

한신대 약술형논술

수학

목차

2026학년도 인문계열	4
문항 11	4
문항 12	6
문항 13	7
문항 14	8
문항 15	9
2026학년도 자연계열	11
문항 6	11
문항 7	12
문항 8	14
문항 9	15
문항 10	16
문항 11	18
문항 12	19
문항 13	21
문항 14	22
문항 15	24
2025학년도 인문계열	25
문항 10	25
문항 11	26
문항 12	27
문항 13	28
문항 14	29
문항 15	30
2025학년도 자연계열	32
문항 7	32
문항 8	33
문항 9	34
문항 10	35
문항 11	36
문항 12	37
문항 13	39
문항 14	40
문항 15	41
2024학년도 인문계열	43

문항 10	43
문항 11	44
문항 12	45
문항 13	46
문항 14	47
문항 15	48

2024학년도 자연계열 49

문항 7	49
문항 8	50
문항 9	51
문항 10	52
문항 11	53
문항 12	54
문항 13	55
문항 14	56
문항 15	57

2026학년도 인문계열

문항 11

11. 방정식 $\log_3(5x+3) = 2 + \log_3(x-1)$ 을 만족시키는 실수 x 의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

예시 답안

로그의 진수 조건에 의하여 $5x+3 > 0, x-1 > 0$ 따라서 $x > 1$ ㉠

$\log_3(5x+3) = 2 + \log_3(x-1)$ 에서

$$\log_3(5x+3) - \log_3(x-1) = 2$$

$$\log_3 \frac{5x+3}{x-1} = 2$$

$$\frac{5x+3}{x-1} = 3^2$$

$$5x+3 = 9(x-1)$$

$$x = 3$$

(위의 값은 진수 조건 ㉠을 만족시킨다.)

별해

$$\log_3(5x+3) = 2 + \log_3(x-1) = \log_3 3^2(x-1)$$

$$5x+3 = 9(x-1) = 9x-9$$

$$4x = 12$$

$$\therefore x = 3$$

채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
	로그의 진수 조건에 의하여 $5x+3 > 0, x-1 > 0$ 따라서 $x > 1$ ㉠ $\log_3(5x+3) = 2 + \log_3(x-1)$ 에서 $\log_3(5x+3) - \log_3(x-1) = 2$ $\log_3 \frac{5x+3}{x-1} = 2$ $\frac{5x+3}{x-1} = 3^2$	4
	$5x+3 = 9(x-1)$ $x = 3$ (위의 값은 진수 조건 ㉠을 만족시킨다.)	4

[별해]

하위 문항	채점 기준	배점
	$\log_3(5x + 3) = 2 + \log_3(x - 1) = \log_3 3^2(x - 1)$ $5x + 3 = 9(x - 1) = 9x - 9$	4
	$4x = 12$ $\therefore x = 3$	4

문항 12

12. 수열 $\{a_n\}$ 은 첫째항이 10이고 모든 자연수 n 에 대하여 $a_{n+1} = a_n - \frac{2}{3}$ 를 만족시킨다.

$a_n > 0$ 이 되는 자연수 n 의 최댓값을 구하는 과정을 서술하시오.

■ 예시 답안

$a_1 = 10$ 이고 공차 $d = a_{n+1} - a_n = -\frac{2}{3}$ 이므로,

수열의 일반항 $a_n = 10 - \frac{2}{3}(n-1) = -\frac{2}{3}n + \frac{32}{3}$

따라서 $-\frac{2}{3}n + \frac{32}{3} > 0$ 에서 $2n < 32$ 즉 $n < 16$

그러므로 n 의 최댓값은 15이다.

■ 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
	$a_1 = 10$ 이고 공차 $d = a_{n+1} - a_n = -\frac{2}{3}$ 이므로, 수열의 일반항 $a_n = 10 - \frac{2}{3}(n-1) = -\frac{2}{3}n + \frac{32}{3}$	4
	따라서 $-\frac{2}{3}n + \frac{32}{3} > 0$ 에서 $2n < 32$ 즉 $n < 16$ 그러므로 n 의 최댓값은 15이다.	4

문항 13

13. 함수 $f(x) = -x^3 + ax^2 + 6x - 3$ 이 $x = 2$ 에서 극대일 때, 함수 $f(x)$ 의 극솟값을 구하는 과정을 서술하시오.
(단, a 는 상수이다.)

■ 예시 답안

$$f'(x) = -3x^2 + 2ax + 6 \text{이고}$$

$$x = 2 \text{에서 극대이므로 } f'(2) = -12 + 4a + 6 = 0 \text{이므로 } a = \frac{3}{2}$$

$$f'(x) = -3x^2 + 3x + 6 = 0 \text{을 풀면 } 3(x-2)(x+1) = 0$$

따라서 함수 $f(x)$ 는 $x = -1$ 에서 극솟값을 가진다.

$$f(-1) = 1 + \frac{3}{2} - 6 - 3 = -\frac{13}{2}$$

$$\text{그러므로 구하는 극솟값은 } -\frac{13}{2}$$

■ 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
	$f'(x) = -3x^2 + 2ax + 6$ 이고 $x = 2$ 에서 극대이므로 $f'(2) = -12 + 4a + 6 = 0$ 이므로 $a = \frac{3}{2}$	4
	$f'(x) = -3x^2 + 3x + 6 = 0$ 을 풀면 $3(x-2)(x+1) = 0$ 따라서 함수 $f(x)$ 는 $x = -1$ 에서 극솟값을 가진다. $f(-1) = 1 + \frac{3}{2} - 6 - 3 = -\frac{13}{2}$ 그러므로 구하는 극솟값은 $-\frac{13}{2}$	4

문항 14

14. 함수 $f(x) = \begin{cases} x^2 - 3 & (x < 3) \\ x + a & (x \geq 3) \end{cases}$ 에 대하여 함수 $\{f(x) - 1\}^2$ 이 $x = 3$ 에서 연속이 되도록 하는 모든 실수 a 의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

■ 예시 답안

$g(x) = \{f(x) - 1\}^2$ 라 하자. 함수 $g(x)$ 가 $x = 3$ 에서 연속이 되려면

$$\lim_{x \rightarrow 3-} g(x) = \lim_{x \rightarrow 3+} g(x) = g(3) \text{ 이어야 한다.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3-} g(x) = \lim_{x \rightarrow 3-} (x^2 - 3 - 1)^2 = (9 - 4)^2 = 25$$

$$\lim_{x \rightarrow 3+} g(x) = \lim_{x \rightarrow 3+} (x + a - 1)^2 = (3 + a - 1)^2 = (2 + a)^2$$

$$g(3) = (2 + a)^2 \text{ 이므로}$$

$$25 = (2 + a)^2 \text{ (또는 } a^2 + 4a - 21 = 0)$$

따라서 실수 $a = 3$ 또는 $a = -7$ 이다.

■ 채점 기준

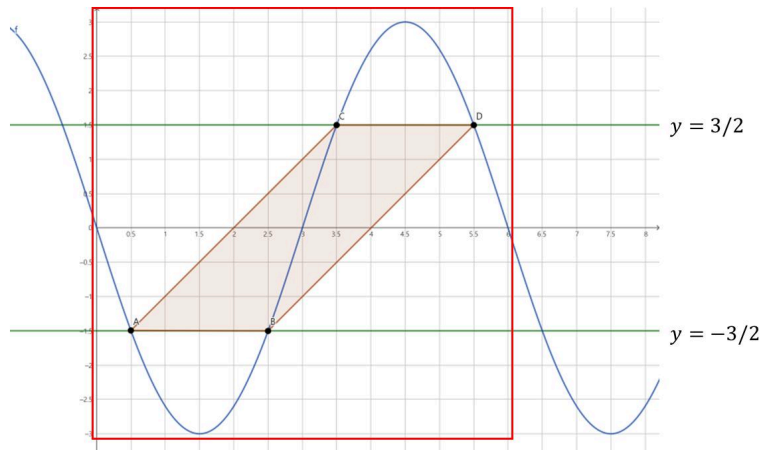
하위 문항	채점 기준	배점
	$g(x) = \{f(x) - 1\}^2$ 라 하자. 함수 $g(x)$ 가 $x = 3$ 에서 연속이 되려면 $\lim_{x \rightarrow 3-} g(x) = \lim_{x \rightarrow 3+} g(x) = g(3)$ 이어야 한다. $\lim_{x \rightarrow 3-} g(x) = \lim_{x \rightarrow 3-} (x^2 - 3 - 1)^2 = (9 - 4)^2 = 25$ $\lim_{x \rightarrow 3+} g(x) = \lim_{x \rightarrow 3+} (x + a - 1)^2 = (3 + a - 1)^2 = (2 + a)^2$ $g(3) = (2 + a)^2$ 이므로	4
	$25 = (2 + a)^2$ (또는 $a^2 + 4a - 21 = 0$) 따라서 실수 $a = 3$ 또는 $a = -7$ 이다.	4

문항 15

15. $0 \leq x \leq 6$ 에서 함수 $y = a \sin \frac{\pi(x-3)}{3}$ 의 그래프와 두 직선 $|y| = \frac{3}{2}$ 의 그래프는 네 점에서 만난다. 네 점으로 이루어진 사각형의 넓이가 6일 때 양수 a 의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

■ 예시 답안

$y = a \sin \frac{\pi(x-3)}{3}$ 는 주기가 6인 함수 $y = a \sin \frac{\pi x}{3}$ 을 x 축으로 3만큼 평행이동한 것이다.



만나는 네 점을 원점에서 가까운 순서대로 A, B, C, D라 하면, 선분 AB와 선분 CD가 평행하고 길이가 같으므로 사각형 ABDC는 평행사변형이다.

점 C의 좌표를 $(3+k, \frac{3}{2})$ 라고 하면, 점 D의 좌표는 $(6-k, \frac{3}{2})$ 이다. ($k > 0$)

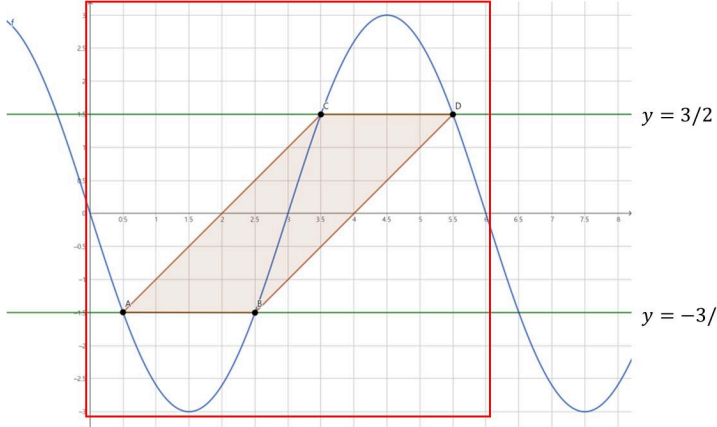
점 C에서 $y = a \sin \frac{\pi(x-3)}{3}$ 와 직선 $y = \frac{3}{2}$ 이 만나므로, $a \sin \frac{\pi k}{3} = \frac{3}{2}$ ㉠

평행사변형의 밑변 = $\overline{CD}$ 의 길이 = $\overline{AB}$ 의 길이 = $3 - 2k$

평행사변형 ABDC의 넓이는 $(3 - 2k) \cdot 3 = 6$ 이므로 $k = \frac{1}{2}$

㉠에 대입하면 $a = 3$

■ 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
	$y = a \sin \frac{\pi(x-3)}{3}$는 주기가 6인 함수 $y = a \sin \frac{\pi x}{3}$을 x축으로 3만큼 평행이동한 것이다.  만나는 네 점을 원점에서 가까운 순서대로 A, B, C, D라 하면 선분 AB와 선분 CD가 평행하고 길이가 같으므로 사각형 ABDC는 평행사변형이다.	4
	점 C의 좌표를 $(3+k, \frac{3}{2})$라고 하면, 점 D의 좌표는 $(6-k, \frac{3}{2})$이다. ($k > 0$) 점 C에서 $y = a \sin \frac{\pi(x-3)}{3}$와 직선 $y = \frac{3}{2}$이 만나므로, $a \sin \frac{\pi k}{3} = \frac{3}{2}$ ㉠ 평행사변형의 밑변 = $\overline{CD}$의 길이 = $\overline{AB}$의 길이 = $3 - 2k$ 평행사변형 ABDC의 넓이는 $(3 - 2k) \cdot 3 = 6$이므로 $k = \frac{1}{2}$ ㉠에 대입하면 $a = 3$	4

2026학년도 자연계열

문항 6

6. 부등식 $\left(\frac{1}{9}\right)^x < 3^{10-4x}$ 을 만족시키는 자연수 x 의 개수를 구하는 과정을 서술하시오.

