KAIST

2018학년도 수시모집 면접 및 구술고사

한국과학기술원 면접·구술고사

자연계열 · 물리

문제 · 예시답안

시험 구분	면접 및 구술고사 (자연계열, 물리)
전형	일반전형 · 학교장추천전형 · 고른기회전형
출제 과목	물리 I , 물리 II
문항 수	4문항 (소문항 8개)
핵심 개념	등온·등압 과정과 열역학 제1법칙, 힘의 평형, 평행판 축전기의 전기장과 등가속도 운동, 전기력과 자기력의 평형(속도 선택기), 2차원 비탄성 충돌과 열에너지, 사이클로트론

제시문 그림 4점 · 예시답안 도해 3점 수록

Ⅰ. 문제

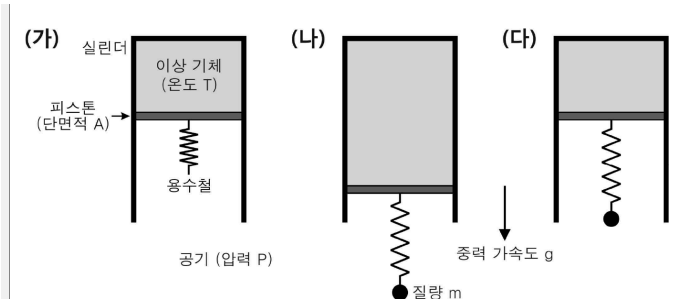
문제 1 용수철이 달린 피스톤과 이상 기체의 등온·등압 과정

물리 II · 소문항 2개

그림 (가)와 같이 압력이 P 인 공기 중에 연직 방향으로 세워져 고정된 실린더에 온도 T 의 단원자 분자 이상 기체 1몰이 들어 있다. 피스톤은 단면적이 A 이고 실린더와의 마찰 없이 움직인다. 실린더를 통해 열이 지나갈 수는 있지만 이상 기체가 빠져나가거나 들어오지는 못한다. 피스톤의 아래 면에 용수철이 달려 있다. 이상 기체, 피스톤, 용수철의 질량은 무시하자. (기체 상수 : R)

(1) 용수철에 구슬을 매단 후 용수철의 길이가 천천히 늘어나게 하여 그림 (나)의 평형 상태에 이르도록 하자. 이 과정에서 이상 기체의 부피는 두 배로 늘어나고 온도는 일정하게 유지되었다면 구슬의 질량은 얼마인가? (중력 가속도 : g)

(2) 그림 (나)의 평형 상태에서 이상 기체로부터 열을 빼냄으로써 피스톤이 천천히 위로 올라가게 하여 그림 (다)의 평형 상태에 이르게 하자. 이 과정에서 이상 기체의 부피는 그림 (가)에서의 부피로 감소하고 용수철의 길이는 그림 (나)와 같이 늘어난 채로 유지되었다면 이상 기체로부터 빼낸 열에너지는 얼마인가?



(가) 처음 상태 · (나) 구슬을 매달아 부피가 두 배가 된 등온 평형 상태 · (다) 열을 빼내 부피가 처음으로 되돌아온 상태

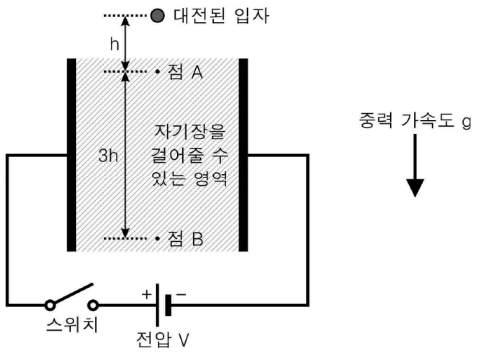
문제 2 평행판 축전기 속에서 낙하하는 대전 입자

물리 II · 소문항 2개

질량이 m 인 대전된 입자 (전하량 q)가 두 금속판 사이의 간격이 d 인 평행판 축전기 내부를 향해 아래 그림과 같이 정지 상태에서부터 낙하하기 시작한다. 축전기 내부 (그림에서 빗금 친 영역)에 한해 각 위치마다 원하는 세기와 방향의 자기장을 걸어줄 수 있다고 하자. 만일 축전기가 대전되어 있지 않고 자기장도 없다면 입자는 자유낙하운동을 할 것이다. (공기저항은 무시하자.)

