

서울대학교 면접·구술고사

자연계열 · 물리학

문제 · 예시답안

시험 구분
전형
출제 과목
문항 수
핵심 개념

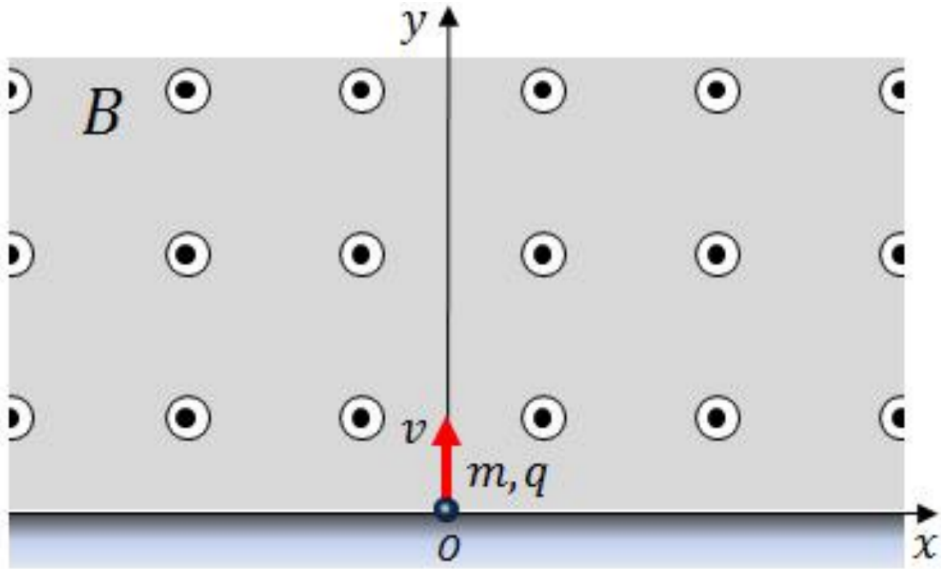
면접 및 구술고사 (자연계열, 물리학)
수시모집 일반전형
물리 I, 물리 II
2문항 (소문항 8개)
로런츠 힘과 등속 원운동, 전기장·자기장의 힘의 평형,
반발계수와 등비급수의 극한, 무한 퍼텐셜 우물의 에너지 양자화,
파울리 배타 원리, 광전효과, 전자의 이중 슬릿 간섭

I. 문제

문제 1 자기장 속 하전입자의 원운동과 벽면과의 반복 충돌

물리 I · II · 소문항 4개

아래 그림과 같이 지면에서 나오는 z 축 방향의 균일한 자기장 B 가 있는 공간이 있다. 이 공간에 질량이 m 이고 전하가 q 인 입자가 원점 O 에서 y 축 방향으로 초기 속도 v 로 출발하였다. $y < 0$ 인 공간은 벽으로 막혀 있다.



