

연세대학교 논술시험

자연계열 · 물리

문제 · 예시답안

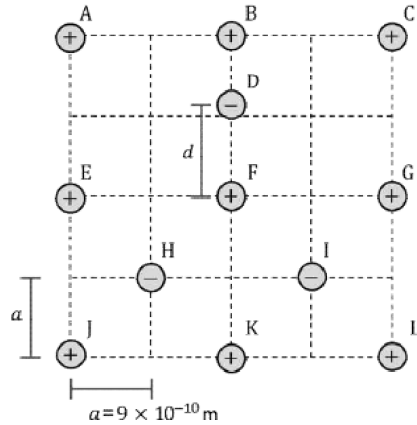
시험 구분
영역
문항 수
핵심 개념

수시모집 논술시험 (오전) · 자연계열
물리
4문항 (각 10점, 총 40점)
쿨롱 법칙·중첩 원리와 대칭성,
유전체를 채운 평행판 축전기의 전기용량,
광전효과와 드브로이 물질파, 광자와 전자의 에너지-운동량 관계,
균일한 전기장 속 하전 입자의 포물선 운동

I. 문제

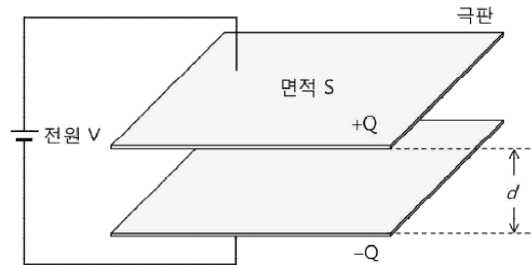
제시문

[가] 한 평면에 있는 정사각형 타일에 [그림 1]과 같이 동그라미로 표시한 전하 12개가 있다. 각 전하의 위치는 고정되어 있고, 중앙에 위치한 전하 F만이 평면에서 자유롭게 움직일 수 있다. 전하 F로부터 전하 B 방향으로 d 만큼 떨어진 지점에 위치한 전하 D는 전하량이 $-\sqrt{2}e$ ($e = 1.6 \times 10^{-19}$ C)이다. 그 외 다른 전하들은 전하량의 절댓값이 e 이고 부호는 동그라미 안에 표시된 바와 같다. 전하들의 크기는 a 에 비해 충분히 작아 점으로 가정한다.



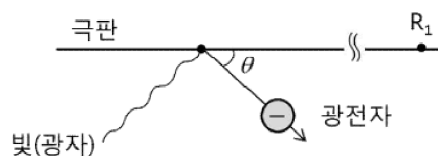
[그림 1] 한 변의 길이가 $a = 9 \times 10^{-10}$ m 인 정사각형 타일 위의 전하 12개

[나] 두 개의 도체 극판을 [그림 2]와 같이 평행하게 놓고, 두 극판 사이에 유전체를 빈틈없이 채워 평행판 축전기를 만들었다. 두 극판의 면적 S 와 두 극판 사이의 간격 d_C 를 자유자재로 변화시킬 수 있지만, 두 극판 사이의 부피는 반드시 1.25×10^{-7} m³ 으로 일정해야 한다고 하자. 유전체의 유전 상수는 9이고 유전체가 채워진 두 극판 사이에 생기는 균일한 전기장의 세기는 10^6 V/m 를 넘을 수 없다.



[그림 2] 평행판 — 제시문 [나]에서는 면적 S , 간격 d_C 의 축전기, [다]에서는 간격 d_P 의 광전효과 극판

[다] 광전 효과 실험을 위해 [그림 2]와 같이 일함수가 3 eV인 금속 극판을 준비하였다. 극판의 면적은 충분히 넓고, 두 극판 사이의 거리 d_P 는 0.01 m로 고정하였다. 직류 전원을 사용하여 위쪽 극판을 양전하로 대전하였고 아래쪽 극판을 음전하로 대전하였다. 빛을 위쪽 극판의 아래쪽 면에 입사시키자 광전효과로 인해 광전자가 방출되었다. 최대 운동에너지를 갖는 광전자는 처음 속도와 전위차 V 에 따라 아래쪽 극판에 도달하거나, 도달하지 못하고 포물선 운동을 하여 위쪽 극판으로 돌아온다.



[그림 3] 극판과 θ 의 각을 이루며 방출되는 광전자와 극판 위의 지점 R_1

[주의] 아래 질문에 답할 때 물리 상수는 [표 1]의 값을 사용하고, 만유인력과 방출된 광전자들 간에 작용하는 힘은 무시한다.

