

연세대학교 논술시험

자연계열 · 물리

문제 · 예시답안

시험 구분
전형
문항 수
배점
핵심 개념

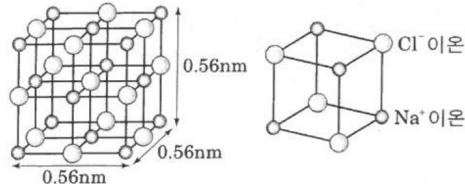
논술시험 (자연계열, 물리)
수시모집
1문항 (논제 4개)
논제당 10점 · 총 40점
전기적 위치 에너지와 격자 에너지, 용수철 모형의 직렬·병렬 합성,
탄성 퍼텐셜 에너지, 운동량에 비례하는 저항력과 종단속력,
드브로이 물질파, 로런츠 힘에 의한 등속 원운동

I. 문제

문제 1 NaCl 결정의 격자 에너지 · 탄성 · 수용액 속 이온의 운동

문제 4개 · 40점

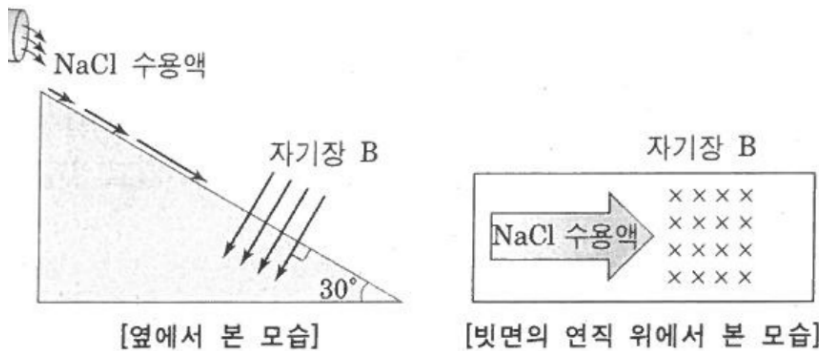
- (가) 무한히 멀리 떨어져 있던 점전하 q_1 과 q_2 를 모아서 거리 r 만큼 떨어져 있게 하면 전기적 위치 에너지가 kq_1q_2/r 만큼 변화하며, $k = 9.0 \times 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2$ 이다.
- (나) NaCl 고체는 아래 그림과 같이 정육면체 모양으로 Na^+ 이온과 Cl^- 이온이 교대로 배열하며 반복되는 구조이고, 외부에서 힘이 작용하지 않을 때 가장 가까운 Na^+ 이온과 Cl^- 이온의 중심 사이 거리는 0.28 nm 이다. 1 nm 는 10^{-9} m 이다. 각 이온은 원자가 1개의 전자를 완전히 잃거나 완전히 얻어 이온화된 것으로 가정한다.



[NaCl 고체]

[NaCl 고체의 일부분]

- (다) NaCl 고체에서 이온 사이에 작용하는 힘은 가장 가깝게 이웃한 이온들이 용수철로 연결되어 발생하는 것으로 생각할 수 있다. 용수철 하나의 탄성력은 용수철 길이의 변화량에 비례하며 그 비례상수는 10 N/m 라 하자.
- (라) NaCl 고체를 물에 넣으면, 각 이온들 사이로 물 분자가 들어가 골고루 싸이며 Na^+ 이온과 Cl^- 이온이 개개의 단일 이온으로 분해된다. 이때 Na^+ 이온은 $1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$ 의 전하를 가지고, Cl^- 이온은 $-1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$ 의 전하를 가진다. NaCl 수용액을 아래의 그림과 같이 빔면을 따라 흘려보내면 Na^+ 이온과 Cl^- 이온은 빔면을 따라 운동하는 동안 저항력 $\vec{f}$ 를 계속 받게 되는데, 각 이온이 받는 저항력은 $\vec{f} = -b\vec{p}$ 와 같다고 가정하자. b 는 100 Hz 이고, $\vec{p}$ 는 이온 하나의 운동량이다. 아래 그림과 같이 빔면 아래쪽 영역에는 빔면에 수직으로 들어가는 일정한 크기의 자기장 B 가 존재한다. 자기장의 세기는 1.0 T 이다.



