

서울대학교 면접·구술고사

자연계열 · 물리학

문제 · 예시답안

시험 구분
전형
출제 과목
문항 수
핵심 개념

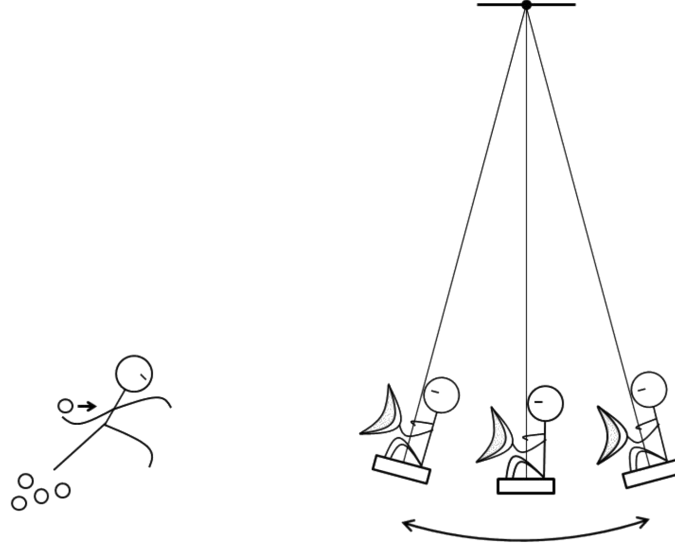
면접 및 구술고사 (자연계열, 물리)
수시모집 일반전형
물리 I, 물리 II
2문항 (소문항 7개)
단진자의 복원력·장력·주기, 비탄성 충돌로 진폭 키우기,
지구 내부의 중력과 진공터널의 단진동,
운동하는 도체에 생기는 기전력, 평행판 축전기,
정전기 인력과 용수철 평형, 접지된 회로의 정상 전류

I. 문제

문제 1 그네의 단진동과 진공터널 열차

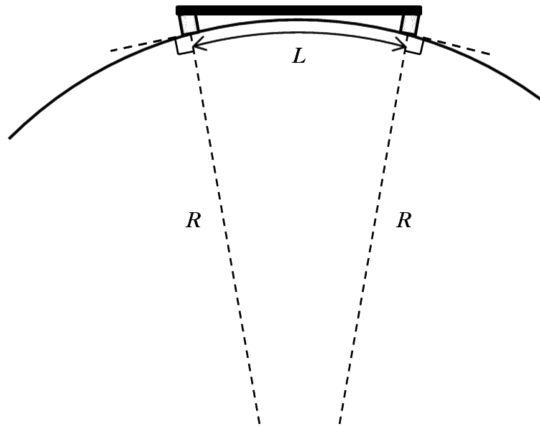
물리 I · II · 소문항 3개

다음 그림과 같이 길이 10 m의 그네가 놓여 있다. 그네의 질량은 무시할 수 있고, 그네를 타는 사람의 질량은 50 kg 이다. 그네를 타는 사람의 질량중심은 그네 발판에 있다. 지구의 중력가속도는 10 m/s^2 이고, 공기 저항은 고려하지 않는다. (모든 계산은 유효숫자 두 자리로 답하시오.)



야구공을 던지는 친구와, 좌우로 흔들리는 그네를 타는 사람

- 1-1. 그네타기를 하는 경우 진폭이 50 cm일 때, 최대 진폭에서의 복원력과 그네 줄에 작용하는 장력을 구하고, 그네 타기 운동의 주기를 구하시오.
- 1-2. 그네 앞에서 친구가 5개의 야구공을 던지고 그네에 있는 사람이 야구공을 받는다고 할 때, 언제 받으면 가장 효율적으로 그네의 진폭을 키울 수 있을까? 이 조건에서 5개의 야구공을 모두 받은 후의 최대 진폭은 얼마인지 설명하시오. (야구공 하나의 질량은 200 g이고, 야구공을 받을 때 야구공의 속도는 90 km/h이다.)
- 1-3. 아래 그림과 같이 서울과 부산에 각각 큰 탑을 세우고, 그 사이를 직선경로의 진공터널로 연결하여 진공열차를 건설하려고 한다. 공기저항과 마찰을 무시하고 중력에 의해 진공열차가 서울에서 부산까지 도달하는데 걸리는 시간이 몇 분인지 계산하시오. 서울-부산 간의 거리($L = 500 \text{ km}$)는 지구 반지름의 길이($R = 6,400 \text{ km}$)에 비해 충분히 작다. 지구는 완전한 구형으로 생각하고, 자전 효과는 무시한다.