■ 예시 답안

$$\left(\frac{1}{9}\right)^x = 3^{-2x} \text{이므로 주어진 부등식은 } 3^{-2x} < 3^{10-4x}$$

지수함수의 성질에 따라 $-2x < 10 - 4x$ 이므로 $x < 5$

자연수 $x = 1, 2, 3, 4$ 그러므로 개수는 4.

■ 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
	$\left(\frac{1}{9}\right)^x < 3^{10-4x}$ 에서 $\left(\frac{1}{9}\right)^x = 3^{-2x}$ 이므로 주어진 부등식은 $3^{-2x} < 3^{10-4x}$	4
	지수함수의 성질에 따라 $-2x < 10 - 4x$ 이므로 $x < 5$ 자연수 $x = 1, 2, 3, 4$ 그러므로 개수는 4.	4

문항 7

7. 다항함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$\int_0^x f(t) dt = 2x^3 - 3x^2 \int_0^1 f(t) dt$$

를 만족시킬 때, $f(1)$ 의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

■ 예시 답안

$$\int_0^x f(t) dt = 2x^3 - 3x^2 \int_0^1 f(t) dt \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$$\int_0^1 f(t) dt = k \quad (k \text{ 는 실수}) \text{라 하자.}$$

①의 양변을 x 에 대하여 미분하면 $f(x) = 6x^2 - 6kx$

$$\int_0^1 (6t^2 - 6kt) dt = [2t^3 - 3kt^2]_0^1 = 2 - 3k$$

즉 $k = 2 - 3k$ 이므로 $k = \frac{1}{2}$ 이다.

따라서 $f(x) = 6x^2 - 3x$ 이므로 $f(1) = 3$ 이다.

별해1

$$\int_0^1 f(t) dt = k \text{라 하자.}$$

$$\int_0^x f(t) dt = 2x^3 - 3kx^2 \text{이므로 } x = 1 \text{을 대입하면,}$$

$$k = 2 - 3k \text{ 이다.}$$

따라서, $k = \frac{1}{2}$ 이다.

$$\int_0^x f(t) dt = 2x^3 - 3kx^2 \text{이므로 } k = \frac{1}{2} \text{를 대입하면,}$$

$$\int_0^x f(t) dt = 2x^3 - \frac{3}{2}x^2 \text{이다.}$$

양변을 미분하면, $f(x) = 6x^2 - 3x$

$$\therefore f(1) = 3$$

별해2

$$x = 1 \text{을 대입하면 } \int_0^1 f(t) dt = 2 - 3 \int_0^1 f(t) dt$$

$$\therefore \int_0^1 f(t) dt = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \int_0^x f(t) dt = 2x^3 - \frac{3}{2}x^2$$

양변을 미분하면, $f(x) = 6x^2 - 3x$

따라서, $f(1) = 6 - 3 = 3$

■ 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
	$\int_0^x f(t) dt = 2x^3 - 3x^2 \int_0^1 f(t) dt \quad \dots\dots \textcircled{7}$ $\int_0^1 f(t) dt = k \text{ (} k \text{ 는 실수)라 하자.}$ $\textcircled{7} \text{의 양변을 } x \text{에 대하여 미분하면 } f(x) = 6x^2 - 6kx$	4
	$\int_0^1 (6t^2 - 6kt) dt = [2t^3 - 3kt^2]_0^1 = 2 - 3k$ $\text{즉 } k = 2 - 3k \text{ 이므로 } k = \frac{1}{2} \text{ 이다.}$ $\text{따라서 } f(x) = 6x^2 - 3x \text{ 이므로 } f(1) = 3 \text{ 이다.}$	4

[별해1]

하위 문항	채점 기준	배점
	$\int_0^1 f(t) dt = k \text{라 하자.}$ $\int_0^x f(t) dt = 2x^3 - 3kx^2 \text{이므로 } x = 1 \text{을 대입하면,}$ $k = 2 - 3k \text{ 이다.}$ $\text{따라서, } k = \frac{1}{2} \text{이다.}$	4
	$\int_0^x f(t) dt = 2x^3 - 3kx^2 \text{이므로 } k = \frac{1}{2} \text{를 대입하면,}$ $\int_0^x f(t) dt = 2x^3 - \frac{3}{2}x^2 \text{이다.}$ $\text{양변을 미분하면, } f(x) = 6x^2 - 3x$ $\therefore f(1) = 3$	4

[별해2]

하위 문항	채점 기준	배점
	$x = 1 \text{을 대입하면 } \int_0^1 f(t) dt = 2 - 3 \int_0^1 f(t) dt$ $\therefore \int_0^1 f(t) dt = \frac{1}{2}$ $\therefore \int_0^x f(t) dt = 2x^3 - \frac{3}{2}x^2$	4
	$\text{양변을 미분하면, } f(x) = 6x^2 - 3x$ $\text{따라서, } f(1) = 6 - 3 = 3$	4

문항 8

8. 두 자연수 m, n 의 순서쌍 (m, n) 이

$$\log_{2n} \sqrt{m} + 2 \log_{2n} m = \frac{15}{4}$$

를 만족시킬 때, $m + n$ 의 최솟값을 구하는 과정을 서술하시오.

■ 예시 답안

$$\log_{2n} \sqrt{m} + 2 \log_{2n} m = \frac{5}{2} \log_{2n} m = \frac{15}{4} \text{ 이므로}$$

$$\log_{2n} m = \frac{3}{2} \text{ 에서 } m^2 = (2n)^3 \text{ (또는 } m = (2n)^{\frac{3}{2}} \text{)이다.}$$

좌변이 제곱수이므로 $n = 2p$ (p 는 자연수) 꼴이어야 한다.

$$p = 1 \text{ 이면 } (2n)^3 = (2 \times 2)^3 = (2^3)^2 \text{ 이다.}$$

그러므로 $n = 2, m = 8$ 일 때, $m + n$ 의 최솟값은 10이다.

■ 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
	$\log_{2n} \sqrt{m} + 2 \log_{2n} m = \frac{5}{2} \log_{2n} m = \frac{15}{4} \text{ 이므로}$ $\log_{2n} m = \frac{3}{2} \text{ 에서 } m^2 = (2n)^3 \text{ (또는 } m = (2n)^{\frac{3}{2}} \text{)이다.}$	4
	좌변이 제곱수이므로 $n = 2p$ (p 는 자연수) 꼴이어야 한다. $p = 1 \text{ 이면 } (2n)^3 = (2 \times 2)^3 = (2^3)^2 \text{ 이다.}$ 그러므로 $n = 2, m = 8$ 일 때, $m + n$ 의 최솟값은 10이다.	4

문항 9

9. 수열 $\{a_n\}$ 이 $n \geq 2$ 인 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^{n-1} (a_k - a_{k+1}) = \sum_{k=1}^{n-1} \frac{k}{n-1}$$

를 만족시킨다. $a_1 = 25$ 일 때, a_{40} 의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

예시 답안

$$\sum_{k=1}^{n-1} (a_k - a_{k+1}) = (a_1 - a_2) + (a_2 - a_3) + \cdots + (a_{n-1} - a_n) = a_1 - a_n \text{ 이고,}$$

$$\sum_{k=1}^{n-1} \frac{k}{n-1} = \frac{1}{n-1} \left\{ \frac{(n-1)n}{2} \right\} = \frac{n}{2} \text{ 이므로}$$

$$\sum_{k=1}^{n-1} (a_k - a_{k+1}) = \sum_{k=1}^{n-1} \frac{k}{n-1} \text{ 에서 } a_1 - a_n = \frac{n}{2} \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$\textcircled{1}$ 에서 $a_n = a_1 - \frac{n}{2}$ 이므로 $a_{40} = 25 - \frac{40}{2} = 5$ 이다.

채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
	$\sum_{k=1}^{n-1} (a_k - a_{k+1}) = (a_1 - a_2) + (a_2 - a_3) + \cdots + (a_{n-1} - a_n) = a_1 - a_n \text{ 이고,}$ $\sum_{k=1}^{n-1} \frac{k}{n-1} = \frac{1}{n-1} \left\{ \frac{(n-1)n}{2} \right\} = \frac{n}{2} \text{ 이므로}$	4
	$\sum_{k=1}^{n-1} (a_k - a_{k+1}) = \sum_{k=1}^{n-1} \frac{k}{n-1} \text{ 에서 } a_1 - a_n = \frac{n}{2} \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$ $\textcircled{1}$에서 $a_n = a_1 - \frac{n}{2}$ 이므로 $a_{40} = 25 - \frac{40}{2} = 5$ 이다.	4

문항 10

10. 첫째항이 4이고 공비가 2인 등비수열 $\{a_n\}$ 이 있다. 수열 $\{a_n^2\}$ 의 첫째항부터 n 항까지의 합을 S_n 이라 할 때, $S_n - S_{n-2} = 320$ 을 만족시키는 자연수 n 의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

예시 답안

등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항이 4이고 공비가 2이므로 $a_n = 4 \times 2^{n-1} = 2^{n+1}$

$$a_n^2 = (2^{n+1})^2 = 2^{2(n+1)+4} = 2^4 \times 4^{n-1}$$

따라서 수열 $\{a_n^2\}$ 은 첫째항이 16이고 공비가 4인 등비수열이므로 수열 $\{a_n^2\}$ 의 첫째항부터 n 항까지의 합

$$S_n = \frac{16(4^n - 1)}{4 - 1} \text{ 이고 } S_{n-2} = \frac{16(4^{n-2} - 1)}{4 - 1} \text{ 이다.}$$

$$S_n - S_{n-2} = \frac{16}{3} \{(4^n - 1) - (4^{n-2} - 1)\} = \frac{16}{3} \times 4^{n-2} \times (16 - 1) = 80 \times 4^{n-2}$$

따라서 $S_n - S_{n-2} = 320 = 80 \times 4^{n-2}$ 에서 $4 = 4^{n-2}$ 이 되는 $n = 3$ 이다.