[옆에서 본 모습]

[빔면의 연직 위에서 본 모습]

빔면을 따라 흐르는 NaCl 수용액과 빔면에 수직으로 들어가는 자기장 B

- (마) 드브로이는 광자의 운동량이 광자의 에너지를 광속으로 나눈 것과 같다는 관계를 입자의 경우로 확장하여, 입자의 파동성을 나타내는 물질파(드브로이파) 파장을 제시하였다.

[표 1] 물리 상수 및 Na 원자와 Cl 원자의 질량

전자의 정지질량	$m_e = 9.0 \times 10^{-31} \text{ kg}$	기본 전하량	$e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$
아보가드로 수	$N_A = 6.0 \times 10^{23} / \text{mol}$	원자의 질량 단위	$m_u = 1.7 \times 10^{-27} \text{ kg}$
Na 원자의 질량	$m_{\text{Na}} = 23m_u$	Cl 원자의 질량	$m_{\text{Cl}} = 35m_u$
중력가속도	$g = 10 \text{ m/s}^2$	기체 상수	$R = 8.3 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$
볼츠만 상수	$k_B = 1.4 \times 10^{-23} \text{ J/K}$	양성자의 질량	$m_p = 1.7 \times 10^{-27} \text{ kg}$
플랑크 상수	$h = 6.6 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$	진공에서의 광속	$c = 3.0 \times 10^8 \text{ m/s}$

문제 1 10점

무한히 멀리 떨어져 정지해 있던 Na^+ 이온 4개와 Cl^- 이온 4개를 한 변의 길이가 0.28 nm인 정육면체의 꼭짓점으로 모으는 데 필요한 일의 양을 제시문 (가)의 정보를 활용하여 구하시오. (단, 각 이온은 점전하로 간주하며, Na^+ 이온과 Cl^- 이온의 배열은 제시문 (나)의 NaCl 고체의 일부분과 같게 한다. 각 이온은 원자가 1개의 전자를 완전히 잃거나 완전히 얻어 이온화된 것으로 가정한다.)

문제 2 10점

한 변의 길이가 2.8 cm인 정육면체 모양의 NaCl 고체를 준비하였다. 제시문 (나)와 같이 외부에서 힘이 작용하지 않을 때 가장 가까운 Na^+ 이온과 Cl^- 이온의 중심 사이 거리는 0.28 nm이다. 이 NaCl 고체의 한 면에 수직인 방향으로 서서히 증가하는 압력을 가하여 압력이 $1.0 \times 10^8 \text{ N/m}^2$ 이 되었을 때, 제시문 (다)를 활용하여 부피의 변화량을 구하고 이때까지 NaCl 고체에 한 일의 크기를 구하시오. (단, NaCl 고체는 압력을 받는 방향으로만 길이 변화가 일어난다고 가정한다.)

문제 3 10점

제시문 (라)와 같이 NaCl을 물에 녹여서, 각도가 30도인 빔면으로 흘려보냈다. Na^+ 이온과 Cl^- 이온이 빔면을 따라 내려가면서 점점 빨라져 자기장이 있는 영역에 들어가기 전에 각각 일정한 속력에 도달하게 되는데, 이때에 각 이온의 속력과 물질파(드브로이파)의 파장을 구하시오.

문제 4 10점

제시문 (라)와 같이 빔면을 따라 흘러가는 Na^+ 이온과 Cl^- 이온이 일정한 속력을 가지고 자기장이 있는 영역에 들어가는 경우에, 자기장이 있는 영역에서 각 이온의 운동을 개념적으로 설명하시오. (단, 용액 내에서 Na^+ 이온과 Cl^- 이온의 농도는 균일하며, 각 이온들은 다른 이온의 영향을 받지 않고 빔면에 나란한 평면에서 운동한다고 가정한다.)

II. 예시답안

문제 1 격자 에너지 · 전기적 위치 에너지의 합

$$W = k \frac{e^2}{r} \left(6\sqrt{2} - 12 - \frac{4}{\sqrt{3}} \right) \approx -4.8 \times 10^{-18} \text{ J}$$
 — 외부가 해 줄 일은 음수, 즉 모으는 동안 $4.8 \times 10^{-18} \text{ J}$ 의 에너지가 방출된다.

