

상명대 약술형논술

수학

목차

2026학년도 인문계 A형	4
문항 9	4
문항 10	6
2026학년도 인문계 B형	8
문항 9	8
문항 10	9
2026학년도 자연계 A형	11
문항 1	11
문항 2	12
문항 3	13
문항 4	15
문항 5	17
문항 6	19
문항 7	20
문항 8	22
2026학년도 자연계 B형	24
문항 1	24
문항 2	25
문항 3	26
문항 4	28
문항 5	30
문항 6	32
문항 7	34
문항 8	36
2025학년도 인문계	38
문항 9	38
문항 10	39
2025학년도 자연계	40
문항 1	40
문항 2	41
문항 3	42
문항 4	43
문항 5	44
문항 6	45

문항 7 46

문항 8 47

2026학년도 인문계 A형

문항 9

[문항 9] 모든 계수가 정수인 두 일차다항식 $f(x)$ 와 $g(x)$ 가 다음 세 가지 조건을 만족시킨다.

(가) $f(x) - g(x) = 2$

(나) $x_1 < x_2$ 일 때, $f(x_1) + g(x_1) < f(x_2) + g(x_2)$

(다) $\{f(x)\}^3 - \{g(x)\}^3 = 6x^2 + 36x + 56$

이때, $x \geq 0$ 에서 정의된 두 함수 $y = \log_2\{f(x)\} - 2$ 와 $y = \log_2 g(x)$ 의 그래프가 y 축과 만나는 점을 각각 A, B라 하고, $y = \log_2\{f(x)\} - 2$ 와 $y = \log_2 g(x)$ 의 그래프가 만나는 점을 C라고 할 때,

(1) 다항식 $f(x)$ 를 구하시오.

(2) 다항식 $g(x)$ 를 구하시오.

(3) 삼각형 ABC의 넓이를 구하시오.

(1) $f(x) =$ _____ (3.5점)

(2) $g(x) =$ _____ (3.5점)

(3) 넓이 = _____ (3.0점)

예시 답안

(1), (2)

(가) 안. $\{f(x)\}^3 - \{g(x)\}^3 = \{f(x) - g(x)\}^3 + 3f(x)g(x)\{f(x) - g(x)\} = (2)^3 + 6f(x)g(x)$ 이고,
조건 (다)에 의해 $8 + 6f(x)g(x) = 6x^2 + 36x + 56$ 이다.

따라서 $f(x)g(x) = x^2 + 6x + 8 = (x + 4)(x + 2)$ 이다.

조건 (나)에 의해, $f(x) + g(x)$ 는 증가함수이고, $f(x) - g(x) = 2$ 이므로,
 $f(x) = x + 4$ 이고 $g(x) = x + 2$ 이다.

(나) 안. $f(x), g(x)$ 는 일차함수이므로, $f(x) - g(x) = 2$ 를 이용하여, $g(x) = ax + b$ 라고 하면,
 $f(x) = g(x) + 2 = ax + b + 2$ 이며,

따라서 $\{f(x)\}^3 - \{g(x)\}^3 = (ax + b + 2)^3 - (ax + b)^3 = 6x^2 + 36x + 56$ 이므로
 $a = 1$ 이고 $b = 2$ 이다. 따라서 $g(x) = x + 2$ 이고 $f(x) = x + 4$ 이다.

(3)

점 A, B는 두 함수 $y = \log_2\{f(x)\} - 2$ 와 $y = \log_2 g(x)$ 의 그래프가 y 축과 만나는 점이므로 이때의 x 좌표는 0이다. 따라서 $A(0, \log_2\{f(0)\} - 2)$ 이고 $f(0) = 4$ 이므로 $A(0, 0)$, 또한 $B(0, \log_2 g(0))$ 이고 $g(0) = 2$ 이므로 $B(0, 1)$ 이다.

$y = \log_2\{f(x)\} - 2$ 와 $y = \log_2 g(x)$ 가 만나는 점 C 는 $\log_2(x+4) - 2 = \log_2(x+2)$ 에 의해 $x = -\frac{4}{3}$, 즉, $C\left(-\frac{4}{3}, 1 - \log_2 3\right)$. 따라서 삼각형 ABC 에서 선분 $\overline{AB}$ 의 길이인 1이 삼각형의 밑변이고, y 축으로부터 점 C 까지의 거리인 $\frac{4}{3}$ 가 높이이므로, 삼각형 ABC 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 1 \times \frac{4}{3} = \frac{2}{3}$ 이다.

■ 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
(1)	$f(x) = x + 4$ 를 구하면	3.5점
(2)	$g(x) = x + 2$ 를 구하면	3.5점
(3)	삼각형의 넓이 $= \frac{2}{3}$ 를 구하면	3.0점

문항 10

[문항 10] 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 2bx + c & (x \geq 1) \\ x^2 + a^2 & (x < 1) \end{cases}$ (단, a, b, c 는 상수)에 대하여 함수 $|f(x)|$ 가 $x = 4$ 에서만 미분가능하지 않을 때,

- (1) b 의 값을 구하시오.
- (2) c 의 값을 구하시오.
- (3) $f(x)$ 의 극솟값을 구하시오.
 - (1) b 의 값을 구하는 과정을 서술하시오. (4.7점)
 - (2) $c = \underline{\hspace{2cm}}$ (2.3점)
 - (3) 극솟값 = $\underline{\hspace{2cm}}$ (3.0점)

예시 답안

(1)

함수 $f(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속이므로 $x = 1$ 에서 연속이다.

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (x^2 + a^2) = 1 + a^2 \geq 1, \quad \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (-x^2 + 2bx + c) = -1 + 2b + c$$

$$\text{즉, } a^2 = 2b + c - 2 \quad \dots \quad \text{㉠}$$

가정에 의해 $|f(x)|$ 는 $x = 1$ 에서 미분가능하고, $f(1) = 1 + a^2 > 0$ 이므로

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{|f(x)| - |f(1)|}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} (x + 1) = 2 \quad \dots \quad \text{㉡}$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{|f(x)| - |f(1)|}{x - 1} &= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{-x^2 + 2bx + c - (-1 + 2b + c)}{x - 1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{-(x^2 - 1) + 2b(x - 1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \{-(x + 1) + 2b\} = -2 + 2b \quad \dots \quad \text{㉢} \end{aligned}$$

식 ㉡과 ㉢으로부터 $-2 + 2b = 2$ 이므로 $b = 2$ 이다.

(2)

함수 $|f(x)|$ 가 $x = 4$ 에서만 미분가능하지 않으므로 $f(4) = 0$ 이고

$$f(4) = -16 + 8b + c = -16 + 8 \times 2 + c = 0 \text{에서 } c = 0 \text{이다.}$$

(3)

(1)과 (2)에서 구한 b 와 c 를 식 ㉠에 대입하면 $a^2 = 2$ 이고, $f(x)$ 는 미분가능한 함수이므로

$$\text{도함수 } f'(x) = \begin{cases} -2x + 4 & (x \geq 1) \\ 2x & (x < 1) \end{cases} \text{가 존재한다.}$$

함수 $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 4x & (x \geq 1) \\ x^2 + 2 & (x < 1) \end{cases}$ 에 대하여 함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면

x	...	0	...	2	...
$f'(x)$	—	0	+	0	—
$f(x)$	$\searrow$	2 극소	$\nearrow$	4 극대	$\searrow$

따라서 함수 $f(x)$ 는 $x = 0$ 에서 극솟값 2를 갖는다.

■ 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
(1)	함수 $f(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속이므로 $x = 1$ 에서 연속임을 이용하여 수식 $a^2 = 2b + c - 2$ 를 작성하면	0.7점
	부등식 $f(1) = 1 + a^2 > 0$ 을 작성하면	0.9점
	$x = 1$ 에서 $ f(x) $ 의 미분가능성 $\lim_{x \rightarrow 1-} \frac{ f(x) - f(1) }{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1+} \frac{ f(x) - f(1) }{x - 1}$ 을 작성하면	0.7점
	$\lim_{x \rightarrow 1-} \frac{ f(x) - f(1) }{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1-} \frac{x^2 - 1}{x - 1} = 2$ 를 구하면	0.7점
	$\lim_{x \rightarrow 1+} \frac{ f(x) - f(1) }{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1+} \frac{-x^2 + 2bx + 1 - 2b}{x - 1} = 2b - 2$ 를 구하면	0.7점
	수식 $-2 + 2b = 2$ 로부터 $b = 2$ 를 구하면	1.0점
(2)	$c = 0$ 을 구하면	2.3점
(3)	극솟값 = 2를 구하면	3.0점

2026학년도 인문계 B형

문항 9

[문항 9] 두 함수 $f(x) = p \sin x + q$ 와 $g(x) = |\cos(rx)|$ 에 대하여 $f(x)$ 의 최댓값과 최솟값의 차는 20이고, $f\left(\frac{\pi}{6}\right) = 3$ 이다. (단, p, q, r 은 임의의 상수)
두 함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 의 주기가 같을 때,

- (1) 모든 p 의 값의 곱을 구하시오.
 - (2) 모든 q 의 값의 합을 구하시오.
 - (3) pr 의 최솟값을 구하시오.
- (1) 모든 p 의 값의 곱 = _____ (3.7점)
 (2) 모든 q 의 값의 합 = _____ (2.7점)
 (3) 최솟값 = _____ (3.6점)

예시 답안

(1)

$-|p| \leq p \sin x \leq |p|$ 이므로, 함수 $f(x)$ 는 $-|p| + q \leq f(x) \leq |p| + q$ 이다.
 따라서 최솟값과 최댓값의 차는 $|p| + q - (-|p| + q) = 2|p|$ 이므로, $p = \pm 10$ 이다.
 그러므로 모든 p 의 값의 곱은 -100 이다.

(2)

$p = 10$ 일 때, $f\left(\frac{\pi}{6}\right) = 10 \times \sin \frac{\pi}{6} + q = 3$ 이므로 $q = -2$ 이고,
 $p = -10$ 일 때, $f\left(\frac{\pi}{6}\right) = -10 \times \sin \frac{\pi}{6} + q = 3$ 이므로 $q = 8$ 이다.
 따라서 모든 q 의 값의 합은 6이다.

(3)

함수 $f(x)$ 의 주기는 2π 이고 $\cos(rx)$ 의 주기는 $\frac{2\pi}{|r|}$ 이므로,
 $g(x) = |\cos(rx)|$ 의 주기는 $\frac{2\pi}{|r|} \times \frac{1}{2} = \frac{\pi}{|r|}$ 이다.
 두 함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 의 주기가 같으므로, $r = \pm \frac{1}{2}$ 이고 pr 의 최솟값은 -5 이다.

