

연세대학교 논술시험

자연계열 · 물리

문제 · 예시답안

시험 구분
전형
문항 수
핵심 개념

논술시험 (자연계열, 물리)
수시모집 논술전형
4문항
질량·에너지 증가와 중력 퍼텐셜 에너지, 광자의 운동량과 복사압,
힘의 평형, 마이컬슨 간섭계의 경로차와 간섭,
복사 평형, 슈테판·볼츠만 법칙과 최대 복사 파장

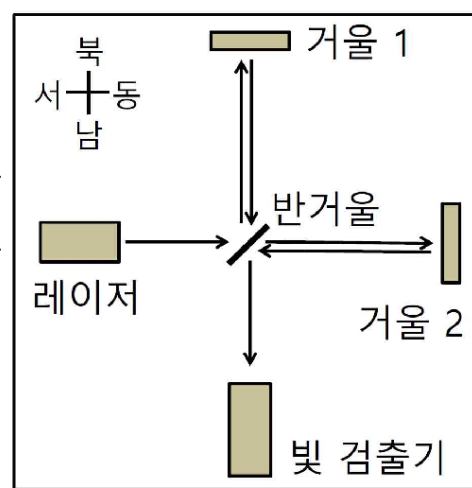
I. 문제

제시문

(가) 아인슈타인은 가속하고 있는 좌표계에 있는 관측자가 관측하는 것과 중력장에서 관측하는 것을 서로 구별할 수 없다는 등가 원리로부터 중력이 공간의 굽어짐과 관련이 있다는 일반 상대성 이론을 제안하였다. 질량이 큰 물체들이 심하게 상호작용하여 움직이면 물체 주위의 시공간의 굽어짐이 교란이 되어 퍼져 나가게 된다.

(나) 두 파동이 서로 만나 중첩되면, 두 파동이 합쳐져서 원래의 파동보다 진폭이 더 커지는 보강 간섭이 일어나거나 진폭이 작아지거나 없어지는 상쇄 간섭이 일어난다.

(다) 그림은 레이저에서 나온 빛이 반거울을 통해 나누어져 수 km 떨어진 거울 1과 거울 2에서 반사된 후 다시 모여 빛 검출기에 들어가도록 만든 간섭 실험 장치이다. 레이저에서 나오는 빛의 파장은 600 nm이며, 거울 1과 거울 2, 반거울의 넓이는 레이저에서 나오는 빛이 수직으로 비추는 넓이에 비하여 매우 크다. 거울 1과 거울 2는 입사하는 빛을 모두 반사하고, 반거울은 입사하는 빛의 절반을 통과시키고 절반을 반사한다.



[간섭 실험 장치]

(라) 전자기파는 전기장과 자기장의 세기가 커졌다가 작아지는 것을 반복하면서 공간을 전파하여 나가는 파동이다. 전자기파 중에서 사람의 눈으로 관찰할 수 있는 것을 가시광선 또는 빛이라고 한다. 진공 중에서 진행하는 빛의 속도는 관찰자나 광원의 속도와 관계없이 일정하다. 진동수가 f 인 빛은 hf 의 에너지를 가지는 광자의 흐름으로 생각할 수 있으며, 파장이 λ 인 광자 하나의 운동량은 h/λ 이다.

(마) 큰 에너지의 빛이 물질을 통과하면서 전자와 양전자를 생성하는 쌍생성 현상은 에너지가 질량으로 변하는 현상이다. 한편 방사성 원소인 우라늄 235는 핵분열할 때 질량이 감소하면서 감소한 질량이 에너지로 변하며, 수소와 같은 작은 원자핵들이 융합하여 더 큰 원자핵으로 변하는 핵융합 반응에서도 질량이 감소하면서 감소한 질량이 에너지로 변한다.

(바) 절대온도가 T 인 흑체 표면의 단위 넓이에서 단위 시간당 방출되는 복사 에너지는 σT^4 이며, 파장 $\lambda = 2.9/T$ (mm)에서 단위 파장당 방출되는 복사 에너지가 가장 크다.

물리 상수

전자의 정지질량	기본 전하량	아보가드로 수	만유인력 상수	진공에서의 광속
$m_e = 9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}$	$e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$	$N_A = 6.0 \times 10^{23} \text{ 개/mol}$	$G = 6.7 \times 10^{-11} \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{kg}^2$	$c = 3.0 \times 10^8 \text{ m/s}$
중력가속도	슈테판-볼츠만 상수	볼츠만 상수	양성자의 질량	플랑크 상수
$g = 10 \text{ m/s}^2$	$\sigma = 5.7 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2\cdot\text{K}^4$	$k_B = 1.4 \times 10^{-23} \text{ J/K}$	$m_p = 1.7 \times 10^{-27} \text{ kg}$	$h = 6.6 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$

문항

문제 1 두 천체의 합체에서 방출되는 에너지

질량·에너지 등가 · 중력 퍼텐셜 에너지

각각 질량 M 인 두 물체가 자전하지 않고 중력에 의해 서로 끌어당기면서 반지름이 $5000 \times (GM)/c^2$ 인 원궤도로 운동하고 있었다. 시간이 지난 후 두 물체가 합쳐져 질량이 $1.999 \times M$ 인 하나의 물체가 되면서 정지하였다. 한 물체로 합쳐진 이후에도 자전하지 않는 경우에, 이 과정에서 방출된 에너지의 크기에 대해 논하시오.