무한히 떨어져 정지해 있던 점전하들을 모을 때 외부가 해 주어야 하는 일은 계의 전기적 위치 에너지 변화와 같다. 무한히 떨어진 상태의 위치 에너지를 0으로 잡으면

$$W = \Delta U = U_{\text{완성}} = \sum_{\text{모든 쌍 } (i,j)} k \frac{q_i q_j}{r_{ij}}$$

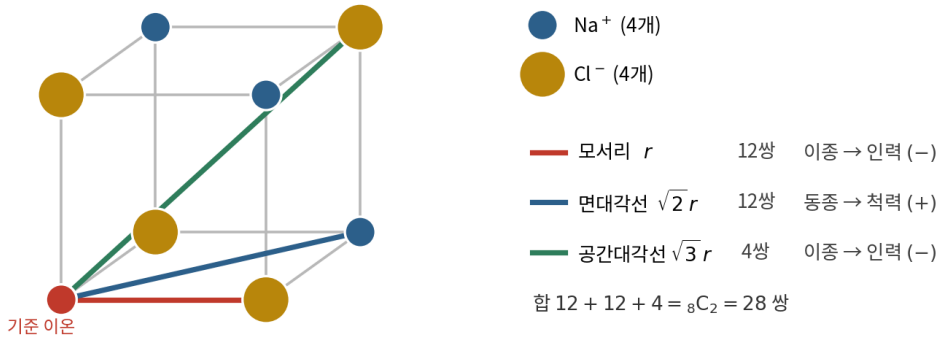
이므로, 서로 다른 두 이온으로 이루어진 모든 쌍을 빠짐없이 한 번씩만 세면 된다. 이온이 8개이므로 쌍의 수는 ${}_8C_2 = 28$ 개이다.

쌍의 분류 — 꼭짓점 좌표를 (x, y, z) , $x, y, z \in \{0, 1\}$ 로 두고 좌표의 합이 짝수인 꼭짓점을 Na^+ , 홀수인 꼭짓점을 Cl^- 로 잡으면 제시문 (나)의 교대 배열이 된다. 두 꼭짓점 사이의 거리와 이온 종류는 좌표가 몇 개 다른가로 결정된다.

- 좌표 1개 차이 = 모서리, 거리 r : 좌표 합의 홀짝이 바뀌므로 항상 이종 이온(인력, 부호 -). 정육면체의 모서리는 12개.
- 좌표 2개 차이 = 면대각선, 거리 $\sqrt{2}r$: 홀짝이 그대로이므로 동종 이온(척력, 부호 +). 한 면에 2개씩 6면이므로 12개.
- 좌표 3개 차이 = 공간대각선, 거리 $\sqrt{3}r$: 홀짝이 바뀌므로 이종 이온(인력, 부호 -). 정육면체의 공간대각선은 4개.

세 종류를 합하면 $12 + 12 + 4 = 28$ 로 전체 쌍의 수와 일치한다.

한 변 $r = 0.28 \text{ nm}$ 인 정육면체의 8개 이온 — 거리에 따른 세 종류의 쌍



정육면체 8개 꼭짓점의 이온 배열과 거리에 따른 세 종류의 쌍

식 세우기와 정리 — 각 이온의 전하 크기는 e 이므로 이종 쌍은 $-ke^2/r_{ij}$, 동종 쌍은 $+ke^2/r_{ij}$ 이다. 따라서

$$W = -12\frac{ke^2}{r} + 12\frac{ke^2}{\sqrt{2}r} - 4\frac{ke^2}{\sqrt{3}r} = \frac{ke^2}{r} \left(6\sqrt{2} - 12 - \frac{4}{\sqrt{3}} \right)$$

이다 ($12/\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$). 괄호 안의 값은

$$6\sqrt{2} - 12 - \frac{4}{\sqrt{3}} = 8.485 - 12 - 2.309 = -5.824$$

이고, $r = 0.28 \text{ nm} = 2.8 \times 10^{-10} \text{ m}$, $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$ 를 넣으면

$$\frac{ke^2}{r} = \frac{(9.0 \times 10^9)(1.6 \times 10^{-19})^2}{2.8 \times 10^{-10}} = \frac{2.304 \times 10^{-28}}{2.8 \times 10^{-10}} = 8.23 \times 10^{-19} \text{ J}$$

이므로

$$W = (-5.824)(8.23 \times 10^{-19} \text{ J}) \approx -4.8 \times 10^{-18} \text{ J}$$

