궤도 반지름은 B가 A의 2배이므로 공전 주기는 B가 A의 $2\sqrt{2}$ 배이다. 따라서 $T_A : T_B = 1 : 2\sqrt{2}$ 이다.

14 ———— **꼼꼼 문제 분석**



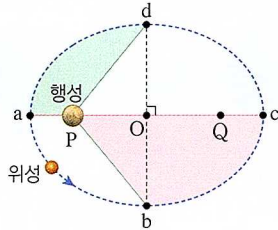
ㄱ. A의 원 궤도 반지름은 B의 타원 궤도의 긴반지름보다 크다. 따라서 공전 주기는 A가 B보다 크다.

ㄴ. 지구로부터의 거리는 P에서가 Q에서보다 작으므로 B의 속력은 P에서가 Q에서보다 크다.

바로알기 ㄷ. Q에서 지구까지의 거리는 A와 B가 같으므로 Q에서 가속도의 크기는 A와 B가 같다.

01 ② 02 ⑤ 03 ⑤ 04 ①

01 품문제 분석



- 위성의 속력은 b에서가 c에서보다 빠르다.
⇒ 행성으로부터의 거리는 b가 c보다 작다. 따라서 행성의 위치는 P이다.
- 행성과 위성을 연결한 선분이 휩쓸고 지나간 면적은 위성이 b에서 c까지 운동할 때가 d에서 a까지 운동할 때보다 크다.
⇒ 위성이 b에서 c까지 운동하는 데 걸린 시간은 d에서 a까지 운동하는 데 걸린 시간보다 크다.

ㄴ. 행성의 위치는 P이므로 위성이 a에서 b까지 이동하는 동안 행성으로부터의 거리는 증가하므로 위성의 가속도의 크기는 감소한다.

[바로알기] ㄱ. 케플러 제2법칙에 따라 행성으로부터의 거리가 작을수록 위성의 속력은 빠르다. 위성의 속력은 b에서가 c에서보다 빠르므로 행성으로부터의 거리는 b에서가 c에서보다 작다. 따라서 행성의 위치는 P이다.

ㄷ. 행성과 위성을 연결한 선분이 휩쓸고 지나간 면적은 위성이 b에서 c까지 운동할 때가 d에서 a까지 운동할 때보다 크다. 따라서 위성이 b에서 c까지 운동하는 데 걸린 시간은 d에서 a까지 운동하는 데 걸린 시간보다 크다.

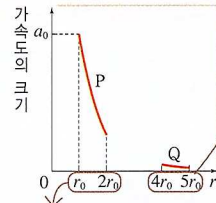
02 ㄱ. 위성에 작용하는 중력의 크기는 위성의 질량에 비례하고 행성으로부터 거리의 제곱에 반비례한다. a에서 위성에 작용하는 중력의 크기는 P가 Q의 2배이므로 질량은 P가 Q의 2배이다.

ㄷ. 공전 주기는 Q가 P의 $2\sqrt{2}$ 배이므로 타원 궤도의 긴반지름은 Q가 P의 2배이다. P의 공전 궤도의 긴반지름은 $\frac{3}{2}d$ 이므로 Q의 타원 궤도의 긴반지름은 $3d$ 이다. a와 c 사이의 거리는 $6d$ 이므로 b와 c 사이의 거리는 $3d$ 이다.

[바로알기] ㄴ. 위성의 가속도의 크기는 행성으로부터의 거리의 제곱에 반비례한다. 행성으로부터의 거리는 b가 a의 2배이므로 P의 가속도의 크기는 a에서가 b에서의 4배이다.