지면 밖($+z$)으로 나오는 자기장 B 안에서 원점 O 를 $+y$ 로 출발하는 입자

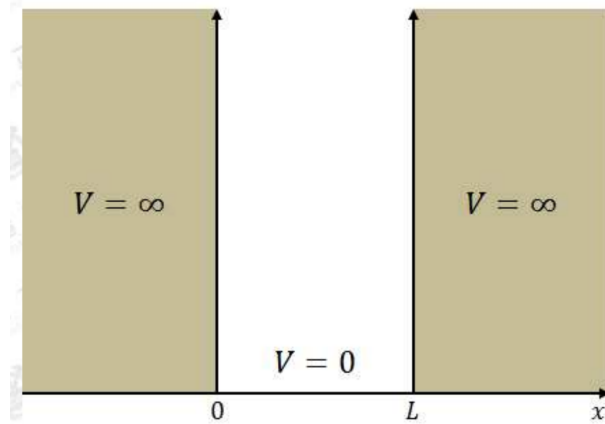
- (1-1) 입자가 y 축 방향으로 초기 속도 v 를 계속 유지하며 직진하도록 전기장을 가한다면 어떤 방향으로 얼마만큼 가해야 하는가? $q > 0$ 인 경우와 $q < 0$ 인 경우로 나누어 설명하시오.
- (1-2) 지금부터는 전기장이 없고 전하가 $q > 0$ 인 경우를 생각해 보자. 입자가 $y = 0$ 에서 벽면과 충돌할 때까지 x 축 방향으로 이동한 거리 L_1 과 걸린 시간 T_1 을 구하시오. 초기 속도를 두 배로 하거나 질량을 두 배로 하는 각각의 경우 L_1 과 T_1 은 어떻게 변하는가?
- (1-3) 입자가 $y = 0$ 에서 벽면과 충돌할 때 충돌 전과 충돌 후 x 축 방향의 속도는 변하지 않는 반면, y 축 방향의 속도 크기는 e ($0 < e < 1$) 의 비율로 줄어든다고 가정하자. 입자가 N 번 충돌할 때까지 x 축 방향으로 이동한 거리와 그때까지 걸린 시간을 구하시오. N 이 한없이 커졌을 때 입자가 x 축 방향으로 이동한 거리의 극한값을 구하고 이를 e ($0 < e < 1$) 에 대한 그래프로 그려 보시오. 이 그래프가 $e \rightarrow 0$ 과 $e \rightarrow 1$ 에서 가지는 값의 의미를 입자의 운동 관점에서 설명하시오.
- (1-4) 입자가 원점에서 출발하여 $x = L$, $y = 0$ 인 지점에 정확히 도달하기 위한 자기장의 조건을 구하시오. 또한 $e = 1$ 인 경우 이 자기장의 조건은 어떻게 되는가?

문제 2 무한 퍼텐셜 우물 · 광전효과 · 이중 슬릿 간섭

물리 I · II · 소문항 4개

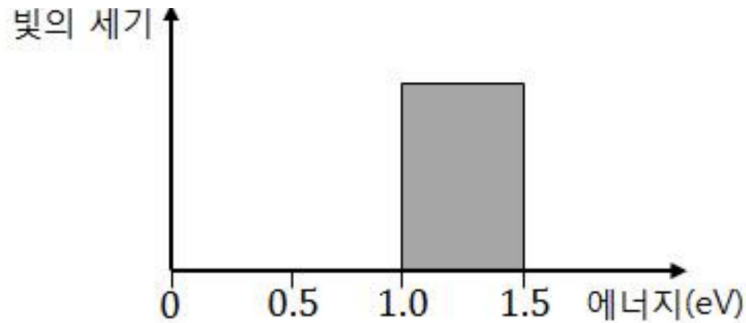
- (2-1) 아래 그림과 같이 퍼텐셜 에너지 V 가 $0 < x < L$ 인 영역은 $V = 0$ 이고 나머지 영역은 $V = \infty$ 인 1차원 상자가 있다. 이 상자에 전자 11개를 다음과 같은 조건으로 차곡차곡 채울 때, 마지막 전자가 들어가는 에너지 준위는 얼마인가?

1. 상자 내부는 에너지가 양자화 되어 있으며 바닥상태 에너지 E_0 는 0.1 eV이다.
2. 전자의 스핀 양자수는 $\frac{1}{2}$ 또는 $-\frac{1}{2}$ 이다.
3. 전자 사이의 전기적 상호작용 또는 중력과 같은 외부 힘은 무시한다.
4. 전체 에너지가 최소가 되도록 전자를 채운다.



