

한국과학기술원 면접·구술고사

자연계열 · 물리

문제 · 채점 기준 · 예시답안

시험 구분
전형

출제 과목
문항 구성
핵심 개념

면접 및 구술고사 (물리)
일반전형, 고른기회전형,
반도체시스템인재전형 II
물리학 I, 물리학 II
2문항 (소문항 6개) · 총 10점
중력, 쿨롱 힘과 원운동, 에너지 보존 법칙, 탈출 속도,
힘의 합성과 분해, 구심력, 등속원운동, 도플러효과

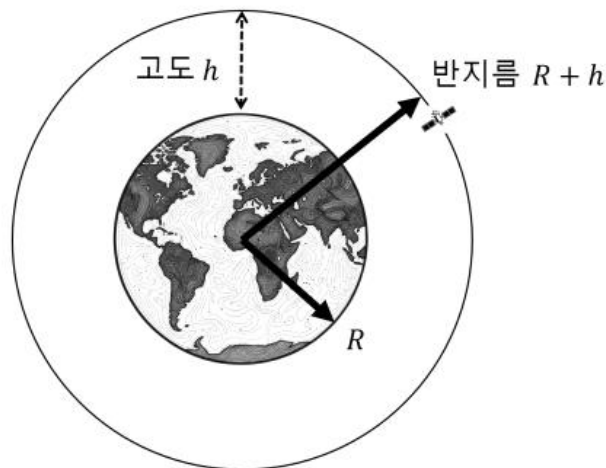
I. 문제

일반전형 · 고른기회전형 · 반도체시스템인재전형 II

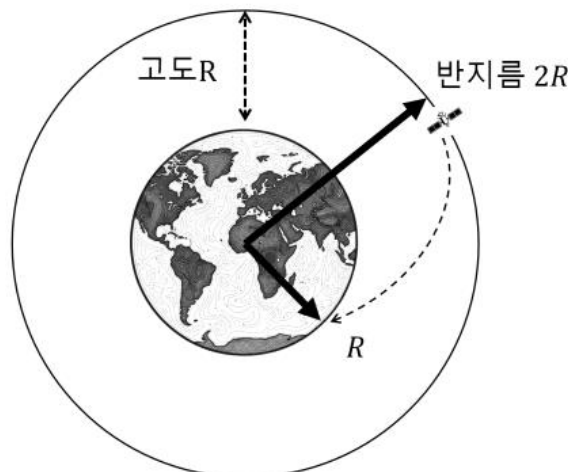
문제 1 대전된 인공위성의 원운동과 회수 조건

물리학 I · II · 10분 · 소문항 3개

그림과 같이 지구 주위를 인공위성이 등속 원운동하고 있는 상황을 생각하자. 지구의 질량은 m_1 , 반지름이 R , 양전하 q_1 ($q_1 > 0$)으로 대전되어 있으며, 인공위성의 질량은 m_2 , 전하량은 q_2 , 지표면에서부터의 거리(고도)는 h 이다. 중력 상수는 G , 쿨롱 상수는 k 이다. 단, 지구는 완전한 구형이고, 양전하 q_1 은 지구 중심에 있다고 가정한다. 지구 자전 운동, 전하를 가진 인공위성의 원운동으로 인한 전자기 복사와 이로 인한 에너지 손실, 그리고 인공위성의 공기저항은 무시한다.