(1) 스위치를 닫고 축전기가 평형 상태에 이른 후 자기장은 걸지 않은 상황에서 입자가 낙하한다면 입자가 축전기 안에서 어떤 가속도로 운동할 지 기술하라. 입자가 양전하를 띠는 경우와 음전하를 띠는 경우 둘 다 고려한다.

(2) (1)에서 축전기 내부에 중력과 수직한 방향으로 자기장을 적절하게 가하면 입자가 자유낙하운동을 할 수 있다. 이 때 낙하 시작 지점과 연직방향으로 같은 선상에 있는 두 점 A, B에서의 자기장은 각각 어느 방향이고 그 세기의 비율은 얼마인가? 입자가 양전하를 띠는 경우와 음전하를 띠는 경우 둘 다 고려한다.



낙하 시작 지점에서 h 만큼 아래인 점 A와, A로부터 다시 $3h$ 만큼 아래인 점 B

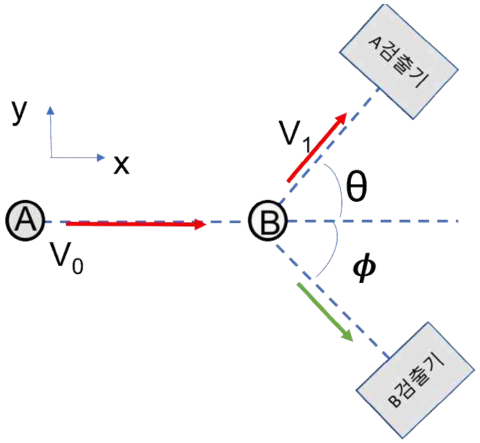
문제 3 두 입자의 2차원 충돌과 열에너지로의 전환

물리 II · 소문항 2개

그림과 같이 질량이 m 으로서 서로 같은 두 입자 A, B가 충돌하는 상황을 고려하자. 충돌 전에 입자 B는 정지해 있었고, 입자 A는 $+x$ 방향으로 속력 V_0 의 등속도 운동을 하고 있었다. 두 입자는 서로 충돌한 후 각각 xy 평면 위에서 등속도 운동을 하게 되었는데, 입자 A는 A검출기를 통하여 입사 방향으로부터 각도 θ 인 방향에서 속력 V_1 을 갖는다고 관측되었다. 두 검출기에서 속력 측정 외의 다른 효과는 무시할 수 있다.

(1) 입자 B를 관측하기 위해서는 B검출기를 어느 각도 φ 에 놓아야 하는가? 질량 m 이 커짐에 따라, 각도 φ 가 커지는지 작아지는지 아니면 변하지 않는지 답하라.

(2) 충돌 후 $\theta = 30°$ 에 놓인 A검출기에서 $V_1 = V_0/\sqrt{3}$ 가 측정되었고, 두 입자의 온도가 ΔT 만큼 증가한 것이 확인되었다. 부피 등 다른 물리량은 변하지 않았을 때 두 입자로 이루어진 시스템의 비열을 구하라.

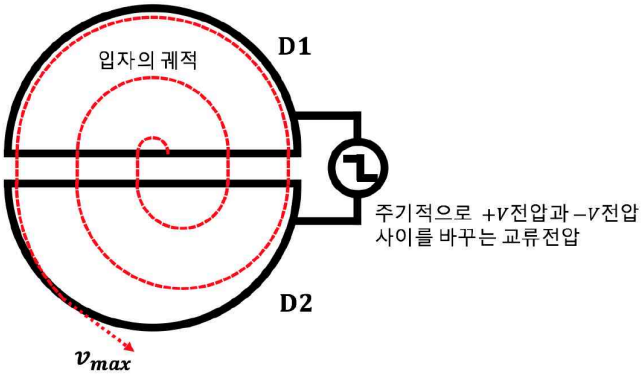


입사 방향에 대해 각각 θ, φ 로 갈라지는 두 입자와 두 검출기의 배치

문제 4 사이클로트론의 최대 반경과 총 회전수

물리 II · 소문항 2개

아래 그림은 사이클로트론이라 불리는 원형 가속기의 구조이다. 두 개의 반원형 상자 D1, D2가 일정한 거리를 두고 원 모양을 이루면서 배치되어 있으며, 세기가 1 T인 균일한 자기장이 두 반원형 상자에 수직한 방향으로 작용한다. 질량이 $m = 1.6 \times 10^{-27}$ kg이고 전하량이 $q = 1.6 \times 10^{-19}$ C인 입자가 가속기 중앙에 입사되고, 입자가 두 반원형 상자 사이를 지날 때마다 외부 교류전압에 의한 전기력에 의해 가속된다. 입자가 가속기를 빠져 나올 때 갖는 속력을 $v_{\max}$ 라고 하자.