$0 < x < L$ 에서 $V = 0$, 그 밖은 $V = \infty$ 인 1차원 무한 퍼텐셜 우물

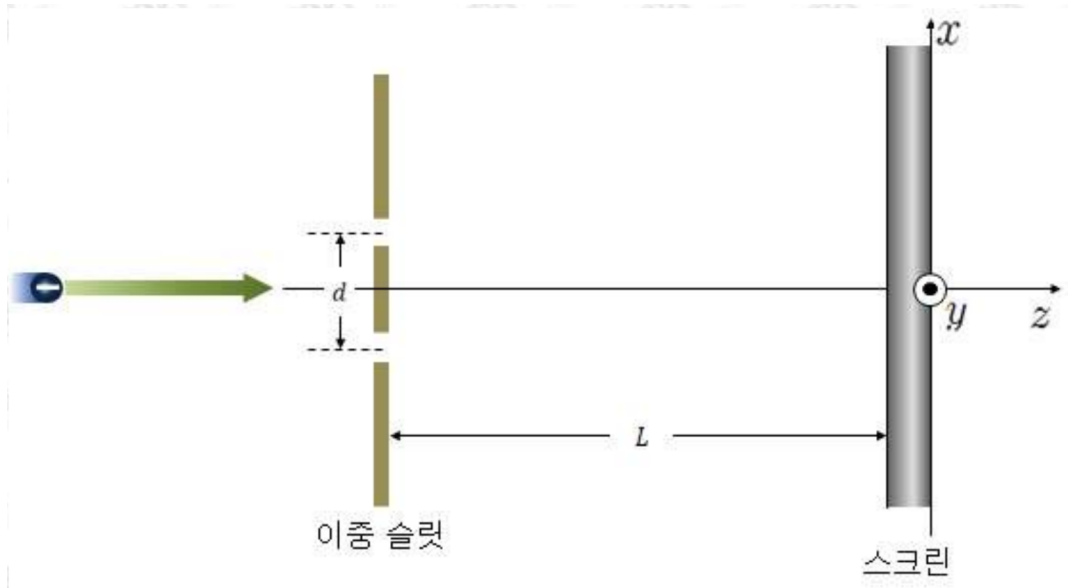
- (2-2) 이 상자에 아래 그림과 같은 에너지 분포를 갖는 빛을 쏘여주었다. 빛에 의해 들뜬상태로 올라간 전자는 자발 방출을 통해 빛을 내보낸다. 이때 상자에서 나올 수 있는 빛의 에너지는 얼마인가? (단, 하나의 전자가 한 번 들뜬상태로 전이한 후 원래의 에너지 준위로 돌아오며 빛을 내보내는 경우만 생각한다.)



입사광의 에너지 분포 — 1.0 ~ 1.5 eV 영역에 균일한 세기

- (2-3) 문제 2-2의 과정을 통하여 상자에서 나온 빛을 일함수가 1.2 eV인 물질의 표면에 쏘여주었다. 표면에서 방출된 광전자의 운동 에너지는 얼마인가?

- (2-4) 양자물리에 의하면 전자는 입자와 파동의 이중성을 가진다. 문제 2-3의 결과로 나온 전자를 아래 그림과 같이 한 번에 하나씩 이중 슬릿을 통과시키는 실험을 한다. 다음 각각의 경우에 대하여 그 결과를 개략적으로 설명하시오. (a) 하나의 전자가 이중 슬릿을 지나 스크린의 xy 평면에서 발견될 수 있는 확률분포, (b) 전자 한 개가 스크린에 도달한 후 스크린의 xy 평면에 나타나는 결과, (c) 이러한 실험을 무수히 많이 반복하였을 때 스크린의 xy 평면에 나타나는 결과. (단, L 은 d 보다 충분히 크다고 가정한다.)