문제 2 두 거울 사이에 갇힌 광자가 만드는 복사압

광자의 운동량 · 힘의 평형

중력가속도가 g 인 공간에 질량 10 kg 인 똑같은 평면 거울 두 개를 각각 끈에 매달아 평행하게 마주 보도록 설치하였다. 두 거울 사이의 거리는 5 km 이고 거울 자체의 높이는 끈의 길이에 비하여 매우 작다. 파장이 600 nm 인 광자 10^{22} 개가 두 거울의 사이에서 계속 왕복 운동하고 있을 때, 각각의 거울이 받는 평균 힘에 대해 논하고, 끈이 연직선과 이루는 각도를 θ 라 할 때 $\tan \theta$ 를 구하시오. (두 거울은 계속 평행을 유지하며 광자는 거울에 수직으로 입사하여 모두 반사된다고 가정한다. 끈의 질량은 거울의 질량보다 매우 작다.)

문제 3 간섭계 거울의 진동과 검출 신호

경로차 · 보강 간섭과 상쇄 간섭

제시문 (다)의 간섭 실험 장치에서 레이저에서 나오는 빛이 반거울을 통해 나누어져 거울 1과 거울 2에서 반사된 후 다시 모여 빛 검출기에 들어갈 때 상쇄 간섭이 일어나도록 거울 1과 거울 2의 위치를 조정하였다. 이후에 거울 1과 거울 2가 각각 외력을 받아서, 거울 1의 위치는 남북 방향으로 진동하게 되었고 거울 2의 위치는 동서 방향으로 진동하게 되었다. 각 거울의 진폭이 $10 \mu\text{m}$ 이고 진동수가 5 Hz 인 경우에 빛 검출기에 나타날 수 있는 신호에 대해 논하시오.

문제 4 레이저를 받는 흑체의 복사 평형

슈테판-볼츠만 법칙 · 최대 복사 파장

제시문 (다)의 간섭 실험 장치에서 거울 1과 거울 2의 위치를 조정하여 반거울로부터 빛 검출기 쪽으로 진행하는 빛의 세기가 11.4 W/m^2 가 되게 하고, 빛 검출기 위치에 구형의 흑체를 놓았다. 레이저를 켜기 전에 흑체의 온도는 27°C 로 일정하였다. 레이저를 켜 후에 흑체의 온도가 더 이상 변하지 않게 되었을 때, 흑체의 온도에 대해 논하고, 흑체에서 방출되는 복사 에너지의 파장 분포에 대해 논하시오. 단, 흑체 표면의 온도는 모두 같다고 간주하며, 흑체 표면의 넓이는 레이저에서 나오는 빛이 수직으로 비추는 넓이에 비하여 매우 작다.

II. 예시답안

문제 1 두 천체의 합체에서 방출되는 에너지

질량·에너지 등가 · 중력 퍼텐셜 에너지

방출된 에너지 $\Delta E = 9 \times 10^{-4} Mc^2$

계가 방출한 에너지는 합쳐지기 전의 총 에너지 E_i 와 합쳐진 뒤의 총 에너지 E_f 의 차이이다.

① 기호의 규약 — 문제에서 두 물체의 질량을 M 이라 한 것은 **궤도를 돌고 있는 상태에서 켜 질량**, 즉 상대론적 질량이다. 상대성 이론에서 질량 M 인 물체가 가지는 에너지 Mc^2 에는 이미 운동 에너지가 포함되어 있으므로, **두 물체의 질량 에너지와 운동 에너지를 합한 총 에너지가 곧 $2Mc^2$ 이다.** 아래 ③에서 보듯 이 운동은 광속에 비해 매우 느려 질량 증가 효과가 10^{-5} 수준에 지나지 않으므로, 이 M 을 정지질량과 구별하지 않고 그대로 써도 된다. 따라서 남은 일은 여기에 **중력 퍼텐셜 에너지만 더하는 것**이다.

$$E_i = \underbrace{2Mc^2}_{\text{질량 에너지} + \text{운동 에너지}} + U$$

① 처음 상태의 기하 — 두 물체의 질량이 같으므로 공통 질량중심은 두 물체를 잇는 선분의 중점이고, 각 물체는 그 중점을 중심으로 반지름 r 인 원궤도를 돈다. 따라서 두 물체 사이의 거리는 궤도 반지름의 두 배이다.