[그림 1] 고도 h (궤도 반지름 $R + h$)에서 등속 원운동하는 인공위성

- (1) 전하량 $q_2 > 0$ 일 때, 인공위성이 등속 원운동을 할 수 있는 q_2 의 조건을 구하시오. [1점]
- (2) 전하량 $q_2 = -3Gm_1m_2/(kq_1)$ 일 때, 등속 원운동을 하는 인공위성의 속력을 구하시오. 이후 인공위성이 태양풍을 맞아 대전된 전하가 완전히 사라진다면, 인공위성의 운동이 어떻게 될지 설명하시오. 단, 방전 이후에는 인공위성의 전하량은 변하지 않으며, 태양풍으로 인한 전하량 변화 외 다른 모든 영향은 무시한다. [2점]
- (3) 전하량 $q_2 > 0$ 일 때, 고도 $h = R$ 로 등속 원운동하는 인공위성이 태양풍을 맞아 대전된 전하가 완전히 사라져 추락하게 되었다. 이때 지표면에서의 속력이 $\sqrt{7Gm_1/(6R)}$ 보다 작으면, 인공위성을 지상에서 온전히 회수할 수 있다. 이러한 조건을 만족하는 q_2 의 범위를 구하시오. 단, 방전 이후에는 인공위성의 전하량은 변하지 않으며, 태양풍으로 인한 전하량 변화 외 다른 모든 영향은 무시한다. [2점]

[그림 2] 고도 $h = R$ (궤도 반지름 $2R$)에서 방전되어 지표면으로 추락하는 상황

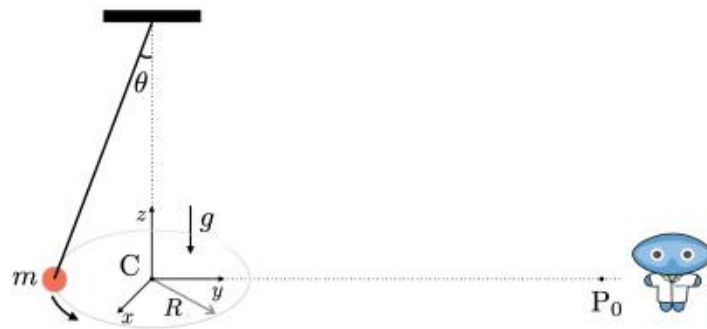
채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
(1)	중력과 쿨롱 힘의 방향과 크기를 올바르게 분석하고, 구심력 조건을 세워 등속 원운동이 가능한 전하량의 조건을 구한 경우	1
(2)	주어진 전하량 조건에서 중력과 전기력의 합력으로 등속 원운동의 속력을 구하고, 방전 후 구심력 조건의 변화에 따라 인공위성의 운동이 어떻게 달라지는지 설명한 경우	2
(3)	역학적 에너지 보존 법칙을 적용하여 지표면 도달 속력을 구하고, 회수 조건을 만족하는 전하량의 범위를 정량적으로 구한 경우	1

문제 2 원뿔진자의 등속 원운동과 도플러 효과

물리학 I · II · 12분 · 소문항 3개

질량 m 인 추가 천장에 고정된 실에 매달려 xy 평면상에서 등속 원운동을 하며 진동수 f_0 의 음파를 사방으로 방출한다. 실은 중력 방향($-z$ 축, 중력가속도 g)과 일정한 각도 θ 를 유지하며, 원운동의 반지름은 R 이다. 물리학자 넙죽이가 원운동 중심점 C 에서 d 만큼 떨어진 y 축 위의 점 P_0 에서 소리를 측정하고 있다. 단, d 는 원운동 반지름 R 보다 매우 크다. 추의 크기, 실의 질량, 공기저항은 무시한다. 음속은 v_s 로 표현한다.

[그림 3] 천장에 매달려 xy 평면에서 등속 원운동하는 추와 관측 지점 P_0

- (1) 추가 한 바퀴 회전하는 데 걸리는 시간을 구하시오. [1점]
- (2) 넙죽이가 측정하는 소리의 진동수를 f 라고 할 때, f 의 최댓값($f_{\max}$)과 최솟값($f_{\min}$)을 구하시오. [1점]
- (3) 넙죽이가 P_0 에서 C 까지 y 축의 여러 위치에서 소리의 진동수를 시간의 함수로 측정하려 한다. 각 위치에서 예측되는 측정 결과와 그 근거를 설명하시오. [3점]

채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
(1)	중력과 장력을 벡터적으로 분해하여 구심력 조건을 세우고, 등속 원운동의 주기를 정량적으로 구한 경우	1
(2)	등속 원운동하는 음원의 속도를 관측자 방향으로 분해하여 도플러 효과 공식을 적용하고, 진동수의 최댓값과 최솟값을 구한 경우	1
(3)	관측자의 위치에 따라 시선 방향 속도 성분이 달라짐을 분석하여, 각 위치에서 진동수 변화의 양상을 정성적으로 예측하고 그 근거를 서술한 경우	3

II. 예시답안

문제 1 대전된 인공위성의 원운동과 회수 조건

구심력 조건 · 탈출 속도 · 역학적 에너지 보존

(1) 등속 원운동이 가능하려면 $q_2 < Gm_1m_2/(kq_1)$ 이어야 한다.