간격 d 의 이중 슬릿과 거리 L 떨어진 스크린 ($L \gg d$)

II. 예시답안

문제 1 자기장 속 하전입자의 원운동과 벽면과의 반복 충돌

로런츠 힘 · 등속 원운동 · 등비급수의 극한

(1-1) 전기장 세기 vB , 방향 $-x$ (전하의 부호와 무관)

자기장은 지면 밖($+z$), 입자의 속도는 $+y$ 이므로 로런츠 자기력은

$$\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B} = q(v\hat{y}) \times (B\hat{z}) = qvB\hat{x}$$

이다. 직진 조건은 알짜힘이 0, 즉 $q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B} = \vec{0}$ 이다. 양변을 q 로 나누면 q 가 사라지므로

$$\vec{E} = -\vec{v} \times \vec{B} = -vB\hat{x}, \quad |\vec{E}| = vB, \quad \text{방향: } (-x)$$

로 전하의 부호와 무관하게 동일하다. 두 경우를 나누어 보면

- $q > 0$: 자기력이 $+x$ 방향(크기 qvB). 상쇄를 위해 전기력이 $-x$ 방향이어야 하고 $\vec{F}_E = q\vec{E}$ 에서 $q > 0$ 이므로 전기장도 $-x$ 방향, 크기 vB .
- $q < 0$: 자기력 $qvB\hat{x}$ 는 $q < 0$ 이므로 실제로 $-x$ 방향(크기 $|q|vB$). 상쇄를 위해 전기력은 $+x$ 방향이어야 하고, $\vec{F}_E = q\vec{E}$ 에서 $q < 0$ 이므로 전기장은 다시 $-x$ 방향, 크기 vB .

즉 자기력의 방향은 전하의 부호에 따라 뒤집히지만 전기력의 방향도 함께 뒤집히므로, 상쇄에 필요한 전기장은 두 경우 모두 같다. (이것이 속도선택기의 원리이다.)

(1-2) $L_1 = 2mv/(qB)$, $T_1 = \pi m/(qB)$

전기장이 없으면 속도에 수직한 자기력만 작용하므로 입자는 등속 원운동을 한다. 자기력이 구심력 역할을 하므로

$$qvB = \frac{mv^2}{r_0} \rightarrow r_0 = \frac{mv}{qB}, \quad \text{주기 } T = \frac{2\pi r_0}{v} = \frac{2\pi m}{qB}$$

이다. 입자는 O 에서 $+y$ 로 출발하고 자기력이 처음에 $+x$ (원의 중심 방향)이므로 원의 중심은 $(r_0, 0)$ 이다. 따라서 입자는 시계 방향으로 위쪽 반원을 그린 뒤 $(2r_0, 0)$ 에서 $y = 0$ 에 도달하며, 이때 속도가 $-y$ 방향이어서 벽과 충돌한다. 걸린 시간은 주기의 절반이므로

$$L_1 = 2r_0 = \frac{2mv}{qB}, \quad T_1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{2\pi m}{qB} = \frac{\pi m}{qB}$$

- 초기 속도 $v \rightarrow 2v$: $r_0 \propto v$ 이므로 L_1 은 **2배**. $T_1 = \pi m/(qB)$ 는 v 와 무관하여 **불변**.
- 질량 $m \rightarrow 2m$: $L_1 = 2mv/(qB)$ 는 **2배**, $T_1 = \pi m/(qB)$ 도 **2배**.

$$(1-3) X_N = \frac{2mv}{qB} \cdot \frac{1-e^N}{1-e}, \quad T_N = N \frac{\pi m}{qB}, \quad X_\infty = \frac{2mv}{qB(1-e)}$$

첫 반원이 끝나는 순간(첫 충돌 직전) 속도는 $-y$ 방향으로 크기 v 이고 x 성분은 0이다. 충돌에서 x 성분(=0)은 유지되고 y 성분의 크기는 e 배가 되므로, 충돌 직후 속도는 $+y$ 방향으로 크기 ev 이다. 이때 자기력은 다시 $q(ev\hat{y}) \times (B\hat{z}) = qevB\hat{x}$, 즉 $+x$ 방향이다. 따라서 매 충돌 후의 운동은 **처음과 똑같은 모양의 위쪽 반원**이며, 진행 방향도 항상 $+x$ 로 같다.