$$r = 5000 \frac{GM}{c^2}, \quad d = 2r = 10^4 \frac{GM}{c^2}$$

② 중력 퍼텐셜 에너지 — 두 점질량 사이의 퍼텐셜 에너지는 $U = -GM^2/d$ 이므로

$$U = -\frac{GM^2}{10^4(GM)/c^2} = -\frac{Mc^2}{10^4} = -1.0 \times 10^{-4} Mc^2$$

③ 규약이 정당한지 확인 — 궤도 속력 — 두 물체 사이의 만유인력이 각 물체의 구심력이 된다. 물체 사이의 거리는 $d = 2r$ 이지만 원궤도의 반지름은 r 임에 주의하면

$$\frac{GM^2}{d^2} = \frac{Mv^2}{r} \rightarrow \frac{GM^2}{4r^2} = \frac{Mv^2}{r} \rightarrow v^2 = \frac{GM}{4r} = \frac{GMc^2}{4 \cdot 5000GM} = \frac{c^2}{2 \times 10^4}$$

이므로 $v/c = 1/\sqrt{2 \times 10^4} \approx 7.1 \times 10^{-3}$ 로 광속보다 훨씬 느리고, 이때 $\gamma - 1 \approx 2.5 \times 10^{-5}$ 이다. 즉 궤도를 돌 때의 질량 M 과 정지질량은 10^{-5} 정도밖에 차이 나지 않아 ①의 규약대로 둘을 구별하지 않아도 된다. 실제로 U 에 정지질량 대신 M 을 넣어서 생기는 오차는

$$|U| \cdot (\gamma^2 - 1) \approx 1.0 \times 10^{-4} Mc^2 \times 5 \times 10^{-5} = 5 \times 10^{-9} Mc^2$$

로 최종 답의 유효숫자에 전혀 영향을 주지 않는다.

④ 처음·나중의 총 에너지 — ①의 규약에 따라 질량 에너지와 운동 에너지를 합한 몫이 $2Mc^2$ 이므로, 여기에 ②의 U 만 더하면 된다.

$$E_i = 2Mc^2 + U = 2Mc^2 - 1.0 \times 10^{-4} Mc^2 = (2 - 0.0001) Mc^2 = 1.9999 Mc^2$$

이고, 합쳐진 뒤에는 질량 $1.999M$ 인 물체가 정지해 있으므로 운동 에너지도 퍼텐셜 에너지도 없다.

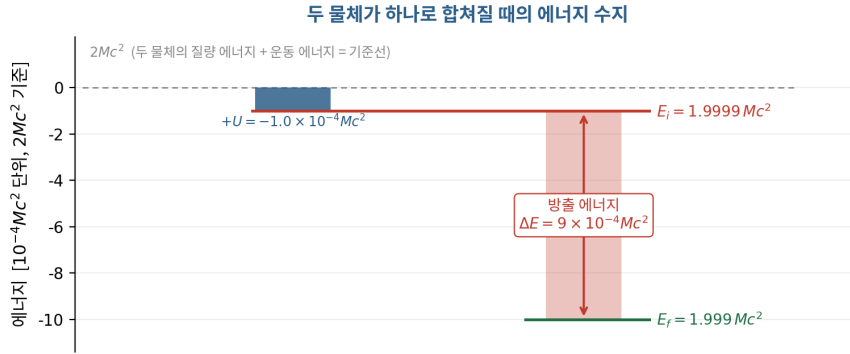
$$E_f = 1.999 Mc^2$$

⑤ 방출된 에너지 — 에너지 보존에 따라 그 차이가 계 밖으로 빠져나간 양이다.

$$\Delta E = E_i - E_f = (1.9999 - 1.999) Mc^2 = 0.0009 Mc^2 = 9 \times 10^{-4} Mc^2$$

해석 — 질량만 보면 $2M \rightarrow 1.999M$ 로 $1.0 \times 10^{-3} M$ 이 사라졌지만, 처음 계는 이미 중력으로 묶여 있어 $U = -1.0 \times 10^{-4} Mc^2$ 만큼 낮은 에너지 상태에서 출발했다. 그 몫은 밖으로 내보낼 여분이 아니므로 실제 방출량은 그만큼 작은 $9 \times 10^{-4} Mc^2$ 이다. 이 에너지는 제시문 (가)에서 말한 대로 시공간의 굽어짐이 교란되어 퍼져 나가는 형태, 즉 **중력파**로 방출된다.