(a) 작용하는 두 힘 — 지구 중심과 인공위성 사이의 거리는 $r = R + h$ 이다. 인공위성에는

- 중력 — 크기 $Gm_1m_2/(R+h)^2$, 방향은 지구 중심 쪽(안쪽)
- 쿨롱 힘 — 크기 $kq_1q_2/(R+h)^2$, $q_1 > 0$ 이고 $q_2 > 0$ 이므로 척력, 방향은 바깥쪽

두 힘 모두 지구 중심을 잇는 직선 위에 있으므로 알짜힘도 그 방향이다.

(b) 구심력 조건 — 등속 원운동을 하려면 알짜힘이 반드시 원의 중심을 향해야 한다. 바깥쪽을 +로 잡으면

$$F_{\text{알짜}} = -G \frac{m_1m_2}{(R+h)^2} + k \frac{q_1q_2}{(R+h)^2} < 0$$

$(R+h)^2$ 이 양변에서 지워지므로

$$kq_1q_2 < Gm_1m_2 \Rightarrow q_2 < \frac{Gm_1m_2}{kq_1}$$

(c) 의미 — 조건이 궤도 반지름 $R+h$ 에 전혀 의존하지 않는다는 점이 특징이다. 중력과 쿨롱 힘이 모두 거리의 제곱에 반비례하므로 두 힘의 비가 거리와 무관하기 때문이다. 따라서 이 부등식을 만족하면 어떤 고도에서도 원 궤도가 가능하고, 만족하지 못하면 어떤 고도에서도 불가능하다. ($q_2 \leq 0$ 이면 쿨롱 힘도 인력이거나 0이므로 조건은 자동으로 성립한다.)

(2) 속력은 $v = 2\sqrt{Gm_1/(R+h)}$ 이며, 방전 후에는 이 속력이 탈출 속도보다 크므로 인공위성은 지구 중력을 벗어나 무한히 먼 곳으로 나아간다.

(a) 일반적인 원운동 속력 — 구심력이 중력과 전기력의 합력이므로

$$\frac{m_2v^2}{R+h} = \frac{Gm_1m_2}{(R+h)^2} - \frac{kq_1q_2}{(R+h)^2}$$

양변을 m_2 로 나누고 $R+h$ 를 정리하면

$$v = \sqrt{\frac{Gm_1 - kq_1q_2/m_2}{R+h}}$$

(b) 주어진 전하량을 대입한다 — $q_2 = -3Gm_1m_2/(kq_1)$ 이므로

$$\frac{kq_1q_2}{m_2} = k \frac{q_1}{m_2} \cdot \left(-\frac{3Gm_1m_2}{kq_1} \right) = -3Gm_1$$

$q_2 < 0$ 이라 쿨롱 힘도 인력이 되어 구심력이 커진 것이다. 따라서

$$v = \sqrt{\frac{Gm_1 + 3Gm_1}{R+h}} = \sqrt{\frac{4Gm_1}{R+h}}$$

$$v = 2\sqrt{\frac{Gm_1}{R+h}}$$

(c) 방전 직후에 남는 힘 — 전하가 완전히 사라지면 쿨롱 힘이 없어지고 중력만 남는다. 속도는 방전 순간에 바뀌지 않으므로 인공위성은 여전히 $v = 2\sqrt{Gm_1/(R+h)}$ 의 속력을 가진 채 중력만 받는 운동을 시작한다.