채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
(1)	모든 p 의 값의 곱 = -100 을 구하면	3.7점
(2)	모든 q 의 값의 합 = 6을 구하면	2.7점
(3)	최솟값 = -5 를 구하면	3.6점

문항 10

[문항 10] 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 6$ 이다.

상수 c 에 대하여 함수 $g(x)$ 가

$$g(x) = \begin{cases} \frac{x(x+2)}{f(x)} & (f(x) \neq 0) \\ c & (f(x) = 0) \end{cases}$$

이고, 함수 $g(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속일 때,

(1) 상수 c 의 값을 구하시오.

(2) 함수 $f(x)$ 를 구하시오.

(1) 상수 c 의 값을 구하는 과정을 서술하시오. (4.1점)

(2) $f(x) =$ _____ (5.9점)

예시 답안

(1)

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 6$ 에서 $x \rightarrow 0$ 일 때, (분모) $\rightarrow 0$ 이고 극한값이 존재하므로 (분자) $\rightarrow 0$ 이다.

즉, $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0) = 0$ 이므로 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x} = f'(0) = 6$ 이다.

따라서 $f(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + 6x$ (a, b 는 상수)이다.

함수 $g(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속이므로 $x = 0$ 에서도 연속이며

$\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = g(0) = c$ 이다.

따라서 함수 $g(x)$ 의 정의에 의해 $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x+2}{x^3 + ax^2 + bx + 6} = \frac{1}{3}$ 이므로 $c = \frac{1}{3}$ 이다.

(2)

$h(x) = x^3 + ax^2 + bx + 6$ 이라고 하면 $h(0) \neq 0$ 이고 $f(x) = xh(x)$ 이다.

$h(x)$ 는 삼차함수이므로 방정식 $h(x) = 0$ 은 적어도 하나의 실근을 가진다. 그 실근을 α 라고 하자.

이때 $f(x) = xh(x)$ 이므로 $f(\alpha) = 0$ 이며, 함수 $g(x)$ 는 $x = \alpha$ 에서 연속이므로

$$\lim_{x \rightarrow \alpha} g(x) = \lim_{x \rightarrow \alpha} \frac{x+2}{x^3 + ax^2 + bx + 6} = \frac{1}{3} \quad \cdots \textcircled{㉠}$$

이다. 특히, ㉠에서 $x \rightarrow \alpha$ 일 때, (분모) $\rightarrow 0$ 이고 극한값이 존재하므로 (분자) $\rightarrow 0$ 이어야 한다. 즉,

$\lim_{x \rightarrow \alpha} g(x) = \lim_{x \rightarrow \alpha} (x+2) = \alpha + 2 = 0$ 이므로 $\alpha = -2$ 이다. 또한, $h(\alpha) = h(-2) = -8 + 4a - 2b + 6 = 0$ 이므로

$b = 2a - 1 \quad \cdots \textcircled{㉡}$ 이다.

㉠에 의해

$$\begin{aligned} \frac{1}{3} &= \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+2}{x^3 + ax^2 + (2a-1)x + 6} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+2}{(x+2)(x^2 + (a-2)x + 3)} \\ &= \lim_{x \rightarrow -2} \frac{1}{x^2 + (a-2)x + 3} = \frac{1}{11-2a} \end{aligned}$$

이다. 따라서 $a = 4$ 이고, ㉡에 의해 $b = 7$ 이다.

그러므로 $f(x) = x^4 + 4x^3 + 7x^2 + 6x = x(x+2)(x^2 + 2x + 3)$ 이다.

이때 $x^2 + 2x + 3 = (x + 1)^2 + 2 > 0$ 이므로, $x \neq 0, x \neq -2$ 인 모든 실수에 대하여 $f(x) \neq 0$ 이다.
즉, 함수 $g(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속이다.

■ 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
(1)	$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0) = 0$ 과 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x} = f'(0) = 6$ 을 작성하면	0.8점
	$f(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + 6x$ (a, b 는 상수)를 구하면	0.8점
	$g(x)$ 가 $x = 0$ 에서도 연속이며 $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = g(0) = c$ 를 작성하면	0.8점
	$\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + 2}{x^3 + ax^2 + bx + 6} = \frac{1}{3}$ 을 구하면	0.9점
	$c = \frac{1}{3}$ 을 구하면	0.8점
(1) 다른풀이	$g(x)$ 가 $x = 0$ 에서도 연속이며 $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = g(0) = c$ 를 작성하면	0.8점
	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(x + 2)}{f(x)} = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x}{f(x)} \right) (x + 2)$ 를 작성하면	0.8점
	$= \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x}{f(x)} \right) \lim_{x \rightarrow 0} (x + 2) = \frac{1}{3}$ 또는 $= \frac{\lim_{x \rightarrow 0} (x + 2)}{\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}} = \frac{1}{3}$ 을 작성하면	1.7점
	$c = \frac{1}{3}$ 을 구하면	0.8점
(2)	$f(x) = x^4 + 4x^3 + 7x^2 + 6x = x(x + 2)(x^2 + 2x + 3)$ 를 구하면	5.9점

2026학년도 자연계 A형

문항 1

[문항 1] 연립방정식 $\begin{cases} 2^{a+1} + 3^{b+2} = 113 \\ 2^{a+2} + 3^{b+1} = 91 \end{cases}$ 의 해 a 와 b 에 대하여,
 $\log_a \left(a + \frac{1}{b}\right)^2 + \log_b \left(b + \frac{1}{a}\right) = \log_b \frac{m}{n}$ 을 만족시킬 때, 다음 물음에 답하시오.
 (단, m 과 n 은 서로소인 자연수)

(1) $a + b$ 의 값을 구하시오.

(2) $n\sqrt{m}$ 의 값을 구하시오.

(1) $a + b =$ _____ (4.7점)

(2) $n\sqrt{m} =$ _____ (5.3점)

예시 답안

(1)

$$\begin{cases} 2^{a+1} + 3^{b+2} = 113 \\ 2^{a+2} + 3^{b+1} = 91 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 \times 2^a + 9 \times 3^b = 113 \\ 4 \times 2^a + 3 \times 3^b = 91 \end{cases} \text{이고}$$

$$A = 2^a, B = 3^b \text{라 하면 } \begin{cases} 2A + 9B = 113 \\ 4A + 3B = 91 \end{cases} \text{이다.}$$

연립방정식을 풀면 $A, B > 0$ 이며 $A = 16, B = 9$ 이다. 따라서 $a = 4, b = 2, a + b = 6$ 이다.

(2)

$a = 4, b = 2$ 를 $\log_a \left(a + \frac{1}{b}\right)^2 + \log_b \left(b + \frac{1}{a}\right)$ 에 대입하면,

$$\begin{aligned} \log_4 \left(\frac{9}{2}\right)^2 + \log_2 \frac{9}{4} &= \log_{2^2} \left(\frac{9}{2}\right)^2 + \log_2 \frac{9}{4} \\ &= \log_2 \frac{9}{2} + \log_2 \frac{9}{4} = \log_2 \left(\frac{9}{2} \times \frac{9}{4}\right) \\ &= \log_2 \frac{81}{8} \end{aligned}$$

이다.

따라서 $\log_b \frac{m}{n} = \log_2 \frac{81}{8}$ 이므로 $m = 81$ 이고 $n = 8$, 즉, $n\sqrt{m} = 8 \times 9 = 72$ 이다.

채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
(1)	$a + b$ 의 계산값 6을 구하면	4.7점
(2)	$n\sqrt{m}$ 의 계산값 72를 구하면	5.3점

문항 2

[문항 2] $0 < x < \pi$ 에서 방정식 $\frac{1}{2-2\cos x} - \frac{1}{2+2\cos x} = \frac{2}{3}$ 의 해를 α 라 하자. 외접원의 반지름 길이가 $\sqrt{15}$ 인 삼각형 ABC에 대하여 $\cos A = \frac{1}{2} \cos \alpha$ 를 만족시킬 때,

- (1) α 의 값을 구하시오.
- (2) $\sin A$ 의 값을 구하시오.
- (3) 선분 $\overline{BC}$ 의 길이를 구하시오.

- (1) $\alpha =$ _____ (4.5점)
 (2) $\sin A =$ _____ (2.5점)
 (3) 길이 = _____ (3.0점)

예시 답안

(1)

$$\frac{1}{2-2\cos x} - \frac{1}{2+2\cos x} = \frac{2}{3} \text{에서}$$

$$\frac{1}{2-2\cos x} - \frac{1}{2+2\cos x} = \frac{(2+2\cos x) - (2-2\cos x)}{4-4\cos^2 x} = \frac{4\cos x}{4-4\cos^2 x} \text{이므로}$$

$$\frac{\cos x}{1-\cos^2 x} = \frac{2}{3} \text{이다.}$$

또한, $2\cos^2 x + 3\cos x - 2 = (\cos x + 2)(2\cos x - 1) = 0$ 에서 $\cos x = -2$ 또는 $\cos x = \frac{1}{2}$ 이다.

$-1 \leq \cos x \leq 1$ 이고 $0 < x < \pi$ 이므로 $\cos x = \frac{1}{2}$ 이고 $\alpha = \frac{\pi}{3}$ 이다.

(2)

$\cos A = \frac{1}{2} \cos \alpha$ 에서 $\cos A = \frac{1}{4}$ 이다.

따라서 $\sin A = \sqrt{1 - \cos^2 A} = \sqrt{1 - \frac{1}{16}} = \frac{\sqrt{15}}{4}$ 이다.

(3)

삼각형 ABC에서 사인법칙에 의하여 $\overline{BC} = 2R \sin A = 2 \times \sqrt{15} \times \frac{\sqrt{15}}{4} = \frac{15}{2}$ 이다.

채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
(1)	α 의 계산값 $\frac{\pi}{3}$ 을 구하면	4.5점
(2)	$\sin A$ 의 계산값 $\frac{\sqrt{15}}{4}$ 을 구하면	2.5점
(3)	$\overline{BC}$ 의 계산값 $\frac{15}{2}$ 을 구하면	3.0점

문항 3

[문항 3] 삼각형 ABC가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $\sin^2 A = \sin^2 B + 2 \sin^2 C$
 (나) $\sin B = 2 \sin C$

선분 $\overline{BC}$ 의 길이는 $2\sqrt{6}$ 이고, 변 AB 위에 점 E와 변 AC 위에 점 F에 대하여 삼각형 AEF의 넓이가 삼각형 ABC 넓이의 $\frac{1}{4}$ 이다.