[표 1] 물리 상수와 단위 변환

기본 전하량 e	$1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$	쿨롱 상수 k	$9.0 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$
전자의 질량 m_e	$9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}$	진공 유전율 ϵ_0	$8.8 \times 10^{-12} \text{ F/m}$
광속 c	$3.0 \times 10^8 \text{ m/s}$	플랑크 상수 h	$6.4 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$
에너지 단위 환산	$1 \text{ eV} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ J}$		

문항

문제 1 정사각형 격자 위 전하의 평형과 알짜힘

제시문 [가] · 10점

제시문 [가]에서 전하 F가 가운데 지점에서 움직이지 않는 d 값을 정하십시오. 이렇게 정해진 d 와 함께 전하 F가 중앙에서 움직이지 않고 있던 상황에서 전하 J와 L이 동시에 사라진다면, 그 순간 전하 F가 받게 될 알짜힘의 크기와 방향을 논하십시오.

문제 2 유전체를 채운 평행판 축전기의 전기용량

제시문 [나] · 10점

1 V 전원에 연결하여 사용할 수 있는 축전기를 제시문 [나]와 같이 만든다. 이 축전기의 전기용량을 최대로 하는 S 와 d_C 를 정하고, 도달 가능한 전하량의 최대값 Q 를 구하십시오. 이렇게 정해진 전기용량의 축전기를 1 V 전원에 연결하여 완전히 충전한 후 전원과의 연결을 끊고 유전체를 제거하여 두 극판 사이가 진공이 되었을 때, 예상되는 축전기의 전기용량 변화와 두 극판 사이의 전위차에 대해 논하십시오.

문제 3 광자와 광전자의 파장·운동량 비교

제시문 [다] · 10점

제시문 [다]에서 입사된 광자의 에너지는 12 eV이고, 일함수가 3 eV인 두 극판의 전위차는 0 V라 하자. 전자를 드브로이 물질파로 볼 때, 최대 운동에너지를 갖는 광전자의 파장과 입사된 광자의 파장을 비교하여 논하십시오. 입사된 광자의 운동량의 크기와 광전자의 운동량의 크기를 비교하고, 최대 운동에너지를 갖는 광전자의 운동량과 같은 크기의 운동량을 갖는 광자의 에너지에 대해 논하십시오.

문제 4 전기장 속 광전자의 포물선 운동

제시문 [다] · 10점

제시문 [다]에서 일함수가 3 eV인 두 극판의 전위차는 10 V이고 광자 에너지는 13 eV라 하자. [그림 3]과 같이 극판에서 방출되는 순간 광전자의 속도가 극판과 이루는 각도를 θ 라 하고, θ 는 광전자의 운동에너지와 관계없이 일정하다고 가정하자. 광전자의 방출 지점으로부터 $1 \times 10^{-2} \text{ m}$ 떨어진 지점을 R_1 이라 하고, R_1 에 도달하는 광전자의 운동에너지를 E_1 이라 하자. 최대 운동에너지를 갖는 광전자가 아래쪽 극판에 도달하지 못하고 포물선 운동을 하여 R_1 지점에 도달하도록 하는 θ 에 대해 논하십시오.

II. 예시답안

문제 1 정사각형 격자 위 전하의 평형과 알짜힘

쿨롱 법칙 · 중첩 원리 · 대칭성

$d = \sqrt{2}a = 9\sqrt{2} \times 10^{-10} \text{ m} \approx 1.27 \times 10^{-9} \text{ m}$, 알짜힘 = $(32\sqrt{2})/9 \times 10^{-11} \text{ N} \approx 5.0 \times 10^{-11} \text{ N}$ (방향: 그림의 수직 아래, $F \rightarrow K$)

두 점전하 사이에 작용하는 전기력은 쿨롱 법칙 $F = kq_1q_2/r^2$ 로 주어지며, 여러 전하가 있을 때 한 전하가 받는 알짜힘은 각각의 힘을 **벡터적으로 더한 것**(중첩 원리)이다. F를 원점, 타일의 한 변 a 를 길이의 단위로 잡으면(오른쪽 $+x$, 위쪽 $+y$) 각 전하의 좌표는 다음과 같다.

A(-2, 2), B(0, 2), C(2, 2); E(-2, 0), F(0, 0), G(2, 0); H(-1, -1), I(1, -1); J(-2, -2), K(0, -2), L(2, -2), D(0, d/a)

① **대칭성에 의한 상쇄** — F를 중심으로 점대칭인 자리에 놓인 같은 부호·같은 전하량의 쌍은 크기가 같고 방향이 반대인 힘을 주므로 서로 상쇄된다. 실제로

$A(-2, 2) \leftrightarrow L(2, -2)$, $B(0, 2) \leftrightarrow K(0, -2)$, $C(2, 2) \leftrightarrow J(-2, -2)$, $E(-2, 0) \leftrightarrow G(2, 0)$

의 네 쌍이 모두 그러하다. 따라서 F에 실제로 작용하는 힘은 D, H, I 세 전하가 주는 힘뿐이다.