덧붙임 — 문항의 “반지름 $5000GM/c^2$ ” 을 두 물체 **사이의 거리** 로 읽어도 답은 같다. 그러면 $d = 5000GM/c^2$ 이므로 $U = -2.0 \times 10^{-4} Mc^2$ 이고, 원궤도에서 언제나 성립하는 $K = |U|/2 = +1.0 \times 10^{-4} Mc^2$ 를 정지질량 규약으로 따로 더해도 $E_i = 2Mc^2 + K + U = 1.9999 Mc^2$ 로 똑같아 $\Delta E = 9 \times 10^{-4} Mc^2$ 가 그대로 얻어진다.



예시 도해 — 질량 에너지와 운동 에너지를 합한 $2Mc^2$ 을 기준으로 한 에너지 수지. 중력 퍼텐셜 에너지 $-1.0 \times 10^{-4}Mc^2$ 를 더한 $E_i = 1.9999Mc^2$ 에서 $E_f = 1.999Mc^2$ 까지의 낙차가 방출 에너지이다.

문제 2 두 거울 사이에 갇힌 광자가 만드는 복사압

광자의 운동량 · 힘의 평형

각 거울이 받는 평균 힘 $F = 6.6 \times 10^{-1} \text{ N}$ (바깥쪽 수평 방향), $\tan \theta = 6.6 \times 10^{-3}$

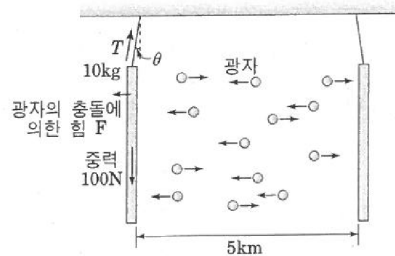
거울에 작용하는 힘은 ㉠ 중력, ㉡ 끈의 장력, ㉢ 광자의 반사에 의한 힘 세 가지이며, 거울이 정지해 있으므로 이 셋이 평형을 이룬다. 광자의 힘은 “충격량 / 시간”으로 구한다.

① 광자 한 개의 운동량 — 제1문 (라)에서 파장 λ 인 광자의 운동량은 $p = h/\lambda$ 이므로

$$p = \frac{h}{\lambda} = \frac{6.6 \times 10^{-34}}{600 \times 10^{-9}} = \frac{6.6 \times 10^{-34}}{6.0 \times 10^{-7}} = 1.1 \times 10^{-27} \text{ kg} \cdot \text{m} / \text{s}$$

② 한 번 반사할 때 거울이 받는 충격량 — 광자가 거울에 수직으로 입사하여 파장 변화 없이 그대로 되튀므로 광자의 운동량은 $+p$ 에서 $-p$ 로 바뀐다. 운동량 보존에 따라 거울이 받는 충격량의 크기는 그 변화량과 같다.

$$|\Delta p| = p - (-p) = 2p = 2.2 \times 10^{-27} \text{ kg} \cdot \text{m} / \text{s}$$



거울이 받는 세 힘 — 중력 100 N, 끈의 장력 T (연직선과 θ), 광자의 충돌에 의한 수평 방향 힘 F

③ 같은 거울을 다시 때릴 때까지의 시간 — 광자는 거울 사이 5 km를 왕복하므로

$$t = \frac{2L}{c} = \frac{2 \times 5.0 \times 10^3}{3.0 \times 10^8} = \frac{1}{3} \times 10^{-4} \text{ s} \approx 3.3 \times 10^{-5} \text{ s}$$

④ 광자 한 개가 주는 평균 힘 — 충격량을 그 주기로 나누면

$$F_1 = \frac{|\Delta p|}{t} = \frac{2.2 \times 10^{-27}}{(1/3) \times 10^{-4}} = 6.6 \times 10^{-23} \text{ N}$$

⑤ 광자 10^{22} 개 — 모든 광자가 같은 파장으로 같은 방식으로 왕복하므로 힘은 단순히 합해진다.

$$F = NF_1 = 10^{22} \times 6.6 \times 10^{-23} = 6.6 \times 10^{-1} \text{ N} = 0.66 \text{ N}$$

문자로 정리하면 $F = N \cdot (2h/\lambda) \cdot (c/2L) = Nhc/(\lambda L)$ 이다. 이는 두 거울 사이에 갇힌 빛의 총 에너지 $U_{\text{광}} = Nhc/\lambda = 3.3 \times 10^3 \text{ J}$ 을 거울 간격 L 로 나눈 값 $U_{\text{광}}/L$ 과 같다.

두 거울은 서로를 향해 놓여 있으므로 각각 바깥쪽 수평 방향으로 이 힘을 받는다.