두 반원형 상자 D1, D2 사이를 지날 때마다 가속되며 나선을 그리는 입자의 궤적

(1) $v_{\max}$ 를 빛의 속력 (3×10^8 m/s)과 같게 만들기 위한 최대 원운동 궤도 반경은 얼마인가? 상대론적 효과는 무시하자.

(2) 외부에서 크기가 일정한 전압이 주기적으로 극성이 바뀌며 가해진다. 질량 m, 전하량 q 의 입자가 입사해서 사이클로트론을 빠져나올 때까지 겪는 총 회전수를 n 이라 하자. 질량 m, 전하량 $2q$ 의 입자의 총 회전수는 얼마인가? 자기장의 세기가 2 T로 늘어나면 질량 m, 전하량 q 의 입자의 총 회전수는 얼마인가?

II. 예시답안

문제 1 용수철이 달린 피스톤과 이상 기체의 등온·등압 과정

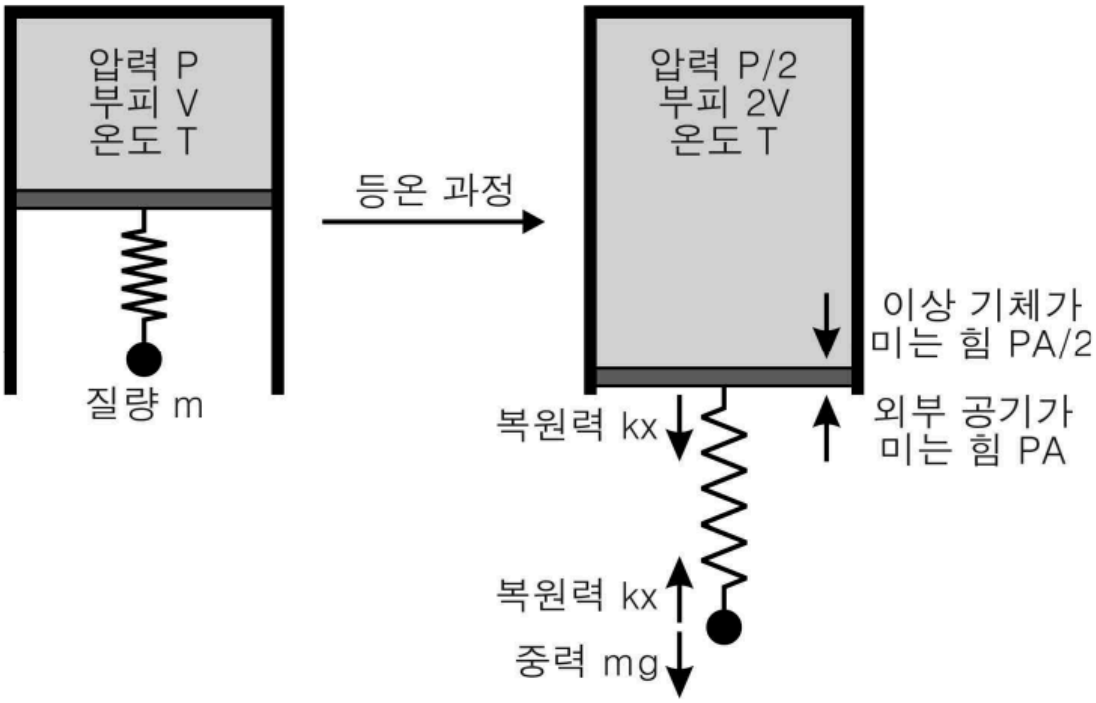
보일 법칙 · 힘의 평형 · 열역학 제1법칙

(1) 구슬의 질량은 $m = PA/(2g)$ 이다

이 열역학 과정은 온도가 일정하게 유지되는 등온 과정이므로, 보일 법칙 또는 이상 기체 상태 방정식에 의하여 $PV = (\text{일정}) = RT$. 따라서 이상 기체의 부피가 두 배로 늘어났다면 압력은 $P \to P/2$ 로서 절반 감소.