② **H, I 가 주는 힘** — H, I 는 F로부터 각각 $\sqrt{a^2 + a^2} = \sqrt{2}a$ 만큼 떨어져 있고, F에서 본 방향은 수평과 45° 를 이룬다. 둘 다 $-e$ 이므로 $+e$ 인 F를 **끌어당긴다**. 수평 성분은 크기가 같고 방향이 반대여서 상쇄되고, 연직 성분은 둘 다 아래쪽이므로 더해진다.

$$F_{HI} = 2 \cdot k \frac{e \cdot e}{(\sqrt{2}a)^2} \cos 45^\circ = 2 \cdot \frac{ke^2}{2a^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{ke^2}{\sqrt{2}a^2} \quad (\downarrow)$$

③ **D 가 주는 힘** — D는 F 바로 위쪽 거리 d 에 있고 전하량이 $-\sqrt{2}e$ 이므로, F를 똑바로 위로 끌어당긴다.

$$F_D = k \frac{(\sqrt{2}e) \cdot e}{d^2} = \frac{\sqrt{2}ke^2}{d^2} \quad (\uparrow)$$

④ **평형 조건** — F가 움직이지 않으려면 $F_D = F_{HI}$ 이어야 하므로

$$\frac{\sqrt{2}ke^2}{d^2} = \frac{ke^2}{\sqrt{2}a^2} \Rightarrow d^2 = \sqrt{2} \cdot \sqrt{2}a^2 = 2a^2$$

$$d = \sqrt{2}a = \sqrt{2} \times 9 \times 10^{-10} = 9\sqrt{2} \times 10^{-10} \text{ m} \approx 1.27 \times 10^{-9} \text{ m}$$

$\sqrt{2}a \approx 1.41a < 2a$ 이므로 D는 F와 B 사이에 놓이며, [그림 1]의 배치와 어긋나지 않는다.

⑤ **J, L 이 사라진 직후의 알짜힘** — 다른 전하의 위치는 그대로이므로 ②③의 균형($F_D = F_{HI}$)은 여전히 성립한다. 달라지는 것은 J의 짝이던 C와 L의 짝이던 A가 상쇄 상대를 잃는다는 점뿐이다. 같은 결론을 중첩 원리로도 얻을 수 있다. “ $+e$ 를 없애는 것”은 원래 배치 위에 “ $-e$ 를 겹쳐 놓는 것”과 같고, 원래 배치의 알짜힘이 0이므로 알짜힘은 J, L 자리에 놓인 $-e$ 두 개가 주는 힘과 같다(두 계산은 같은 값을 준다).

A(-2, 2) 와 C(2, 2) 는 F로부터 각각 $\sqrt{(2a)^2 + (2a)^2} = 2\sqrt{2}a$ 떨어져 있고 수평과 45° 를 이룬다. 둘 다 $+e$ 이므로 $+e$ 인 F를 **밀어낸다**. 미는 방향은 각각 오른쪽 아래·왼쪽 아래 45° 이므로 수평 성분은 상쇄되고 연직(아래) 성분만 남는다.

$$F = 2 \cdot k \frac{e \cdot e}{(2\sqrt{2}a)^2} \cos 45^\circ = 2 \cdot \frac{ke^2}{8a^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}ke^2}{8a^2}$$

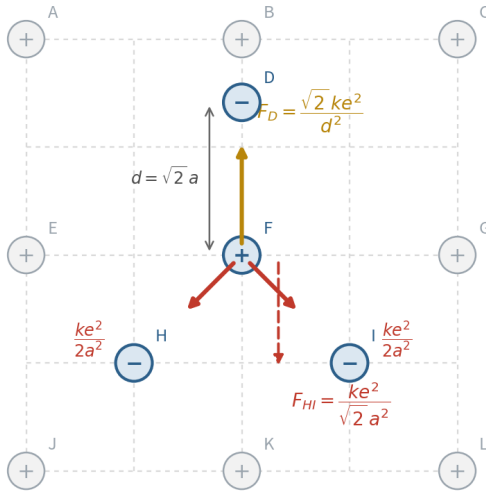
수치를 대입하면

$$F = \frac{\sqrt{2} \cdot (9.0 \times 10^9) \cdot (1.6 \times 10^{-19})^2}{8 \cdot (9 \times 10^{-10})^2} = \sqrt{2} \cdot \frac{2.304 \times 10^{-28}}{6.48 \times 10^{-18}} = \frac{32}{9} \sqrt{2} \times 10^{-11} \text{ N}$$

$$F = \frac{\sqrt{2}ke^2}{8a^2} = \frac{32}{9}\sqrt{2} \times 10^{-11} \text{ N} \approx 5.0 \times 10^{-11} \text{ N}, \text{ 방향: 수직 아래 } (F \rightarrow K)$$