별해

등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항이 4이고 공비가 2이므로 $a_n = 4 \times 2^{n-1} = 2^{n+1}$

$$a_n^2 = (2^{n+1})^2 = 2^{2(n+1)+4} = 2^4 \times 4^{n-1}$$

$$S_n - S_{n-2} = a_n^2 + a_{n-1}^2 = 16 \cdot 4^{n-1} + 16 \cdot 4^{n-2} = 16 \cdot 4^{n-2} \cdot 5$$

$$16 \cdot 4^{n-2} \cdot 5 = 320$$

$$4^{n-2} = 4$$

$$\therefore n = 3$$

채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
	등비수열 $\{a_n\}$의 첫째항이 4이고 공비가 2이므로 $a_n = 4 \times 2^{n-1} = 2^{n+1}$ $a_n^2 = (2^{n+1})^2 = 2^{2(n+1)+4} = 2^4 \times 4^{n-1}$ 따라서 수열 $\{a_n^2\}$은 첫째항이 16이고 공비가 4인 등비수열이므로 수열 $\{a_n^2\}$의 첫째항부터 n항까지의 합 $S_n = \frac{16(4^n - 1)}{4 - 1}$ 이고	4
	$S_{n-2} = \frac{16(4^{n-2} - 1)}{4 - 1} \text{ 이다.}$ $S_n - S_{n-2} = \frac{16}{3} \{(4^n - 1) - (4^{n-2} - 1)\}$ $= \frac{16}{3} \times 4^{n-2} \times (16 - 1) = 80 \times 4^{n-2}$ 따라서 $S_n - S_{n-2} = 320 = 80 \times 4^{n-2}$ 에서 $4 = 4^{n-2}$이 되는 $n = 3$이다.	4

[별해]

하위 문항	채점 기준	배점
	등비수열 $\{a_n\}$의 첫째항이 4이고 공비가 2이므로 $a_n = 4 \times 2^{n-1} = 2^{n+1}$ $a_n^2 = (2^{n+1})^2 = 2^{2(n-1)+4} = 2^4 \times 4^{n-1}$ $S_n - S_{n-2} = a_n^2 + a_{n-1}^2 = 16 \cdot 4^{n-1} + 16 \cdot 4^{n-2} = 16 \cdot 4^{n-2} \cdot 5$	4
	$16 \cdot 4^{n-2} \cdot 5 = 320$ $4^{n-2} = 4$ $\therefore n = 3$	4

문항 11

11. 함수 $f(x) = \begin{cases} x^3 + x^2 - x + 3 & (x < 1) \\ ax^2 + b & (x \geq 1) \end{cases}$ 가 $x = 1$ 에서 미분가능할 때, $a - b$ 의 값을 구하는 과정을 서술하시오. (단, a, b 는 상수이다.)

■ 예시 답안

함수 $f(x)$ 가 $x = 1$ 에서 미분가능하므로 $x = 1$ 에서 연속이다.

$$\text{즉, } \lim_{x \rightarrow 1-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1+} f(x) = f(1)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1-} f(x) = x^3 + x^2 - x + 3 = 1 + 1 - 1 + 3 = 4$$

$$\lim_{x \rightarrow 1+} f(x) = a + b$$

$$f(1) = a + b \text{ 이므로 } a + b = 4 \quad \dots\dots\textcircled{7}$$

함수 $f(x)$ 가 $x = 1$ 에서 미분가능하므로

$$\lim_{x \rightarrow 1-} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} \text{ 을 만족한다.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1-} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1-} \frac{x^3 + x^2 - x + 3 - (a + b)}{x - 1} = 4$$

$$\lim_{x \rightarrow 1+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1+} \frac{ax^2 + b - (a + b)}{x - 1} = 2a$$

$4 = 2a$ 이어야 하므로 $a = 2$ 이고 $\textcircled{7}$ 에 의해 $b = 2$ 이다.

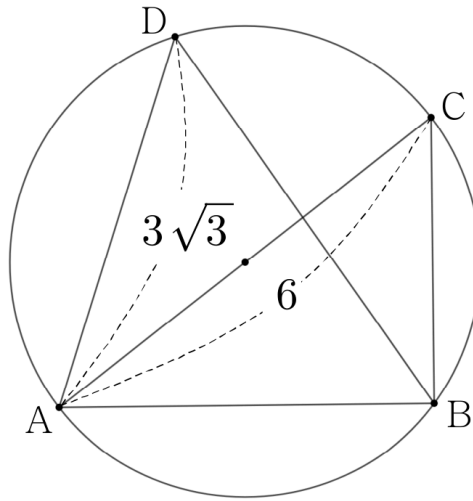
따라서 $a - b = 0$ 이다.

■ 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
	함수 $f(x)$가 $x = 1$에서 미분가능하므로 $x = 1$에서 연속이다. 즉, $\lim_{x \rightarrow 1-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1+} f(x) = f(1)$ $\lim_{x \rightarrow 1-} f(x) = x^3 + x^2 - x + 3 = 1 + 1 - 1 + 3 = 4$ $\lim_{x \rightarrow 1+} f(x) = a + b$ $f(1) = a + b$ 이므로 $a + b = 4 \quad \dots\dots\textcircled{7}$	4
	함수 $f(x)$가 $x = 1$에서 미분가능하므로 $\lim_{x \rightarrow 1-} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} \text{ 을 만족한다.}$ $\lim_{x \rightarrow 1-} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1-} \frac{x^3 + x^2 - x + 3 - (a + b)}{x - 1} = 4$ $\lim_{x \rightarrow 1+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1+} \frac{ax^2 + b - (a + b)}{x - 1} = 2a$ $4 = 2a$ 이어야 하므로 $a = 2$ 이고 $\textcircled{7}$에 의해 $b = 2$ 이다. 따라서 $a - b = 0$이다.	4

문항 12

12. 그림과 같이 길이가 6인 선분 AC를 지름으로 하는 원에 내접하는 두 삼각형 ABC, ABD가 있다.



다음은 $\overline{AD} = 3\sqrt{3}$ 이고 $\sin(\angle CAB) = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 일 때, $\overline{BD}$ 의 길이를 구하는 과정이다.

(가), (나), (다), (라)에 들어갈 가장 알맞은 수를 구하시오.

선분 AC가 원의 지름이므로 삼각형 ABC는 $\angle B = \frac{\pi}{2}$ 인 직각삼각형이다.

$\sin(\angle CAB) = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 이므로 $\overline{BC} = \boxed{\text{(가)}}$ 이고 $\overline{AB} = \boxed{\text{(나)}}$ 이다.

$\angle ADB = \angle ACB$ 이므로 $\cos(\angle ADB) = \boxed{\text{(다)}}$ 이다.

$\overline{BD} = x$ 라 하면 삼각형 ABD에서 코사인법칙에 의하여

x 에 대한 이차방정식 $x^2 + \boxed{\text{(라)}} x + 3 = 0$ 을 얻는다.

그러므로 $x = \dots\dots$. (이하 생략)

■ 예시 답안

선분 AC가 원의 지름이므로 삼각형 ABC는 $\angle B = \frac{\pi}{2}$ 인 직각삼각형이다.

$\sin(\angle CAB) = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 이므로 $\overline{BC} = 2\sqrt{3}$ 이고 $\overline{AB} = 2\sqrt{6}$ 이다.

$\angle ADB = \angle ACB$ 이므로 $\cos(\angle ADB) = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 이다.

(가) $2\sqrt{3}$, (나) $2\sqrt{6}$, (다) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

$\overline{BD} = x$ 라 하면 삼각형 ABD에서 코사인법칙에 의하여

$\overline{AB}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{BD}^2 - 2\overline{AD} \times \overline{BD} \times \cos(\angle ADB)$ 이므로

x 에 대한 이차방정식 $x^2 - 6x + 3 = 0$ 을 얻는다.

그러므로 $x = \dots\dots$. (이하 생략)

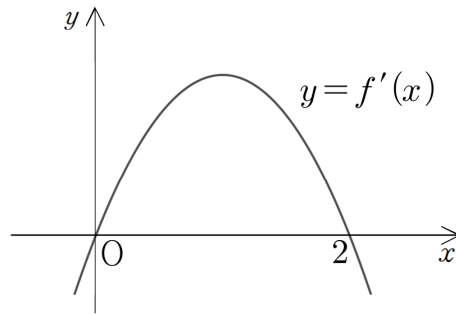
(라) -6

■ 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
	선분 AC가 원의 지름이므로 삼각형 ABC는 $\angle B = \frac{\pi}{2}$인 직각삼각형이다. $\sin(\angle CAB) = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 이므로 $\overline{BC} = 2\sqrt{3}$ 이고 $\overline{AB} = 2\sqrt{6}$ 이다. $\angle ADB = \angle ACB$ 이므로 $\cos(\angle ADB) = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 이다. (가) $2\sqrt{3}$, (나) $2\sqrt{6}$, (다) $\frac{\sqrt{3}}{3}$	4
	$\overline{BD} = x$라 하면 삼각형 ABD에서 코사인법칙에 의하여 $\overline{AB}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{BD}^2 - 2\overline{AD} \times \overline{BD} \times \cos(\angle ADB)$이므로 x에 대한 이차방정식 $x^2 - 6x + 3 = 0$을 얻는다. 그러므로 $x = \dots\dots$. (이하 생략) (라) -6	4

문항 13

13. 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $y = f'(x)$ 의 그래프가 그림과 같고 $f'(0) = f'(2) = 0$ 이다.



함수 $f(x)$ 의 극솟값이 -1 이고 극댓값이 3 일 때, $f(-1)$ 의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

■ 예시 답안

이차함수 $y = f'(x)$ 가 $f'(0) = f'(2) = 0$ 이고 위로 볼록하므로

$$f'(x) = ax(x-2) = ax^2 - 2ax \quad (a < 0)$$

$$\text{그러므로 } f(x) = \frac{1}{3}ax^3 - ax^2 + C \quad (C \text{는 상수})$$

따라서 $x = 0$ 일 때 극소이고 극솟값은 $f(0) = C = -1$

$$x = 2 \text{일 때 극대이고 극댓값은 } f(2) = \frac{8}{3}a - 4a - 1 = 3$$

$$\text{즉, } a = -3$$

따라서 $f(x) = -x^3 + 3x^2 - 1$ 이고 $f(-1) = 3$

■ 채점 기준

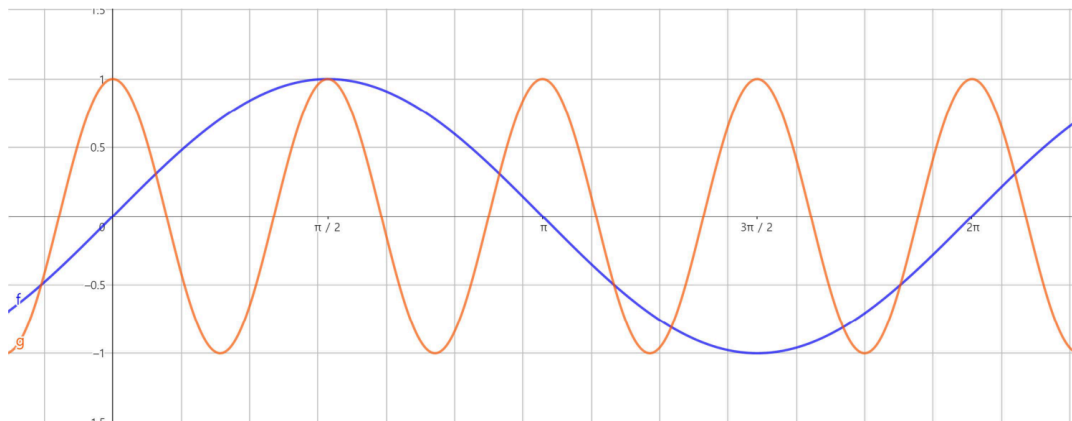
하위 문항	채점 기준	배점
	이차함수 $y = f'(x)$ 가 $f'(0) = f'(2) = 0$ 이고 위로 볼록하므로 $f'(x) = ax(x-2) = ax^2 - 2ax \quad (a < 0)$ 그러므로 $f(x) = \frac{1}{3}ax^3 - ax^2 + C \quad (C \text{는 상수})$	4
	따라서 $x = 0$ 일 때 극소이고 극솟값은 $f(0) = C = -1$ $x = 2$ 일 때 극대이고 극댓값은 $f(2) = \frac{8}{3}a - 4a - 1 = 3$ 즉, $a = -3$ 따라서 $f(x) = -x^3 + 3x^2 - 1$ 이고 $f(-1) = 3$	4

문항 14

14. $0 \leq x \leq 2\pi$ 에서 방정식 $\sin x = \cos 4x$ 의 모든 근의 합을 구하는 과정을 서술하시오.