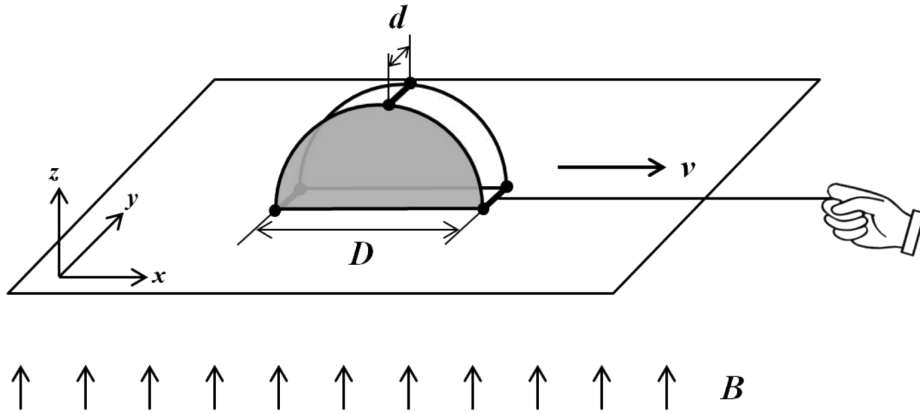


지구 표면의 두 지점을 잇는 직선경로의 진공터널

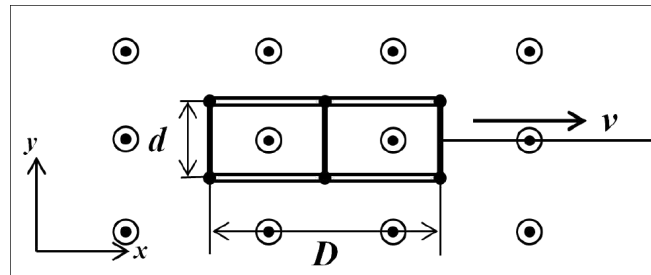
문제 2 자기장 속을 움직이는 반원 도체판

물리 II · 소문항 4개

다음 그림과 같이 지름의 길이가 D 인 반원 모양의 동일한 도체판 두 개가 마찰이 없고 수평한 절연판 위에 수직하게 놓여있다. 두 도체판은 아래 양 꼭짓점과 가장 위 부분에 가늘고 딱딱한 금속 막대로 서로 연결되어 있다. 각 금속 막대의 길이는 d 이며, 그 저항은 R 이다. 두 도체판 사이의 거리는 금속 막대의 길이로 항상 유지되며, 금속 막대 길이 d 는 도체판의 지름의 길이 D 보다 매우 작다고 하자. 절연판에 수직인 위쪽 방향($+z$ 방향)으로 자기장이 B 의 크기로 주어진 상황에서, 물체가 $+x$ 방향으로 속력 v 로 등속도 운동을 하고 있는 경우를 생각해보자. 초기에 물체는 전기적으로 중성이었고, 물체의 움직임은 절연된 실을 이용하여 조절하였다.



〈문제 2〉의 상황



〈문제 2〉의 상황을 위에서 본 모습

- 2-1. 물체가 움직이기 시작할 때, 두 도체판을 연결하는 금속 막대에 전류가 흐르게 된다. 전류가 발생하는 이유를 설명하고, 각 금속 막대에 흐르는 초기 전류의 크기와 그 방향을 구하시오.
- 2-2. 충분히 오랜 시간이 지난 후, 금속 막대에 흐르는 전류의 크기와 각각의 도체판에 대전된 전하량을 구하시오. 이 경우, 물체의 등속도 운동을 유지하기 위해 필요한 외부 힘의 크기를 구하시오.
- 2-3. 두 도체판을 연결하는 가는 금속 막대가 딱딱하지 않고 탄성계수 k 를 갖는 경우를 고려하자. 물체가 등속도 운동을 충분히 오래하여 평형 상태에 도달하였을 때, 두 도체판 사이의 거리와 각각의 도체판에 대전된 전하량을 구하시오.
- 2-4. 절연판의 절연 기능이 손상되어 두 개의 도체판이 지면과 전기적으로 연결되었다. 이 상태로 물체가 오랜 시간 동안 등속도 운동을 하게 되었다고 하자. 각각의 도체판에 대전된 전하량과 각 금속 막대에 흐르는 전류의 크기를 구하시오. 등속 운동을 유지하기 위해 필요한 외부 힘의 크기를 구하시오.