- (d) **탈출 속력과 비교한다** — 반지름 $R + h$ 에서 무한히 먼 곳까지 가려면 역학적 에너지가 0 이상이어야 하므로, 탈출 속력 u 는

$$\frac{1}{2}m_2u^2 - \frac{Gm_1m_2}{R+h} = 0 \Rightarrow u = \sqrt{\frac{2Gm_1}{R+h}}$$

두 값을 견주면

$$\frac{v}{u} = \frac{2\sqrt{Gm_1/(R+h)}}{\sqrt{2Gm_1/(R+h)}} = \sqrt{2} > 1 \Rightarrow v > u$$

방전 전의 속력이 탈출 속력보다 크므로, **인공위성은 지구 중력을 탈출하여 무한히 먼 곳으로 나아간다.**

- (e) **의미** — 방전 전에는 중력과 인력인 쿨롱 힘이 **함께** 구심력을 만들었기 때문에 같은 반지름에서도 훨씬 빠르게 돌 수 있었다. 전기력이 사라지는 순간 그 속력을 붙잡아 줄 힘이 중력밖에 남지 않으므로, 궤도는 닫힌 원에서 열린 쌍곡선 궤도로 바뀐다. 총 역학적 에너지는

$$E = \frac{1}{2}m_2\frac{4Gm_1}{R+h} - \frac{Gm_1m_2}{R+h} = +\frac{Gm_1m_2}{R+h} > 0$$

으로 양수이며, 이는 무한히 먼 곳에서도 속력이 0이 아님을 뜻한다.

- (3) **온전히 회수하려면** $2Gm_1m_2/(3kq_1) < q_2 < Gm_1m_2/(kq_1)$ **이어야 한다.**

- (a) **방전 직후의 상태** — 고도가 $h = R$ 이므로 궤도 반지름은 $2R$ 이다. (2)의 (a)에 $R + h = 2R$ 를 넣으면 방전 직전(= 방전 직후)의 속력은

$$v^2 = \frac{1}{2R} \left(Gm_1 - \frac{kq_1q_2}{m_2} \right)$$

- (b) **역학적 에너지 보존** — 방전 후에는 중력만 작용하므로 역학적 에너지가 보존된다. 지표면($r = R$)에 도달할 때의 속력을 u 라 하면

$$\begin{aligned} \underbrace{\frac{1}{2}m_2v^2 - \frac{Gm_1m_2}{2R}}_{E_i} &= \underbrace{\frac{1}{2}m_2u^2 - \frac{Gm_1m_2}{R}}_{E_f} \\ \Rightarrow u^2 &= v^2 + \frac{2Gm_1}{R} - \frac{Gm_1}{R} = v^2 + \frac{Gm_1}{R} \end{aligned}$$

(a)의 v^2 을 넣고 통분하면

$$\begin{aligned} u^2 &= \frac{Gm_1 - kq_1q_2/m_2}{2R} + \frac{2Gm_1}{2R} = \frac{3Gm_1 - kq_1q_2/m_2}{2R} \\ \Rightarrow u &= \sqrt{\frac{1}{2R} \left(3Gm_1 - \frac{kq_1q_2}{m_2} \right)} \end{aligned}$$

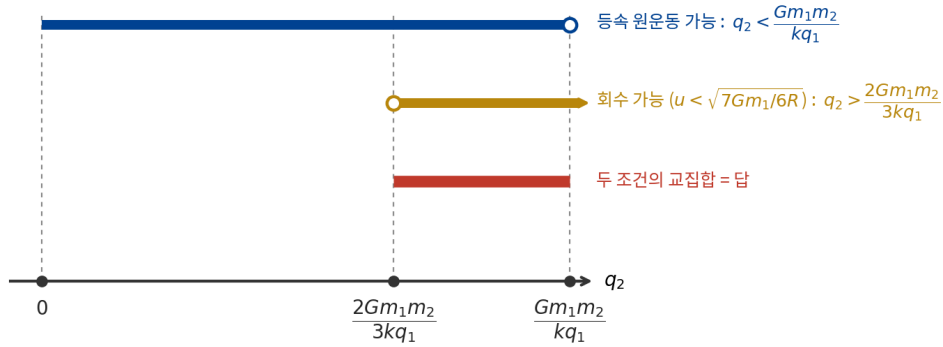
(c) 회수 조건을 부등식으로 $-u < \sqrt{\frac{7Gm_1}{6R}}$ 이어야 하므로 양변을 제곱하여