⑥ **힘의 평형과 $\tan \theta$** — 거울의 무게는 $W = mg = 10 \times 10 = 100 \text{ N}$ 이다. 끈이 연직선과 θ 를 이룰 때 장력을 T 라 하면

$$\text{수평 : } T \sin \theta = F, \quad \text{연직 : } T \cos \theta = W$$

두 식을 나누면 장력 T 가 소거되어

$$\tan \theta = \frac{F}{W} = \frac{6.6 \times 10^{-1}}{100} = 6.6 \times 10^{-3}$$

해석 — $\theta \approx 0.38^\circ$ 로 매우 작다. 광자를 10^{22} 개나 가두어도 복사압으로 생기는 힘은 1 N에도 못 미치는데, 이는 광자 하나의 운동량 h/λ 가 $10^{-27} \text{ kg}\cdot\text{m/s}$ 수준으로 극히 작기 때문이다. 또한 $\tan \theta$ 는 거울의 넓이와 무관하고 갇힌 빛의 총 에너지와 거울 간격 L 로만 정해진다.

문제 3 간섭계 거울의 진동과 검출 신호

경로차 · 보강 간섭과 상쇄 간섭

두 거울의 진동 위상이 같으면(①) 신호는 전혀 변하지 않고, 정반대이면(②) 한 주기 $T = 0.2 \text{ s}$ 동안 약 266회 밝아졌다 어두워지기를 반복한다. 그 사이의 위상차에서는 그 중간 횟수가 나타난다.

① **경로차를 식으로 세우기** — 레이저에서 나와 거울 1을 거쳐 검출기에 이르는 전체 경로를 L_1 , 거울 2를 거치는 경로를 L_2 라 하자. 빛은 반거울과 거울 사이를 왕복하므로, 거울이 반거울에서 멀어지는 쪽으로 u 만큼 움직이면 그 경로는 $2u$ 만큼 길어진다. 거울 1의 북쪽 변위를 u_1 , 거울 2의 동쪽 변위를 u_2 라 하고 진폭 $A = 10 \mu\text{m}$, 진동수 $f = 5 \text{ Hz}$ ($\omega = 2\pi f$, $T = 0.2 \text{ s}$), 두 진동의 위상차를 φ 라 하면

$$u_1 = A \cos \omega t, \quad u_2 = A \cos(\omega t + \varphi), \quad \delta(t) = L_1 - L_2 = \delta_0 + 2(u_1 - u_2)$$

이고, 삼각함수의 차 공식으로

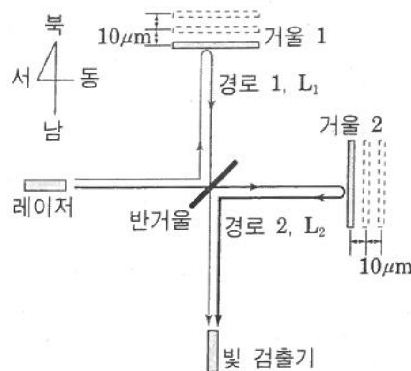
$$\delta(t) = \delta_0 + 4A \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right) \sin\left(\omega t + \frac{\varphi}{2}\right)$$

이다. 즉 **경로차의 진폭**은 $4A |\sin(\varphi/2)|$ 로 두 거울의 위상 관계만으로 결정된다. 처음에 상쇄 간섭이 되도록 맞추었으므로 δ_0 는 반파장의 홀수배이고, 여기서 δ 가 λ 만큼 변할 때마다 검출기는 “어두움 $\rightarrow$ 밝음 $\rightarrow$ 어두움”을 한 번씩 되풀이한다.

② **두 거울의 위상이 같은 경우 ($\varphi = 0$)** — 거울 1이 남쪽 최대 변위일 때 거울 2가 서쪽 최대 변위인 경우로, 두 거울이 동시에 같은 크기만큼 반거울에 가까워지고 멀어진다. 이때 $\sin(\varphi/2) = 0$ 이므로

$$\delta(t) = \delta_0 = \text{일정}$$

이다. L_1 과 L_2 가 똑같이 줄었다 늘었다 하므로 그 **차이**는 변하지 않는다. 따라서 검출기에서는 처음 맞추어 놓은 상쇄 간섭이 계속 유지되어 **신호가 전혀 변하지 않고 계속 어둡다**. (보강이 되도록 맞추어 놓았다면 계속 밝은 상태가 유지된다.)



$\varphi = 0$ — 거울 1이 남쪽 최대일 때 거울 2가 서쪽 최대. 두 경로가 같이 줄어들어 경로차가 변하지 않는다.