II. 예시답안

문제 1 그네의 단진동과 진공터널 열차

단진자 · 비탄성 충돌 · 지구 내부의 중력

(1-1) 복원력 25 N, 장력 5.0×10^2 N, 주기 6.3 s

진폭 $A = 0.50$ m 는 줄 길이 $L = 10$ m 에 비해 매우 작으므로 최대 진폭에서의 각도는

$$\sin \theta = \frac{A}{L} = 0.050 \quad (\theta \approx 2.9^\circ), \quad \cos \theta \approx 0.9987$$

이다. 최대 진폭에서는 속력이 0이므로 구심가속도가 0이고, 줄 방향(반지름 방향)과 접선 방향의 힘을 나누어 보면

- 복원력(운동 방향, 즉 접선 방향의 알짜힘) $= mg \sin \theta = 50 \times 10 \times 0.050 = 25$ N
- 장력(줄 방향의 평형) $T = mg \cos \theta = 50 \times 10 \times 0.9987 = 499 \approx 5.0 \times 10^2$ N

주기는 단진자와 같으므로

$$F_{\text{복원}} = 25 \text{ N}, \quad T_{\text{장력}} = 5.0 \times 10^2 \text{ N}, \quad \tau = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{10}{10}} = 6.3 \text{ s}$$

장력이 중력 $mg = 5.0 \times 10^2$ N 과 유효숫자 두 자리에서 같게 나오는 것은 진폭이 줄 길이에 비해 매우 작아 $\cos \theta \approx 1$ 이기 때문이다. 주기는 사람의 질량과 무관하다.

(1-2) 최하점에서 공과 같은 방향으로 지날 때 받는다. 5개를 모두 받은 후 진폭 ≈ 0.98 m

언제 받아야 하는가 — 진폭 A 와 최하점 속력 v 는 $v = A\omega$ 로 비례하므로($\omega = \sqrt{g/L} = 1.0$ rad/s), 진폭을 키우려면 최하점 속력을 최대로 키워야 한다. 공을 받는 것은 완전 비탄성 충돌이므로 운동량이 보존되고, 공의 운동량을 그네의 운동량에 더하려면 그네가 공과 같은 방향으로 움직이고 있어야 한다.

그네가 최하점을 지나면서, 공이 날아가는 방향(= 친구로부터 멀어지는 방향)으로 최대 속력으로 움직이는 순간에 받아야 한다.

진폭 계산 — 사람 $M = 50$ kg, 공 $\mu = 0.20$ kg, 공의 속력 $u = 90$ km/h $= 25$ m/s, 처음 최하점 속력 $v_0 = A\omega = 0.50 \times 1.0 = 0.50$ m/s.

매번 최하점에서 같은 방향으로 받으면 그 순간마다 운동량이 그대로 더해지고, 두 충돌 사이에는 에너지가 보존되어 같은 속력으로 최하점에 돌아온다. 따라서 5개를 모두 받은 뒤 최하점에서의 운동량은

$$p = Mv_0 + 5\mu u = 50 \times 0.50 + 5 \times 0.20 \times 25 = 25 + 25 = 50 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

이고, 이때 전체 질량은 $M' = 50 + 5 \times 0.20 = 51$ kg 이므로

$$v_5 = \frac{p}{M'} = \frac{50}{51} = 0.98 \text{ m/s}, \quad A_5 = \frac{v_5}{\omega} = 0.98 \text{ m}$$

$$A_5 \approx 0.98 \text{ m} \quad (\approx 98 \text{ cm}, \text{ 처음 진폭의 약 2배})$$

$\omega = \sqrt{g/L}$ 는 질량에 무관하므로 사람과 공의 질량이 늘어도 주기와 ω 는 그대로이다. 반대로 진폭이 최대인 순간(속력 0)에 받으면 공 하나가 주는 속력이 $\mu u / M' \approx 0.10$ m/s 뿐이고 그때마다 진폭이 서로 수직인 방향으로 더해지므로 제곱합으로만 커진다. 그 결과 5개를 모두 받아도 $A \approx \sqrt{5} \times 0.10 \approx 0.22$ m 에 그친다. 또 공과 반대 방향으로 움직일 때 받으면 운동량이 상쇄되어 진폭이 오히려 줄어든다.