선분 $\overline{AE}$ 의 길이를 p , 선분 $\overline{AF}$ 의 길이를 q 라 할 때,

- (1) $\cos A$ 의 값을 구하시오.
 (2) pq 의 값을 구하시오.
 (3) 선분 $\overline{EF}$ 의 길이의 최솟값을 구하시오.
 (1) $\cos A =$ _____ (4.7점)
 (2) $pq =$ _____ (2.3점)
 (3) 최솟값 = _____ (3.0점)

예시 답안

(1)

삼각형 ABC에서 $\overline{BC} = a$, $\overline{CA} = b$, $\overline{AB} = c$ 라 하자.

삼각형 ABC의 외접원의 반지름 길이를 R 이라 하면,

사인법칙에 의하여 $\sin A = \frac{a}{2R}$, $\sin B = \frac{b}{2R}$, $\sin C = \frac{c}{2R}$ 이다.

조건 (가)에서 $\sin^2 A = \sin^2 B + 2 \sin^2 C$ 이므로 $a^2 = b^2 + 2c^2 \dots \textcircled{㉠}$

조건 (나)에서 $\sin B = 2 \sin C$ 이므로 $b = 2c \dots \textcircled{㉡}$

식 ㉠과 ㉡으로부터 $a^2 = 6c^2$ 이다. 선분 $\overline{BC}$ 의 길이 $a = 2\sqrt{6}$ 이므로 $6c^2 = 24$ 이며 $c = 2$, $b = 4$ 이다.

코사인법칙에 의하여

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{4^2 + 2^2 - (2\sqrt{6})^2}{2 \times 4 \times 2} = \frac{16 + 4 - 24}{2 \times 4 \times 2} = -\frac{1}{4},$$

즉, $\cos A = -\frac{1}{4}$ 이다.

(2)

(삼각형 AEF 넓이) = $\frac{1}{4} \times$ (삼각형 ABC 넓이)이므로

삼각형 ABC 넓이 $S_1 = \frac{1}{2}bc \sin A = \frac{1}{2} \times 4 \times 2 \times \sin A$ 이고

삼각형 AEF 넓이 $S_2 = \frac{1}{2}pq \sin A$ 이다.

$S_2 = \frac{1}{4}S_1$ 이므로 $\frac{1}{2}pq \sin A = \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} \times 4 \times 2 \times \sin A$ 이다. 따라서 $pq = 2$ 이다.

(3)

코사인법칙에 의하여

$$\begin{aligned}\overline{EF}^2 &= \overline{AE}^2 + \overline{AF}^2 - 2\overline{AE}\overline{AF}\cos A = p^2 + q^2 - 2pq \times \left(-\frac{1}{4}\right) \\ &= p^2 + q^2 + 1 \geq 2pq + 1 = 5\end{aligned}$$

 $\overline{EF} \geq \sqrt{5}$ 이므로 선분 $\overline{EF}$ 의 길이의 최솟값은 $\sqrt{5}$ 이다.

■ 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
(1)	$\cos A = -\frac{1}{4}$ 를 구하면	4.7점
(2)	$pq = 2$ 를 구하면	2.3점
(3)	최솟값 $= \sqrt{5}$ 를 구하면	3.0점

문항 4

[문항 4] 모든 자연수 n 에 대하여 $a_n < a_{n+1}$ 이고, 첫째항 a_1 과 공비의 곱이 1인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 수열 $\{b_n\}$ 을 $b_n = a_{3n-1}$ 이라 하자. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항에서 제 n 항까지의 합을 A_n , 수열 $\{b_n\}$ 의 첫째항에서 제 n 항까지의 합을 B_n 이라 할 때, $2A_9 = 7B_3$ 을 만족시킨다. 다음 물음에 답하시오.

- (1) 등비수열 $\{a_n\}$ 의 공비를 구하시오.
- (2) $\frac{b_n}{a_n} > 1024$ 를 만족시키는 가장 작은 자연수 n 을 구하시오.
- (3) $\log_{b_3} a_5$ 의 값을 구하시오.
 - (1) 등비수열 $\{a_n\}$ 의 공비를 구하는 과정을 서술하시오. (5.1점)
 - (2) $n =$ _____ (3.0점)
 - (3) $\log_{b_3} a_5 =$ _____ (1.9점)

예시 답안

(1)

등비수열 $\{a_n\}$ 의 공비를 r 이라 하면 $a_1 r = 1 \dots \textcircled{㉠}$

이고, $\{a_n\}$ 의 일반항은 $a_n = a_1 r^{n-1}$ 이므로

$$A_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1} \dots \textcircled{㉡}$$

수열 $\{b_n\}$ 은 $b_n = a_{3n-1} = a_1 r^{3n-2} = a_1 r(r^3)^{n-1}$ 이므로

$$B_n = \frac{a_1 r(r^{3n} - 1)}{r^3 - 1} \dots \textcircled{㉢}$$

식 ㉡과 ㉢을 $2A_9 = 7B_3$ 에 대입하면

$$\frac{2a_1(r^9 - 1)}{r - 1} = \frac{7a_1 r(r^9 - 1)}{r^3 - 1}, \quad \text{즉,} \quad \frac{2a_1(r^9 - 1)}{r - 1} = \frac{7a_1 r(r^9 - 1)}{(r - 1)(r^2 + r + 1)}$$

에서 $2r^2 - 5r + 2 = 0$ 이다. 따라서 $r = \frac{1}{2}$ 또는 $r = 2$ 이다.

특히, 모든 항에서 $a_n < a_{n+1}$ 이므로 $r = 2$ 이다.

(2)

식 ㉠에서 $a_1 = \frac{1}{2}$ 이므로 수열의 일반항은 $a_n = 2^{n-2}$, $b_n = a_{3n-1} = 2^{3n-3}$ 이다.

따라서 $\frac{b_n}{a_n} = 2^{2n-1} > 1024 = 2^{10}$ 이므로

$2n - 1 > 10$ 이며 이를 만족시키는 가장 작은 자연수 $n = 6$ 이다.

(3)

$$\log_{b_3} a_5 = \frac{\log_2 a_5}{\log_2 b_3} = \frac{\log_2 2^3}{\log_2 2^6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

■ 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
(1)	등비수열 $\{a_n\}$ 의 일반항 $a_n = a_1 r^{n-1}$ 을 작성하면	0.7점
	등비수열 $\{a_n\}$ 의 합에 대한 식 $A_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1}$ 을 작성하면	0.7점
	수열 $\{b_n\}$ 의 일반항 $b_n = a_1 r^{3n-2} = (a_1 r)(r^3)^{n-1}$ 을 작성하면	0.8점
	수열 $\{b_n\}$ 의 합에 대한 식 $B_n = \frac{a_1 r(r^{3n} - 1)}{r^3 - 1}$ 을 작성하면	0.7점
	$2A_9 = 7B_3$ 으로부터 공비(r)에 대한 방정식 $2r^2 - 5r + 2 = 0$ 을 작성하면	1.0점
	방정식 $2r^2 - 5r + 2 = 0$ 으로부터 $r = \frac{1}{2}$ 과 $r = 2$ 를 구하면	0.6점
	주어진 조건 $a_n < a_{n+1}$ 으로부터 $r = 2$ 를 구하면	0.6점
(2)	자연수 $n = 6$ 을 구하면	3.0점
(3)	$\log_{b_3} a_5 = \frac{1}{2}$ 을 구하면	1.9점

문항 5

[문항 5] 수열 $\{a_n\}$ 이 아래의 조건을 만족시킬 때,

(가) 모든 자연수 n 에 대하여 $a_{n+1} \neq a_n$ 이다.

(나) $\sum_{k=1}^n a_k = a_n^2 + (n+1)a_n$

다음 물음에 답하시오.

(1) 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항 a_1 을 구하시오.

(2) $\left| \sum_{k=1}^n a_k \right| > 900$ 을 만족시키는 가장 작은 자연수 n 을 구하시오.

(1) 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항 a_1 을 구하는 과정을 서술하시오. (3.9점)

(2) $n =$ _____ (6.1점)

예시 답안

(1)

조건 (나)에서 $n = 1$ 일 때, $a_1 = a_1^2 + 2a_1$ 이므로 $a_1 = 0$ 또는 $a_1 = -1$ 이다.

$$a_{n+1} = \sum_{k=1}^{n+1} a_k - \sum_{k=1}^n a_k = a_{n+1}^2 + (n+2)a_{n+1} - \{a_n^2 + (n+1)a_n\} \text{ 에서}$$

$$a_{n+1}^2 - a_n^2 = -(n+1)a_{n+1} + (n+1)a_n = (-n-1)(a_{n+1} - a_n) \text{ 이고 } a_{n+1} \neq a_n \text{ 이므로}$$

$$a_n + a_{n+1} = -(n+1) \quad \text{㉠}$$

식 ㉠에 의하여 $a_1 + a_2 = -2$ 이므로, $a_1 = -1$ 이면 $a_2 = -1$ 이다.

이는 조건 (가)의 $a_{n+1} \neq a_n$ 에 모순이다. 따라서 $a_1 = 0$ 이다.

(2)

$\left| \sum_{k=1}^n a_k \right| > 900$ 을 만족시키는 가장 작은 자연수 n 을 구하기 위하여, 다음과 같이 두 가지 경우로 나누어 살펴볼 수 있다.

(i) n 이 짝수인 경우: $n = 2m$ (m 은 자연수)

식 ㉠에 의하여

$$\sum_{k=1}^{2m} a_k = (a_1 + a_2) + (a_3 + a_4) + \cdots + (a_{2m-1} + a_{2m}) = \sum_{j=1}^m (a_{2j-1} + a_{2j}) = \sum_{j=1}^m (-2j) = -m(m+1).$$

$$\left| \sum_{k=1}^{2m} a_k \right| = m(m+1) > 900 \text{ 이므로 } m^2 + m = \left(m + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} > 900 \text{ 이다.}$$

$$\text{즉, } \left(m + \frac{1}{2}\right)^2 > \frac{3601}{4} \text{ 이므로 } m + \frac{1}{2} > \frac{60}{2} \text{ 이고 } n = 2m > 59 \text{ 인 짝수이다.}$$

따라서 가장 작은 짝수 $n = 60$ 이다.

(ii) n 이 홀수인 경우: $n = 2m - 1$ (m 은 자연수)

$$\sum_{k=1}^{2m-1} a_k = a_1 + (a_2 + a_3) + (a_4 + a_5) + \cdots + (a_{2m-2} + a_{2m-1})$$

문제 (1)에서 $a_1 = 0$ 이므로, 식 ㉠에 의하여

$$\sum_{k=1}^{2m-1} a_k = (a_2 + a_3) + (a_4 + a_5) + \cdots + (a_{2m-2} + a_{2m-1}) = \sum_{j=1}^{m-1} (a_{2j} + a_{2j+1}) = \sum_{j=1}^{m-1} (-2j - 1) = -(m^2 - 1).$$

$\left| \sum_{k=1}^{2m-1} a_k \right| = m^2 - 1 > 900$ 이므로 $m^2 > 901$ 이다. 즉, $m > 30$ 이고 $n = 2m - 1 > 59$ 인 홀수이다.