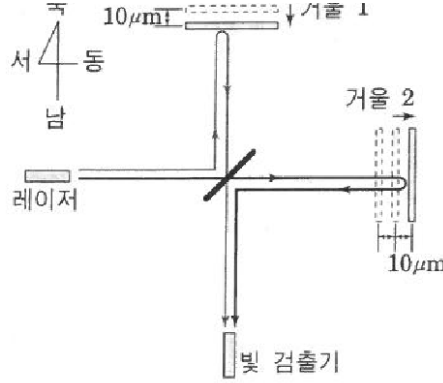
③ 두 거울의 위상이 정반대인 경우 ($\varphi = \pi$) — 거울 1이 남쪽 최대 변위일 때 거울 2가 동쪽 최대 변위인 경우이다. 거울 1이 남쪽(반거울 쪽)으로 $10\ \mu\text{m}$ 움직이면 L_1 은 $20\ \mu\text{m}$ 줄고, 동시에 거울 2가 동쪽(반거울 반대쪽)으로 $10\ \mu\text{m}$ 움직이면 L_2 는 $20\ \mu\text{m}$ 늘어난다. 따라서

$$\delta(t) = \delta_0 - 4A \sin \omega t, \quad 4A = 40\ \mu\text{m}$$

로 경로차의 진폭이 최대가 된다(시간의 원점은 두 거울이 평형 위치를 지나는 순간으로 잡았다). 이를 파장 단위로 고치면

$$\frac{4A}{\lambda} = \frac{40 \times 10^{-6}}{600 \times 10^{-9}} = \frac{200}{3} = 66.67$$

즉 거울이 평형 위치에서 최대 변위까지 가는 $1/4$ 주기($0.05\ \text{s}$) 동안 경로차가 66.67λ 만큼 변한다.



$\varphi = \pi$ — 거울 1은 남쪽, 거울 2는 동쪽으로 최대 변위. L_1 은 줄고 L_2 는 늘어 경로차가 $40\ \mu\text{m}$ 진폭으로 진동한다.

④ 명암 변화의 횟수 세기 — 처음에 상쇄가 되도록 맞추어 두었으므로, 경로차가 처음 값 δ_0 에서 파장의 정수배만큼 벗어난 순간마다 완전히 어두워진다. 경로차의 변화를 파장 단위로 쓰면

$$\frac{\delta(t) - \delta_0}{\lambda} = -R \sin \omega t, \quad R \equiv \frac{4A}{\lambda} = 66.67$$

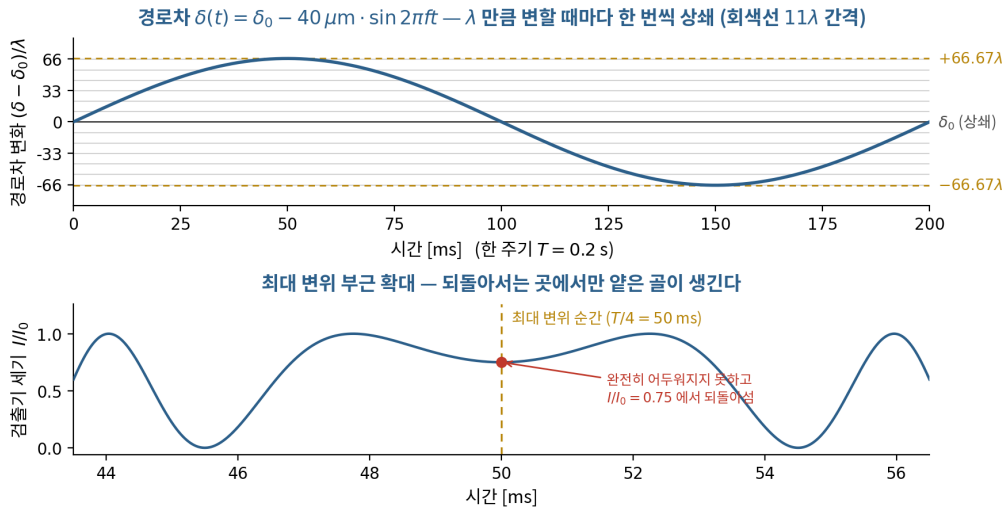
이므로 어두워지는 조건은 $R \sin \omega t$ 가 정수가 되는 것이다. 이를 한 주기에 걸쳐 세면

- 평형 위치에서 최대 변위까지 가는 네 개의 $1/4$ 주기 각각에서 $|R \sin \omega t|$ 가 0 에서 66.67 까지 단조롭게 변하므로 그 도중에 정수 1, 2, ..., 66 을 지난다: 66 회씩 총 $4 \times 66 = 264$ 회.
- 여기에 거울이 평형 위치를 지나는 두 순간 ($\omega t = 0, \pi$)이 더해진다. 이때는 $R \sin \omega t = 0$ 으로 경로차가 처음 값 그대로여서 그 자체가 상쇄 조건이다: +2 회.
- 반면 최대 변위(되돌아서는 점)는 추가 횟수를 만들지 않는다. 그 앞뒤의 두 어두움은 모두 같은 차수($R \sin \omega t = 66$)이고 그 사이에는 어두움이 하나도 없기 때문이다.

즉 어두워지는 횟수는 R 의 소수부와 무관하게 $4[R] + 2$ 로 정해진다.