■ 예시 답안

두 함수 $y = \sin x$ 와 $y = \cos 4x$ 의 그래프를 그리면 다음과 같다.



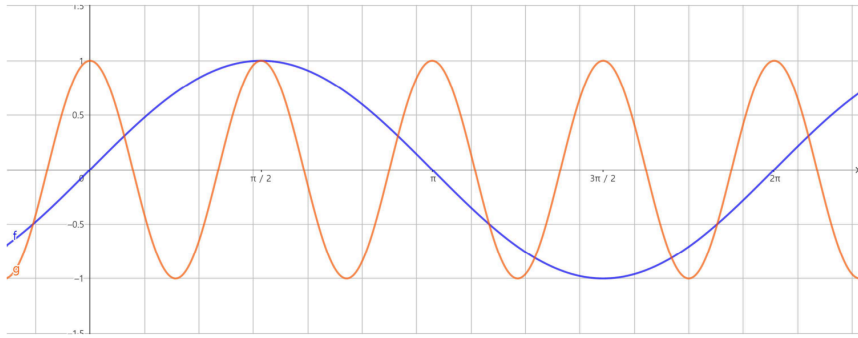
두 그래프의 교점의 x 좌표를 순서대로 $x_1 < x_2 < \dots < x_7$ 라 하면 함수의 대칭성에 의해서

$$\frac{x_1 + x_3}{2} = \frac{\pi}{2}, x_2 = \frac{\pi}{2}, \frac{x_4 + x_7}{2} = \frac{3\pi}{2}, \frac{x_5 + x_6}{2} = \frac{3\pi}{2} \text{ 이다.}$$

$$x_1 + x_2 + \dots + x_7 = \frac{15\pi}{2} \text{ 이므로,}$$

$$\text{모든 근의 합은 } \frac{15\pi}{2} \text{ 이다.}$$

■ 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
	두 함수 $y = \sin x$와 $y = \cos 4x$의 그래프를 그리면 다음과 같다. 	4
	두 그래프의 교점의 x좌표를 순서대로 $x_1 < x_2 < \dots < x_7$라 하면 함수의 대칭성에 의해서 $\frac{x_1 + x_3}{2} = \frac{\pi}{2}, x_2 = \frac{\pi}{2}, \frac{x_4 + x_7}{2} = \frac{3\pi}{2}, \frac{x_5 + x_6}{2} = \frac{3\pi}{2} \text{ 이다.}$ $x_1 + x_2 + \dots + x_7 = \frac{15\pi}{2} \text{ 이므로,}$ 모든 근의 합은 $\frac{15\pi}{2}$ 이다.	4

문항 15

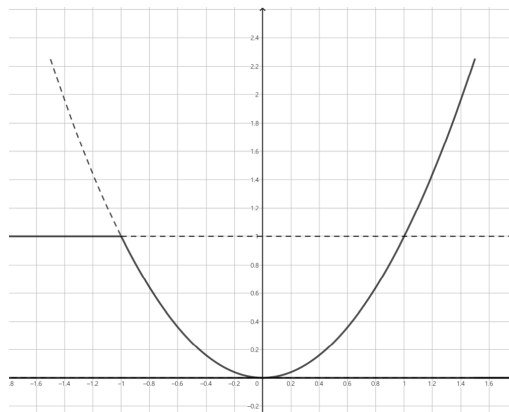
15. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 모든 실수 x 에 대하여 $\{f(x)\}^2 - (x^2 + 1)f(x) + x^2 = 0$
 (나) 함수 $f(x)$ 는 $x = -1$ 에서만 미분가능하지 않다.
 (다) 함수 $f(x)$ 의 최솟값은 0이다.

$f(-2) + f'(2)$ 의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

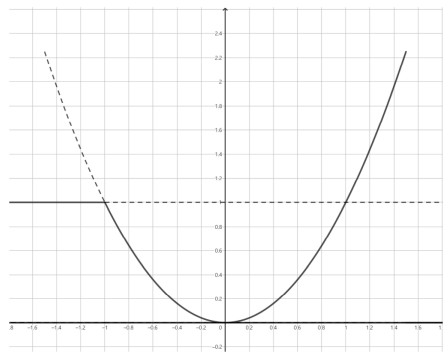
■ 예시 답안

$\{f(x)\}^2 - (x^2 + 1)f(x) + x^2 = 0$ 이므로 $(f(x) - x^2)(f(x) - 1) = 0$ 이다.
 그러므로 문제의 조건을 만족하는 함수의 그래프를 표현하면 다음과 같다.



그러므로 $f(-2) = 1$ 이고 $f'(x) = 2x$, $f'(2) = 4$ 이다.
 따라서 $f(-2) + f'(2) = 5$ 이다.

■ 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
	$\{f(x)\}^2 - (x^2 + 1)f(x) + x^2 = 0$ 이므로 $(f(x) - x^2)(f(x) - 1) = 0$ 이다. 따라서 (주어진 x 에 대하여) $f(x) = x^2$ 또는 $f(x) = 1$ 을 만족한다.	4
	그러므로 문제의 조건을 만족하는 함수의 그래프를 표현하면 다음과 같다.  그러므로 $f(-2) = 1$ 이고 $f'(x) = 2x$, $f'(2) = 4$ 이다. 따라서 $f(-2) + f'(2) = 5$ 이다.	4

2025학년도 인문계열

문항 10

10. 함수 $y = \log_{\frac{1}{4}} x$ 의 그래프를 x 축에 대하여 대칭이동한 후, x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 1만큼 평행이동시킨 그래프가 점 $(a, 2)$ 를 지날 때, 상수 a 의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

예시 답안

$$a = 6$$

풀이

함수 $y = \log_{\frac{1}{4}} x$ 의 그래프를 x 축에 대하여 대칭이동한 그래프를 나타내는 함수는 $y = -\log_{\frac{1}{4}} x$ 이고

이 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 1만큼 평행이동시킨 함수는

$$y = -\log_{\frac{1}{4}}(x - 2) + 1 \text{ (또는 } y = \log_4(x - 2) + 1 \text{)} \text{이다.}$$

이 함수가 점 $(a, 2)$ 를 지나므로

$$2 = -\log_{\frac{1}{4}}(a - 2) + 1 = \log_4(a - 2) + 1$$

$$\log_4(a - 2) = 1, a - 2 = 4 \text{이므로 } a = 6$$

채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
	$y = -\log_{\frac{1}{4}}(x - 2) + 1 = \log_4(x - 2) + 1$ 을 구하면 (또는 $y = \frac{1}{2} \log_2(x - 2) + 1$)	4점
	식 $2 = -\log_{\frac{1}{4}}(a - 2) + 1$ 을 구하면 (또는 $2 = \frac{1}{2} \log_2(a - 2) + 1$ 또는 $2 = \log_4(a - 2) + 1$)	2점
	$a = 6$ 을 구하면	2점

문항 11

11. $\int_0^3 x|x-2| dx$ 의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

예시 답안

$$\frac{8}{3}$$

풀이

$$\begin{aligned} \int_0^3 x|x-2| dx &= \int_0^2 -x(x-2)dx + \int_2^3 x(x-2)dx \\ &= \int_0^2 (-x^2 + 2x)dx + \int_2^3 (x^2 - 2x)dx \\ &= \left[-\frac{1}{3}x^3 + x^2\right]_0^2 + \left[\frac{1}{3}x^3 - x^2\right]_2^3 \\ &= \left(-\frac{8}{3} + 4\right) + \left(\frac{19}{3} - 5\right) \\ &= \frac{8}{3} \end{aligned}$$

채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
	$\int_0^3 x x-2 dx = \int_0^2 -x(x-2)dx + \int_2^3 x(x-2)dx$ (절댓값을 나누면 2점, 구간을 나누어 계산하면 2점)	4점
	$= \int_0^2 (-x^2 + 2x)dx + \int_2^3 (x^2 - 2x)dx$ $= \left[-\frac{1}{3}x^3 + x^2\right]_0^2 + \left[\frac{1}{3}x^3 - x^2\right]_2^3$ (원시함수로 적분을 올바르게 계산하면)	2점
	$\frac{8}{3}$ 을 구하면	2점

문항 12

12. 함수

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 1}{ax^2 - a} & (x > 1) \\ \frac{3}{8} & (x \leq 1) \end{cases}$$

이 $x = 1$ 에서 연속이 되도록 하는 양수 a 의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

■ 예시 답안

$\lim_{x \rightarrow 1-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1+} f(x) = f(1)$ 이어야 하고

$$\lim_{x \rightarrow 1+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1+} \frac{x^3 - 1}{a(x^2 - 1)} = \lim_{x \rightarrow 1+} \frac{x^2 + x + 1}{a(x + 1)} = \frac{3}{2a} \text{ 이므로}$$

$$\frac{3}{2a} = \frac{3}{8}$$

즉, $a = 4$

■ 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
	$\lim_{x \rightarrow 1+} f(x) = \frac{3}{2a}$ 를 구하면	4점
	식 $\frac{3}{2a} = \frac{3}{8}$ 을 세우면	2점
	$a = 4$ 를 구하면	2점

문항 13

13. 삼차함수 $f(x) = ax^3 + 3x^2 + 3ax + 1$ 이 실수 전체의 집합에서 증가하도록 하는 실수 a 의 최솟값을 구하는 과정을 서술하시오.

■ 예시 답안

풀이

함수 $f(x) = ax^3 + 3x^2 + 3ax + 1$ 가

실수 전체의 집합에서 증가하기 위해서는 $a > 0$ 이고

$f'(x) = 3ax^2 + 6x + 3a \geq 0$ 이어야 하므로,

2차 방정식 $3ax^2 + 6x + 3a = 0$ 의 판별식을 D 라 하면

$\frac{D}{4} = 9 - 9a^2 \leq 0$ 이어야 한다.

$a^2 \geq 1$, 즉 $a \geq 1$ 또는 $a \leq -1$

그런데 $a > 0$ 이므로

a 의 최솟값은 1이다.

■ 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
	$f'(x) = 3ax^2 + 6x + 3a$ (미분을 올바르게 하면 2점)	2점
	$\frac{D}{4} = 9 - 9a^2 \leq 0$ 를 구하면 (또는 $1 - a^2 \leq 0$)	4점
	a 의 최솟값은 1을 구하면	2점

문항 14

14. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여 $a_n + a_{n+8} = 5$ 를 만족시킨다.

$\sum_{n=1}^4 a_{2n} = 1$ 일 때, $\sum_{n=1}^{36} a_{2n}$ 의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

예시 답안

$$\begin{aligned} a_2 + a_{10} &= 5 & a_{10} + a_{18} &= 5 \\ a_4 + a_{12} &= 5 & a_{12} + a_{20} &= 5 & \cdots \\ a_6 + a_{14} &= 5 & a_{14} + a_{22} &= 5 \\ a_8 + a_{16} &= 5 & a_{16} + a_{24} &= 5 \end{aligned}$$

각각 변끼리 더하면

$$a_2 + a_4 + \cdots + a_{16} = 20, \quad a_{10} + a_{12} + \cdots + a_{24} = 20$$

$$\sum_{n=1}^4 a_{2n} = a_2 + a_4 + a_6 + a_8 = 1 \text{ 이므로}$$

$$\sum_{n=5}^8 a_{2n} = a_{10} + a_{12} + a_{14} + a_{16} = 20 - 1 = 19$$

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^{36} a_{2n} &= \left(\sum_{n=1}^4 a_{2n} + \sum_{n=5}^8 a_{2n} \right) + \left(\sum_{n=9}^{12} a_{2n} + \sum_{n=13}^{16} a_{2n} \right) + \cdots + \sum_{n=33}^{36} a_{2n} \\ &= (1 + 19) + (1 + 19) + \cdots + (1 + 19) + 1 = 20 \times 4 + 1 = 81 \end{aligned}$$

채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
	$a_2 + a_4 + \cdots + a_{16} = 20$ 와 같이, 8개 항을 더하여 20이 나오면 또는 $a_{10} + a_{12} + a_{14} + a_{16} = 19$ 와 같이, 4개 항을 더하여 19가 나오면	4점
	$\sum_{n=1}^{36} a_{2n}$ 을 4개 항들의 합 또는 8개 항들의 합으로 나누면	2점
	81이 나오면	2점

문항 15

15. $-2 \leq x \leq 4$ 일 때, 방정식 $|\sin \pi x|^2 - \cos^2 \pi x = 0$ 의 모든 근의 합을 구하는 과정을 서술하시오.