따라서 가장 작은 홀수 $n = 61$ 이다.

그러므로 (i)과 (ii)로부터 가장 작은 자연수 $n = 60$ 이다.

■ 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
(1)	조건 (나)에 $n = 1$ 을 대입하여 방정식 $a_1^2 + a_1 = 0$ 을 구하면	0.8점
	방정식 $a_1^2 + a_1 = 0$ 에서 $a_1 = 0$ 또는 $a_1 = -1$ 을 구하면	0.6점
	a_n 과 a_{n+1} 의 관계식 $a_n + a_{n+1} = -(n+1) = -n-1$ 혹은 a_{n-1} 과 a_n 의 관계식 $a_{n-1} + a_n = -n$ 을 작성하면	1.0점
	$a_1 + a_2 = -2$ 에서 $a_1 = -1$ 인 경우, $a_2 = -1$ 임을 작성하면	0.7점
	조건 $a_{n+1} \neq a_n$ 에 의해 $a_1 = 0$ 을 구하면	0.8점
(2)	$n = 60$ 을 구하면	6.1점

문항 6

두 다항함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 가

$$g(x) = x^2 + \int_0^1 (2x+t)f(t)dt, \quad \int_1^x f(t)dt = xg(x) + 2x + 2$$

를 만족시킬 때,

- (1) 함수 $g(x)$ 를 구하시오.
- (2) 함수 $f(x)$ 를 구하시오.
- (3) 직선 $y = 2$ 와 곡선 $y = f(x) - g(x)$ 로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하시오.

- (1) $g(x) =$ _____ (3.6점)
 (2) $f(x) =$ _____ (3.7점)
 (3) 넓이 = _____ (2.7점)

예시 답안

(1)

가정에 의하여 $\int_1^x f(t)dt = xg(x) + 2x + 2 \quad \cdots \textcircled{1}$

식 $\textcircled{1}$ 의 양변을 미분하면 $f(x) = g(x) + xg'(x) + 2$ 이고,

$$g(x) = x^2 + \int_0^1 (2x+t)f(t)dt = x^2 + 2x \int_0^1 f(t)dt + \int_0^1 tf(t)dt \quad \cdots \textcircled{2}$$

식 $\textcircled{2}$ 의 양변을 미분하면 $g'(x) = 2x + 2 \int_0^1 f(t)dt$ 이다.

식 $\textcircled{2}$ 에서 함수 $g(x)$ 의 최고차항은 x^2 이므로 $a = \int_0^1 f(t)dt$ 이고 $b = \int_0^1 tf(t)dt$ 라 하면 $g(x) = x^2 + 2ax + b$ 이다.

식 $\textcircled{1}$ 의 양변에 $x = 1$ 을 대입하면 $g(1) = -4$ 이고, $x = 0$ 을 대입하면 $\int_1^0 f(t)dt = 2$ 이다.

따라서 $a = \int_0^1 f(t)dt = -2$ 이다.

즉, $g(x) = x^2 - 4x + b$ 이므로 $g(1) = b - 3 = -4$ 에 의하여 $b = -1$ 이다.

그러므로 $g(x) = x^2 - 4x - 1$ 이다.

(2)

$g(x)$ 와 $g'(x) = 2x - 4$ 를 이용하면 $f(x) = 3x^2 - 8x + 1$ 이다.

(3)

직선 $y = 2$ 와 곡선 $y = f(x) - g(x) = 2x^2 - 4x + 2$ 의 교점의 x 좌표는 0 또는 2이므로 직선 $y = 2$ 와 곡선 $y = f(x) - g(x)$ 로 둘러싸인 도형의 넓이는

$$\int_0^2 (-2x^2 + 4x)dx = \left[-\frac{2}{3}x^3 + 2x^2 \right]_0^2 = \frac{8}{3}$$

이다.

채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
(1)	$g(x) = x^2 - 4x - 1$ 을 구하면	3.6점
(2)	$f(x) = 3x^2 - 8x + 1$ 을 구하면	3.7점
(3)	도형의 넓이는 $\frac{8}{3}$ 을 구하면	2.7점

문항 7

함수 $f(x) = \begin{cases} |(x+a)(x^2-3x)| & (x \geq 0) \\ |(x+b)(x^2+3x)| & (x < 0) \end{cases}$ 라 하자. 함수 $f(x)$ 는 $x=0$ 에서만 미분가능하지 않을 때,

- (1) a 와 b 의 값을 구하시오. (단, a 와 b 는 상수)
- (2) 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 직선 $y = n$ 과의 교점의 개수를 $g(n)$ 이라 할 때, $g(0) + g(2) + g(4) + g(6)$ 의 값을 구하시오.
 - (1) a 와 b 의 값을 구하는 과정을 서술하시오. (7.0점)
 - (2) $g(0) + g(2) + g(4) + g(6) = \underline{\hspace{2cm}}$ (3.0점)

■ 예시 답안

(1)

함수 $f(x) = \begin{cases} |(x+a)(x^2-3x)| & (x \geq 0) \\ |(x+b)(x^2+3x)| & (x < 0) \end{cases}$ 가 $x=0$ 에서만 미분가능하지 않으므로 $x=-3$ 과 $x=3$ 에서 미분 가능하다.

(i) $x=3$ 에서 미분가능하므로

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{f(x) - f(3)}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{f(x) - f(3)}{x - 3}$$

이다. 즉,

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{f(x) - f(3)}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{-x(x-3)|x+a|}{x-3} = -3|a+3|,$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{f(x) - f(3)}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x(x-3)|x+a|}{x-3} = 3|a+3|$$

이므로 $a = -3$ 이다.

(ii) $x=-3$ 에서도 미분가능하므로

$$\lim_{x \rightarrow -3^-} \frac{f(x) - f(-3)}{x + 3} = \lim_{x \rightarrow -3^+} \frac{f(x) - f(-3)}{x + 3}$$

이다. 즉,

$$\lim_{x \rightarrow -3^-} \frac{f(x) - f(-3)}{x + 3} = \lim_{x \rightarrow -3^-} \frac{x(x+3)|x+b|}{x+3} = -3|b-3|,$$

$$\lim_{x \rightarrow -3^+} \frac{f(x) - f(-3)}{x + 3} = \lim_{x \rightarrow -3^+} \frac{-x(x+3)|x+b|}{x+3} = 3|b-3|$$

이므로 $b = 3$ 이다.

(2)

함수 $f(x) = \begin{cases} x(x-3)^2 & (x \geq 0) \\ -x(x+3)^2 & (x < 0) \end{cases}$ 이며 함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	-3	...	-1	...	0	...	1	...	3	...
$f'(x)$	-	0	+	0	-		+	0	-	0	+
$f(x)$	$\searrow$	0 극소	$\nearrow$	4 극대	$\searrow$	0 극소	$\nearrow$	4 극대	$\searrow$	0 극소	$\nearrow$

그래프의 개형을 고려하면 $g(0) = 3, g(2) = 6, g(4) = 4, g(6) = 2$ 이므로 $g(0) + g(2) + g(4) + g(6) = 3 + 6 + 4 + 2 = 15$ 이다.

■ 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
(1)	$x = -3$ 과 $x = 3$ 에서 미분가능함을 작성하면	1.0점
	$\lim_{x \rightarrow 3-} \frac{f(x) - f(3)}{x - 3} = -3 a + 3 $, $\lim_{x \rightarrow 3+} \frac{f(x) - f(3)}{x - 3} = 3 a + 3 $ 를 작성하면	2.0점
	$a = -3$ 을 구하면	1.0점
	$\lim_{x \rightarrow -3-} \frac{f(x) - f(-3)}{x + 3} = -3 b - 3 $, $\lim_{x \rightarrow -3+} \frac{f(x) - f(-3)}{x + 3} = 3 b - 3 $ 를 작성하면	2.0점
	$b = 3$ 을 구하면	1.0점
(2)	$g(0) + g(2) + g(4) + g(6) = 15$ 을 구하면	3.0점

문항 8

최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $f(x)$ 의 도함수 $y = f'(x)$ 의 그래프는 x 축과 $x = -1$ 에서 만나고, $x = \alpha$ ($\alpha > 0$)에서 접한다.
 (나) $f(\alpha) = 0$ 이고, $f(0) = -16$ 이다.

구간 $-1 \leq x \leq t$ ($t \geq -1$)에서 $f'(x)$ 의 최댓값을 $g(t)$ 라 할 때,

- (1) 위의 조건을 만족시키는 양수 α 의 값을 구하시오.
 - (2) $g(\frac{3}{2})$ 의 값을 구하시오.
 - (3) $\int_{-1}^4 g(t)dt$ 의 값을 구하시오.
- (1) $\alpha =$ _____ (4.3점)
 (2) $g(\frac{3}{2}) =$ _____ (2.8점)
 (3) $\int_{-1}^4 g(t)dt =$ _____ (2.9점)

예시 답안

(1)

조건 (가)에 의하여 $f'(x) = 4(x+1)(x-\alpha)^2$ 이므로

$$\begin{aligned} f(x) &= \int f'(x)dx = \int \{4x^3 + 4(1-2\alpha)x^2 + 4(\alpha^2 - 2\alpha)x + 4\alpha^2\}dx \\ &= x^4 + \frac{4}{3}(1-2\alpha)x^3 + 2(\alpha^2 - 2\alpha)x^2 + 4\alpha^2x + C \end{aligned}$$

(단, C 는 적분상수)

조건 (나)에서 $f(0) = -16$ 이므로 $C = -16$ 이며, $f(\alpha) = 0$ 이고 α 가 양수이므로 $\frac{1}{3}\alpha^4 + \frac{4}{3}\alpha^3 - 16 = 0$ 에서 $\alpha = 2$ 이다.

(2)

$f(x) = x^4 - 4x^3 + 16x - 16$ 이고 $f'(x) = 4x^3 - 12x^2 + 16$ 이다.

이때 $h(x) = f'(x) = 4x^3 - 12x^2 + 16$ 라 하면 $h'(x) = 12x^2 - 24x = 12x(x-2)$ 이므로 $h'(x) = 0$ 에서 $x = 0$ 또는 $x = 2$ 이다.