$$\frac{3Gm_1 - kq_1q_2/m_2}{2R} < \frac{7Gm_1}{6R} \Rightarrow 3Gm_1 - \frac{kq_1q_2}{m_2} < \frac{7Gm_1}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{kq_1q_2}{m_2} > 3Gm_1 - \frac{7Gm_1}{3} = \frac{2Gm_1}{3} \Rightarrow q_2 > \frac{2Gm_1m_2}{3kq_1}$$

(d) (1)의 조건과 결합한다 — 애초에 등속 원운동을 하고 있었으므로 (1)의 조건도 함께 만족해야 한다.

$$\frac{2Gm_1m_2}{3kq_1} < q_2 < \frac{Gm_1m_2}{kq_1}$$



[답안 그림 1] 원 궤도 조건과 회수 조건의 교집합이 답이 된다.

(e) 의미 — q_2 가 클수록 척력이 커져 방전 전의 궤도 속력 v 가 작아지고, 그만큼 지표면 도달 속력 u 도 작아진다. 즉 **적당히 큰** 양전하를 띠고 있어야 부드럽게 떨어진다. 다만 너무 크면 (1)의 조건을 어겨 애초에 원 궤도를 유지할 수 없으므로, 답은 위·아래가 모두 막힌 구간이 된다. 구간의 폭은 $Gm_1m_2/(3kq_1)$ 로, 원 궤도 상한의 $1/3$ 에 해당한다.

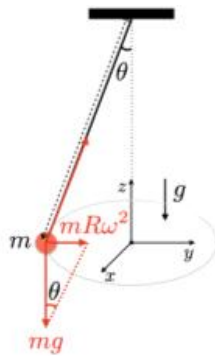
문제 2 원뿔진자의 등속 원운동과 도플러 효과

힘의 분해 · 시선 속도 성분 · 도플러 효과

(1) 한 바퀴 도는 데 걸리는 시간은 $T = 2\pi\sqrt{R/(g \tan \theta)}$ 이다.

(a) 자유물체도 — 추에 작용하는 힘은 실의 장력 $\vec{T}_s$ 와 중력 $m\vec{g}$ 둘뿐이다. 실이 연직($-z$ 축)과 각 θ 를 이루므로 장력을 연직 성분과 수평 성분으로 나누면

$$T_s \cos \theta = mg \quad (\text{연직: 평형}), \quad T_s \sin \theta = mR\omega^2 \quad (\text{수평: 구심력})$$



[그림 4] 추에 작용하는 힘의 분해: 중력 mg 와 구심력 $mR\omega^2$

(b) 두 식을 나눈다 — 장력 T_s 를 소거하기 위해 아래 식을 위 식으로 나누면

$$\tan \theta = \frac{R\omega^2}{g} \Rightarrow mg \tan \theta = mR\omega^2 = mR \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2$$

(c) 주기를 푼다

$$g \tan \theta = R \frac{4\pi^2}{T^2} \Rightarrow T^2 = \frac{4\pi^2 R}{g \tan \theta}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{R}{g \tan \theta}}$$

각속도와 선속도도 함께 얻어 둔다. 뒤에서 바로 쓰인다.

$$\omega = \sqrt{\frac{g \tan \theta}{R}}, \quad v = \omega R = \sqrt{gR \tan \theta}$$

(d) 의미 — 주기는 추의 질량 m 과 무관하다. 중력도 구심력도 모두 질량에 비례하므로 m 이 소거되기 때문이다. 또 $\theta \rightarrow 90^\circ$ 이면 $\tan \theta \rightarrow \infty$ 이므로 $T \rightarrow 0$, 즉 실이 수평에 가까워질수록 매우 빠르게 돌아야 한다.