(1-3) 약 42 분

지구를 밀도가 균일한 완전한 구로 보면, 중심에서 거리 r 인 지점에서의 중력가속도는 그 안쪽 질량만 기여하므로

$$g(r) = G \frac{M_r}{r^2} = G \frac{\rho \cdot (4/3)\pi r^3}{r^2} \propto r \rightarrow g(r) = g \frac{r}{R}$$

이다. 즉 지구 내부에서는 중력이 중심으로부터 거리에 비례한다.

직선 터널의 중점을 원점으로 하여 터널을 따라 켜 변위를 s 라 하자. 열차의 위치가 지구 중심에서 거리 r 인 곳에 있을 때, 중력 $mg(r)$ 의 터널 방향 성분은 기하학적으로

$$F_s = -mg(r) \cdot \frac{s}{r} = -m \cdot \frac{gr}{R} \cdot \frac{s}{r} = -\frac{mg}{R}s$$

가 된다. 여기서 r 이 완전히 약분되는 것이 핵심이다. 이는 변위에 비례하는 복원력이므로 열차는 **단진동**을 하고

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{R}}, \quad \tau = 2\pi\sqrt{\frac{R}{g}}$$

이다. 서울에서 부산까지는 터널의 한쪽 끝에서 반대쪽 끝까지, 즉 **반주기**에 해당하므로

$$t = \frac{\tau}{2} = \pi\sqrt{\frac{R}{g}} = \pi\sqrt{\frac{6.4 \times 10^6}{10}} = \pi \times 800 = 2.5 \times 10^3 \text{ s} \approx 42 \text{ 분}$$

터널의 길이 L 이 식에 전혀 들어 있지 않다는 점에 주목할 필요가 있다. 지구 표면의 어느 두 지점을 직선 터널로 이어도 걸리는 시간은 항상 같은 약 42 분이며, $L = 500 \text{ km}$ 라는 조건은 열차가 지표 근처만 지나가므로 g 를 그대로 쓸 수 있다는 점을 확인시켜 주는 역할을 한다.

문제 2 자기장 속을 움직이는 반원 도체판

운동 기전력 · 평행판 축전기 · 접지된 회로

(2-1) 각 막대에 $I_0 = vBd/R$, 막대 안에서 $-y$ 방향

전류가 흐르는 이유 — 물체 전체가 자기장 $\vec{B} = B\hat{z}$ 속에서 속도 $\vec{v} = v\hat{x}$ 로 움직이므로, 물체 안의 전하 q 는 로런츠 힘을 받는다.

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} = qvB(\hat{x} \times \hat{z}) = -qvB\hat{y}$$

즉 양전하는 $-y$ 방향으로 밀린다. 두 도체판은 y 축 방향으로 d 만큼 떨어져 있고 금속 막대가 바로 그 y 방향으로 놓여 있으므로, 각 막대는 기전력

$$\varepsilon = vBd$$

를 갖는 전지처럼 작동한다. (도체판 자체는 xz 평면에 놓여 있어 y 방향 두께가 없으므로 판 안에서는 기전력이 생기지 않는다.)

초기 전류 — 처음에 물체는 전기적으로 중성이므로 두 판 사이의 전위차가 0이고, 기전력을 상쇄하는 것이 아무것도 없다. 따라서 각 막대에는

$$I_0 = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{vBd}{R}$$

방향은 막대 안에서 $-y$ 방향(위에서 본 그림에서 아래쪽). 세 막대는 모두 같은 기전력을 갖는 병렬 연결이므로 판으로 흘러드는 총 전류는 $3vBd/R$ 이다.

그 결과 $-y$ 쪽 도체판은 (+)로, $+y$ 쪽 도체판은 (-)로 대전되기 시작한다.

(2-2) $I = 0$, $Q = \pi\varepsilon_0 D^2 vB/8$, 외부 힘 = 0

전류가 흐르면 두 도체판이 축전기처럼 대전되고, 그 전위차가 기전력을 상쇄할 때까지 충전이 계속된다. 충분히 오랜 시간이 지난 정상상태에서는

$$V = \varepsilon = vBd, \quad I = 0$$

이다. 두 도체판이 만드는 평행판 축전기의 마주보는 면적은 반원의 면적이고 $d \ll D$ 이므로

$$A = \frac{1}{2}\pi\left(\frac{D}{2}\right)^2 = \frac{\pi D^2}{8}, \quad C = \frac{\varepsilon_0 A}{d} = \frac{\pi\varepsilon_0 D^2}{8d}$$