함수 $h(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	0	...	2	...
$h'(x)$	+	0	-	0	+
$h(x)$	$\nearrow$	16 극대	$\searrow$	0 극소	$\nearrow$

구간 $-1 \leq x \leq t$ 에서 함수 $h(x) = f'(x)$ 의 최댓값 $g(t)$ 는

$$g(t) = \begin{cases} 4t^3 - 12t^2 + 16 & (-1 \leq t < 0 \text{ 또는 } t > 3) \\ 16 & (0 \leq t \leq 3) \end{cases}$$

이다. 따라서 $g(\frac{3}{2}) = 16$ 이다.

(3)

$$\begin{aligned}
 \int_{-1}^4 g(t)dt &= \int_{-1}^0 (4t^3 - 12t^2 + 16)dt + \int_0^3 16dt + \int_3^4 (4t^3 - 12t^2 + 16)dt \\
 &= [t^4 - 4t^3 + 16t]_{-1}^0 + [16t]_0^3 + [t^4 - 4t^3 + 16t]_3^4 = 11 + 48 + 43 = 102
 \end{aligned}$$

■ 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
(1)	$\alpha = 2$ 를 구하면	4.3점
(2)	$g(\frac{3}{2}) = 16$ 을 구하면	2.8점
(3)	$\int_{-1}^4 g(t)dt = 102$ 를 구하면	2.9점

2026학년도 자연계 B형

문항 1

1이 아닌 두 자연수 a, b 에 대하여 $a : b = 2 : 1$ 이고, 직선 $y = 3$ 과 세 함수 $y = \log_2 x, y = \log_a x, y = \log_b x$ 의 그래프가 만나는 점을 각각 A, B, C라 하자. $\overline{AC} : \overline{BC} = 1 : 8$ 을 만족시킬 때,

(1) $\sqrt{a^3 + b^3}$ 의 값을 구하시오.

(2) 선분 $\overline{AB}$ 의 길이를 구하시오.

(3) 점 C의 좌표를 구하시오.

(1) $\sqrt{a^3 + b^3} = \underline{\hspace{2cm}}$ (5.2점)

(2) 길이 = $\underline{\hspace{2cm}}$ (2.7점)

(3) 좌표 = $\underline{\hspace{2cm}}$ (2.1점)

예시 답안

(1)

$a : b = 2 : 1$ 이므로 $a = 2b$ ($a > b$) ... ㉠

점 A, B, C의 좌표를 각각 구하면 $A(2^3, 3), B(a^3, 3), C(b^3, 3)$ 이다.

$\overline{AC} : \overline{BC} = 1 : 8$ 이므로, $|2^3 - b^3| : |a^3 - b^3| = 1 : 8$... ㉡

식 ㉠에서 $|a^3 - b^3| = a^3 - b^3 = 7b^3$ 이다.

(i) $0 < b < 2$ ($b \neq 1$)인 경우

식 ㉡을 정리하면 $7b^3 = 8(2^3 - b^3)$ 이고, $b^3 = \frac{64}{15}$ 이므로 자연수가 아니어서 가정에 모순이다.

(ii) $b = 2$ 인 경우는 $A = B$ 이므로 $\overline{AC} : \overline{BC} = 1 : 8$ 이 성립하지 않는다.

(iii) $b > 2$ 인 경우

식 ㉡을 정리하면 $7b^3 = 8(b^3 - 2^3)$ 이고, $b^3 = 64$ 이므로 $b = 4$ 이다.

식 ㉠에 의하여 $a = 2b = 8$ 이다.

따라서 $\sqrt{a^3 + b^3} = 24$ 이다.

(2)

문제 (1)에 의하여 점 A, B의 좌표를 구하면 $A(8, 3), B(512, 3)$ 이므로 선분 $\overline{AB}$ 의 길이는 $512 - 8 = 504$ 이다.

(3)

C의 좌표는 $C(b^3, 3) = (64, 3)$ 이다.

채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
(1)	$\sqrt{a^3 + b^3}$ 의 계산 값 24 를 구하면	5.2점
(2)	선분 $\overline{AB}$ 의 길이 504 를 구하면	2.7점
(3)	$C(b^3, 3)$ 의 좌표 (64, 3)을 구하면	2.1점

문항 2

양수 α 에 대하여 함수 $g(x) = 5 \cos\left(-\frac{x}{\alpha} + \frac{2}{3}\pi\right)$ 의 주기를 $h(\alpha)$ 라 하고 $f(\alpha) = g(h(\alpha)) - 2 \sin\left\{\frac{h(\alpha)}{12} + \frac{17}{6}\pi\right\}$ 라 하자. 함수 $f(\alpha)$ 가 최댓값을 갖도록 하는 α 의 최솟값을 m 이라 하고, 함수 $f(\alpha)$ 가 최솟값을 갖도록 하는 α 의 최솟값을 n 이라 할 때, 다음 물음에 답하시오.

(단, m 과 n 은 양수)

- (1) m 의 값을 구하시오.
- (2) n 의 값을 구하시오.
- (3) $|h(m) - h(n)|$ 의 값을 구하시오.
 - (1) $m =$ _____ (4.1점)
 - (2) $n =$ _____ (3.8점)
 - (3) $|h(m) - h(n)| =$ _____ (2.1점)

예시 답안

(1)

양수 α 에 대하여 $g(x)$ 의 주기는 $h(\alpha) = 2\pi\alpha$ 이다.

$$\begin{aligned} f(\alpha) &= g(h(\alpha)) - 2 \sin\left\{\frac{h(\alpha)}{12} + \frac{17}{6}\pi\right\} \\ &= g(2\pi\alpha) - 2 \sin\left(\frac{2\pi\alpha}{12} + \frac{17}{6}\pi\right) = -\frac{5}{2} - 2 \sin\left(\frac{2\pi\alpha}{12} + \frac{17}{6}\pi\right) \quad \cdots \textcircled{1} \end{aligned}$$

식 ①에서 $\sin\left(\frac{2\pi\alpha}{12} + \frac{17}{6}\pi\right)$ 이 최소일 때 $f(\alpha)$ 의 함숫값이 최대이므로, $\sin\left(\frac{2\pi\alpha}{12} + \frac{17}{6}\pi\right) = -1$ 일 때 함수 $f(\alpha)$ 는 최대가 된다.

따라서 $\frac{2\pi\alpha}{12} + \frac{17}{6}\pi = \frac{3}{2}\pi + 2\pi k$ (k 는 정수)이다.

함수 $f(\alpha)$ 가 최댓값을 갖도록 하는 양수 α 의 최솟값 m 은 $k = 1$ 일 때, $\frac{\pi m}{6} + \frac{17}{6}\pi = \frac{21}{6}\pi$ 이므로 $m = 4$ 이다.

(2)

식 ①에서 $\sin\left(\frac{2\pi\alpha}{12} + \frac{17}{6}\pi\right)$ 이 최대일 때 $f(\alpha)$ 의 함숫값이 최소이므로, $\sin\left(\frac{2\pi\alpha}{12} + \frac{17}{6}\pi\right) = 1$ 일 때 함수 $f(\alpha)$ 가 최소가 된다.

따라서 $\frac{2\pi\alpha}{12} + \frac{17}{6}\pi = \frac{\pi}{2} + 2\pi k$ (k 는 정수)이다.

함수 $f(\alpha)$ 가 최솟값을 갖도록 하는 양수 α 의 최솟값 n 은 $k = 2$ 일 때, $\frac{\pi n}{6} + \frac{17}{6}\pi = \frac{27}{6}\pi$ 에서 $n = 10$ 이다.

(3)

$$|h(m) - h(n)| = |2\pi \times 4 - 2\pi \times 10| = 12\pi$$

채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
(1)	m 의 계산 값 4를 구하면	4.1점
(2)	n 의 계산 값 10을 구하면	3.8점
(3)	$ h(m) - h(n) $ 의 계산 값 12π 를 구하면	2.1점

문항 3

함수 $f(x) = \log_a x$ ($a > 0, a \neq 1$)가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $1 < p < q$ 인 모든 실수 p, q 에 대하여

$$f(p)(q-1) > f(q)(p-1) \text{이다.}$$

(나) $|f(8)| = 3$

함수 $y = f(x)$ 의 그래프를 x 축에 대하여 대칭이동한 후, y 축의 방향으로 4만큼 평행이동한 그래프를 나타내는 함수를 $y = g(x)$ 라 하자. 두 함수 $y = f(x)$ 와 $y = g(x)$ 가 x 축과 만나는 점을 각각 A와 B라 하고, 두 함수의 교점을 C라 할 때,

- (1) $f(x) = \log_a x$ 에서 밑 a 의 값을 구하시오.
- (2) 삼각형 ABC의 넓이를 구하시오.
- (3) 함수 $y = f(x)$ 의 역함수의 그래프를 원점에 대하여 대칭이동하고, 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 후, x 축의 방향으로 k 만큼 평행이동한 그래프가 점 $(-6, -1)$ 을 지날 때, 실수 k 의 값을 구하시오.
 - (1) $a = \underline{\hspace{2cm}}$ (4.0점)
 - (2) 넓이 = $\underline{\hspace{2cm}}$ (3.0점)
 - (3) $k = \underline{\hspace{2cm}}$ (3.0점)

예시 답안

(1)

$1 < p < q$ 에서 $p-1 > 0$ 이고 $q-1 > 0$ 이다.

따라서 조건 (가)에 의하여

$$\frac{f(p)}{p-1} > \frac{f(q)}{q-1}$$

이다. $f(1) = 0$ 이므로,

$$\frac{f(p) - f(1)}{p-1} > \frac{f(q) - f(1)}{q-1} \quad \dots \textcircled{1}$$

$\frac{f(p) - f(1)}{p-1}$ 은 $y = f(x)$ 의 그래프 위의 두 점 $(1, 0), (p, f(p))$ 를 지나는 직선의 기울기이고, $\frac{f(q) - f(1)}{q-1}$ 은 $y = f(x)$ 의 그래프 위의 두 점 $(1, 0), (q, f(q))$ 를 지나는 직선의 기울기이다.

이때 $p < q$ 이므로 식 $\textcircled{1}$ 에 의하여 $a > 1$ 이며, 조건 (나)에 의하여 $f(8) = \log_a 8 = 3 \log_a 2 = 3$ 이다.

따라서 $a = 2$ 이다.

(2)

$y = f(x) = \log_2 x$ 는 점 $(1, 0)$ 을 지나므로, A(1, 0)이다.

함수 $y = f(x)$ 의 그래프를 x 축에 대칭이동한 그래프를 나타내는 함수는 $y = -\log_2 x$ 이고, 이를 y 축 방향으로 4만큼 평행이동한 그래프를 나타내는 함수는 $g(x) = -\log_2 x + 4$ 이다.