이 때 구슬에 작용하는 중력 mg 와 용수철 복원력 kx 가 평형을 이루므로, $mg = kx$. 그리고 피스톤에 작용하는 용수철 복원력 kx $(= mg)$, 외부 공기의 압력이 위로 미는 힘 PA, 이상 기체의 압력이 아래로 미는 힘 $PA/2$ 가 역시 평형을 이루므로, $mg + PA/2 = PA$.

$$mg = \frac{PA}{2} \quad \to \quad m = \frac{PA}{2g}$$



등온 과정 전후의 상태와 피스톤·구슬에 작용하는 힘의 평형

(2) 이상 기체로부터 $(5/4)RT$ 만큼의 열에너지가 빠져 나갔다

이 열역학 과정에서 용수철의 길이가 일정하게 유지되었다면 (1)에서 기술된 힘의 평형 상태가 계속 유지되므로, 구슬, 용수철, 피스톤은 가속도 없이 위로 천천히 움직인다고 할 수 있다. 따라서 이 열역학 과정은 압력이 일정하게 유지되는 등압 과정이고, 샤를 법칙 또는 이상 기체 상태 방정식에 의하여 $V/T = (\textbf{일정}) = R/P$. 따라서 이상 기체의 부피가 절반으로 감소하였다면 온도도 $T \to T/2$ 로서 절반 감소.

열역학 제1법칙 또는 에너지 보존 법칙을 사용하여, 이 과정에서 이상 기체에 가한 열에너지 Q 를 다음과 같이 두 가지 방법으로 구할 수 있다.

- 이상 기체의 내부 에너지 변화량과 이상 기체의 압력이 외부에 한 일의 합

$$\to \quad Q = ① + ② = -\frac{5}{4}RT$$

- 이상 기체의 내부 에너지 변화량, 외부 공기의 압력에 대해 한 일, 구슬의 퍼텐셜 에너지 변화량의 합

$$\to \quad Q = ① + ③ + ④ = -\frac{5}{4}RT$$

여기서,

① 이상 기체의 내부 에너지 변화량 : $\frac{3}{2}R\Delta T = \frac{3}{2}R\left(-\frac{T}{2}\right) = -\frac{3}{4}RT$

② 이상 기체의 압력이 외부에 한 일 : $\left(\frac{P}{2}\right)(-V) = -\frac{1}{2}RT$

③ 외부 공기의 압력에 대해 한 일 : $P(-V) = -RT$

④ 구슬의 퍼텐셜 에너지 변화량 : $mg\frac{V}{A} = \frac{1}{2}PV = \frac{1}{2}RT$

따라서 이상 기체로부터 $\frac{5}{4}RT$ 만큼의 열에너지가 빠져 나갔다.

문제 2 평행판 축전기 속에서 낙하하는 대전 입자

전기장 $E = V/d$ · 등가속도 운동 · 속도 선택기

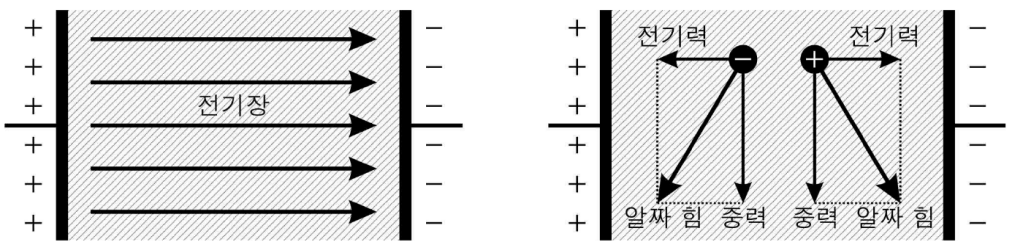
(1) 크기 $a = \sqrt{g^2 + (qV/md)^2}$ 인 등가속도 운동

스위치를 닫고 축전기가 평형 상태에 도달하면 왼쪽 그림과 같이 축전기 안에 $\to$ 방향의 전기장 $E = V/d$ 가 형성된다. 그러면 오른쪽 그림과 같이 축전기 안에서 양전하는 $\to$ 방향의 전기력을, 음전하는 $\leftarrow$ 방향의 전기력을 받는다. 전기력의 크기는 두 경우 모두 $F = qE = qV/d$ 이다.

