

# 서울대학교 면접·구술고사

## 자연계열 · 물리학

### 문제 · 예시답안

**시험 구분**

**전형**

**출제 과목**

**활용 모집단위**

**문항 수**

**핵심 개념**

면접 및 구술고사 (자연계열, 물리)

수시모집 일반전형

물리 I, 물리 II

자연과학대학 물리·천문학부

4문항

전자기 유도와 감쇠 진동, 유도 기전력에 의한 제동력,  
감쇠 진동의 주기당 에너지 손실률,  
고무줄의 엔트로피 탄성과 용수철 상수의 온도 의존성,  
고무줄 카르노 기관의  $F-L$  선도와 열효율

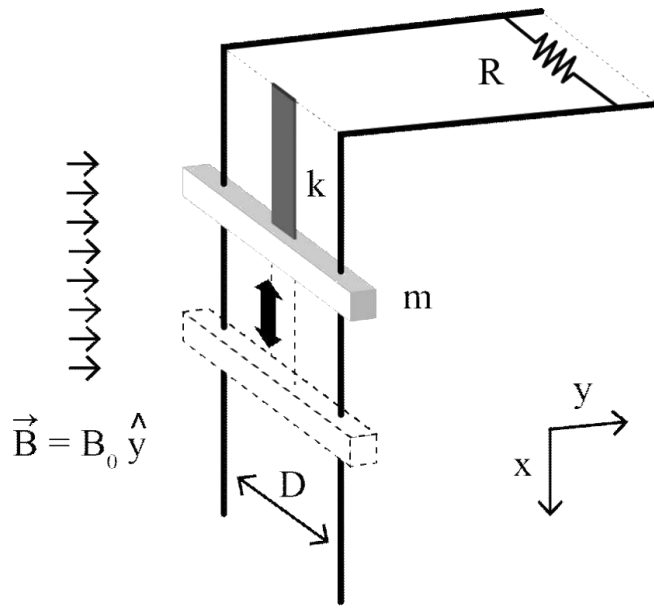
## I. 문제

### 문제 1 자기장 속 도체 막대의 감쇠 진동

물리 II · 전자기 유도

그림과 같이 전기가 통하는 두 레일이 폭  $D$  로 놓여 있고, 이 두 레일과 항상 접촉한 상태에서 그 위를 질량  $m$  인 도체 막대가 수직 방향( $x$  축)으로 마찰 없이 움직일 수 있다. 또한 도체 막대는 용수철 상수(탄성계수)  $k$  인 고무줄로 연결되어 있고 이 고무줄의 다른 끝은 모서리의 중앙에 고정되어 있다. 두 레일과 도체 막대를 포함하는 평면에는  $+y$  방향으로 균일한 자기장  $\vec{B} = B_0 \hat{y}$  이 걸려 있으며, 평행한 두 레일의 끝에는 저항  $R$  이 연결되어 있다.

(중력과 탄성력이 평형이 되는 위치를  $x = 0$  이라고 하고 도체 막대가 움직이는 범위는 항상  $|x| < (mg)/k$  을 만족한다. 여기서  $g$  는 중력 가속도이다.)



폭  $D$  의 두 레일 위를  $x$  축 방향으로 미끄러지는 도체 막대와 고무줄, 저항  $R$

[문제 1] 도체 막대가 어느 순간  $x$  의 위치에서  $v_x$  의 속도로 움직일 때, 도체 막대에 작용하는 알짜힘은 다음과 같이 주어짐을 설명하시오.