k 번째 충돌 직후의 속력은 ve^k 이므로 그 반원의 반지름은

$$r_k = \frac{m(ve^k)}{qB} = r_0 e^k, \quad r_0 = \frac{mv}{qB}$$

이고, 그 반원에서 x 방향으로 지름 $2r_0 e^k$ 만큼 전진한다. 한편 원운동의 주기 $2\pi m/(qB)$ 는 속력과 무관하므로 각 반원의 소요 시간은 $\pi m/(qB)$ 로 항상 같다. N 번 충돌할 때까지는 반원이 N 개($k=0, 1, \dots, N-1$) 그려지므로, 첫째항 $2r_0$ · 공비 e 인 등비수열의 합으로

$$X_N = 2r_0(1 + e + e^2 + \dots + e^{N-1}) = 2r_0 \cdot \frac{1-e^N}{1-e} = \frac{2mv}{qB} \cdot \frac{1-e^N}{1-e},$$

$$T_N = N \cdot \frac{\pi m}{qB}.$$

$0 < e < 1$ 이므로 $N \rightarrow \infty$ 에서 $e^N \rightarrow 0$ 이고, 따라서 극한값은

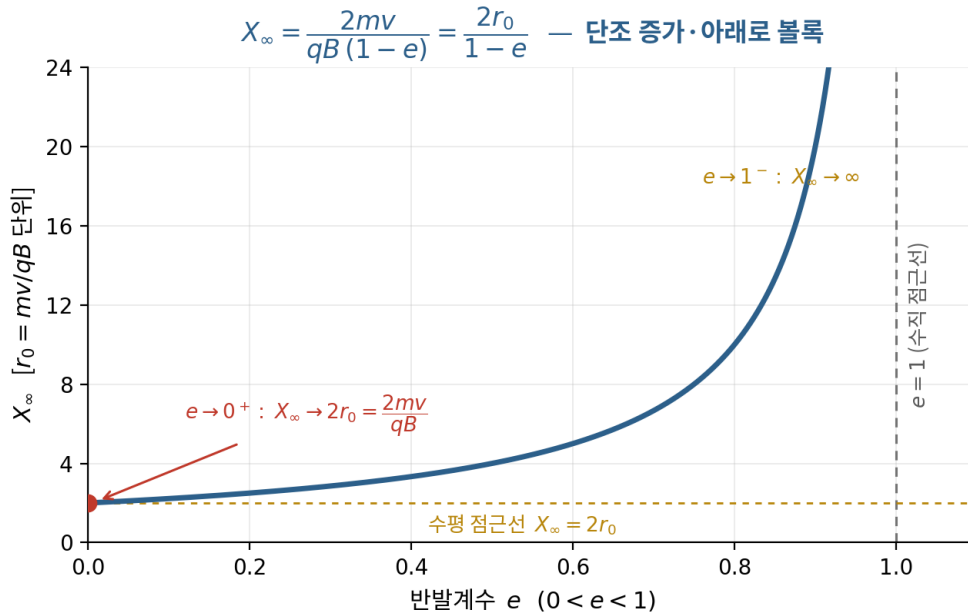
$$X_\infty = \lim_{N \rightarrow \infty} X_N = \frac{2r_0}{1-e} = \frac{2mv}{qB(1-e)}$$

(참고: 같은 시간 극한에서 $T_N = N\pi m/(qB) \rightarrow \infty$ 로 발산한다. 즉 이동 거리는 유한한 값에 수렴하지만 그 위치에 도달하는 데 걸리는 시간은 무한하다.)

$X_\infty(e)$ 의 그래프와 개형 — $X_\infty = 2r_0/(1-e)$ 를 e 로 미분하면

$$\frac{dX_\infty}{de} = \frac{2r_0}{(1-e)^2} > 0, \quad \frac{d^2X_\infty}{de^2} = \frac{4r_0}{(1-e)^3} > 0 \quad (0 < e < 1)$$

이므로 X_∞ 는 e 에 대해 **단조 증가**하며 **아래로 볼록**한 쌍곡선 꼴이다. $e=1$ 이 수직 점근선, $X_\infty = 2r_0$ 가 ($e \rightarrow 0$ 쪽의) 수평 점근선이다.