■ 예시 답안

풀이

$$\sin^2 \pi x - \cos^2 \pi x = \sin^2 \pi x - (1 - \sin^2 \pi x) = 2 \sin^2 \pi x - 1 = 0$$

이므로 $\sin \pi x = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}$ 이고

$0 \leq x \leq 2$ 에서 근 $x = \frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{5}{4}, \frac{7}{4}$ 이고 근의 합은 4이다.

이와 같은 방법으로 하면, 주기가 2이므로

$2 \leq x \leq 4$ 에서 모든 근의 합은 $4 + 8 = 12$ 이고

$-2 \leq x \leq 0$ 에서 모든 근의 합은 $4 - 8 = -4$ 이다.

그러므로 구하는 값은 12이다.

별해 1

$$\sin^2 \pi x - \cos^2 \pi x = (\sin \pi x - \cos \pi x)(\sin \pi x + \cos \pi x) = 0$$

i) $\sin \pi x = \cos \pi x$ 의 $0 \leq x \leq 2$ 에서의 해 $x = \frac{1}{4}, \frac{5}{4}$ 이고

ii) $\sin \pi x = -\cos \pi x$ 의 $0 \leq x \leq 2$ 에서의 해 $x = \frac{3}{4}, \frac{7}{4}$ 이다.

그러므로 $0 \leq x \leq 2$ 에서 모든 근의 합은 4이다.

이와 같은 방법으로 하면, 주기가 2이므로

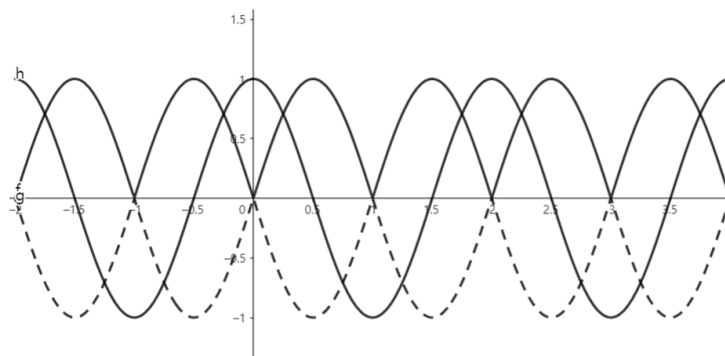
$0 \leq x \leq 4$ 일 때 모든 근의 합은

$$4 + (4 + 8) = 4 \times (1 + 3) \text{ 이고}$$

$-2 \leq x \leq 0$ 일 때, 모든 근의 합은 $4 \times (-1)$ 이다.

그러므로 구하는 값은 12이다.

별해 2



$0 \leq x \leq 2$ 구간에서

$|\sin \pi x| - \cos \pi x = 0$ 의 근은 1에 대하여 대칭이므로 $\frac{x_1 + x_2}{2} = 1$ 이다.

$\cos \pi x + |\sin \pi x| = 0$ 의 근도 역시 1에 대하여 대칭이므로 $\frac{x_3 + x_4}{2} = 1$ 이다.

그러므로 $0 \leq x \leq 2$ 에서 모든 근의 합은 4이다.

$2 \leq x \leq 4$ 구간에서

$|\sin \pi x| - \cos \pi x = 0$ 의 근은 3에 대하여 대칭이므로 $\frac{x_1 + x_2}{2} = 3$ 이다.

$\cos \pi x + |\sin \pi x| = 0$ 의 근도 역시 3에 대하여 대칭이므로 $\frac{x_3 + x_4}{2} = 3$ 이다.

그러므로 $2 \leq x \leq 4$ 에서 모든 근의 합은 $12 = 4 \times 3$ 이다.

$0 < x \leq 4$ 일 때, 모든 근의 합은 $4 \times (1 + 3)$ 이고

$-2 \leq x \leq 0$ 일 때, 모든 근의 합은 $4 \times (-1)$ 이다.

그러므로 구하는 값은 12이다.

■ 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
	$ \sin \pi x ^2 - \cos^2 \pi x = 0$ 을 $\cos^2 \pi x = 1 - \sin^2 \pi x$ (또는 $\sin^2 \pi x + \cos^2 \pi x = 1$)을 이용하여 변형을 하면	2점
	$\sin \pi x = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}$ 와 같은 식을 구하면	2점
	$0 \leq x \leq 2$ 에서 근 $x = \frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{5}{4}, \frac{7}{4}$ 또는 $2 \leq x \leq 4$ 에서의 근 $x = 2 + \frac{1}{4}, 2 + \frac{3}{4}, 2 + \frac{5}{4}, 2 + \frac{7}{4}$ 을 구하면	2점
	12를 구하면	2점

별해 1 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
	$ \sin \pi x ^2 - \cos^2 \pi x = 0$ 을 $(\sin \pi x - \cos \pi x)(\sin \pi x + \cos \pi x) = 0$ 으로 변형하면	2점
	$\sin \pi x = \cos \pi x$ 의 $0 \leq x \leq 2$ 에서의 해 $x = \frac{1}{4}, \frac{5}{4}$ 또는 $\sin \pi x = -\cos \pi x$ 의 $0 \leq x \leq 2$ 에서의 해 $x = \frac{3}{4}, \frac{7}{4}$ 를 구하면	2점
	$0 \leq x \leq 2$ 에서 근의 합이 4. 또는 $2 \leq x \leq 4$ 에서의 근의 합이 12임을 구하면	2점
	12를 구하면	2점

별해 2 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
	$ \sin \pi x - \cos \pi x = 0$ 의 근은 1에 대하여 대칭이므로 $\frac{x_1 + x_2}{2} = 1$ 또는 $\cos \pi x + \sin \pi x = 0$ 의 근도 역시 1에 대하여 대칭이므로 $\frac{x_3 + x_4}{2} = 1$ 을 구하면 4점	4점
	$0 \leq x \leq 2$ 에서의 근의 합이 4 또는 $2 \leq x \leq 4$ 에서 근의 합이 12 를 구하면 2점.	2점
	12를 구하면	2점

2025학년도 자연계열

문항 7

7. $\log_9 a + \log_9 b = \frac{7}{2}$ 을 만족시키는 두 자연수 a, b 의 모든 순서쌍 (a, b) 의 개수를 구하는 과정을 서술하시오.

예시 답안

풀이

$$\log_9 a + \log_9 b = \frac{7}{2} \text{에서 } \log_9 ab = \frac{7}{2}$$

$$ab = 9^{\frac{7}{2}} = (3^2)^{\frac{7}{2}} = 3^7$$

따라서 조건을 만족시키는 순서쌍 (a, b) 는

$(1, 3^7), (3^1, 3^6), (3^2, 3^5), \dots, (3^6, 3^1), (3^7, 1)$ 이고

그 개수는 8이다.

채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
	$\log_9 ab = \frac{7}{2}$ 을 구하면	4점
	$ab = 3^7$ 을 구하면	2점
	8을 구하면	2점

문항 8

8. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{2x-a}-x}{x-3} = b$ 일 때, 두 상수 a, b 의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

예시 답안

풀이

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{2x-a}-x}{x-3} = b \quad \dots\dots \textcircled{7}$$

⑦에서 $x \rightarrow 3$ 일 때 (분모) $\rightarrow 0$ 이고 극한값이 존재하므로

(분자) $\rightarrow 0$ 이어야 한다. 즉,

$$\lim_{x \rightarrow 3} \sqrt{2x-a}-x = \sqrt{6-a}-3 = 0$$

$\sqrt{6-a}=3$ 에서 $a = -3$

$$\begin{aligned} \textcircled{7} \text{에서 } b &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{2x+3}-x}{x-3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(\sqrt{2x+3}-x)(\sqrt{2x+3}+x)}{(x-3)(\sqrt{2x+3}+x)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x+3-x^2}{(x-3)(\sqrt{2x+3}+x)} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{-(x-3)(x+1)}{(x-3)(\sqrt{2x+3}+x)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{-(x+1)}{(\sqrt{2x+3}+x)} = -\frac{4}{6} = -\frac{2}{3} \end{aligned}$$

정답

$$a = -3, b = -\frac{2}{3}.$$

채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
	$\sqrt{6-a}=3$ 을 구하면	2점
	$a = -3$ 을 구하면	2점
	$b = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{2x+3}-x}{x-3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(\sqrt{2x+3}-x)(\sqrt{2x+3}+x)}{(x-3)(\sqrt{2x+3}+x)}$ 을 구하면	2점
	$-\frac{2}{3}$ 을 구하면	2점

문항 9

9. 등차수열 $\{a_n\}$ 이 $a_1 = 36$ 이고 $|a_{10}| = |a_{28}|$ 일 때, $a_m = -10$ 을 만족시키는 자연수 m 의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

■ 예시 답안

풀이

$a_n = 36 + (n-1)d$ 라 하자.

$a_1 = 36$, $|a_{10}| = |a_{28}|$ 이므로 $|36 + 9d| = |36 + 27d|$ 이고,

$36 + 9d = \pm(36 + 27d)$ 이다.

i) $36 + 9d = 36 + 27d$ 인 경우 $d = 0$ 이 되고 $a_m = -10$ 을 만족시키는 m 이 존재할 수 없다.

ii) $36 + 9d = -(36 + 27d)$ 인 경우 $d = -2$ 이고 $a_n = 38 - 2n$ 이다.

$38 - 2m = -10$ 이므로 $m = 24$ 이다.