$$F = -kx - bv_x, \quad b = \frac{B_0^2 D^2}{R}$$

### 문제 2 감쇠 진동에서 주기당 에너지 손실률

물리 II · 단진동과 에너지

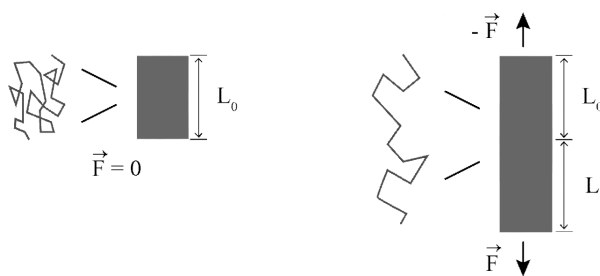
[문제 2] 도체 막대를 평형위치에서  $A$  ( $0 < A < (mg)/k$ ) 만큼 이동시킨 후 놓았을 때 도체 막대가 진동하는 진폭은 시간이 지나며 줄어든다. 이제 위에서 구한  $b$  가 충분히 작을 때 어느 한 시점에서 진동주기  $\tau$  동안 도체 막대의 운동을 진폭  $A$  가 변하지 않는 단진동  $x(t) = A \cos \omega t$  로 근사할 수 있다. 이 때 총 역학에너지를  $E$  라고 한다면, 한 주기가 지나는 동안 줄어드는 역학에너지  $\Delta E$  와 총 역학에너지  $E$  의 비율  $\Delta E/E$  는 일정함을 설명하시오.

### 문제 3 고무줄의 엔트로피와 용수철 상수의 온도 의존성

물리 II · 열역학 제1·2법칙

[문제 3] 고무줄은 여러 가닥의 중합체(polymer) 다발이다. 각 중합체는 상호작용하지 않으며, 하나의 중합체는 아래 그림과 같이 무작위 방향을 갖는 단위체 고리들이 연결된 체인으로 근사하여 생각할 수 있다. 이 모델에 따르면 고무줄의 내부에너지  $U$  는 고무줄의 늘어난 길이( $L$ )와 온도( $T$ )에 무관( $U(T, L) = U_0$ )하며, 엔트로피  $S$  는 늘어난 고무줄의 길이  $L$  만의 함수( $S(T, L) = S(L)$ )가 된다.

열역학 제 1 법칙과, 가역과정의 엔트로피 변화( $\Delta S$ )와 흡수된 열( $Q$ )에 대한 관계식( $\Delta S = Q/T$ )을 이용하여, 고무줄이 가지는 엔트로피를 늘어난 길이  $L$  의 함수로 구하고, 고무줄의 용수철 상수  $k$  가 온도에 비례하여 증가함( $k = \alpha T$ )을 보이시오.