03 품문제 분석

행성의 중심으로부터 Q의 중심까지 가장 가까운 거리는 $4r_0$, 가장 먼 거리는 $5r_0$
⇒ Q의 타원 궤도의 긴반지름 = $\frac{4r_0 + 5r_0}{2} = \frac{9}{2}r_0$



행성의 중심으로부터 P의 중심까지 가장 가까운 거리는 r_0 , 가장 먼 거리는 $2r_0$
⇒ P의 타원 궤도의 긴반지름 = $\frac{r_0 + 2r_0}{2} = \frac{3}{2}r_0$

ㄴ. 행성에 작용하는 중력의 크기는 위성의 질량에 비례하고 행성으로부터 거리의 제곱에 반비례한다. P, Q의 질량을 각각 m_1, m_2 라고 하면 $2F = k \frac{m_1}{4r_0^2}$ 이고, $F = k \frac{m_2}{16r_0^2}$ 이므로 $m_2 = 2m_1$ 이다. 따라서 질량은 Q가 P의 2배이다.

ㄷ. P의 타원 궤도의 긴반지름은 $\frac{r_0 + 2r_0}{2} = \frac{3}{2}r_0$ 이고, Q의 타원 궤도의 긴반지름은 $\frac{4r_0 + 5r_0}{2} = \frac{9}{2}r_0$ 이므로, 타원 궤도의 긴반지름은 Q가 P의 3배이다. 따라서 공전 주기는 Q가 P의 $3\sqrt{3}$ 배이다.

[바로알기] ㄱ. r 이 작을수록 위성의 속력은 크다. 따라서 P의 속력은 $r = r_0$ 일 때가 $r = 2r_0$ 일 때보다 크다.

04 ㄱ. 지구의 질량을 M , 중력 상수를 G 라고 하자. 인공위성에 작용하는 중력이 구심력 역할을 하므로 A에 작용하는 구심력의 크기는 $G \frac{Mm}{r^2}$ 이고, B에 작용하는 구심력의 크기는 $G \frac{M(2m)}{9r^2}$ 이다. 따라서 인공위성에 작용하는 구심력의 크기는 A가 B의 $\frac{9}{2}$ 배이다.

[바로알기] ㄴ. A, B의 속력을 각각 v_A, v_B 라고 하자. A에 작용하는 구심력의 크기는 $\frac{mv_A^2}{r} = G \frac{Mm}{r^2}$ 에서 $v_A = \sqrt{\frac{GM}{r}}$ 이고,

B에 작용하는 구심력의 크기는 $\frac{2mv_B^2}{3r} = G \frac{M(2m)}{9r^2}$ 에서 $v_B = \sqrt{\frac{GM}{3r}}$ 이다. 따라서 인공위성의 속력은 A가 B의 $\sqrt{3}$ 배이다.

ㄷ. 공전 주기의 제곱은 원 궤도 반지름의 세제곱에 비례한다. 원 궤도의 반지름은 B가 A의 3배이므로 공전 주기는 B가 A의 $3\sqrt{3}$ 배이다.

02 / 탈출 속도

개념 확인 문제

62쪽

- ① 크다 ② 탈출 속도 ③ 질량 ④ 반지름 ⑤ $\geq$ ⑥ 온도
⑦ 질량 ⑧ 지구 ⑨ 목성 ⑩ 큰 ⑪ 외력 ⑫ 크다

- 1 (1) ○ (2) ○ (3) × 2 ㉠ $G \frac{Mm}{R}$, ㉡ $\sqrt{\frac{2GM}{R}}$ 3 $\frac{\sqrt{3}}{3}$ 배
4 ㉠ C, ㉡ A 5 C, D

1 (1), (2) 물체에 중력만 작용하면 역학적 에너지가 보존되므로, 물체의 운동 에너지와 중력에 의한 위치 에너지의 합인 역학적 에너지가 일정하다. 따라서 물체가 행성으로부터 임의의 위치에서 일정한 거리를 유지하며 운동을 하면 중력에 의한 위치 에너지가 일정하므로 물체의 운동 에너지도 일정하다.

(3) 행성의 중심으로부터 거리가 멀수록 물체의 중력에 의한 위치 에너지는 크다. 따라서 행성의 중심으로부터 떨어진 거리가 멀어질수록 중력에 의한 위치 에너지는 커진다.

2 행성의 표면에서 탈출 속도로 발사된 물체의 역학적 에너지는 0이므로 $\frac{1}{2}mv^2 - G \frac{Mm}{R} = 0$ 에서 $v = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$ 이다.