$y = g(x)$ 의 그래프가 x 축과 만나는 점 B의 좌표는 B(16, 0)이다.

또한, 두 함수 $y = f(x)$ 와 $y = g(x)$ 의 그래프가 만나는 점 C의 좌표는 C(4, 2)이다.

따라서 A(1, 0), B(16, 0), C(4, 2)이므로 삼각형 ABC의 넓이는 $\frac{1}{2} \times (16-1) \times 2 = 15$ 이다.

(3)

$y = \log_2 x$ 의 역함수 $y = 2^x$ 의 그래프를 원점에 대하여 대칭이동한 그래프를 나타내는 함수는 $y = -2^{-x}$ ($y < 0$)이다. 이를 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 그래프를 나타내는 함수는 $y = -\log_2(-x)$ ($x < 0$)이다. 이를 x 축 방향으로 k 만큼 평행이동한 그래프를 나타내는 함수는 $y = -\log_2\{-(x - k)\}$ ($x < k$)이다. 이 함수가 $(-6, -1)$ 을 지나므로, $-1 = -\log_2\{-(-6 - k)\}$ 에서 $k = -4$ 이다.

■ 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
(1)	$a = 2$ 를 구하면	4.0점
(2)	넓이 = 15를 구하면	3.0점
(3)	$k = -4$ 를 구하면	3.0점

문항 4

모든 항이 자연수인 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여 아래의 조건을 만족시킨다.

- (가) $a_{2n-1} = n^3 + 1$
 (나) $a_{2n} - a_{2n-1} = d$ (d 는 상수)
 (다) $a_n < a_{n+1}$

다음 물음에 답하시오.

- (1) $\sum_{n=1}^{13} a_n$ 의 최댓값과 최솟값의 차이를 구하시오.
 (2) $\sum_{n=1}^{13} a_n$ 의 값이 최소일 때, a_{16} 의 값을 구하시오.
 (1) $\sum_{n=1}^{13} a_n$ 의 최댓값과 최솟값의 차이를 구하는 과정을 서술하시오. (7.8점)
 (2) $a_{16} = \underline{\hspace{2cm}}$ (2.2점)

예시 답안

(1)

조건 (가)에서 $a_{2n-1} = n^3 + 1 \quad \dots \textcircled{㉠}$

$$a_{2n+1} = (n+1)^3 + 1 = n^3 + 3n^2 + 3n + 2 \quad \dots \textcircled{㉡}$$

조건 (나)에서 $a_{2n} = a_{2n-1} + d$ 이고, 조건 (다)에 의하여 증가하는 수열이므로

$$a_{2n} = a_{2n-1} + d < a_{2n+1} \quad \dots \textcircled{㉢}$$

식 ㉠과 ㉡을 식 ㉢에 대입하면 $n^3 + 1 + d < n^3 + 3n^2 + 3n + 2$ 이다.

또한 모든 자연수 n 에 대하여 $d < 3n^2 + 3n + 1$ 을 만족시키는 자연수 d 의 범위를 구하면 $1 \leq d \leq 6$ 이다.

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^{13} a_n &= a_1 + \sum_{k=1}^6 a_{2k} + \sum_{k=1}^6 a_{2k+1} = 2 + \sum_{k=1}^6 (a_{2k-1} + d) + \sum_{k=1}^6 a_{2k+1} \\ &= 2 + \sum_{k=1}^6 (k^3 + 1 + d) + \sum_{k=1}^6 (k^3 + 3k^2 + 3k + 2) \\ &= 2 + 2 \sum_{k=1}^6 k^3 + 3 \sum_{k=1}^6 k^2 + 3 \sum_{k=1}^6 k + \sum_{k=1}^6 (d + 3) \\ &= 2 + 2 \times \left(\frac{6 \times 7}{2} \right)^2 + 3 \times \left(\frac{6 \times 7 \times 13}{6} \right) + 3 \times \left(\frac{6 \times 7}{2} \right) + 6 \times (d + 3) = 1238 + 6d \end{aligned}$$

따라서 최솟값은 $d = 1$ 일 때 1244이고, 최댓값은 $d = 6$ 일 때 1274이므로, 최댓값과 최솟값의 차이는 30이다.

(2)

$\sum_{n=1}^{13} a_n$ 이 최소인 경우는 $d = 1$ 일 때이므로, $a_{16} = a_{15} + 1 = (8^3 + 1) + 1 = 514$ 이다.

■ 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
(1)	$a_{2(n+1)-1} = a_{2n+1} = (n+1)^3 + 1 = n^3 + 3n^2 + 3n + 2$ 를 작성하면	1.2점
	$a_{2n} < a_{2n+1}$ 로부터 $n^3 + 1 + d < n^3 + 3n^2 + 3n + 2$ 혹은 $d < 3n^2 + 3n + 1$ 을 구하면	1.2점
	자연수 d 의 범위 $1 \leq d \leq 6$ 을 구하면	1.3점
	$\sum_{n=1}^{13} a_n = 1238 + 6d$ 을 작성하면	2.9점
	$d = 1$ 일 때 최솟값 1244를 구하면	0.4점
	$d = 6$ 일 때 최댓값 1274를 구하면	0.4점
	최댓값과 최솟값의 차이 30을 구하면	0.4점
(2)	$a_{16} = 514$ 를 구하면	2.2점

문항 5

최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x) = x^2 + ax + b$ (a, b 는 상수)와 상수 k 에 대하여 함수 $g(x) = (x^2 - 2x + k)f(x)$ 라 할 때, 두 함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $g'(2) \neq 0$ 이고, $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{g(x) - f(x)}{x - 2} = 0$ 이다.
 (나) $f(t) = f'(t)$ 와 $g'(t) = 3f'(t)$ 를 동시에 만족시키는 실수 t 가 존재한다.

다음 물음에 답하시오.

- (1) 위의 조건을 만족시키는 실수 t 의 값을 정확히 구하시오.
- (2) $\frac{b}{a}$ 의 값을 구하시오.
- (3) (1)을 만족시키는 t 에 대하여 $g(t+5) = \frac{m}{n}$ 일 때, $m+n$ 의 값을 구하시오. (단, m 과 n 은 서로소인 자연수)
 - (1) 실수 t 의 값을 구하는 과정을 서술하시오. (5.4점)
 - (2) $\frac{b}{a} = \underline{\hspace{2cm}}$ (2.3점)
 - (3) $m+n = \underline{\hspace{2cm}}$ (2.3점)

예시 답안

(1)

조건 (가)에서

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{g(x) - f(x)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x^2 - 2x + k - 1)f(x)}{x - 2} = 0$$

의 값이 존재하고 (분모) $\rightarrow 0$ 이므로 (분자) $\rightarrow 0$ 이다.

따라서 $\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - 2x + k - 1)f(x) = (k - 1)f(2) = 0$ 이므로 $k = 1$ 또는 $f(2) = 0$ 이다.

즉, 다음과 같이 세 가지 경우로 나누어 살펴볼 수 있다.

(i) $k \neq 1$ 이고 $f(2) = 0$ 일 때,

$4 + 2a + b = 0$ 에서 $b = -2a - 4$ 이므로 $f(x) = (x - 2)(x + a + 2)$ 이다.

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{g(x) - f(x)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x^2 - 2x + k - 1)(x - 2)(x + a + 2)}{x - 2} = (k - 1)(a + 4) = 0$$

$k \neq 1$ 이므로 $a = -4$ 이다. 따라서 $f(x) = (x - 2)^2$ 이다.

$g(x) = (x^2 - 2x + k)(x - 2)^2$ 이면 $g'(x) = (2x - 2)(x - 2)^2 + 2(x^2 - 2x + k)(x - 2)$

이는 $g'(2) = 0$ 이므로 조건 (가)에 모순이다.

(ii) $k = 1$ 이고 $f(2) \neq 0$ 일 때,

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{g(x) - f(x)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x(x - 2)f(x)}{x - 2} = 2f(2) = 0$$

이는 가정 $f(2) \neq 0$ 에 모순이다.

(iii) $k = 1$ 이고 $f(2) = 0$ 일 때,

$f(x) = (x - 2)(x + a + 2)$ 에서 $f'(x) = 2x + a$ 이고, $g(x) = (x - 1)^2 f(x)$ 에서 $g'(x) = 2(x - 1)f(x) + (x - 1)^2 f'(x)$ 이다.

조건 (가)에 의하여 $g'(2) = 2f(2) + f'(2) = f'(2) = 4 + a \neq 0$ 이므로 $a \neq -4$ 이다.

또한, 조건 (나)에서 $f(t) = f'(t)$ 인 t 가 존재하므로 $(t - 2)(t + a + 2) = 2t + a \quad \cdots \textcircled{1}$

또한, $g'(t) = 3f'(t)$ 이고 $f(t) = f'(t)$ 이므로 $g'(t) = 2(t - 1)f'(t) + (t - 1)^2 f'(t) = 3f'(t)$ 이다.

즉, $(t^2 - 4)f'(t) = 0$, $(t + 2)(t - 2)(2t + a) = 0$ 이므로 $t = -2$ 또는 $t = 2$ 또는 $t = -\frac{a}{2}$ 이다.

이때, $t = 2$ 또는 $t = -\frac{a}{2}$ 일 때, 식 ㉠에서 $a = -4$ 가 되어 $a \neq -4$ 인 것에 모순이다.
따라서 $t = -2$ 이다.

(2)

$t = -2$ 일 때, 식 ㉠에 의하여 $a = \frac{4}{5}$ 이다. 따라서 $f(x) = (x-2)\left(x + \frac{14}{5}\right) = x^2 + \frac{4}{5}x - \frac{28}{5}$ 이다.
 $a = \frac{4}{5}$ 이고 $b = -\frac{28}{5}$ 이므로 $\frac{b}{a} = -7$ 이다.

(3)

$g(x) = (x-1)^2(x-2)\left(x + \frac{14}{5}\right)$ 이므로 $g(t+5) = g(3) = 4 \times 1 \times \frac{29}{5} = \frac{116}{5}$ 이다.
따라서 $n = 5$, $m = 116$ 이므로 $m + n = 121$ 이다.