의미 — $W < 0$ 이라는 것은 이 배열을 만드는 데 외부에서 에너지를 넣어 줄 필요가 없고 오히려 에너지가 방출된다는 뜻이다. 인력 쌍(모서리 12개 + 공간대각선 4개)이 척력 쌍(면대각선 12개)보다 가깝고 수도 많아 인력의 기여가 이기기 때문이며, 이것이 이온 결정이 스스로 안정하게 뭉치는 이유이다. 이 8개 이온 덩어리는 NaCl 4개분에 해당하므로 NaCl 1 mol 기준으로 환산하면

$$\frac{4.8 \times 10^{-18} \text{ J}}{4} \times (6.0 \times 10^{23} / \text{mol}) \approx 7.2 \times 10^5 \text{ J/mol} = 720 \text{ kJ/mol}$$

로, 실제 NaCl의 격자 에너지(약 790 kJ/mol)와 비슷한 크기이다.

문제 2 용수철의 직렬·병렬 합성 · 탄성 퍼텐셜 에너지

$\Delta V \approx 6.1 \times 10^{-8} \text{ m}^3$ (원래 부피의 0.28%), $W \approx 3.1 \text{ J}$

(a) 결정 전체의 용수철 상수 — 이온 사이 거리가 $d = 0.28 \text{ nm} = 2.8 \times 10^{-10} \text{ m}$ 이고 이웃한 이온이 용수철 상수 $k = 10 \text{ N/m}$ 인 용수철로 연결되어 있다. 한 변의 길이가 $L = 2.8 \text{ cm} = 2.8 \times 10^{-2} \text{ m}$ 이므로

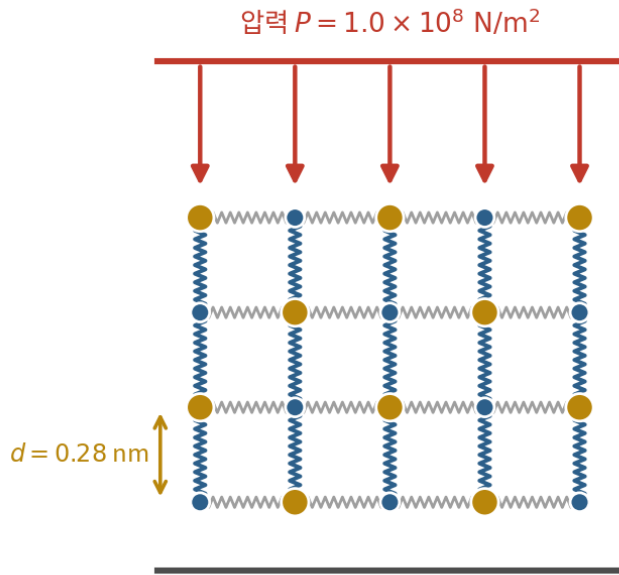
- 압축 방향의 한 줄에는 용수철이 $n = L/d = (2.8 \times 10^{-2})/(2.8 \times 10^{-10}) = 10^8$ 개 직렬로 이어져 있다.
- 압축 방향에 수직인 단면에서 한 줄이 차지하는 넓이는 d^2 이므로, 나란히 놓인 줄은 $N = A/d^2 = (L/d)^2 = 10^{16}$ 개로 병렬이다.

직렬 n 개는 $1/k_{\text{직렬}} = n/k$ 에서 $k_{\text{직렬}} = k/n$ 이 되고, 이런 줄이 N 개 병렬이면 상수는 그대로 더해지므로

$$K = N \cdot \frac{k}{n} = \frac{N}{n} k = \frac{10^{16}}{10^8} \times 10 \text{ N/m} = 10^9 \text{ N/m}$$

이다.

NaCl 결정의 용수철 모형 — 직렬 n 개 · 병렬 N 개



압축 방향 한 줄 (직렬)

$$n = \frac{L}{d} = \frac{2.8 \times 10^{-2}}{2.8 \times 10^{-10}} = 10^8 \text{ 개}$$

나란한 줄의 개수 (병렬)

$$N = \frac{A}{d^2} = (L/d)^2 = 10^{16} \text{ 개}$$

결정 전체의 용수철 상수

$$K = \frac{N}{n} k = 10^8 \times 10 = 10^9 \text{ N/m}$$

압축 방향으로 직렬 $n = L/d$ 개, 나란한 줄이 병렬 $N = (L/d)^2$ 개 — 합성하면 $K = (N/n)k$

(b) 압축 길이와 부피 변화 — 한 면의 넓이는 $A = L^2 = (2.8 \times 10^{-2})^2 = 7.84 \times 10^{-4} \text{ m}^2$ 이므로 그 면을 누르는 힘은 $F = PA = (1.0 \times 10^8 \text{ N/m}^2)(7.84 \times 10^{-4} \text{ m}^2) = 7.84 \times 10^4 \text{ N}$