(2) $f_{\max} = f_0 v_s / (v_s - \sqrt{gR \tan \theta})$, $f_{\min} = f_0 v_s / (v_s + \sqrt{gR \tan \theta})$

(a) 도플러 효과 — 움직이는 파원 — 파원이 관찰자에게 시선 방향 속력 v_r 로 다가오면 파장이 $(v_s - v_r)/f_0$ 로 줄어들어

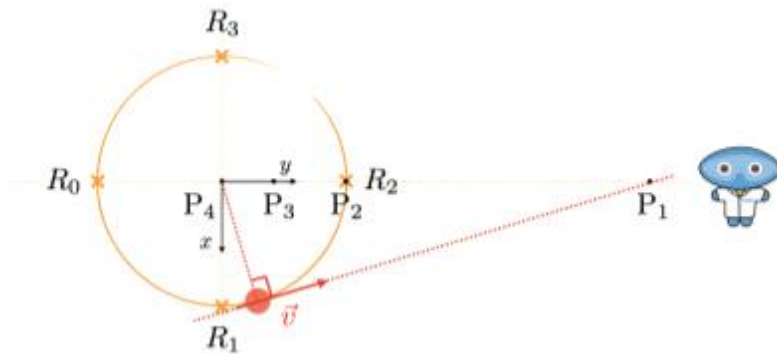
$$f = \left(\frac{v_s}{v_s - v_r} \right) f_0 \quad (\text{다가올 때}), \quad f = \left(\frac{v_s}{v_s + v_r} \right) f_0 \quad (\text{멀어질 때})$$

관찰자는 정지해 있으므로 진동수를 바꾸는 것은 오직 파원 속도의 시선 방향 성분 v_r 뿐이다.

(b) 시선 성분이 최대가 되는 위치 — $d \gg R$ 이므로 넓죽이에서 원까지의 시선은 사실상 $-y$ 방향으로 고정된 평행선으로 볼 수 있다. 추의 속도는 언제나 궤도의 접선 방향이므로, 그 시선 성분의 크기는 접선이 y 축과 나란해지는 곳, 즉 $(x, y) = (\pm R, 0)$ 인 두 점 R_1, R_3 부근에서 최대가 된다.

- $(x, y) = (R, 0)$ 부근 — 추가 넓죽이 쪽으로 다가오므로 f 가 최대
- $(x, y) = (-R, 0)$ 부근 — 추가 멀어지므로 f 가 최소

이때 시선 성분의 크기는 선속도 자체와 같다. 즉 $v_r = v = \omega R = \sqrt{gR \tan \theta}$ 이다.



[그림 5] $+z$ 축에서 내려다본 원운동 평면과 관측 위치 P_0-P_4

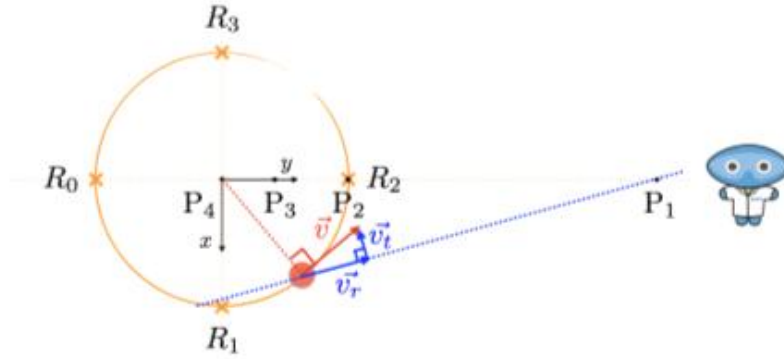
(c) 대입하여 정리한다

$$f_{\max} = f_0 \frac{v_s}{v_s - \sqrt{gR \tan \theta}}, \quad f_{\min} = f_0 \frac{v_s}{v_s + \sqrt{gR \tan \theta}}$$

$f_{\max}$ 의 분모가 0이 되는 $v = v_s$ 에서는 식이 발산하는데, 이는 파원이 음속으로 달릴 때 앞쪽 파면이 겹쳐 쌓이는 상황(충격파)에 해당한다. 이 문제에서는 $v \ll v_s$ 를 가정한다.