■ 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
	식 $ 36 + 9d = 36 + 27d $ 를 세우면	2
	$d = -2$ 를 구하면	4
	$m = 24$ 를 구하면	2

문항 10

10. 0이 아닌 상수 a 에 대하여 함수 $f(x)$ 가 다음과 같다.

$$f(x) = \begin{cases} x & (x > 0) \\ x + a & (x \leq 0) \end{cases}$$

함수 $g(x) = \{f(x) - 1\}\{f(x) + 2\}$ 가 $x = 0$ 에서 연속일 때, a 의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

■ 예시 답안

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = a, \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 0$$

함수 $g(x)$ 가 $x = 0$ 에서 연속이므로, $\lim_{x \rightarrow 0^-} g(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} g(x) = g(0)$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} g(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \{f(x) - 1\}\{f(x) + 2\} = (a - 1)(a + 2)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \{f(x) - 1\}\{f(x) + 2\} = -2$$

$$(a - 1)(a + 2) = -2$$

$$a^2 + a = 0 \text{이고 } a \neq 0 \text{이므로}$$

$$a = -1$$

■ 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
	$\lim_{x \rightarrow 0^-} g(x) = (a - 1)(a + 2)$ 를 구하면	4점
	$\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x) = -2$ 를 구하면	2점
	$a = -1$ 을 구하면	2점

문항 11

11. 다항함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x-2h) - f(x)}{h} = 4x^2 + ax$$

를 만족시킨다. $f'(1) = 0$ 이고 $f(3) = -8$ 일 때, 함수 $f(x)$ 를 구하는 과정을 서술하시오. (단, a 는 상수)

■ 예시 답안

풀이

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x-2h) - f(x)}{h} = 4x^2 + ax \text{ 에서}$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x-2h) - f(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \left\{ \frac{f(x-2h) - f(x)}{-2h} \times (-2) \right\}$$

$$\text{즉, } -2f'(x) = 4x^2 + ax$$

$$f'(x) = -2x^2 - \frac{a}{2}x$$

$$f'(1) = -2 - \frac{a}{2} = 0 \text{ 이므로 } a = -4$$

$$f'(x) = -2x^2 + 2x$$

$$\text{따라서 } f(x) = -\frac{2}{3}x^3 + x^2 + C \text{ 라 놓으면}$$

$$f(3) = -18 + 9 + C = -8 \text{ 에서 } C = 1$$

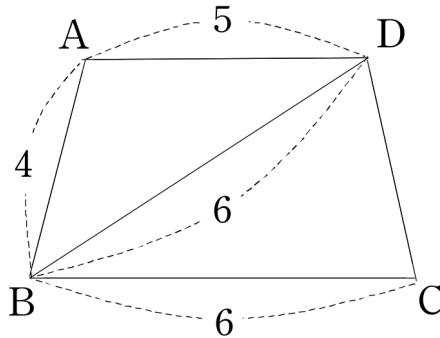
$$\text{따라서 } f(x) = -\frac{2}{3}x^3 + x^2 + 1$$

■ 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
	식 $-2f'(x) = 4x^2 + ax$ 을 구하면	4점
	$a = -4$ 를 구하면	2점
	$f(x) = -\frac{2}{3}x^3 + x^2 + 1$ 를 구하면	2점

문항 12

12. 그림과 같이 $\overline{AB} = 4$, $\overline{AD} = 5$, $\overline{BD} = \overline{BC} = 6$ 인 사다리꼴 ABCD가 있다.



다음은 사다리꼴 ABCD의 넓이를 구하는 과정이다. (가), (나), (다), (라), (마)에 들어갈 가장 알맞은 수를 구하시오.

삼각형 ABD에서 $\angle ADB = \theta$ 라 하면, 삼각형 ABD에서 코사인법칙에 의하여

$\cos \theta = \boxed{\text{가}}$ 이므로, $\sin \theta = \boxed{\text{나}}$ 이다.

따라서 삼각형 ABD의 넓이는 $\boxed{\text{다}}$ 이다.

사각형 ABCD가 사다리꼴이므로 $\angle DBC = \theta$ 이고 삼각형 BCD의 넓이는 $\boxed{\text{라}}$ 이다.

따라서 사다리꼴 ABCD의 넓이는 $\boxed{\text{마}}$ 이다.

예시 답안

풀이

삼각형 ABD에서 $\angle ADB = \theta$ 라 하면

삼각형 ABD에서 코사인법칙에 의하여

$$\cos \theta = \frac{\overline{AD}^2 + \overline{BD}^2 - \overline{AB}^2}{2 \times \overline{AD} \times \overline{BD}} = \frac{25 + 36 - 16}{2 \times 5 \times 6} = \frac{45}{60} = \frac{3}{4} \text{ (가)}$$

$0 < \theta < \pi$ 이므로

$$\sin \theta = \sqrt{1 - \cos^2 \theta} = \sqrt{1 - \frac{9}{16}} = \sqrt{\frac{7}{16}} = \frac{\sqrt{7}}{4} \text{ (나)}$$

삼각형 ABD의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times \overline{AD} \times \overline{BD} \times \sin \theta = \frac{1}{2} \times 5 \times 6 \times \frac{\sqrt{7}}{4} = \frac{15\sqrt{7}}{4} \text{ (다) ...㉠}$$

사각형 ABCD가 사다리꼴이므로 $\angle DBC = \theta$ 이다.

삼각형 BCD의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times \overline{BD} \times \overline{BC} \times \sin \theta = \frac{1}{2} \times 6 \times 6 \times \frac{\sqrt{7}}{4} = \frac{9\sqrt{7}}{2} \text{ (라) ...㉡}$$

㉠, ㉡에 의해 사각형 ABCD의 넓이는 $\frac{15\sqrt{7}}{4} + \frac{9\sqrt{7}}{2} = \frac{33\sqrt{7}}{4}$ (마)

정답(가) $\frac{3}{4}$ (나) $\frac{\sqrt{7}}{4}$ (다) $\frac{15\sqrt{7}}{4}$ (라) $\frac{9\sqrt{7}}{2}$ (마) $\frac{33\sqrt{7}}{4}$ **■ 채점 기준**

하위 문항	채점 기준	배점
	(가) $\frac{3}{4}$	4점
	(나) $\frac{\sqrt{7}}{4}$	2점
	(마) $\frac{33\sqrt{7}}{4}$	2점

문항 13

13. 다항함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$\int_1^x tf(t)dt = x^3 + ax^2 + bx$$

를 만족시킬 때, $f(b)$ 의 값을 구하는 과정을 서술하시오. (단, a, b 는 상수이다.)

■ 예시 답안

위 조건식에서 $x = 1$ 을 대입하면 $0 = 1 + a + b, a + b = -1$ 이다.

위 조건식의 양변을 미분하면 $xf(x) = 3x^2 + 2ax + b$ 이고

양변에 $x = 0$ 을 대입하면 $b = 0$ 이고

$a = -1$ 이다.

그러므로 $f(x) = 3x - 2$ 이고 $f(b) = f(0) = -2$ 이다.

■ 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
	$0 = 1 + a + b$ 또는 $a + b = -1$	2
	$xf(x) = 3x^2 + 2ax + b$	4
	$f(b) = f(0) = -2$	2

하위 문항	별해 채점 기준	배점
	$xf(x) = 3x^2 + 2ax + b$	4
	$0 = 1 + a + b$ 또는 $a + b = -1$	2
	$f(b) = f(0) = -2$	2

문항 14

14. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $f(-1) = 0$ 이고 함수 $|f(x)|$ 는 $x = \alpha$ ($\alpha \neq -1$)에서만 미분가능하지 않다. (단, α 는 상수)
 (나) 함수 $f(x)$ 의 극솟값은 -4 이다.

함수 $f(x)$ 를 구하는 과정을 서술하시오.

■ 예시 답안

(가) 조건에 의해 함수 $f(x)$ 는 $x = -1$ 에서 x 축에 접하고 $x = \alpha$ 가 근이어야 한다.

즉, $f(x) = (x+1)^2(x-\alpha)$ 이다.

$$f'(x) = 2(x+1)(x-\alpha) + (x+1)^2 = 0$$

$$(x+1)\{2(x-\alpha) + x+1\} = 0$$

$x = -1$ 또는 $x = \frac{2\alpha-1}{3}$ 이다.

함수 $f(x)$ 는 $x = -1$ 에서 극댓값을 가지므로 극솟값을 가지는 x 는 $\frac{2\alpha-1}{3}$ 이다.

$$f\left(\frac{2\alpha-1}{3}\right) = \left(\frac{2\alpha-1}{3} + 1\right)^2 \left(\frac{2\alpha-1}{3} - \alpha\right) = \frac{-4(\alpha+1)^3}{27} = -4$$

$$(\alpha+1)^3 = 27, \alpha = 2$$

$$\text{그러므로 } f(x) = (x+1)^2(x-2)$$

■ 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
	$f(x) = (x+1)^2(x-\alpha)$	4
	극솟값을 가지는 x 는 $\frac{2\alpha-1}{3}$	2
	$f(x) = (x+1)^2(x-2)$	2

문항 15

15. 함수 $f(x) = x^3 + x - 1$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 하자.

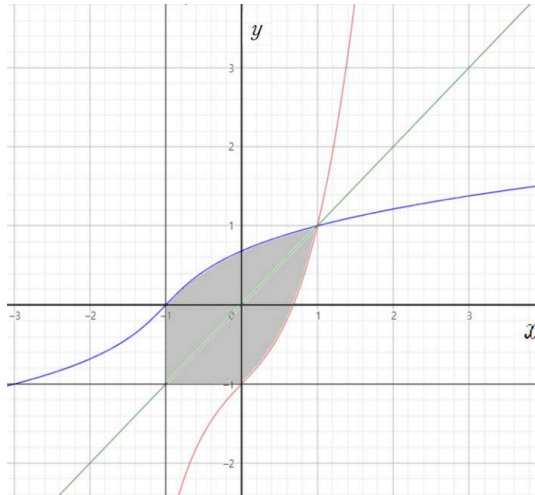
두 곡선 $y = f(x), y = g(x)$ 와 두 직선 $x = -1, y = -1$ 로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하는 과정을 서술하시오.

예시 답안

$f'(x) = 3x^2 + 1 > 0$ 이므로 함수 f 는 실수 전체의 집합에서 증가하고, 역함수 $g(x)$ 가 존재한다.

$x = x^3 + x - 1$ 에서 $x^3 - 1 = 0$ 이므로 $f(1) = 1$ 이고 $g(1) = 1$ 즉 교점은 $(1, 1)$

또 $f(0) = -1$ 이므로 $g(-1) = 0$



$$\begin{aligned} S &= 1 + 2 \int_0^1 \{x - (x^3 + x - 1)\} dx \\ &= 1 + 2 \int_0^1 (-x^3 + 1) dx = 1 + 2 \left[-\frac{1}{4}x^4 + x \right]_0^1 = 1 + 2 \cdot \frac{3}{4} = \frac{5}{2} \end{aligned}$$

별해1

$f'(x) = 3x^2 + 1 > 0$ 이므로 함수 f 는 실수 전체의 집합에서 증가하고, 역함수 $g(x)$ 가 존재한다.

$x = x^3 + x - 1$ 에서 $x^3 - 1 = 0$ 이므로 $f(1) = 1$ 이고 $g(1) = 1$ 즉 교점은 $(1, 1)$

또 $f(0) = -1$ 이므로 $g(-1) = 0$

$$S = 4 - 2 \int_0^1 \{f(x) - (-1)\} dx = 4 - 2 \int_0^1 \{(x^3 + x - 1) - (-1)\} dx = 4 - 2 \cdot \frac{3}{4} = \frac{5}{2}$$

별해2

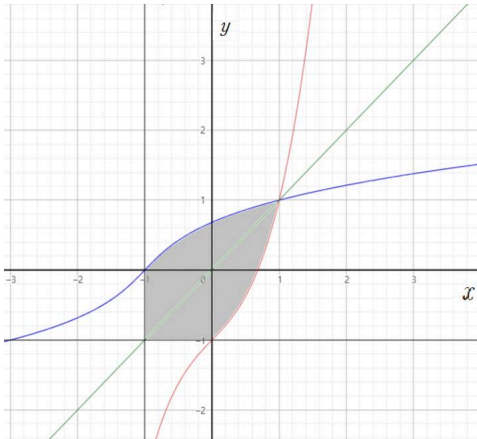
$f'(x) = 3x^2 + 1 > 0$ 이므로 함수 f 는 실수 전체의 집합에서 증가하고, 역함수 $g(x)$ 가 존재한다.