이고, 훅 법칙 $F = Kx$ 에서 압축된 길이는

$$x = \frac{F}{K} = \frac{7.84 \times 10^4}{10^9} = 7.84 \times 10^{-5} \text{ m}$$

이다. 압력을 받는 방향으로만 길이가 변하므로 부피 변화량은

$$\Delta V = Ax = (7.84 \times 10^{-4})(7.84 \times 10^{-5}) \approx 6.1 \times 10^{-8} \text{ m}^3$$

이때 변형률은 $x/L = (7.84 \times 10^{-5})/(2.8 \times 10^{-2}) = 2.8 \times 10^{-3}$, 즉 원래 길이의 0.28% 이고, 한 방향으로만 줄어들므로 $\Delta V/V = x/L$ 로 부피도 원래 부피의 0.28% 만큼 줄어든다.

(c) 고체에 한 일 — 압력을 서서히 증가시켰으므로 가한 힘은 0에서 F 까지 압축량에 비례하여 커진다. 따라서 한 일은 Fx 가 아니라 그 절반이며, 결정에 저장된 탄성 퍼텐셜 에너지와 같다.

$$W = \frac{1}{2} Kx^2 = \frac{1}{2} (10^9 \text{ N/m})(7.84 \times 10^{-5} \text{ m})^2$$

$$W = \frac{1}{2} \times 10^9 \times 6.147 \times 10^{-9} \approx 3.1 \text{ J} \quad \left(= \frac{1}{2} Fx = \frac{1}{2} P\Delta V \right)$$

의미 — 이 모형을 연속체로 보면 등가 영률 $Y = (KL)/A = k/d = 10/(2.8 \times 10^{-10}) \approx 3.6 \times 10^{10} \text{ Pa}$ 이고, 변형률은 $P/Y = (1.0 \times 10^8)/(3.6 \times 10^{10}) = 2.8 \times 10^{-3}$ 로 위와 같은 값이 나온다. 실제 NaCl의 영률(약 $4 \times 10^{10} \text{ Pa}$)과 비슷하므로, 이웃 이온을 용수철로 보는 단순한 모형이 고체의 탄성을 상당히 잘 기술함을 알 수 있다.

문제 3 운동량에 비례하는 저항력 · 종단속력 · 드브로이 파장

$v = 0.05 \text{ m/s}$ (두 이온이 같다), $\lambda_{Na^+} \approx 3.4 \times 10^{-7} \text{ m}$, $\lambda_{Cl^-} \approx 2.2 \times 10^{-7} \text{ m}$

(a) 종단속력 — 빔면 방향으로 이온에 작용하는 힘은 중력의 빔면 성분과 저항력이다. 수직항력은 빔면에 수직이므로 빔면 방향 운동에는 기여하지 않는다. 저항력이 $\vec{f} = -b\vec{v} = -bm\vec{v}$ 이므로 빔면 아래 방향을 양으로 잡으면

$$m \frac{dv}{dt} = mg \sin 30^\circ - bmv = \frac{1}{2}mg - bmv$$

이고, 양변을 m 으로 나누면

$$\frac{dv}{dt} = \frac{1}{2}g - bv$$

로 질량이 소거된다. 저항력이 속도가 아니라 운동량에 비례하기 때문에 무거운 이온일수록 저항력도 그만큼 커져 상쇄되는 것이다.