따라서 각 판에 대전된 전하량은

$$Q = CV = \frac{\pi\varepsilon_0 D^2}{8d} \cdot vBd = \frac{\pi\varepsilon_0 D^2 vB}{8}$$

($-y$ 쪽 판이 $+Q$, $+y$ 쪽 판이 $-Q$)

외부 힘 — 정상상태에서는 전류가 0이므로 막대에 작용하는 자기력도 0이고, 절연판과의 마찰도 없다. 두 도체판 사이의 정전기적 인력은 물체 내부의 작용·반작용 쌍이므로 알짜 외력에 기여하지 않는다.

$$\vec{F}_{\text{외부}} = 0$$

즉 처음 충전되는 짧은 동안에는 자기력을 이기기 위한 힘이 필요하지만, 충전이 끝난 뒤에는 아무 힘도 주지 않아도 등 속도 운동이 유지된다.

(2-3) $Q = \pi\epsilon_0 D^2 v B / 8$ (변화 없음), 간격 $d' = d - \frac{\pi\epsilon_0 D^2 B^2 v^2}{48k}$

전하량은 간격과 무관하다 — 간격이 d' 로 바뀌면 기전력과 전기용량이 함께 바뀌지만

$$Q = C'V' = \frac{\epsilon_0 A}{d'} \cdot (vBd') = \epsilon_0 AvB = \frac{\pi\epsilon_0 D^2 vB}{8}$$

로 d' 가 정확히 약분된다. 기전력은 d' 에 비례해 작아지고 전기용량은 d' 에 반비례해 커지기 때문이다. 따라서 전하량은 2-2와 같다.

간격 — 서로 반대 부호로 대전된 두 판 사이에는 인력이 작용한다. 한쪽 판이 만드는 전기장 $E = Q/(2\epsilon_0 A)$ 속에 다른 판의 전하 Q 가 놓인 것이므로

$$F_{\text{인력}} = Q \cdot \frac{Q}{2\epsilon_0 A} = \frac{(\epsilon_0 AvB)^2}{2\epsilon_0 A} = \frac{\epsilon_0 AB^2 v^2}{2} = \frac{\pi\epsilon_0 D^2 B^2 v^2}{16}$$

이다. 이 인력 때문에 막대 3개가 각각 $d - d'$ 만큼 압축되고, 그 복원력 $3k(d - d')$ 와 평형을 이룬다.

$$3k(d - d') = \frac{\pi\epsilon_0 D^2 B^2 v^2}{16}$$

$$d' = d - \frac{\pi\epsilon_0 D^2 B^2 v^2}{48k}, \quad Q = \frac{\pi\epsilon_0 D^2 vB}{8}$$

(2-4) $Q = 0$, 각 막대 $I = vBd/R$, 외부 힘 $= 3vB^2 d^2/R$

전하량 — 두 도체판이 모두 지면과 연결되면 두 판이 같은 전위(접지 전위)가 되므로 판 사이의 전위차가 0이 되고, 축전기에 저장되는 전하량도 0이 된다.

$$Q = 0$$

전류 — 그러나 각 막대의 기전력 vBd 는 그대로 남아 있고, 이제 지면을 통해 회로가 완성되므로 충전으로 멈추는 일 없이 **정상 전류**가 계속 흐른다.

$$I = \frac{vBd}{R} \text{ (막대 안에서 } -y \text{ 방향)}, \quad I_{\text{전체}} = \frac{3vBd}{R}$$

외부 힘 — 전류가 흐르는 막대는 자기장 속에서 힘을 받는다. 길이 d , 전류 I 가 $-\hat{y}$ 방향일 때

$$\vec{F} = Id(-\hat{y}) \times B\hat{z} = -IdB\hat{x}$$

로 운동을 방해하는 $-x$ 방향이고 크기는 $IdB = vB^2 d^2/R$ 이다. 막대가 3개이므로

$$F_{\text{외부}} = 3IdB = \frac{3vB^2 d^2}{R} \quad (+x \text{ 방향})$$

(두 도체판 내부에도 전류가 흐르지만, 두 판의 전류 분포가 서로 반대 방향이므로 그로 인한 힘은 상쇄된다.)

에너지로 확인하면, 외부 힘이 하는 일률은 $F_{\text{외부}}v = 3v^2 B^2 d^2/R$ 이고 세 막대의 저항에서 소비되는 전력은 $3I^2 R = 3(vBd/R)^2 R = 3v^2 B^2 d^2/R$ 로 정확히 같다. 즉 외부에서 해 주는 일이 전부 줄열로 바뀐다.