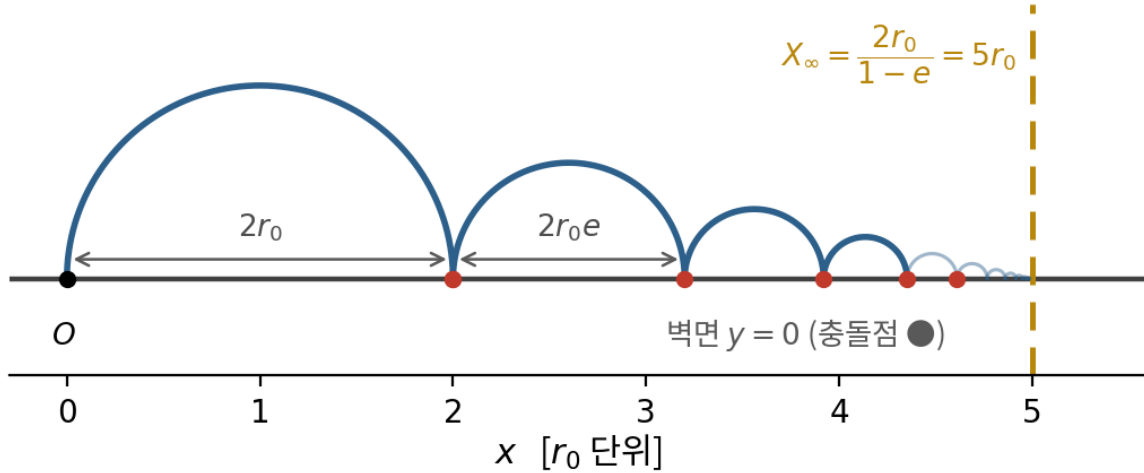


예시 작도 — $X_\infty = 2mv/(qB(1-e)) = 2r_0/(1-e)$ 를 $0 < e < 1$ 에서 e 에 대해 그린 그래프 ($r_0 = mv/qB$ 단위)

양 끝에서의 거동 — 두 극한은 입자의 운동으로 다음과 같이 해석된다.

- $e \rightarrow 0$: $X_\infty \rightarrow 2r_0 = 2mv/(qB)$, 즉 L_1 과 같다. 첫 충돌에서 y 방향 속력이 즉시 0이 되어 두 번째 반원의 반지름이 0이 되므로, 입자는 첫 충돌 지점 $(2r_0, 0)$ 에 그대로 붙어 더 이상 전진하지 못한다. 총 이동 거리는 **반원 하나의 지름**에 해당한다.
- $e \rightarrow 1$: $X_\infty \rightarrow \infty$. 완전탄성충돌에 가까워져 속력이 거의 그대로 유지되므로 반지름이 줄지 않고, 매번 같은 지름 $2r_0$ 만큼 무한히 전진한다. 등비급수의 공비가 1에 이르러 급수가 수렴하지 않고 **발산**한다.

$e = 0.6$: k 번째 충돌 후 반지름 $r_0 e^k$ 의 반원 — 지름 $2r_0 e^k$ 씩 $+x$ 로 전진



예시 작도 — $e = 0.6$ 일 때 반지름 $r_0 e^k$ 인 반원이 이어지며 x 좌표가 $X_\infty = 2r_0/(1 - e) = 5r_0$ 에 수렴하는 모습

$$(1-4) B = \frac{2mv(1 - e^n)}{qL(1 - e)}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