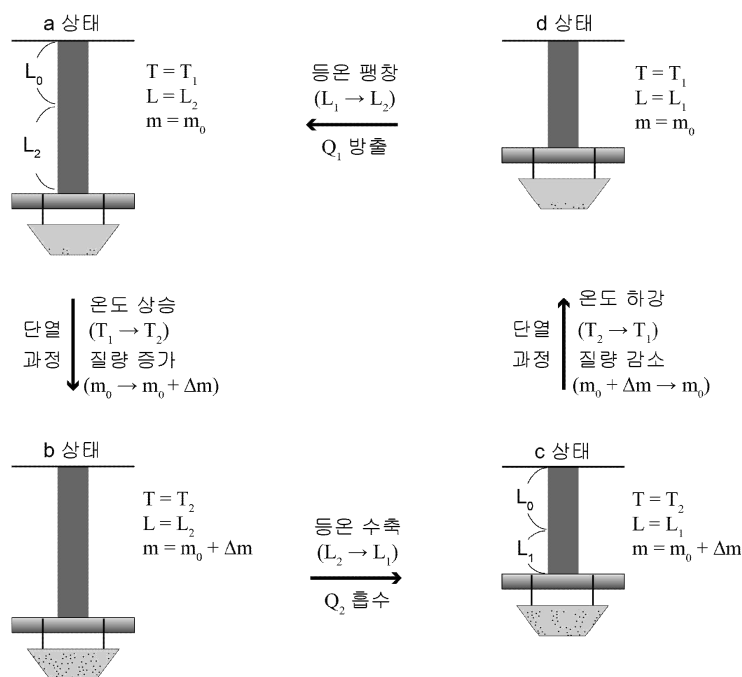


힘이 걸리지 않은 상태(왼쪽)와 힘  $\vec{F}$  로 늘어난 상태(오른쪽)의 중합체 체인

### 문제 4 고무줄 카르노 기관

물리 II · 열역학 과정과 열효율

[문제 4] 열을 흡수할 때 기체의 부피가 늘어난다는 점을 이용하여 증기기관이 만들어졌다. 열을 흡수할 때 고무줄의 길이가 줄어든다는 사실을 이용하여 아래 그림과 같이 작동하는 고무줄 카르노 기관을 만들어 보자. 도체 막대에는 무게를 조정할 수 있도록 모래 접시를 달아 두었다. 단, 자기장 및 레일은 무시한다.



$a \rightarrow b \rightarrow c \rightarrow d \rightarrow a$  로 순환하는 고무줄 카르노 기관의 네 상태

( $a \rightarrow b$  과정에서는 용수철 상수가 늘어나기 때문에 일정한 길이를 유지하기 위해 접시에 모래를 조금씩 올려야 하며, 마찬가지로  $c \rightarrow d$  과정에서는 접시의 모래를 조금씩 떨어내야 한다.)

외부에서 주어진 힘-늘어난 길이( $F-L$ ) 그래프를  $a \rightarrow b \rightarrow c \rightarrow d \rightarrow a$  과정에 대해 그리고, 이 열기관의 열효율이  $1 - T_1/T_2$  임을 보이시오. 단, 앞의 모든 과정은 가역적으로 일어난다고 가정하자.

## II. 예시답안

### 문제 1 자기장 속 도체 막대의 감쇠 진동

유도 기전력 · 렌츠 법칙 · 점성 저항형 감쇠력

도체 막대에 작용하는 힘은 중력, 고무줄의 탄성력, 그리고 유도 전류에 의한 자기력 세 가지이다.

#### ① 중력 + 탄성력 = $-kx$

$x = 0$  은 중력과 탄성력이 평형인 위치이므로, 그곳에서 고무줄이 이미  $x_0 = mg/k$  만큼 늘어나 있다. 막대가  $x$  만큼 더 내려가면 고무줄은  $x_0 + x$  만큼 늘어나므로

$$F_{\text{중력}} + F_{\text{탄성}} = mg - k(x_0 + x) = mg - k \cdot \frac{mg}{k} - kx = -kx$$

가 된다. 제시문의 조건  $|x| < mg/k$  는 고무줄이 항상 늘어난 상태를 유지하여(즉 고무줄이 느슨해져 힘이 0이 되는 일 없이) 이 선형 관계가 성립함을 보장한다.

#### ② 유도 기전력과 자기력 = $-bv_x$

두 레일·도체 막대·저항  $R$  이 이루는 닫힌 회로를 지나는 자기다발은  $\Phi = B_0 Dx$  이다( $\hat{y}$  는 이 회로면을 수직으로 관통하는 방향이며, 막대가  $x$  만큼 이동하면 회로의 면적이  $Dx$  만큼 변한다). 패러데이 법칙에 의해

$$|\varepsilon| = \left| \frac{d\Phi}{dt} \right| = B_0 D v_x, \quad I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{B_0 D v_x}{R}$$

이고, 전류  $I$  가 흐르는 길이  $D$  의 막대가 자기장  $B_0$  속에서 받는 힘의 크기는

$$F_B = B_0 I D = \frac{B_0^2 D^2}{R} v_x$$

이다. 렌츠 법칙에 의해 유도 전류는 자기다발의 변화를 방해하는 방향으로 흐르므로, 이 힘은 언제나 속도와 반대 방향이다.

$$F = -kx - bv_x, \quad b = \frac{B_0^2 D^2}{R}$$

에너지로도 확인된다. 자기력이 막대에 하는 일률은  $-bv_x^2$  이고, 같은 순간 저항에서 소비되는 전력은  $I^2 R = (B_0 D v_x / R)^2 R = (B_0^2 D^2 / R) v_x^2 = bv_x^2$  로 크기가 정확히 같다. 즉 막대가 잃는 역학에너지가 전부 저항의 줄열로 바뀐다.