(3) 납죽이가 원 중심에 가까워질수록 파형이 사인파에서 점점 찌그러지고, $d = R$ 에서 최대·최소가 순간적으로 뒤바뀌며, 궤도 안쪽($d < R$)으로 들어가면 진폭이 줄어들어 $d = 0$ 에서는 진동수 변화가 완전히 사라진다.

(a) 속도 벡터를 두 성분으로 나눈다 — 원운동하는 추의 속도 $\vec{v}$ 는 언제나 궤도의 접선 방향을 향한다. 이를 납죽이와 추를 잇는 시선 방향에 나란한 성분 $\vec{v}_r$ 과 이에 수직인 성분 $\vec{v}_t$ 로 나누면, 도플러 효과를 결정하는 것은 오직 $\vec{v}_r$ 이다.



[그림 6] 속도 벡터 $\vec{v}$ 의 시선 방향 성분 $\vec{v}_r$ 과 이에 수직인 성분 $\vec{v}_t$

(b) 시선 성분을 각도의 함수로 쓴다 — 추의 위치를 $(R \cos \varphi, R \sin \varphi)$, 납죽이를 $(0, d)$ 로 두면, 추에서 납죽이를 향하는 단위 벡터와 속도 $v(-\sin \varphi, \cos \varphi)$ 의 내적이 시선 성분이므로

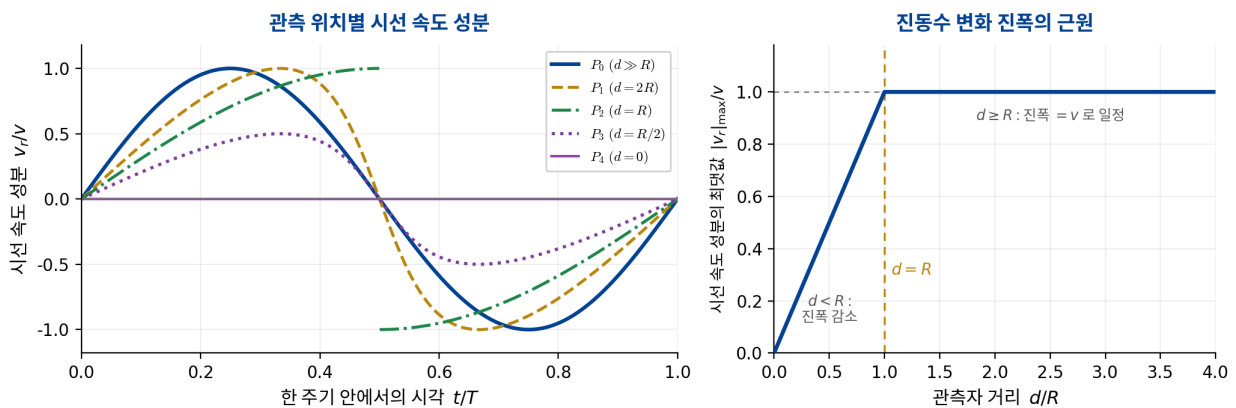
$$v_r = \frac{vd \cos \varphi}{\sqrt{R^2 + d^2 - 2dR \sin \varphi}}$$

이 함수를 φ 에 대해 최대를 만들면 다음을 얻는다.

$$|v_r|_{\max} = \begin{cases} v & (d \geq R) \\ v \cdot \frac{d}{R} & (d < R) \end{cases}$$

(c) 왜 $d = R$ 이 경계인가 — 납죽이가 원 바깥에 있으면 그로부터 원에 접선을 그을 수 있고, 추가 그 접점을 지나는 순간 속도 벡터가 시선과 완전히 나란해진다. 그때 $|v_r| = v$ 로 최댓값을 찍으므로 **진폭은 d 에 관계없이 그대로다**. 반면 원 안에 있으면 접선을 그을 수 없어 속도와 시선이 결코 나란해지지 못하고, 최댓값이 vd/R 로 줄어든다. 중심($d = 0$)에서는 시선이 언제나 반지름 방향이고 속도는 그에 수직이므로 $v_r \equiv 0$ 이다.