한 주기 $T = 0.2\ \text{s}$ 동안 완전히 어두워지는 횟수 = $4[R] + 2 = 4 \times 66 + 2 = 266$ 회 → 초당 약 1.33×10^3 회

한편 세기가 극대가 되는 밝은 봉우리의 개수는 268 로 위와 다른데, 이는 세는 대상이 “세기가 정확히 0 이 되는 완전 상쇄 사건”(266회)과 “세기가 극대가 되는 봉우리”(268개)로 서로 다르기 때문이다. 최대 변위 순간에는 경로차가 66.67λ 로 반정수배(66.5λ)를 이미 지나쳐 세기가 $\sin^2(0.67\pi) = 0.75$ 까지만 내려갔다 되올라가므로, 그 자리의 봉우리가 얇은 골을 사이에 두고 둘로 갈라진다. 봉우리 수는 $4[R + 0.5] = 4 \times 67 = 268$ 로, R 의 소수부는 이렇게 봉우리 수에만 작용한다.



예시 도해 — (위) 한 주기 동안의 경로차 변화, (아래) 최대 변위 부근의 검출기 세기

⑤ 일반적인 위상차 ($0 < \varphi < \pi$) — ①의 식에서 경로차의 진폭이 $4A |\sin(\varphi/2)|$ 이므로, 한 주기 동안의 명암 변화 횟수는

$$N(\varphi) \approx 266.7 \times |\sin(\frac{\varphi}{2})|, \text{ 정확히는 } N(\varphi) = 4 \left\lfloor 66.67 |\sin(\frac{\varphi}{2})| \right\rfloor + 2$$

이다(경로차가 실제로 진동하는 $\varphi \neq 0$ 인 경우. $\varphi = 0$ 이면 경로차가 아예 변하지 않아 계속 어두운 상태로 머물러 $N = 0$ 이다). 따라서 φ 가 0 에서 π 로 커질수록 횟수가 늘어 $\varphi = \pi$ 에서 최대 266 회가 된다. 즉 두 거울의 최대 변위 시각이 어긋나 있으면 ①과 ② 사이의 횟수만큼 밝기 변화가 검출된다.

해석 — 두 팔이 같은 방향으로 함께 늘었다 줄면(공통 모드) 경로차가 변하지 않아 검출기에 아무 신호가 없고, 한 팔은 늘고 다른 팔은 줄 때(차동 모드) 신호가 최대가 된다. 제시문 (가)의 중력파가 지나갈 때 서로 수직인 두 방향이 정확히 이렇게 반대로 변형되므로, 이 장치는 지진·열잡음 같은 공통 모드는 걸러내고 중력파만 골라내는 검출기가 된다.

문제 4 레이저를 받는 흑체의 복사 평형

슈테판·볼츠만 법칙 · 최대 복사 파장

새 평형 온도 $T = 100 \sqrt[4]{81.5} \approx 300.5 \text{ K}$ (약 27.5°C), 최대 복사 파장 $\lambda_{\text{max}} = 2.9/T \text{ mm} \approx 9.65 \mu\text{m}$

흑체의 온도가 더 이상 변하지 않는다는 것은 단위 시간당 흡수하는 에너지 = 단위 시간당 방출하는 에너지 라는 뜻이다. 흑체의 반지름을 r 라 하자.

① 레이저를 켜기 전 — 온도가 $T_0 = 27^\circ \text{C} = 300 \text{ K}$ 로 일정했으므로, 주위로부터 흡수하는 일률은 그때 방출하는 일률과 같다. 표면적이 $4\pi r^2$ 이므로

$$P_{\text{주위}} = \sigma T_0^4 (4\pi r^2), \quad T_0^4 = (300)^4 = 81 \times 10^8 \text{ K}^4$$

② 레이저를 켜 뒤 추가로 흡수하는 일률 — 흑체는 구형이고 레이저 빛은 한 방향으로 진행하는 평행광이며, 빛이 비추는 넓이가 흑체보다 훨씬 크므로 흑체가 가로막는 넓이는 구의 대원의 넓이 πr^2 이다. 표면적 $4\pi r^2$ 이 아님에 주의한다.

$$P_{\text{레이저}} = I \times \pi r^2 = 11.4\pi r^2 \text{ W}$$

③ 새로운 복사 평형 — 새 평형 온도를 T 라 하면

$$\underbrace{\sigma T^4 (4\pi r^2)}_{\text{방출}} = \underbrace{\sigma T_0^4 (4\pi r^2) + 11.4\pi r^2}_{\text{흡수}}$$

양변을 $4\pi r^2$ 으로 나누면 흑체의 크기 r 가 소거된다.