축전기 안에서 입자가 받는 알짜 힘은 (오른쪽 그림과 같이) 전기력 qV/d 와 중력 mg 의 벡터 합이고, 입자는 이 알짜 힘 방향의 가속도로 등가속도 운동을 한다. 피타고라스 정리에 의하여 $(ma)^2 = (mg)^2 + (qV/d)^2$ 이므로

$$a = \sqrt{g^2 + \left(\frac{qV}{md}\right)^2}$$

방향은 양전하는 오른쪽 아래 방향, 음전하는 왼쪽 아래 방향이다.



축전기 내부의 전기장(왼쪽)과 전하의 부호에 따른 알짜 힘의 방향(오른쪽)

(2) 두 점 모두 종이면에서 나오는 방향, 세기의 비 $B_A : B_B = 2 : 1$

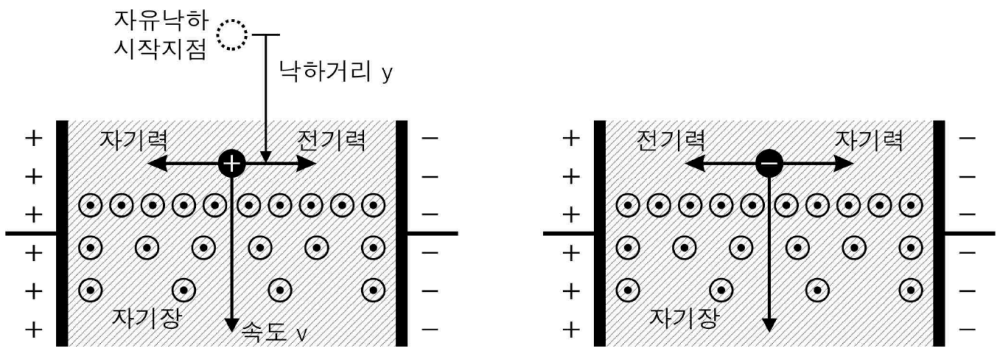
입자가 축전기 안에서 자유낙하운동을 하도록 만들려면 전기력과 자기력이 서로 상쇄되도록 자기장을 걸어주어야 한다. 즉, $qE = qvB$ (B 는 자기장의 세기, v 는 입자의 속력)이고 자기장의 방향은 전하량 (특히 전하량의 부호)에 무관하게 모든 지점에서 **종이면 위로 나오는 방향**이다.

여기서 $v = \sqrt{2gy}$ (y 는 낙하거리)이므로, 자기장의 세기는 낙하거리 y 의 함수로서

$$B(y) = \frac{E}{v} = \frac{V}{d\sqrt{2gy}}$$

즉, 입자가 자유낙하운동을 하면서 속도 v 가 낙하거리 y 의 제곱근에 비례하여 아래 방향으로 갈수록 커지므로, 자기장의 세기는 아래로 갈수록 낙하거리 y 의 제곱근에 반비례하여 줄어들면 된다. 점 A와 점 B는 각각 낙하거리가 $h, 4h$ 이므로 자기장의 세기의 비율은 전하량 (특히 전하량의 부호)에 무관하게

$$B_A : B_B = B(h) : B(4h) = \frac{1}{\sqrt{h}} : \frac{1}{\sqrt{4h}} = 2 : 1$$



양전하(왼쪽)와 음전하(오른쪽) 모두 종이면에서 나오는 자기장으로 전기력을 상쇄한다

문제 3 두 입자의 2차원 충돌과 열에너지로의 전환

운동량 보존 · 비탄성 충돌 · 열역학 제1법칙

(1) $\varphi = \tan^{-1}[V_1 \sin\theta/(V_0 - V_1\cos\theta)]$, 질량 m 에 의존하지 않는다

이 문제에서는 시스템의 운동에너지는 보존되지 않는다. x, y 방향에 대해 각각 운동량 보존 법칙을 적용한다. 충돌 후 입자 B의 속력을 V_2 라 하면,

$$mV_0 = mV_1\cos\theta + mV_2\cos\varphi$$
$$0 = mV_1\sin\theta - mV_2\sin\varphi$$

식을 풀어 다음의 결과를 얻는다.

$$\varphi = \tan^{-1}\frac{V_1\sin\theta}{V_0 - V_1\cos\theta}$$

두 식의 양변에서 질량 m 이 그대로 약분되므로 각도 φ 는 질량 m 에 의존하지 않는다. 즉 m 이 커져도 φ 는 **변하지 않는다.**

(2) 시스템의 비열은 $C = mV_0^2/(6\Delta T)$ 이다

주어진 정보 (각도 $\theta = 30°$ 와 속력 $V_1 = V_0/\sqrt{3}$) 를 이용하면 B 입자의 정보 $\varphi = 30°$ 와 $V_2 = V_0/\sqrt{3}$ 를 얻게 된다.