### 문제 2 감쇠 진동에서 주기당 에너지 손실률

감쇠력이 한 일 · 진폭에 무관한 손실률

결과:  $\Delta E / E = 2\pi b / (m\omega) = b\tau / m$  — 진폭  $A$  에 무관한 상수

운동방정식은  $m\ddot{x} = -kx - b\dot{x}$  이며,  $b$  가 충분히 작으면 한 주기 동안은

$$x(t) \approx A \cos \omega t, \quad v_x = \dot{x} = -A\omega \sin \omega t, \quad \omega \approx \sqrt{\frac{k}{m}}$$

로 근사할 수 있다. 이때 총 역학에너지는 진폭으로부터

$$E = \frac{1}{2} k A^2 = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2$$

이다. 한 주기  $\tau = 2\pi / \omega$  동안 줄어드는 역학에너지는 감쇠력  $-bv_x$  가 한 일의 크기, 즉 저항에서 소비된 줄열과 같다.

$$\Delta E = \int_0^\tau b v_x^2 dt = b A^2 \omega^2 \int_0^\tau \sin^2 \omega t dt = b A^2 \omega^2 \cdot \frac{\tau}{2} = \pi b A^2 \omega$$

여기서  $\int_0^\tau \sin^2 \omega t dt = \tau/2$  를 이용하였다. 따라서

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{\pi b A^2 \omega}{\frac{1}{2} m \omega^2 A^2} = \frac{2\pi b}{m\omega} = \frac{b\tau}{m}$$

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{2\pi b}{m\omega} = \frac{2\pi b}{\sqrt{mk}} = \frac{2\pi B_0^2 D^2}{R\sqrt{mk}}$$

**왜 일정한가** —  $\Delta E$  는  $A^2$  에 비례하고  $E$  도  $A^2$  에 비례하므로 비를 취할 때  $A^2$  이 정확히 약분된다. 즉 진폭이 얼마이든, 진폭이 줄어든 뒤에도 한 주기마다 잃는 에너지의 **비율**은 언제나 같은 값  $2\pi b/(m\omega)$  이다. 이는 곧  $E$  가 주기마다 일정한 비율로 줄어든다는 뜻이므로 에너지와 진폭이 시간에 대해 지수적으로 감소( $A(t) \propto e^{-bt/2m}$ )함을 의미한다.

### 문제 3 고무줄의 엔트로피와 용수철 상수의 온도 의존성

엔트로피 탄성 ·  $S(L) = S_0 - \alpha L^2/2$

**결과:**  $S(L) = S_0 - \frac{1}{2}\alpha L^2$ , 그리고  $k = \alpha T$

고무줄을 힘  $F$  로  $dL$  만큼 더 늘리면 외부가 고무줄에 해 준 일은  $F dL$  이고, 가역 과정에서 흡수한 열은  $\delta Q = T dS$  이다. 열역학 제 1 법칙에 의해

$$dU = \delta Q + F dL = T dS + F dL$$

이다. 그런데 이 모델에서는 내부에너지가  $U(T, L) = U_0$  로 **일정**하므로  $dU = 0$  이고, 따라서

$$T dS = -F dL \rightarrow \frac{dS}{dL} = -\frac{F}{T} = -\frac{kL}{T}$$

가 된다. 여기서  $F$  는 **외부에서 준 힘**(= 고무줄의 장력)이며 크기가  $F = kL$  이다. 고무줄이 되돌아가려는 복원력은 그 반작용으로  $-kL$  이다.

여기서 문제의 핵심 조건을 쓴다.  $S$  는  $L$  만의 함수이므로 좌변  $dS/dL$  도  **$L$  만의 함수**여야 한다. 그런데 우변에는  $k$  와  $T$  가 들어 있으므로, 온도가 바뀌어도 우변이 변하지 않으려면  $k/T$  가 온도에 무관한 상수여야 한다. 그 상수를  $\alpha$  라 하면

$$\frac{k}{T} = \alpha = (\text{상수}) \rightarrow k = \alpha T$$

이제  $dS/dL = -\alpha L$  을 적분하면

$$S(L) = S_0 - \frac{1}{2}\alpha L^2 \quad (S_0 = S(0))$$

를 얻는다. (검산:  $dS/dL = -\alpha L = -kL/T$  로 원래 식과 일치한다.)