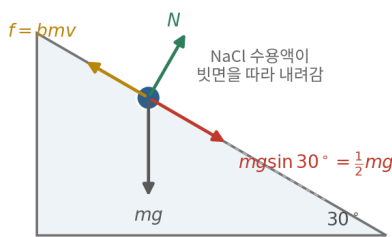
속력이 커지면서 bv 가 $g/2$ 에 이르면 가속도가 0이 되어 속력이 더 이상 변하지 않는다. 이 종단속력은

$$\frac{1}{2}g = bv_t \Rightarrow v_t = \frac{g}{2b} = \frac{10 \text{ m/s}^2}{2 \times 100 \text{ Hz}} = 0.05 \text{ m/s}$$

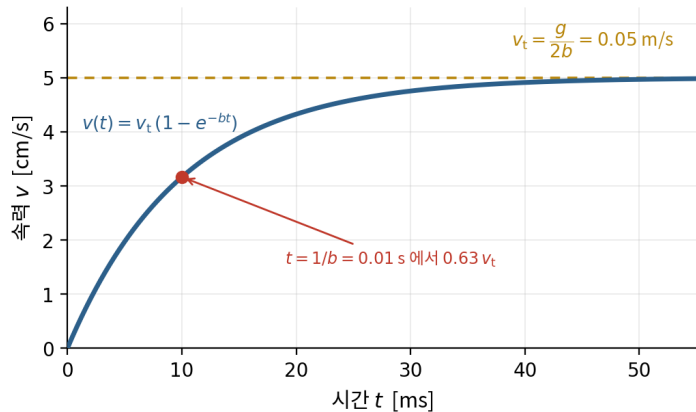
질량에 무관하므로 Na^+ 이온과 Cl^- 이온의 속력은 똑같이 0.05 m/s 이다.

실제로 위 미분방정식을 $v(0) = 0$ 으로 풀면 $v(t) = v_t(1 - e^{-bt})$ 이고, 시간상수는 $1/b = 0.01 \text{ s}$ 이다. 즉 0.05 s 정도만 흘러내려도 종단속력의 99 % 이상에 도달하므로, 자기장 영역에 들어가기 전에 일정한 속력이 된다는 문제의 조건이 자연스럽게 성립한다.

빔면 위 이온이 받는 힘



질량과 무관하게 같은 종단속력에 도달



빔면 위 이온이 받는 힘과 속력의 시간 변화 — 질량과 무관하게 $v_t = g/2b = 0.05 \text{ m/s}$ 로 수렴

(b) 드브로이 파장 — 제시문 (마)에 따라 물질파 파장은 $\lambda = h/p = h/(mv)$ 이다. 이온의 질량은 표 1에서 $m_{Na^+} = 23m_u = 23 \times 1.7 \times 10^{-27} = 3.91 \times 10^{-26} \text{ kg}$, $m_{Cl^-} = 35m_u = 5.95 \times 10^{-26} \text{ kg}$ 이다 (전자 1개의 질량 $9.0 \times 10^{-31} \text{ kg}$ 은 이온 질량의 10^{-5} 수준이므로 무시한다). 두 이온의 속력이 $v = 0.05 \text{ m/s}$ 로 같으므로 운동량은

$p_{Na^+} = (3.91 \times 10^{-26})(0.05) = 1.955 \times 10^{-27} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$, $p_{Cl^-} = (5.95 \times 10^{-26})(0.05) = 2.975 \times 10^{-27} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$ 이고, $h = 6.6 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$ 를 쓰면

$$\lambda_{Na^+} = \frac{6.6 \times 10^{-34}}{1.955 \times 10^{-27}} \approx 3.4 \times 10^{-7} \text{ m}, \quad \lambda_{Cl^-} = \frac{6.6 \times 10^{-34}}{2.975 \times 10^{-27}} \approx 2.2 \times 10^{-7} \text{ m}$$

의미 — 속력이 같으므로 $\lambda \propto 1/m$ 이고, 따라서 $\lambda_{Na^+} : \lambda_{Cl^-} = 35 : 23 \approx 1.5 : 1$ 로 가벼운 Na^+ 이온의 파장이 더 길다. 두 파장 모두 이온 사이 거리 0.28 nm 보다 약 1000배나 크지만, 이온 자체가 물 분자와 끊임없이 충돌하는 계에서는 파동성이 드러나지 않는다.

문제 4 로런츠 힘 · 등속 원운동 · 전하에 따른 분리

자기력이 중력·저항력보다 10^4 배가량 크므로 두 이온은 거의 등속 원운동을 한다. Na^+ 는 진행 방향의 왼쪽으로, Cl^- 는 오른쪽으로 휘어 서로 반대쪽으로 갈라지며, 반지름은 $R = mv/(eB)$ 로 $R_{Na^+} : R_{Cl^-} = 23 : 35$ 이다.