$$V_2\cos\varphi = V_0 - V_1\cos 30° = V_0 - \frac{V_0}{\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{V_0}{2}$$

$$V_2\sin\varphi = V_1\sin 30° = \frac{V_0}{\sqrt{3}}\cdot\frac{1}{2} = \frac{V_0}{2\sqrt{3}}$$

$$\rightarrow \quad \tan\varphi = \frac{1}{\sqrt{3}}\ (\varphi = 30°), \quad V_2 = \sqrt{\left(\frac{V_0}{2}\right)^2 + \left(\frac{V_0}{2\sqrt{3}}\right)^2} = \frac{V_0}{\sqrt{3}}$$

따라서, 운동에너지의 변화는 다음과 같다.

$$\Delta U = U_{\text{충돌 전}} - U_{\text{충돌 후}} = \frac{mV_0^2}{2} - \left(\frac{mV_0^2}{6} + \frac{mV_0^2}{6}\right) = \frac{mV_0^2}{6}$$

두 입자의 온도가 ΔT 만큼 증가한 이유는 보존되지 않은 운동 에너지가 열에너지로 바뀐 것이고, 열역학 제1법칙을 이용하면 두 입자로 이루어진 시스템의 비열을 구할 수 있다.

$$\Delta U = Q = C\Delta T = \frac{mV_0^2}{6}, \quad C = \frac{\Delta U}{\Delta T} = \frac{mV_0^2}{6\Delta T}$$

문제 4 사이클로트론의 최대 반경과 총 회전수

로렌츠 힘 · 구심력 · 에너지 수지

(1) 최대 궤도 반경은 $r_{\max} = 3$ m 이다

전하를 띤 입자가 균일한 자기장이 작용하는 반원형 상자에 입사하면 자기력 (로렌츠 힘) $\vec{F} = q\vec{v}\times\vec{B}$ 에 의해 운동방향이 휘어지게 된다. 이 경우, 로렌츠 힘이 구심력으로 작용하면서 입자가 등속 원운동을 하게 된다. 즉,

$$qvB = \frac{mv^2}{r} \quad \rightarrow \quad r = \frac{mv}{qB}$$

$$r_{\max} = \frac{mv_{\max}}{qB} = \frac{(1.6\times10^{-27}\ \text{kg})(3\times10^{8}\ \text{m/s})}{(1.6\times10^{-19}\ \text{C})(1\ \text{T})} = 3\ \text{m}$$

(2) 전하량 $2q$ 이면 $2n$, 자기장 2 T이면 $4n$

입자가 한 번 회전하는 동안 두 반원형 상자 사이를 두 번 통과하므로, 두 반원형 상자 사이의 전압이 V 일 경우 입자가 한 번 회전하면서 얻는 운동 에너지는 $K = 2qV$, 즉

1 회전시 획득한 에너지 : $K = 2qV$
n 회전시 획득한 에너지 : $n\times K = 2nqV$
n 회전후 최대속력을 가지고 사이클로트론을 빠져나올 때의 운동에너지 : $\frac{1}{2}mv_{\max}^2$

n 회전시 획득한 에너지와 운동에너지가 같아야 하므로 $nK = 2nqV = \frac{1}{2}mv_{\max}^2$ 성립한다. 따라서 최대 에너지를 가지고 나오기 전까지 겪는 총 회전수는

$$n = \frac{\frac{1}{2}mv_{\max}^2}{K} = \frac{\frac{1}{2}\frac{q^2B^2r_{\max}^2}{m}}{2qV} = \frac{qB^2r_{\max}^2}{4mV}$$

- 전하량이 2배가 되면 총 회전수도 2배로 늘어 $2n$ 이 된다.
- 자기장이 2배가 되면 총 회전수는 4배로 늘어 $4n$ 이 된다.

$n \propto qB^2$ 이므로 전하량에 대해서는 1차, 자기장에 대해서는 2차로 늘어난다. (가속기의 최대 반경 $r_{\max}$ 와 가속 전압 V 는 장치의 크기·전원이 정하는 값으로 고정되어 있음에 유의한다.)