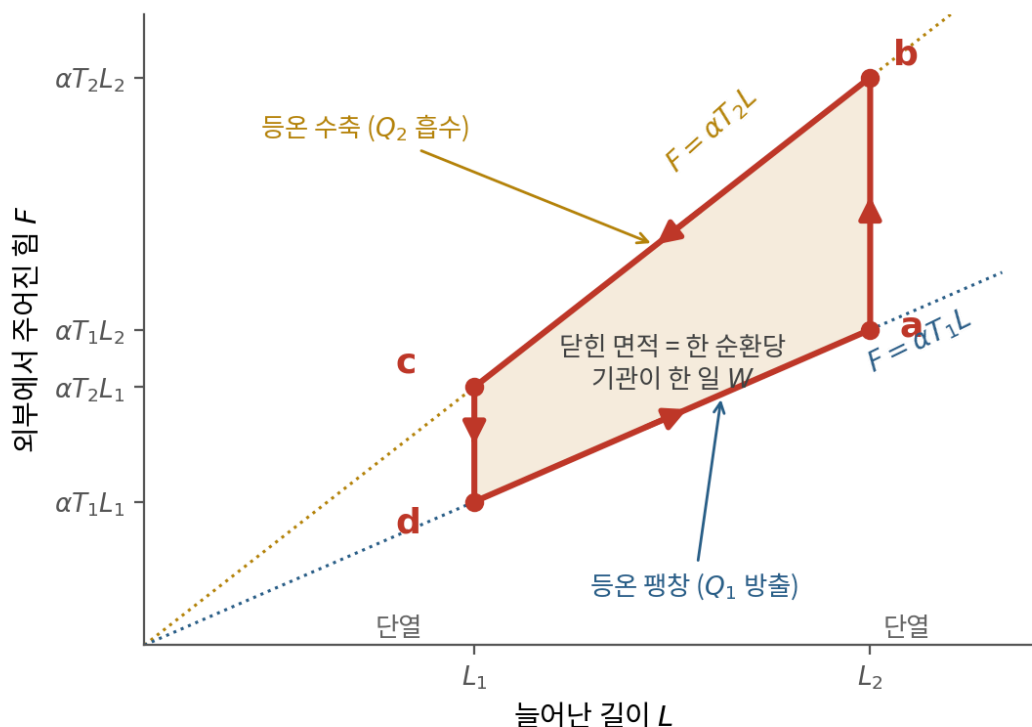
**물리적 의미** — 고무줄을 늘이면 무작위 방향을 향하고 있던 단위체 고리들이 한 방향으로 정렬되므로 배열 가능한 미시 상태의 수가 줄어들고 엔트로피가 감소한다. 위 식의  $S$  가  $L$  에 대해 단조 감소하는 것이 바로 이것이다. 즉 고무줄의 탄성력은 내부에너지를 낮추려는 힘이 아니라 **엔트로피를 높이려는(다시 뒤엎기려는) 경향**에서 나온다 — 이를 엔트로피 탄성이라 한다. 온도가 높을수록 이 무질서해지려는 경향이 강해지므로 같은 길이를 유지하는 데 더 큰 힘이 필요하고, 그 결과 용수철 상수가 온도에 비례해 커진다. (고무줄을 갑자기 늘이면 따뜻해지고, 늘어난 고무줄을 가열하면 오히려 수축하는 현상이 모두 같은 원리이다.)

### 문제 4 고무줄 카르노 기관

등온·단열 과정 · 닫힌 면적 = 일 ·  $\eta = 1 - T_1/T_2$

**$F$ - $L$  선도** — 각 상태에서 접시의 무게가 고무줄의 탄성력과 평형을 이루므로  $F = kL = \alpha TL$  이다. 따라서 온도가  $T$  로 일정한 등온 과정은  $F$ - $L$  평면에서 **원점을 지나는 기울기  $\alpha T$  의 직선**이고, 길이가 일정한 단열 과정은 **수직선**이다.