(a) **힘의 크기 비교** — 자기장 영역에 들어가는 순간 이온은 종단속력 상태이므로 저항력의 크기는 중력의 빗면 성분과 같다. 그 크기는 Na^+ 의 경우

$$F_G = \frac{1}{2} m_{\text{Na}^+} g = \frac{1}{2} (3.91 \times 10^{-26} \text{ kg}) (10 \text{ m/s}^2) \approx 2.0 \times 10^{-25} \text{ N}$$

이고 (Cl^- 은 $3.0 \times 10^{-25} \text{ N}$), 이온의 속도가 자기장과 수직이므로 자기력은

$$F_B = evB = (1.6 \times 10^{-19} \text{ C}) (0.05 \text{ m/s}) (1.0 \text{ T}) = 8.0 \times 10^{-21} \text{ N}$$

이다. 따라서

$$\frac{F_B}{F_G} \approx \frac{8.0 \times 10^{-21}}{2.0 \times 10^{-25}} \approx 4 \times 10^4$$

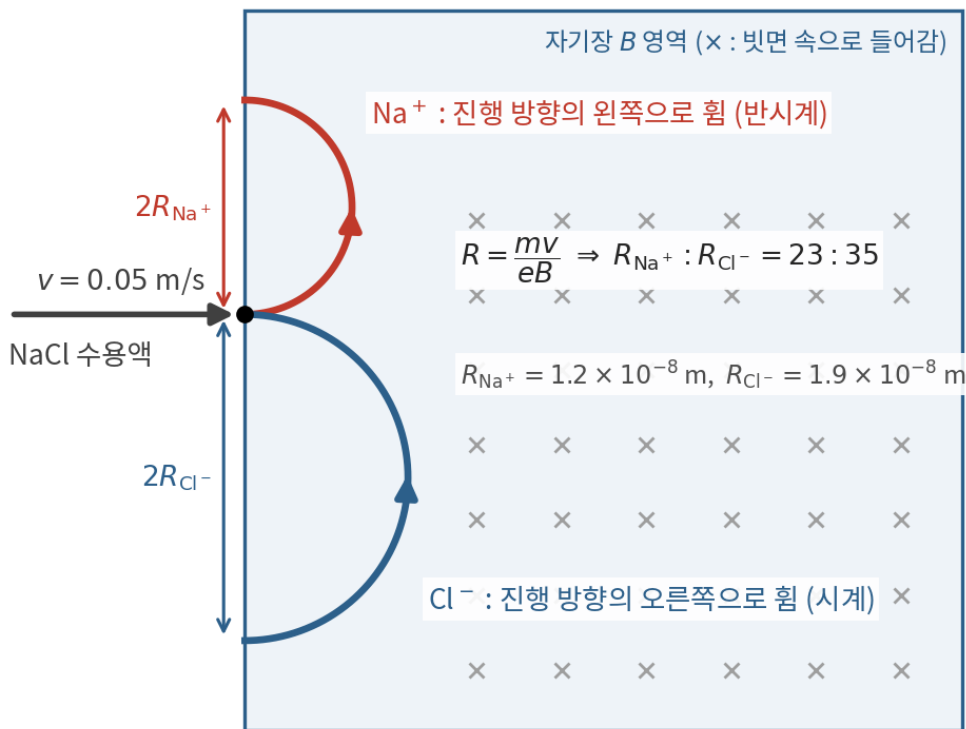
로 자기력이 중력의 빗면 성분(과 저항력)보다 약 4만 배 크다. 즉 자기장 영역 안에서는 **자기력만 작용한다고 근사할 수 있다.**

(b) **운동의 모습** — 자기력은 항상 속도에 수직이므로 일을 하지 않아 속력이 변하지 않고, 크기가 일정한 구심력 역할을 한다. 따라서 두 이온 모두 빗면에 나란한 평면에서 **등속 원운동**을 한다. 구심력 조건에서

$$evB = \frac{mv^2}{R} \Rightarrow R = \frac{mv}{eB}, \quad T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi m}{eB}$$

이다. 자기장이 빗면 속으로 들어가는 방향이므로 빗면 연직 위에서 내려다보면 양전하인 Na^+ 은 $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$ 에 의해 진행 방향의 **왼쪽**으로 힘을 받아 반시계 방향으로 돌고, 음전하인 Cl^- 은 전하의 부호가 반대이므로 진행 방향의 **오른쪽**으로 힘을 받아 시계 방향으로 돈다. 두 이온이 서로 반대쪽으로 휘므로 자기장 영역에서 양이온과 음이온이 좌우로 갈라진다.