■ 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
(1)	$\lim_{x \rightarrow 2}(x^2 - 2x + k - 1)f(x) = (k-1)f(2) = 0$ 이므로 $k = 1$ 또는 $f(2) = 0$ 을 작성하면	0.9점
	$k \neq 1$ 이고 $f(2) = 0$ 일 때, 조건 (가)에 모순을 작성하면	0.8점
	$k = 1$ 이고 $f(2) \neq 0$ 일 때, 가정 $f(2) \neq 0$ 에 모순을 작성하면	0.8점
	$k = 1$ 이고 $f(2) = 0$ 일 때, $t = -2$ 또는 $t = 2$ 또는 $t = -\frac{a}{2}$ 를 작성하면	0.8점
	$t = 2$ 또는 $t = -\frac{a}{2}$ 일 때, 식 ㉠에서 $a = -4$ 가 되어 $a \neq -4$ 인 것에 모순을 작성하면	0.9점
	$t = -2$ 를 작성하면	1.2점
(2)	$\frac{b}{a} = -7$ 을 작성하면	2.3점
(3)	$m + n = 121$ 을 작성하면	2.3점

문항 6

함수 $f(x) = \begin{cases} 3x - 18 & (x \geq 3) \\ -2x - 3 & (x < 3) \end{cases}$ 에 대하여 함수 $g(x) = \int_0^x (t-3)f(t)dt$ 라 할 때,

- (1) 함수 $g(x)$ 가 극값을 갖도록 하는 x 의 값을 모두 정확히 구하시오.
- (2) $g(x)$ 의 최솟값을 구하시오.
- (3) 함수 $y = g(x)$ 의 그래프와 직선 $y = n$ 과의 교점의 개수를 a_n 이라 할 때, $\sum_{k=1}^{15} a_k$ 의 값을 구하시오. (단, n 은 자연수)

- (1) $x = \underline{\hspace{2cm}}$ (2.7점)
- (2) 최솟값 = $\underline{\hspace{2cm}}$ (4.5점)
- (3) $\sum_{k=1}^{15} a_k = \underline{\hspace{2cm}}$ (2.8점)

예시 답안

(1)

함수 $g(x) = \int_0^x (t-3)f(t)dt$ 의 양변에 $x = 0$ 을 대입하면 $g(0) = 0$ 이다.
또한, 양변을 미분하면

$$g'(x) = (x-3)f(x) = \begin{cases} 3x^2 - 27x + 54 & (x \geq 3) \\ -2x^2 + 3x + 9 & (x < 3) \end{cases} \dots \textcircled{7}$$

따라서 $g(x)$ 가 극값을 갖기 위한 모든 x 값은 $x = -\frac{3}{2}$ 또는 $x = 3$ 또는 $x = 6$ 이다.

(2)

함수 $f(x)$ 는 연속이므로 함수 $g(x)$ 는 연속이다.

$$g(x) = \int g'(x)dx = \begin{cases} x^3 - \frac{27}{2}x^2 + 54x + C_1 & (x \geq 3) \\ -\frac{2}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^2 + 9x + C_2 & (x < 3) \end{cases}$$

(단, C_1, C_2 는 적분상수)

$g(0) = 0$ 이므로 $C_2 = 0$ 이다.

함수 $g(x)$ 는 $x = 3$ 에서 연속이므로 $g(3) = -18 + \frac{27}{2} + 27 = 27 - \frac{243}{2} + 162 + C_1$ 에서 $C_1 = -45$ 이다.

따라서

$$g(x) = \begin{cases} x^3 - \frac{27}{2}x^2 + 54x - 45 & (x \geq 3) \\ -\frac{2}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^2 + 9x & (x < 3) \end{cases}$$

이고 함수 $g(x)$ 는 $x = -\frac{3}{2}$ 또는 $x = 3$ 또는 $x = 6$ 에서 극값을 가지므로 함수 $g(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	$-\frac{3}{2}$	...	3	...	6	...
$g'(x)$	-	0	+	0	-	0	+
$g(x)$	$\searrow$	$-\frac{63}{8}$ 극소	$\nearrow$	$\frac{45}{2}$ 극대	$\searrow$	9 극소	$\nearrow$

따라서 $g(x)$ 의 최솟값은 $-\frac{63}{8}$ 이다.

(3)

함수 $y = g(x)$ 의 그래프와 직선 $y = n$ 과의 교점의 개수는

$$a_n = \begin{cases} 2 & (n = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8) \\ 3 & (n = 9) \\ 4 & (n = 10, 11, 12, 13, 14, 15) \end{cases}$$

이므로 $\sum_{n=1}^{15} a_n = 2 \times 8 + 3 \times 1 + 4 \times 6 = 43$ 이다.

■ 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
(1)	$x = -\frac{3}{2}, 3, 6$ 을 모두 구하면	2.7점
(2)	$g(x)$ 의 최솟값은 $-\frac{63}{8}$ 를 구하면	4.5점
(3)	$\sum_{n=1}^{15} a_n = 43$ 를 구하면	2.8점

문항 7

최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1}$ 의 값이 존재하고, 미분가능한 함수 $g(x)$ 의 도함수가 $g'(x) = f(|x+5|) - f(|x|)$ 이다. 함수 $g(x)$ 가 $x = \frac{1}{2}$ 에서 극솟값을 가질 때,

- (1) 이차함수 $f(x)$ 를 구하시오.
- (2) $x_0 \neq \frac{1}{2}$ 이고 $g'(x_0) = 0$ 을 만족시키는 두 실수 $x_0 = \alpha$ 와 $x_0 = \beta$ 를 구하시오. (단, $\alpha < \beta$)
- (3) 함수 $g(x)$ 가 극댓값을 갖도록 하는 x 의 값을 정확히 구하시오.
 - (1) $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ (2.7점)
 - (2) 두 실수 α 와 β 를 구하는 과정을 서술하시오. (5.0점)
 - (3) $x = \underline{\hspace{2cm}}$ (2.3점)

예시 답안

(1)

함수 $g(x)$ 가 $x = \frac{1}{2}$ 에서 극소이므로 $g'\left(\frac{1}{2}\right) = f\left(\frac{11}{2}\right) - f\left(\frac{1}{2}\right) = 0$ 이다. 즉, $f\left(\frac{11}{2}\right) = f\left(\frac{1}{2}\right)$... ㉠
 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 이고 식 ㉠에 의하여 함수 $y = f(x)$ 의 그래프는 직선 $x = 3$ 에 대하여 대칭이므로 $f(x) = (x-3)^2 + k$ (k 는 상수)이다. 가정에 의하여 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1}$ 가 존재하므로 $f(1) = 0$ 이며 $k = -4$ 이다. 따라서 $f(x) = (x-3)^2 - 4 = (x-1)(x-5)$ 이다.

(2)

$f(|x|) = \begin{cases} (x-1)(x-5) & (x \geq 0) \\ (x+1)(x+5) & (x < 0) \end{cases}$ 이고 $f(|x+5|) = \begin{cases} x(x+4) & (x \geq -5) \\ (x+6)(x+10) & (x < -5) \end{cases}$ 이다.
 $g'(x) = f(|x+5|) - f(|x|) = 0$ 에 의하여, $f(|x+5|) = f(|x|)$ 을 만족시키는 x 의 값을 찾고자 한다.
 (i) $x < -5$ 일 때
 $(x+1)(x+5) = (x+6)(x+10)$ 에서 $x^2 + 6x + 5 = x^2 + 16x + 60$ 이므로 $x = -\frac{11}{2}$ 이다.
 (ii) $-5 \leq x < 0$ 일 때
 $(x+1)(x+5) = x(x+4)$ 에서 $x^2 + 6x + 5 = x^2 + 4x$ 이므로 $x = -\frac{5}{2}$ 이다.
 (iii) $x \geq 0$ 일 때
 $(x-1)(x-5) = x(x+4)$ 에서 $x^2 - 6x + 5 = x^2 + 4x$ 이므로 $x = \frac{1}{2}$ 이다.
 따라서 $g'(x) = 0$ 의 해는 $x = -\frac{11}{2}$ 또는 $x = -\frac{5}{2}$ 또는 $x = \frac{1}{2}$ 이다. 이때, $x_0 \neq \frac{1}{2}$ 이고 $\alpha < \beta$ 이므로 $\alpha = -\frac{11}{2}$, $\beta = -\frac{5}{2}$ 이다.

(3)

함수 $g(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	$-\frac{11}{2}$	...	$-\frac{5}{2}$	...	$\frac{1}{2}$	...
$g'(x)$	-	0	+	0	-	0	+
$g(x)$		↘	극소	↗	극대	↘	극소

위 증감표에 의하여 함수 $g(x)$ 의 극대를 갖는 점의 x 좌표는 $x = -\frac{5}{2}$ 이다.

■ 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
(1)	$f(x) = (x-3)^2 - 4 = (x-1)(x-5)$ 를 작성하면	2.7점
(2)	$f(x) = \begin{cases} (x-1)(x-5) & (x \geq 0) \\ (x+1)(x+5) & (x < 0) \end{cases}$ 을 작성하면	1.5점
(2)	$f(x+5) = \begin{cases} x(x+4) & (x \geq -5) \\ (x+6)(x+10) & (x < -5) \end{cases}$ 을 작성하면	1.5점
(2)	$x < -5$ 일 때 $\alpha = -\frac{11}{2}$ 를 작성하면	1.0점
(2)	$-5 \leq x < 0$ 일 때 $\beta = -\frac{5}{2}$ 를 작성하면	1.0점
(3)	x 좌표는 $x = -\frac{5}{2}$ 를 작성하면	2.3점

문항 8

함수 $f(x)$ 가 $x \geq 0$ 에서 $f(x) = x^2 - 4x$ 이고, 실수 전체에 대하여 $f(-x) + f(x) = 0$ 이다. 실수 t 에 대하여 닫힌 구간 $[t, t+2]$ 에서 $f(x)$ 의 최솟값을 $g(t)$ 라 할 때,

- (1) $g(1)$ 의 값을 구하시오.
- (2) $f(x) \neq g(x)$ 인 모든 x 값의 범위를 구하시오.
- (3) 두 곡선 $y = f(x)$ 와 $y = g(x)$ 로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하시오.

- (1) $g(1) = \underline{\hspace{2cm}}$ (1.9점)
- (2) 모든 x 값의 범위 = $\underline{\hspace{2cm}}$ (4.0점)
- (3) 넓이 = $\underline{\hspace{2cm}}$ (4.1점)

예시 답안

(1)

함수 $y = f(x)$ 의 그래프는 원점에 대하여 대칭이므로

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 4x & (x \geq 0) \\ -x^2 - 4x & (x < 0) \end{cases} \text{이다.}$$

닫힌구간 $[t, t+2]$ 에서 $f(x)$ 의 최솟값을 $g(t)$ 에 대하여

$g(1)$ 은 구간 $[1, 3]$ 에서 $f(x)$ 의 최솟값이다. 따라서 $g(1) = -4$ 이다.