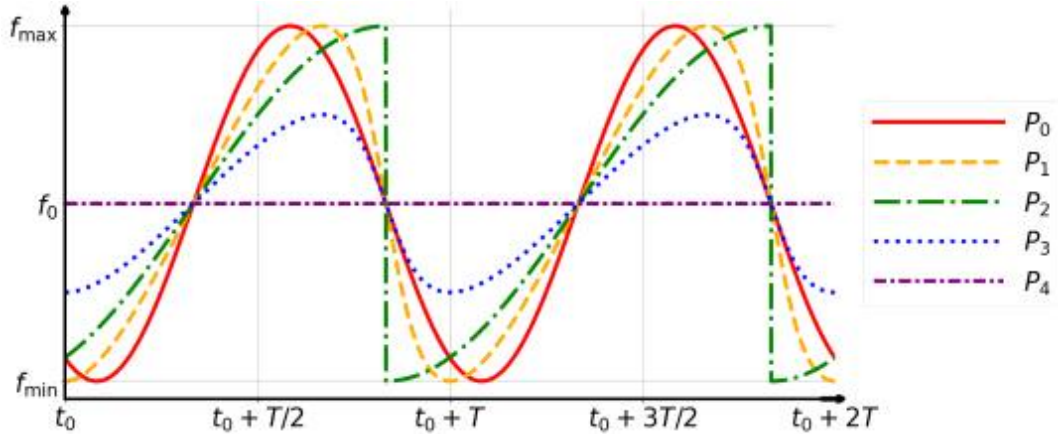
또 하나 달라지는 것은 **시간 배분**이다. 납죽이가 가까워질수록 최댓값과 최솟값을 찍는 두 위치가 궤도 위에서 서로 가까워지므로, 최대에서 최소로 넘어가는 데 걸리는 시간이 짧아지고 파형이 사인파에서 톱니 모양 쪽으로 찌그러진다.



[답안 그림 2] 관측 위치별 시선 속도 성분의 시간 변화(왼쪽)와 그 최댓값이 d 에 따라 변하는 모습(오른쪽)

(d) 각 위치에서의 측정 결과

- P_0 ($d \gg R$) — (2)의 결과대로 진동수 변화가 거의 완전한 사인파 형태이다. 최댓값과 최솟값은 $f_{\max}, f_{\min}$ 이다.
- P_1 ($d > R$) — 궤도 바깥이므로 진폭은 그대로 유지되나, $f_{\max}$ 에서 $f_{\min}$ 으로 변하는 데 걸리는 시간이 짧아진다.
- P_2 ($d = R$) — 궤도 위에 서 있으므로 진폭은 그대로이고, 음원이 관측자의 위치를 지나는 순간 속도 성분의 방향이 뒤바뀌어 $f_{\max}$ 에서 $f_{\min}$ 으로 변화가 즉시 나타난다(불연속).
- P_3 ($0 < d < R$) — 궤도 안으로 들어가면 시선 방향 속도 성분의 최댓값이 vd/R 로 줄어들어 진동수 변화의 진폭도 함께 줄어든다.
- P_4 ($d = 0$) — 원의 중심에서는 관측자를 향하는 속도 성분이 항상 0이므로 진동수 변화가 없고, 언제나 f_0 이 측정된다.



[그림 7] 관측 위치 $P_0 \sim P_4$ 에서 시간에 따라 측정되는 진동수 $f(t)$ ($f_{\max}, f_{\min}$ 은 (2)의 결과와 같다)

- (e) 정리 — P_0 에서 P_2 로 갈수록 진폭은 유지되면서 사인 파형이 점점 찌그러지고, P_2 를 지나 $P_3 \sim P_4$ 로 들어가면 진폭 자체가 줄어들어 P_4 에서는 진동수 변화가 사라진다. 결국 관측 위치가 바뀌는 것은 **진폭**(원 안팎)과 **파형의 대칭성**(최대에서 최소로 가는 시간) 두 가지이며, 둘 다 시선 방향 속도 성분 v_r 하나로 설명된다.