$x = x^3 + x - 1$ 에서 $x^3 - 1 = 0$ 이므로 $f(1) = 1$ 이고 $g(1) = 1$ 즉 교점은 $(1, 1)$

또 $f(0) = -1$ 이므로 $g(-1) = 0$

$$\begin{aligned} S &= 2 \left[\int_{-1}^1 \{x - f(x)\} dx - \int_{-1}^0 \{(-1) - f(x)\} dx \right] \\ &= 2 \left[\int_{-1}^1 \{(-x^3 + 1)\} dx - \int_{-1}^0 \{(-x^3 - x)\} dx \right] = 2 \left[2 - \frac{3}{4} \right] = \frac{5}{2} \end{aligned}$$

■ 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
	 (구하는 영역을 잘 표현하면 2점 가능) 식 $S = 1 + 2 \int_0^1 \{x - (x^3 + x - 1)\} dx$ 을 세우면 (그래프 없어도 식을 올바르게 세우면 6점)	6점
	$\frac{5}{2}$ 을 구하면 2점	2점
하위 문항	별해1 채점 기준	배점
	(구하는 영역을 잘 표현하면 2점 가능) 식 $S = 4 - 2 \int_0^1 \{f(x) - (-1)\} dx$ 을 구하면 (그래프 없어도 식을 올바르게 구하면 6점)	6점
	$\frac{5}{2}$ 을 구하면 2점	2점
하위 문항	별해2 채점 기준	배점
	(구하는 영역을 잘 표현하면 2점 가능) 식 $S = 2 \left[\int_{-1}^1 \{x - f(x)\} dx - \int_{-1}^0 \{(-1) - f(x)\} dx \right]$ 을 구하면 (그래프 없어도 식을 올바르게 구하면 6점)	6점
	$\frac{5}{2}$ 을 구하면 2점	2점

2024학년도 인문계열

문항 10

10. $\sum_{k=1}^N k^2 = \sum_{k=1}^N 3k$ 일 때, 자연수 N 의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

예시 답안

$\sum_{k=1}^N k^2 = \frac{N(N+1)(2N+1)}{6}$ 이고 $\sum_{k=1}^N 3k = \frac{3N(N+1)}{2}$ 이므로
 $\frac{N(N+1)(2N+1)}{6} = \frac{3N(N+1)}{2}$ 이고 $N \geq 1$ 이므로 $2N+1 = 9$ 이다.
따라서 자연수 $N = 4$ 이다.

채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
	$\sum_{k=1}^N k^2 = \frac{N(N+1)(2N+1)}{6}$ 이고 $\sum_{k=1}^N 3k = \frac{3N(N+1)}{2},$	4점
	$\frac{N(N+1)(2N+1)}{6} = \frac{3N(N+1)}{2}$ 이고 $N \geq 1$ 이므로 $2N+1 = 9$ 따라서 자연수 $N = 4$ 이다.	4점

문항 11

11. 정의역이 $\{x \mid -1 \leq x \leq 1\}$ 인 함수 $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{2x-3} - a$ 의 최댓값이 b 이고 최솟값이 1일 때, $a - b$ 의 값을 구하는 과정을 서술하시오. (단, a, b 는 상수)

■ 예시 답안

$0 < \frac{1}{2} < 1$ 이므로 $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{2x-3} - a$ 는 감소함수이고

정의역이 $\{x \mid -1 \leq x \leq 1\}$ 인 $f(x)$ 는 $x = -1$ 일 때 최댓값을 갖고 $x = 1$ 일 때 최솟값을 갖는다.

$$f(-1) = \left(\frac{1}{2}\right)^{-5} - a = b \text{ 이고 (또는 } 2^5 - a = b)$$

$$f(1) = \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} - a = 1 \text{ 이다. (또는 } 2 - a = 1)$$

$$a = 1, b = 31$$

$$\therefore a - b = -30$$

■ 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
	$f(-1) = \left(\frac{1}{2}\right)^{-5} - a = b \text{ 이고 (또는 } 2^5 - a = b)$ $f(1) = \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} - a = 1 \text{ (또는 } 2 - a = 1)$	4점
	$a = 1$ $b = 31$ $\therefore a - b = -30$	4점

문항 12

12. 함수 $f(x) = \begin{cases} -3ax + a^2 & (x < 2) \\ 2x - a & (x \geq 2) \end{cases}$ 가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 모든 실수 a 의 값의 합을 구하는 과정을 서술하시오.

■ 예시 답안

실수 전체의 집합에서 연속이 되려면 $\lim_{x \rightarrow 2-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2+} f(x) = f(2)$ 이다.

$$\lim_{x \rightarrow 2-} f(x) = -6a + a^2, \lim_{x \rightarrow 2+} f(x) = 4 - a = f(2)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2+} f(x) \text{이므로 } -6a + a^2 = 4 - a \text{ (또는 } a^2 - 5a - 4 = 0)$$

이차방정식 $a^2 - 5a - 4 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$D = (-5)^2 - 4 \times (-4) = 41 > 0$$

이므로 근과 계수와의 관계에 의하여, 모든 실수 a 의 값의 합은 5이다.

■ 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
	$-6a + a^2 = 4 - a$ (또는 $a^2 - 5a - 4 = 0$)	4점
	이차방정식 $a^2 - 5a - 4 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면 $D = (-5)^2 - 4 \times (-4) = 25 + 16 = 41 > 0$ 이므로 근과 계수와의 관계에 의하여, 모든 실수 a 의 값의 합은 5이다.	4점

문항 13

13. 삼각형 ABC에서 $\overline{AB} = 4$, $\overline{AC} = 3$ 이다. 삼각형 ABC의 넓이가 5일 때, $\tan A$ 의 값을 구하는 과정을 서술하시오. (단, $\frac{\pi}{2} < \angle A < \pi$)

■ 예시 답안

삼각형 ABC의 넓이를 S 라고 하면 $S = \frac{1}{2} \overline{AB} \times \overline{AC} \sin A = 5$

$$\frac{1}{2} \times 4 \times 3 \times \sin A = 5 \quad \therefore \sin A = \frac{5}{6}$$

$$\cos^2 A = 1 - \frac{25}{36} = \frac{11}{36} \text{ 이고 } \frac{\pi}{2} < \angle A < \pi \text{ 이므로 } \cos A = -\frac{\sqrt{11}}{6}$$

$$\therefore \tan A = \frac{\sin A}{\cos A} = -\frac{5\sqrt{11}}{11}$$

■ 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
	$\sin A = \frac{5}{6}$	4점
	$\tan A = -\frac{5\sqrt{11}}{11}$ (또는 $\tan A = -\frac{5}{\sqrt{11}}$)	4점

문항 14

14. 함수 $f(x) = -x^3 + x^2 - 2ax + 3$ 이 일대일함수일 때, 실수 a 의 최솟값을 구하는 과정을 서술하시오.

■ 예시 답안

$f(x)$ 가 일대일함수이므로 $f(x)$ 는 실수 전체에서 감소하는 함수이다.

즉, $f'(x) \leq 0$ 이고 $f'(x) = -3x^2 + 2x - 2a$ 이므로

풀이1

$3x^2 - 2x + 2a \geq 0$ 이다. 판별식을 D 라 하면

$\frac{D}{4} = 1 - 6a \leq 0$ (또는 $D = 4 - 24a \leq 0$) 이므로 $\frac{1}{6} \leq a$ 이다.

따라서 실수 a 의 최솟값은 $\frac{1}{6}$ 이다.

또는 풀이2

$3x^2 - 2x + 2a \geq 0$ 이다.

$3x^2 - 2x + 2a = 3\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 + 2a - \frac{1}{3} \geq 0$, $2a - \frac{1}{3} \geq 0$ 이므로 $a \geq \frac{1}{6}$ 이다.

따라서 실수 a 의 최솟값은 $\frac{1}{6}$ 이다.

■ 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
	$f'(x) \leq 0$ 이고 $f'(x) = -3x^2 + 2x - 2a$	4점
	<풀이1> $\frac{D}{4} = 1 - 6a \leq 0$ (또는 $D = 4 - 24a \leq 0$) a의 최솟값은 $\frac{1}{6}$ <풀이2> $3x^2 - 2x + 2a = 3\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 + 2a - \frac{1}{3} \geq 0$ a의 최솟값은 $\frac{1}{6}$	4점

문항 15

15. 다항함수 $f(x)$ 가 $\int_0^2 (2x-1)f(x)dx + \int_0^2 (x^2-x+1)f'(x)dx = 0$ 을 만족시킬 때, $\frac{f(0)}{f(2)}$ 의 값을 구하는 과정을 서술하시오. (단, $f(2) \neq 0$)

■ 예시 답안

$$\frac{d}{dx}\{(x^2-x+1)f(x)\} = (2x-1)f(x) + (x^2-x+1)f'(x) \text{ 이므로}$$

$$\int_0^2 \frac{d}{dx}\{(x^2-x+1)f(x)\}dx = 0 \text{ (또는 } [(x^2-x+1)f(x)]_0^2 = 0)$$

$$[(x^2-x+1)f(x)]_0^2 = 3f(2) - f(0) = 0 \text{ 이고}$$

$$f(2) \neq 0 \text{ 이므로 } \frac{f(0)}{f(2)} = 3$$

■ 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
	$\int_0^2 \frac{d}{dx}\{(x^2-x+1)f(x)\}dx = 0$ (또는 $[(x^2-x+1)f(x)]_0^2 = 0$)	4점
	$\frac{f(0)}{f(2)} = 3$	4점

2024학년도 자연계열

문항 7

100 이하의 자연수 a 에 대하여 $\left(a^{\frac{1}{6}}\right)^{\frac{3}{2}}$ 의 값이 자연수가 되도록 하는 모든 a 의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

예시 답안

지수법칙에 의하여

$$\left(a^{\frac{1}{6}}\right)^{\frac{3}{2}} = a^{\frac{1}{6} \times \frac{3}{2}} = a^{\frac{1}{4}}$$

$a^{\frac{1}{4}} = N$ 이라 하자 ($N = 1, 2, 3, \dots$)

$$a = N^4 \leq 100$$

$$\therefore a = 1, 16, 81$$

채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
	지수법칙에 의하여 $\left(a^{\frac{1}{6}}\right)^{\frac{3}{2}} = a^{\frac{1}{6} \times \frac{3}{2}} = a^{\frac{1}{4}}$	4
	$a^{\frac{1}{4}} = N$ 이라 하자 ($N = 1, 2, 3, \dots$) $a = N^4 \leq 100$ $\therefore a = 1, 16, 81$	4

문항 8

$\log_{x-1}(-x^2 + 3x + 10)$ 이 정의되기 위한 모든 정수 x 의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

■ 예시 답안

$x - 1 > 0$, $x - 1 \neq 1$ 이고 $-x^2 + 3x + 10 > 0$ 이다.

즉, $x > 1$, $x \neq 2$, $x^2 - 3x - 10 < 0$

$(x - 5)(x + 2) < 0$ 에서 $1 < x < 2$ 또는 $2 < x < 5$

$\therefore$ 정수 $x = 3, 4$

■ 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
	$x - 1 > 0$, $x - 1 \neq 1$ 이고 $-x^2 + 3x + 10 > 0$ 이다.	4
	$x^2 - 3x - 10 < 0$ 에서 $(x - 5)(x + 2) < 0$ 이다. $1 < x < 2$ 또는 $2 < x < 5$ $\therefore$ 정수 $x = 3, 4$	4

문항 9

$\pi < \theta < \frac{3}{2}\pi$ 인 θ 에 대하여 $\frac{\sin \theta}{1 - \sin \theta} - \frac{\sin \theta}{1 + \sin \theta} = 2$ 일 때, θ 의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

■ 예시 답안

(풀이 1)

$$\frac{\sin \theta(1 + \sin \theta) - \sin \theta(1 - \sin \theta)}{1 - \sin^2 \theta} = \frac{2 \sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} = 2 \tan^2 \theta = 2$$

이므로 $\tan^2 \theta = 1$ 이다. $\pi < \theta < \frac{3}{2}\pi$ 이므로 $\tan \theta = 1$

$$\therefore \theta = \frac{5}{4}\pi$$

(또는 풀이 2)

$$\frac{\sin \theta(1 + \sin \theta) - \sin \theta(1 - \sin \theta)}{1 - \sin^2 \theta} = \frac{2 \sin^2 \theta}{1 - \sin^2 \theta} = 2$$

$2 \sin^2 \theta = 2 - 2 \sin^2 \theta$ 이므로 $\sin^2 \theta = \frac{1}{2}$

$\pi < \theta < \frac{3}{2}\pi$ 이므로 $\sin \theta = -\frac{1}{\sqrt{2}}$

$$\therefore \theta = \frac{5}{4}\pi$$

■ 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
	(풀이 1) $\tan^2 \theta = 1$ (풀이 2) $\sin^2 \theta = \frac{1}{2}$	4
	$\theta = \frac{5}{4}\pi$	4

문항 10

이차함수 $f(x) = x^2 + 4x - 3$ 에 대하여 함수 $\frac{f(x) - x^2}{f(x) - k}$ 이 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 정수 k 의 최댓값을 구하는 과정을 서술하시오.