입자가 $y = 0$ 인 지점에 오는 것은 충돌하는 순간뿐이고, n 번째 충돌 지점의 x 좌표는 (1-3)의 결과에서

$$X_n = \frac{2mv}{qB} \cdot \frac{1 - e^n}{1 - e}$$

이다. $x = L$, $y = 0$ 에 정확히 도달하려면 어떤 양의 정수 n 에 대해 $X_n = L$ 이어야 하므로

$$\frac{2mv}{qB} \cdot \frac{1 - e^n}{1 - e} = L \Rightarrow B = \frac{2mv(1 - e^n)}{qL(1 - e)}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

즉 자기장은 위 식을 만족하는 **이산적인 값들 중 하나**여야 한다. (n 이 커질수록 B 도 커지고, $n \rightarrow \infty$ 에서 $B \rightarrow 2mv/(qL(1 - e))$ 에 수렴한다.)

$e = 1$ 인 경우 — 충돌해도 속력이 줄지 않아 모든 반원의 지름이 $2r_0$ 로 같다. 실제로

$$\lim_{e \rightarrow 1} \frac{1 - e^n}{1 - e} = \lim_{e \rightarrow 1} (1 + e + \dots + e^{n-1}) = n$$

이므로 $X_n = 2nr_0 = 2nmv/(qB) = L$ 에서

$$B = \frac{2nmv}{qL}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

즉 반지름이 $r_0 = L/(2n)$ 이 되도록, 다시 말해 지름 $2r_0$ 가 L 을 정수 등분하도록 자기장을 잡으면 된다.

문제 2 무한 퍼텐셜 우물 · 광전효과 · 이중 슬릿 간섭

에너지 양자화 · 배타 원리 · 광전효과 · 물질파

(2-1) $E_6 = 3.6 \text{ eV}$

폭 L 인 1차원 무한 퍼텐셜 우물에서는 양 끝이 마디가 되어 $L = n\lambda_n/2$ 의 정상파만 허용되고, 이로부터 에너지 준위는

$$E_n = \frac{p_n^2}{2m} = \frac{h^2}{2m\lambda_n^2} = \frac{n^2 h^2}{8mL^2} = n^2 E_0 = 0.1n^2 \text{ eV} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

로 n^2 에 비례한다. 파울리 배타 원리에 따라 각 준위에는 스핀 양자수가 $+\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$ 인 전자가 최대 2개까지 들어간다. 전체 에너지가 최소가 되도록 낮은 준위부터 채우면 $n = 1 \sim 5$ 에 각 2개씩 총 10개가 들어가고, 11번째 전자는 $n = 6$ 에 들어간다. 따라서 마지막 전자가 들어가는 준위의 에너지는

$$E_6 = 0.1 \times 6^2 = 3.6 \text{ eV}$$

(2-2) 1.1 eV 와 1.3 eV

(2-1)에서 채워진 상태는 $n = 1 \sim 5$ (각 2개, 가득)와 $n = 6$ (전자 1개, 빈자리 1개)이다. 흡수는 전자가 있는 준위 i 에서 빈자리가 있는 준위 f 로 전이하는 경우에만 가능하고(파울리 배타 원리), 그 에너지는

$$\Delta E = E_f - E_i = 0.1(f^2 - i^2) \text{ eV}$$

이다. 빈자리가 있는 준위는 $n = 6$ (1자리)과 $n \geq 7$ (모두 비어 있음)이며, 입사광의 에너지는 $1.0 \sim 1.5 \text{ eV}$ 구간에만 존재한다. 가능한 전이를 모두 따져 보면

$f = 6$ 으로의 전이: $i = 5, 4, 3, 2, 1$ 에 대해 $\Delta E = 1.1, 2.0, 2.7, 3.2, 3.5 \text{ eV}$

$f = 7$ 로의 전이: $i = 6, 5, \dots$ 에 대해 $\Delta E = 1.3, 2.4, \dots \text{ eV}$

$f \geq 8$ 로의 전이: 가장 작은 것이 $i = 6 \rightarrow f = 8$ 의 $\Delta E = 2.8 \text{ eV}$