3 질량 M , 반지름 R 인 행성에서의 탈출 속도 $v = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$ 이므로, A의 탈출 속도는 $\sqrt{\frac{2GM}{3R}}$ 이고, B의 탈출 속도는 $\sqrt{\frac{2GM}{R}}$ 이다. 따라서 A의 탈출 속도는 B의 탈출 속도의 $\frac{\sqrt{3}}{3}$ 배이다.

4 행성의 반지름이 같을 때 행성의 질량이 클수록 탈출 속도가 크므로 질량이 가장 큰 행성은 C이다. 표면 온도가 높고 탈출 속도가 작은 A에서 질량이 작은 수소 기체가 가장 적게 존재한다.

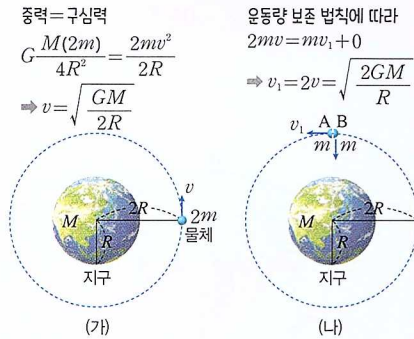
5 기체 분자의 평균 속도가 행성의 탈출 속도보다 작으면 행성의 대기에 존재할 수 있다. 따라서 평균 속도가 20 km/s인 기체 분자가 대기에 포함될 수 있는 행성은 C, D이다.

대표 자료 분석

63쪽

- 1 $-\frac{3}{4}E_0$ 2 E_0 3 (1) 같다 (2) 증가 4 (1) ○ (2) ○ (3) ×

꼼꼼 문제 분석



1 중력 상수를 G , 물체의 질량을 $2m$ 이라고 하자. 물체의 중력에 의한 위치 에너지는 $-E_0$ 이므로 $-E_0 = -G \frac{M(2m)}{2R}$ 이다. 물체의 속력을 v 라고 하면, 물체에 작용하는 중력은 구심력과 같으므로 $G \frac{M(2m)}{4R^2} = \frac{2mv^2}{2R}$ 에서 $v = \sqrt{\frac{GM}{2R}}$ 이다. 따라서 (가)에서 물체의 역학적 에너지는 $-G \frac{M(2m)}{2R} + \frac{1}{2}m \left(\frac{GM}{2R} \right) = -G \frac{3Mm}{4R} = -\frac{3}{4}E_0$ 이다.

2 (가)에서 물체의 질량을 $2m$, 속력을 v , (나)에서 A의 속력을 v_1 이라고 하자. 물체가 A, B로 분리되는 순간 운동량 보존 법칙을 적용하면, $2mv = mv_1 + 0$ 에서 $v_1 = 2v = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$ 이다. 따라서 A의 운동 에너지는 $\frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}m \left(\frac{2GM}{R} \right) = G \frac{Mm}{R} = E_0$ 이다.

3 (1) (가)에서 물체는 등속 원운동을 하므로 물체에 작용하는 중력의 크기는 구심력의 크기와 같다.
(2) B가 낙하하는 동안, 지구 중심으로부터의 거리는 감소하므로 B에 작용하는 중력의 크기는 증가한다.

4 (1) 물체가 지구 중심으로부터 $3R$ 인 곳에서 등속 원운동을 하면 물체에 작용하는 중력은 구심력과 같으므로 $G \frac{M(2m)}{9R^2} = \frac{2mv^2}{3R}$ 에서 $v = \sqrt{\frac{GM}{3R}}$ 이다.

(2) 지구의 탈출 속도를 v_0 이라고 하면 $\frac{1}{2}mv_0^2 = G \frac{Mm}{R}$ 에서 $v_0 = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$ 이다. (나)에서 A의 속력은 $\sqrt{\frac{2GM}{R}}$ 이므로 A는 지구로부터 매우 먼 지점까지 도달할 수 있다.