- **a  $\rightarrow$  b (단열,  $L = L_2$  고정,  $T_1 \rightarrow T_2$ ):**  $F$  가  $\alpha T_1 L_2$  에서  $\alpha T_2 L_2$  로 커지는 수직선. 문제 3에서 얻은  $S = S_0 - \alpha L^2/2$  는  $L$  만의 함수이므로  **$L$  이 일정하면  $S$  도 일정**, 즉 이 과정이 곧 가역 단열(등엔트로피) 과정이다. 온도가 오르면  $k = \alpha T$  가 커지므로 길이를  $L_2$  로 유지하려면 접시에 모래를 더해  $F$  를 키워야 한다.
- **b  $\rightarrow$  c (등온  $T_2, L_2 \rightarrow L_1$ ):** 기울기  $\alpha T_2$  인 직선을 따라 왼쪽 아래로 이동.
- **c  $\rightarrow$  d (단열,  $L = L_1$  고정,  $T_2 \rightarrow T_1$ ):** 수직선 하강. 모래를 덜어낸다.
- **d  $\rightarrow$  a (등온  $T_1, L_1 \rightarrow L_2$ ):** 기울기  $\alpha T_1$  인 직선을 따라 오른쪽 위로 이동.



예시 작도 — 두 등온선  $F = \alpha T_1 L$ ,  $F = \alpha T_2 L$  과 두 수직선  $L = L_1$ ,  $L = L_2$  로 둘러싸인 순환

**열효율** — 등온 과정에서는  $U$  가 변하지 않으므로 흡수한 열이 전부 일로 나타난다.  $dU = 0 = T dS + F dL$  에서  $\delta Q = T dS = -F dL$  이므로

$$Q = - \int F dL = - \int \alpha T L dL$$

이다.

- **b → c** (등온 수축,  $L_2 \rightarrow L_1$ ): 흡수한 열

$$Q_2 = - \int_{L_2}^{L_1} \alpha T_2 L dL = \frac{\alpha T_2}{2} (L_2^2 - L_1^2) > 0$$

- **d → a** (등온 팽창,  $L_1 \rightarrow L_2$ ):  $-\int_{L_1}^{L_2} \alpha T_1 L dL < 0$  이므로 열을 방출하며, 방출한 열의 크기는

$$Q_1 = \int_{L_1}^{L_2} \alpha T_1 L dL = \frac{\alpha T_1}{2} (L_2^2 - L_1^2) > 0$$

- 두 단열 과정에서는  $\delta Q = 0$  이고  $dL = 0$  이므로 열도 일도 주고받지 않는다.

한 순환에서 기관이 한 일(작업)은 에너지 보존에 의해

$$W = Q_2 - Q_1 = \frac{\alpha(T_2 - T_1)}{2} (L_2^2 - L_1^2)$$

이고, 이는 위  $F$ - $L$  선도에서 두 등온선 사이의 **단한 면적**과 정확히 같다.

$$\int_{L_1}^{L_2} (\alpha T_2 L - \alpha T_1 L) dL = \frac{\alpha(T_2 - T_1)}{2} (L_2^2 - L_1^2) = W \checkmark$$

따라서 열효율은

$$\eta = \frac{W}{Q_2} = \frac{(\alpha(T_2 - T_1)/2)(L_2^2 - L_1^2)}{(\alpha T_2/2)(L_2^2 - L_1^2)} = \frac{T_2 - T_1}{T_2} = 1 - \frac{T_1}{T_2}$$

고무줄의 길이·온도 범위( $L_1, L_2$ )와 물질 상수  $\alpha$  가 모두 약분되어, 두 열원의 온도만으로 효율이 정해진다. 즉 작업물질이 이상기체가 아니라 고무줄이어도 가역 순환의 효율은 카르노 효율과 같다.