■ 예시 답안

실수 전체의 집합에서 $f(x)$ 가 연속이고 $f(x) - x^2 = 4x - 3$ 이 연속이므로

$\frac{f(x) - x^2}{f(x) - k}$ 이 실수 전체의 집합에서 연속이 되기 위해서는

모든 실수 x 에 대하여 $f(x) - k \neq 0$ (또는 $x^2 + 4x - 3 - k \neq 0$)이어야 한다.

이차방정식 $f(x) - k = x^2 + 4x - 3 - k = 0$ 의 판별식을 D 라 하면

$\frac{D}{4} = 7 + k < 0$ (또는 $D = 28 + 4k < 0$)이므로 $k < -7$ 이다.

따라서 정수 k 의 최댓값은 -8 이다.

■ 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
	모든 실수 x 에 대하여 $f(x) - k \neq 0$ (또는 $x^2 + 4x - 3 - k \neq 0$)	4
	정수 k 의 최댓값은 -8 이다.	4

문항 11

함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 $\frac{3x-7}{x^2+7} < \frac{f(x)}{2x^2+1} < \frac{3x}{x^2+3}$ 를 만족시킨다.

다음은 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x+2f(x)}{8x-f(x)}$ 의 값을 구하는 과정이다.

아래의 (가), (나)에 들어갈 가장 적절한 상수를 구하시오.

양수 x 에 대하여

$$\frac{(3x-7)(2x^2+1)}{x(x^2+7)} < \frac{f(x)}{x} < \frac{3x(2x^2+1)}{x(x^2+3)}$$

이다.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(3x-7)(2x^2+1)}{x(x^2+7)} = \boxed{(가)}, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x(2x^2+1)}{x(x^2+3)} = \boxed{(가)}$$

이므로 함수의 극한의 대소 관계에 의하여 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \boxed{(가)}$ 이다.

따라서 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x+2f(x)}{8x-f(x)} = \boxed{(나)}$ 이다.

■ 예시 답안

양수 x 에 대하여

$$\frac{(3x-7)(2x^2+1)}{x(x^2+7)} < \frac{f(x)}{x} < \frac{3x(2x^2+1)}{x(x^2+3)}$$

이다. 이때

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(3x-7)(2x^2+1)}{x(x^2+7)} = 6, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x(2x^2+1)}{x(x^2+3)} = 6$$

이므로 함수의 극한의 대소 관계에 의하여 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = 6$ 이다. 따라서

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x+2f(x)}{8x-f(x)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4+2\frac{f(x)}{x}}{8-\frac{f(x)}{x}} = \frac{4+2 \times 6}{8-6} = 8$$

이다.

■ 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
	(가)의 정답 6	4
	(나)의 정답 8	4

문항 12

수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t ($t \geq 0$)에서의 위치 $x(t)$ 가 $x(t) = -\frac{1}{3}t^3 + t^2 + k$ 이다. 점 P의 가속도가 0일 때, 점 P의 위치는 $\frac{11}{3}$ 이다. k 의 값을 구하는 과정을 서술하시오. (단, k 는 상수)

■ 예시 답안

$x(t)$ 의 속도 $v(t) = x'(t) = -t^2 + 2t$ 이고

가속도 $a(t) = v'(t) = -2t + 2$ 이다.

$a(t) = -2t + 2 = 0$ 에서 P의 가속도가 0 일 때 $t = 1$ 이고

$x(1) = -\frac{1}{3} + 1 + k = \frac{11}{3}$ 이다.

$\therefore k = 3$

■ 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
	가속도 $a(t) = v'(t) = -2t + 2$ 이다.	4
	$k = 3$	4

문항 13

$\int_0^2 |2x - 1| dx$ 의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

■ 예시 답안

$$\int_0^2 |2x - 1| dx = \int_0^{1/2} (-2x + 1) dx + \int_{1/2}^2 (2x - 1) dx$$

$$\int_0^{1/2} (-2x + 1) dx = [-x^2 + x]_0^{1/2} = \frac{1}{4}$$

$$\int_{1/2}^2 (2x - 1) dx = [x^2 - x]_{1/2}^2 = \frac{9}{4}$$

$$\therefore \int_0^2 |2x - 1| dx = \frac{1}{4} + \frac{9}{4} = \frac{5}{2}$$

■ 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
	$\int_0^2 2x - 1 dx = \int_0^{1/2} (-2x + 1) dx + \int_{1/2}^2 (2x - 1) dx$	4
	$\int_0^2 2x - 1 dx = \frac{5}{2}$	4

문항 14

세 수 ${}_{23}C_r, {}_{23}C_{r+1}, {}_{23}C_{r+2}$ 가 이 순서대로 등차수열이 되도록 하는 모든 자연수 r 의 값을 구하는 과정을 서술하시오. (단, ${}_nC_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}, 0 \leq r \leq n$)

■ 예시 답안

$2 \times {}_{23}C_{r+1} = {}_{23}C_r + {}_{23}C_{r+2}$ 이므로

$$\frac{2 \times 23!}{(r+1)!(22-r)!} = \frac{23!}{r!(23-r)!} + \frac{23!}{(r+2)!(21-r)!}$$

이다. $\frac{(r+2)!(23-r)!}{23!}$ 을 양변에 곱하면,

$$2(23-r)(r+2) = (r+2)(r+1) + (23-r)(22-r)$$

$$r^2 - 21r + 104 = 0 \quad (r-8)(r-13) = 0$$

$$\therefore r = 8 \text{ 또는 } r = 13$$

■ 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
	$\frac{2 \times 23!}{(r+1)!(22-r)!} = \frac{23!}{r!(23-r)!} + \frac{23!}{(r+2)!(21-r)!}$	4
	$r = 8 \text{ 또는 } r = 13$ * 8과 13이 둘 다 제시되어야 함 *	4

문항 15

수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 1, a_2 = 3$ 이고, 2 이상의 모든 자연수 n 에 대하여 $a_{n+1} : a_n = S_n : S_{n-1}$ 을 만족시킨다. $a_{100} = 3 \times 2^N$ 으로 표현될 때 자연수 N 의 값을 구하는 과정을 서술하시오. (단, S_n 은 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합이다.)

예시 답안

(풀이 1)

$a_{n+1} : a_n = S_n : S_{n-1}$ 에서 $\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{S_n}{S_{n-1}}$ 로 나타낼 수 있다.

$$a_n = S_n - S_{n-1} \text{ 이므로 } \frac{S_{n+1} - S_n}{S_n - S_{n-1}} = \frac{S_n}{S_{n-1}}$$

$$(S_{n+1} - S_n)S_{n-1} = S_n(S_n - S_{n-1})$$

$$\therefore S_n^2 = S_{n-1} \times S_{n+1}$$

그러므로 수열 $\{S_n\}$ 은 등비수열이다.

$$a_1 = 1, a_2 = 3, S_1 = 1, S_2 = 4$$

$$a_3 = a_2 \times \frac{S_2}{S_1} = 3 \times 4 = 12, S_3 = S_2 + a_3 = 16 \text{ 이고}$$

$$\frac{S_3}{S_2} = \frac{16}{4} = 4 \text{ 이므로 수열 } \{S_n\} \text{의 공비는 4이다.}$$

$$\text{따라서 } S_n = S_1 \times 4^{n-1} = 4^{n-1} \quad (n \geq 1)$$

$$n \geq 2 \text{ 일 때 } a_n = S_n - S_{n-1} = 4^{n-1} - 4^{n-2} = 3 \times 4^{n-2}$$

$$a_n = 3 \times 4^{n-2} \quad (n \geq 2)$$

$$a_{100} = 3 \times 4^{100-2} = 3 \times 2^{2(100-2)} = 3 \times 2^{196}$$

$$\therefore N = 196$$

(또는 풀이 2)

$$\textcircled{1} \frac{a_3}{a_2} = \frac{S_2}{S_1} = 4 \text{에서 } a_3 = 4a_2 = 4 \times 3 \quad (\text{또는 } a_3 = 12)$$

$$\textcircled{2} S_3 = a_3 + S_2 = 4 \times 3 + 4 = 4(3 + 1) = 4 \times 4 = 4^2$$

$$\textcircled{3} \frac{a_4}{a_3} = \frac{S_3}{S_2} = \frac{4^2}{4} = 4 \text{에서 } a_4 = 4a_3 = 4(4 \times 3) = 4^2 \times 3 \quad (\text{또는 } a_4 = 48)$$

$$\textcircled{4} S_4 = a_4 + S_3 = 4^2 \times 3 + 4^2(3 + 1) = 4^3$$

$$\textcircled{5} a_5 = 4 \times a_4 = 4(4^2 \times 3) = 4^3 \times 3$$

n	1	2	3	4	5	6	...
a_n	1	3	①	③	⑤	...	...
S_n	1	4	②	④	...	...	...

$$a_n = 4 \times a_{n-1} \quad (n \geq 3) \text{ 이므로}$$

$$a_n = 4 \times a_{n-1} = 4(4 \times a_{n-2}) = 4^2 a_{n-2}$$

$$= \dots = 4^{n-2} \times a_2 = 4^{n-2} \times 3 \quad (n \geq 3) \text{ 이다.}$$

$$a_1 = 1, a_2 = 3 \text{ 이므로}$$

$$a_n = 3 \times 4^{n-2} \quad (n \geq 2)$$
$$\therefore a_{100} = 3 \times 4^{100-2} = 3 \times 2^{2(100-2)} = 3 \times 2^{196}$$
$$\therefore N = 196$$

■ 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
	(풀이 1) $S_n^2 = S_{n-1} \times S_{n+1}$ (또는 풀이 2) $a_3 = 4a_2 = 4 \times 3$ (또는 $a_3 = 12$) $a_4 = 4a_3 = 4(4 \times 3) = 4^2 \times 3$ (또는 $a_4 = 48$)	4
	$N = 196$	4

AI 논술 자동 첨삭

써봄

기출로 연습했다면, 이제 써보고 바로 첨삭받자.

Google Gemini 기반 한국어 논술 자동 첨삭 서비스

01

4개 영역 점수

논리구조 · 근거타당성 · 주장명확성 · 언어표현 영역별로 점수를 매겨 줍니다.

02

상세 피드백

강점, 개선점, 구체적인 제안사항까지 한 번에 확인합니다.

03

일괄 첨삭

교사·강사는 학생 답안을 최대 10편까지 한꺼번에 올려 처리할 수 있습니다.

04

간편한 업로드

PDF · DOCX · TXT 파일을 그대로 올리면 됩니다.

이용 안내

무료 체험	회원가입 시 3회 무료 분석
개인 플랜	월 9,900원
교사 플랜	월 29,900원

논술 수험생 · 논술 교사와 강사 · 학원과 교육기관



writegrow.net

QR 코드를 스캔하면 바로 시작할 수 있습니다