(2)

함수 $g(t)$ 의 정의에 의하여 $f(k) = f(k+2)$ ($-4 < k < 0$)을 만족하는 k 를 찾으면

$-k^2 - 4k = -(k+2)^2 - 4(k+2)$, 즉, $k = -3$ 이다.

따라서 $t \leq -3$ 일 때 $g(t) = f(t)$, $-3 \leq t \leq 0$ 일 때 $g(t) = f(t+2)$, $0 \leq t \leq 2$ 일 때 $g(t) = -4$, $t \geq 2$ 일 때 $g(t) = f(t)$ 이다.

따라서 $f(x) \neq g(x)$ 인 모든 x 의 범위는 $-3 < x < 2$ 이다.

(3)

두 곡선 $y = f(x)$ 와 $y = g(x)$ 로 둘러싸인 도형에 대하여

$$\int_{-2}^0 -g(x) dx = \int_0^2 -f(x) dx \text{이고 } \int_{-3}^{-2} g(x) dx = \int_{-1}^0 f(x) dx \text{이므로,}$$

도형의 넓이는

$$\begin{aligned} & \int_{-3}^0 \{f(x) - g(x)\} dx + \int_0^2 \{f(x) + 4\} dx \\ &= \int_{-3}^{-2} \{f(x) - g(x)\} dx + \int_{-2}^0 f(x) dx + \int_{-2}^0 \{-g(x)\} dx + \int_0^2 \{f(x) + 4\} dx \\ &= \int_{-3}^{-2} \{f(x) - g(x)\} dx + \int_{-2}^{-1} f(x) dx + \int_{-1}^0 f(x) dx + 8 \\ &= \int_{-3}^{-2} f(x) dx + \int_{-3}^{-2} -g(x) dx + \int_{-2}^{-1} f(x) dx + \int_{-1}^0 f(x) dx + 8 \\ &= 8 + \int_{-3}^{-1} f(x) dx = 8 + \int_{-3}^{-1} (-x^2 - 4x) dx \\ &= 8 + \left[-\frac{1}{3}x^3 - 2x^2 \right]_{-3}^{-1} = 8 + \frac{22}{3} = \frac{46}{3} \end{aligned}$$

이다. 따라서 두 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이 $\frac{46}{3}$ 이다.

■ 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
(1)	$g(1) = -4$ 을 작성하면	1.9점
(2)	모든 x 의 범위는 $-3 < x < 2$ 를 작성하면	4.0점
(3)	도형의 넓이 $\frac{46}{3}$ 을 작성하면	4.1점

2025학년도 인문계

문항 9

[문제 9] 공차가 0이 아닌 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자. $a_1 = 30$, $|a_{11}| = |a_{21}|$ 일 때,

(1) $a_M = -20$ 을 만족시키는 자연수 M 의 값을 구하시오.

(2) S_n 의 최댓값을 구하시오.

(3) $\sum_{n=M}^{100} \frac{4}{a_n a_{n+1}}$ 의 값을 구하시오.

① $M =$ _____ (2.8점)

② S_n 의 최댓값: _____ (3.2점)

③ $\sum_{n=M}^{100} \frac{4}{a_n a_{n+1}}$ 의 값을 구하는 과정을 서술하시오. (4점)

※ 대학에서 이 문항의 예시답안과 채점기준을 공개하지 않았습니다.

문항 10

[문제 10] 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 와 도함수 $f'(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

제시문

[가] $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x-1) + 22}{x^2 - 9} = -\frac{3}{2}$

[나] 모든 실수 x 에서 $f'(\frac{1}{2} - x) = f'(\frac{3}{2} + x)$ 이다.

함수 $f(x)$ 를 구하고, 함수 $f(x)$ 의 극댓값과 극솟값을 구하시오.

- ① $f(x) =$ _____ (4.8점)
 ② $f(x)$ 의 극댓값: _____ (2.6점)
 ③ $f(x)$ 의 극솟값: _____ (2.6점)

※ 대학에서 이 문항의 예시답안과 채점기준을 공개하지 않았습니다.

2025학년도 자연계

문항 1

[문제 1] 서로 다른 네 수 $-3, a, b, ab$ 에 대하여 $-3, a, b$ 는 이 순서대로 공차가 d 인 등차수열을 이루고, a, b, ab 는 이 순서대로 공비가 r 인 등비수열을 이룬다.
이때, d, r 그리고 ab 의 값을 구하시오.

① $d =$ _____ (3.2점)

② $r =$ _____ (3.2점)

③ $ab =$ _____ (3.6점)

※ 대학에서 이 문항의 예시답안과 채점기준을 공개하지 않았습니다.

문항 2

[문제 2] $y = x^2 - 2(\log_2 a + 1)x + (\log_2 a + 7)$ 의 그래프가 x 축과 만나지 않도록 하는 양수 a 의 범위를 $2^m < a < 2^n$ 라 하자.

- (1) m, n 의 값을 구하시오.
- (2) 위에서 구한 m, n 에 대하여 부등식 $\log_4 \{x^2 + (m - n)x + mn\} \leq \log_2 \sqrt{mn(m - n)}$ 을 만족시키는 모든 정수 x 의 합을 구하시오.
- ① $m =$ _____ (2.1점)
- ② $n =$ _____ (2.1점)
- ③ 모든 정수 x 의 합: _____ (5.8점)

※ 대학에서 이 문항의 예시답안과 채점기준을 공개하지 않았습니다.

문항 3

[문제 3] 등차수열 $\{a_n\}$ 에서 $a_4 = 7, a_{11} = 21$ 일 때,

- (1) 일반항 a_n 을 구하시오.
- (2) $\sum_{k=1}^{10} \frac{1}{a_k a_{k+2}}$ 의 값을 구하시오.
- (3) 부등식 $\sum_{k=1}^m \frac{4}{a_k a_{k+2}} < \frac{13}{12}$ 을 만족시키는 자연수 m 을 모두 구하시오.

① $a_n =$ _____ (2.5점)

② $\sum_{k=1}^{10} \frac{1}{a_k a_{k+2}} =$ _____ (2.8점)

③ $m =$ _____ (4.7점)

※ 대학에서 이 문항의 예시답안과 채점기준을 공개하지 않았습니다.

문항 4

[문제 4] 모든 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 할 때, 모든 자연수 n 에 대하여 $6S_n = a_n^2 + 3a_n - 10$ 을 만족시킨다. a_{10} , a_1 그리고 $\sum_{k=1}^{10} a_k$ 의 값을 구하시오.

- ① a_{10} 의 값을 구하는 과정을 서술하시오. (6점)
- ② $a_1 =$ _____ (1.5점)
- ③ $\sum_{k=1}^{10} a_k =$ _____ (2.5점)

※ 대학에서 이 문항의 예시답안과 채점기준을 공개하지 않았습니다.

문항 5

[문제 5] 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 $-2x^2 + 2x \leq f(x) \leq x^2 + 2x$ 를 만족시킬 때,

- (1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\{f(x)\}^2}{3x^2 + xf(x)}$ 의 값을 구하시오.
- (2) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{f(x+2) - ax + b}{x^2 - 4} = 4$ 를 만족시키는 두 상수 a, b 의 값을 구하시오.
- ① $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\{f(x)\}^2}{3x^2 + xf(x)} = \underline{\hspace{2cm}}$ (4.8점)
- ② a, b 의 값을 구하는 과정을 서술하시오. (5.2점)

※ 대학에서 이 문항의 예시답안과 채점기준을 공개하지 않았습니다.

문항 6

[문제 6] x 에 대한 방정식 $(\log x)^2 - (a+2)\log x - a+3 = 0$ 의 두 근을 p, q 라 할 때,

- (1) $q = 10p$ 를 만족시키는 음수 a 의 값을 구하시오.
- (2) 위에서 구한 a 의 값에 따른 두 근 p, q 를 구하시오.
- ① $a =$ _____ (4점)
- ② $p =$ _____ (3.2점)
- ③ $q =$ _____ (2.8점)

※ 대학에서 이 문항의 예시답안과 채점기준을 공개하지 않았습니다.

문항 7

[문제 7] 함수 $f(x) = \begin{cases} -3x & (x < 2) \\ 3(x-a) & (x \geq 2) \end{cases}$ 가 실수 전체 집합에서 연속이 되도록 하는 상수 a 의 값을 구하고, 함수 $g(x) = \int_0^x (t-2)f(t) dt$ 라 할 때 함수 $g(x)$ 를 구하시오.

곡선 $y = g(x)$ 와 직선 $y = 0$ 과의 교점의 개수는 b 이고 곡선 $y = g(x)$ 와 $y = 3$ 과의 교점의 개수는 c 일 때, $b + c$ 의 값을 구하시오. (단, b, c 는 자연수이다.)

- ① $a =$ _____ (1.5점)
 ② $g(x) =$ _____ (4점)
 ③ $b + c =$ _____ (4.5점)

※ 대학에서 이 문항의 예시답안과 채점기준을 공개하지 않았습니다.

문항 8

[문제 8] 다함함수 $f(x)$ 가 $\int \{f(x) - 3\} dx + \int x f'(x) dx = x^4 - x^3$ 을 만족시킨다.

- (1) 함수 $y = f(x)$ 가 $x = a$ 에서 극대일 때, $f(a)$ 의 값을 구하시오.
- (2) 함수 $y = f(x)$ 위의 점 $(1, f(1))$ 에서의 접선 ℓ 의 방정식을 구하시오.
- (3) 함수 $y = f(x)$ 와 직선 ℓ 의 그래프로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하시오.
 - ① $f(a) =$ _____ (3.8점)
 - ② 접선 ℓ 의 방정식: _____ (2.2점)
 - ③ 도형의 넓이: _____ (4점)

※ 대학에서 이 문항의 예시답안과 채점기준을 공개하지 않았습니다.

AI 논술 자동 첨삭

써봄

기출로 연습했다면, 이제 써보고 바로 첨삭받자.

Google Gemini 기반 한국어 논술 자동 첨삭 서비스

01

4개 영역 점수

논리구조 · 근거타당성 · 주장명확성 · 언어표현 영역별로 점수를 매겨 줍니다.

02

상세 피드백

강점, 개선점, 구체적인 제안사항까지 한 번에 확인합니다.

03

일괄 첨삭

교사·강사는 학생 답안을 최대 10편까지 한꺼번에 올려 처리할 수 있습니다.

04

간편한 업로드

PDF · DOCX · TXT 파일을 그대로 올리면 됩니다.

이용 안내

무료 체험	회원가입 시 3회 무료 분석
개인 플랜	월 9,900원
교사 플랜	월 29,900원

논술 수험생 · 논술 교사와 강사 · 학원과 교육기관



writegrow.net

QR 코드를 스캔하면 바로 시작할 수 있습니다