$$\sigma T^4 = \sigma T_0^4 + \frac{11.4}{4} \rightarrow T^4 = T_0^4 + \frac{11.4}{4\sigma}$$

$$T^4 = 81 \times 10^8 + \frac{11.4}{4 \times 5.7 \times 10^{-8}} = 81 \times 10^8 + 0.5 \times 10^8 = 81.5 \times 10^8 \text{ K}^4$$

$$T = \sqrt[4]{81.5 \times 10^8} = 100 \sqrt[4]{81.5} \text{ K} \approx 300.5 \text{ K} \approx 27.5 \text{ }^\circ\text{C}$$

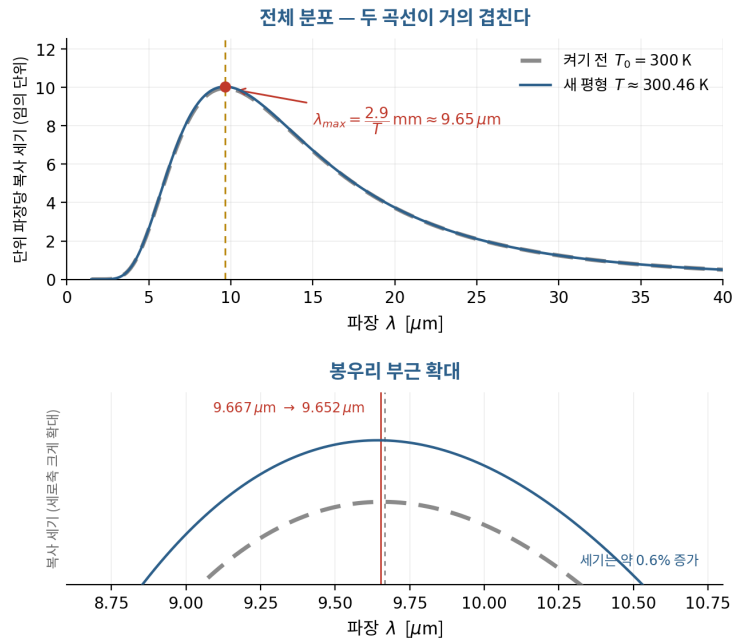
레이저를 받아도 온도는 겨우 0.5 K 정도밖에 오르지 않는다. 레이저가 더해 주는 일률이 이미 주고받고 있던 복사 일률의 $11.4/(4\sigma T_0^4) \approx 0.6\%$ 에 지나지 않는데다, $T \propto (\text{흡수 일률})^{1/4}$ 이어서 그 1/4 인 약 0.15% 만 온도로 나타나기 때문이다.

④ 복사 에너지의 파장 분포 — 제시문 (바)에 따라 단위 파장당 방출 에너지가 최대가 되는 파장은 $\lambda_{\max} = 2.9/T$ (mm) 이다.

$$\lambda_{\max} = \frac{2.9}{100 \sqrt[4]{81.5}} \text{ mm} \approx 9.65 \times 10^{-3} \text{ mm} = 9.65 \text{ } \mu\text{m}$$

레이저를 켜기 전의 $\lambda_{\max} = 2.9/300 = 9.67 \text{ } \mu\text{m}$ 과 비교하면

- 봉우리의 위치가 $9.67 \text{ } \mu\text{m} \rightarrow 9.65 \text{ } \mu\text{m}$ 로 약 0.15% 만큼 **짧은 파장 쪽으로** 아주 조금 이동한다(온도가 높을수록 $\lambda_{\max}$ 가 짧아진다).
- 분포 전체의 넓이에 해당하는 총 방출 에너지는 T^4 에 비례하므로 $81.5/81 = 1.006$, 즉 약 0.6% 늘어난다.
- 봉우리는 여전히 $10 \text{ } \mu\text{m}$ 부근의 **적외선** 영역에 있고, 분포의 모양(온도 하나로 정해지는 연속 스펙트럼)도 그대로여서 육안으로는 거의 구별할 수 없는 변화이다.



예시 도해 — 레이저를 켜기 전(300 K)과 새 평형($\approx 300.46 \text{ K}$)의 복사 파장 분포. 아래는 봉우리 부근을 크게 확대한 것이다.

해석 — 흑체는 흡수한 에너지를 온도를 높이는 데 쓰다가, 온도가 오르면 σT^4 에 따라 방출도 함께 늘어나 결국 다시 균형을 이룬다. $T \propto (\text{흡수 일률})^{1/4}$ 이므로 흡수 일률이 여러 배 늘어도 온도는 그 네제곱근만큼만 오르고, 반대로 흑체의 온도를 크게 올리려면 아주 큰 일률이 필요하다. 또 결과가 흑체의 반지름 r 와 무관하게 나온 것은 흡수와 방출이 모두 r^2 에 비례해 소거되기 때문이며, 이는 흑체를 크게 하거나 작게 해도 평형 온도가 같다는 뜻이다.