빗면 연직 위에서 내려다본 모습 — 두 이온이 서로 반대쪽으로 갈라진다



예시 도해 — 두 이온은 서로 반대 방향으로 회전하며, 반지름은 질량에 비례한다

(c) 반지름과 주기의 비교 — 두 이온은 속력 v , 전하량의 크기 e , 자기장 B 가 모두 같으므로 $R = mv/(eB)$ 에서 반지름은 오직 질량에 비례한다.

$$R_{Na^+} : R_{Cl^-} = m_{Na^+} : m_{Cl^-} = 23 : 35$$

$$R_{Na^+} = \frac{(3.91 \times 10^{-26})(0.05)}{(1.6 \times 10^{-19})(1.0)} \approx 1.2 \times 10^{-8} \text{ m}, \quad R_{Cl^-} \approx 1.9 \times 10^{-8} \text{ m}$$

주기 역시 $T = 2\pi m/(eB)$ 로 질량에 비례하여 $T_{Na^+} \approx 1.5 \times 10^{-6} \text{ s}$, $T_{Cl^-} \approx 2.3 \times 10^{-6} \text{ s}$ 이며, 속력과는 무관하다.

(d) 근사에서 무시한 효과 — 그림의 좌표계에서 진행 방향을 $+x$, 그에 수직인 빔면 아래 방향 성분을 함께 고려하면 정확한 운동방정식은

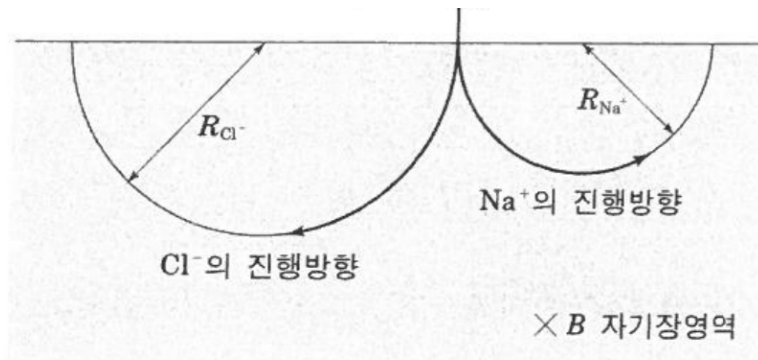
$$m \frac{dv_x}{dt} = qv_y B - bmv_x, \quad m \frac{dv_y}{dt} = \frac{1}{2}mg - qv_x B - bmv_y$$

로 두 식이 얹혀 있어 그대로 풀기는 복잡하다. 그러나 두 보정항의 크기를 회전 운동과 비교하면 다음과 같이 모두 무시할 수 있다.

• **저항력에 의한 감쇠** — 감쇠의 시간상수 $1/b = 0.01 \text{ s}$ 는 회전 주기 $T \approx 1.5 \times 10^{-6} \text{ s}$ 의 약 6500배이다. 즉 한 바퀴 도는 동안 속력은 0.02% 도 줄지 않으므로, 원 궤도는 아주 천천히 반지름이 줄어드는 나선이 된다.

• **중력에 의한 표류** — 중력의 빔면 성분 때문에 원 궤도의 중심이 $v_d = F_G/(eB) \approx (2.0 \times 10^{-25})/(1.6 \times 10^{-19}) \approx 1.2 \times 10^{-6} \text{ m/s}$ 로 천천히 밀려간다. 이는 회전 속력 0.05 m/s 의 약 4만분의 1이다.

따라서 관찰되는 운동은 사실상 반지름이 $R = mv/(eB)$ 인 등속 원운동이며, 여기에 아주 느린 감쇠와 표류가 겹쳐진 것이다. 한편 양이온과 음이온이 반대쪽으로 물리면 용액의 양쪽 가장자리에 서로 다른 부호의 전하가 쌓여 전위차가 생기는데, 이는 도체에서 나타나는 홀 효과와 같은 원리이다.



참고 도해 — 용액이 위에서 아래로 흘러 들어오도록 그린 경우, 회전 방향이 서로 반대이고 $R_{Cl^-} > R_{Na^+}$ 임을 보여준다