이므로 $1.0 \sim 1.5 \text{ eV}$ 안에 들어오는 것은

$$i = 5 \rightarrow f = 6: \Delta E = 0.1(36 - 25) = 1.1 \text{ eV},$$

$$i = 6 \rightarrow f = 7: \Delta E = 0.1(49 - 36) = 1.3 \text{ eV}$$

두 가지뿐이다. 자발 방출에서는 전자가 원래 준위로 되돌아오며 흡수한 것과 같은 에너지의 광자를 내보내므로

상자에서 나올 수 있는 빛의 에너지 = $1.1 \text{ eV}, 1.3 \text{ eV}$

(2-3) 광전자의 운동 에너지 = 0.1 eV

광전효과는 광자 1개의 에너지가 일함수 W 보다 클 때만 일어나며(빛의 세기와 무관), 방출된 광전자의 최대 운동 에너지는 $E_k = hf - W$ 이다. $W = 1.2 \text{ eV}$ 이므로 (2-2)에서 얻은 두 광자에 대해

$$1.1 \text{ eV} < 1.2 \text{ eV} \rightarrow \text{광전자 방출 없음},$$

$$1.3 \text{ eV} > 1.2 \text{ eV} \rightarrow E_k = 1.3 - 1.2 = 0.1 \text{ eV}$$

이다. 즉 1.1 eV 빛은 아무리 세게 쬔여도 전자를 방출시키지 못하고, 1.3 eV 빛만 광전자를 만든다.

$$E_k = 0.1 \text{ eV}$$

(2-4) 확률분포(간섭무늬) → 한 점 → 간섭무늬의 추적

(2-3)에서 나온 광전자의 운동 에너지는 $E_k = 0.1 \text{ eV}$ 이므로 운동량은 $p = \sqrt{2mE_k}$ 이고, 드브로이 파장은

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2mE_k}} = \frac{6.63 \times 10^{-34}}{\sqrt{2(9.11 \times 10^{-31})(0.1 \times 1.60 \times 10^{-19})}} \approx 3.9 \times 10^{-9} \text{ m} = 3.9 \text{ nm}$$

이다. 이 물질파가 간격 d 의 이중 슬릿을 지난다.

- (a) **확률분포** — 전자 하나의 파동함수가 두 슬릿을 동시에 지나 스크린에서 중첩되므로, 확률밀도 $|\psi|^2$ 는 이중 슬릿 간섭무늬의 모양이 된다. 두 경로의 경로차가 $d \sin \theta$ 이므로 $d \sin \theta = k\lambda$ 인 곳에서 보강간섭(확률 최대), $d \sin \theta = (k + \frac{1}{2})\lambda$ 인 곳에서 상쇄간섭(확률 0)이 되어, 스크린의 x 축을 따라 $\cos^2(\pi dx/\lambda L)$ 꼴로 진동한다. 슬릿이 x 방향으로 나열되어 있으므로 무늬는 y 방향으로는 균일하고 x 방향으로만 변한다. $L \gg d$ 이므로 $\sin \theta \approx \tan \theta = x/L$ 를 써서 밝은 무늬의 간격은 $\Delta x \approx \lambda L/d$ 이다.
- (b) **전자 한 개** — 스크린의 한 점에 국소적으로(입자로서) 검출된다. 어느 점에 도달할지는 미리 알 수 없고, (a)의 확률분포를 따르는 무작위한 하나의 점으로 나타난다. 즉 전자 한 개만으로는 간섭무늬가 보이지 않는다.
- (c) **무수히 반복** — 한 번에 하나씩 보내더라도 개별 전자들이 남긴 점이 쌓이면서 (a)의 확률분포와 같은 간섭무늬(간격 $\Delta x \approx \lambda L/d$ 의 밝고 어두운 줄무늬)가 스크린에 드러난다. 이는 전자가 서로 간섭한 것이 아니라 전자 하나하나가 파동성을 가진다는 것, 즉 입자·파동의 이중성을 보여준다.