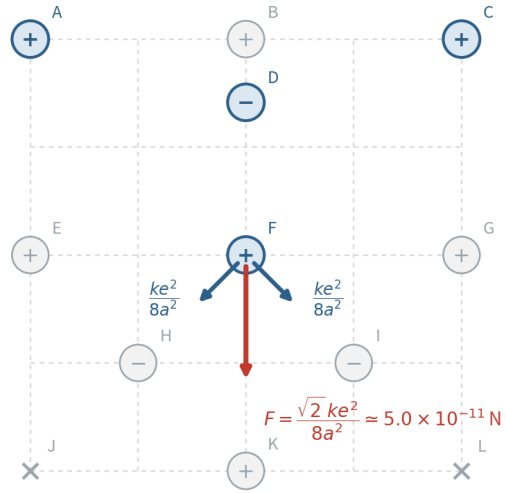
즉 F는 평형이 깨지면서 위쪽에 남은 두 양전하 A, C가 밀어내는 방향, 곧 $-y$ 방향으로 움직이기 시작한다.

(a) 평형 조건: D의 인력 = H, I의 인력 합



A↔L, B↔K, C↔J, E↔G는 점대칭 쌍이므로 상쇄

(b) J, L 제거: 짝을 잃은 A, C의 척력만 남음



수평 성분은 상쇄, 연직 성분만 더해져 알짜힘은 수직 아래(F→K)

예시 도해 — (a) D의 인력과 H·I 인력 합의 평형으로 $d = \sqrt{2}a$ 가 정해진다. (b) J, L이 사라지면 짝을 잃은 A, C의 척력만 남아 알짜힘이 수직 아래로 생긴다.

문제 2 유전체를 채운 평행판 축전기의 전기용량

전기용량 · 유전체 · 고립계의 전하 보존

$d_C = 1 \times 10^{-6} \text{ m}$, $S = 0.125 \text{ m}^2$ 일 때 $C_{\max} = 9.9 \mu\text{F}$, $Q_{\max} = 9.9 \mu\text{C}$. 유전체를 빼면 C는 1/9 배($1.1 \mu\text{F}$), 전위차는 9배(9 V)

① 전기용량과 제약 조건 — 유전 상수 $\kappa = 9$ 인 유전체가 가득 찬 평행판 축전기의 전기용량은

$$C = \epsilon \frac{S}{d_C} = \kappa \epsilon_0 \frac{S}{d_C}, \quad \epsilon = \kappa \epsilon_0 = 9 \epsilon_0$$

이다. 그런데 두 극판 사이의 부피 $\Omega = S d_C = 1.25 \times 10^{-7} \text{ m}^3$ 이 일정하다는 조건이 있으므로 $S = \Omega/d_C$ 를 대입하면

$$C = \kappa \epsilon_0 \frac{\Omega}{d_C^2}$$

로 C는 오직 d_C 만의 함수이고 d_C 가 작을수록 커진다. 따라서 d_C 를 최소로 잡아야 한다.

② d_C 의 하한 — 극판 사이의 전기장은 균일하므로 $E = V/d_C$ 이고, 1 V 전원에 연결한 상태에서 $E \leq 10^6 \text{ V/m}$ 이어야 하므로

$$d_C \geq \frac{V}{E_{\max}} = \frac{1}{10^6} = 1 \times 10^{-6} \text{ m} \rightarrow d_{C,\min} = 1 \times 10^{-6} \text{ m}$$

이때 면적은 $S_{\max} = \Omega/d_{C,\min} = (1.25 \times 10^{-7})/(1 \times 10^{-6}) = 0.125 \text{ m}^2$ 이다.

③ 최대 전기용량과 최대 전하량

$$C_{\max} = \kappa \varepsilon_0 \frac{\Omega}{d_{C,\min}^2} = 9 \cdot (8.8 \times 10^{-12}) \cdot \frac{1.25 \times 10^{-7}}{10^{-12}} = 9.9 \times 10^{-6} \text{ F}$$

$$Q_{\max} = C_{\max} V = (9.9 \times 10^{-6}) \times 1 = 9.9 \times 10^{-6} \text{ C}$$

$$d_C = 1 \times 10^{-6} \text{ m}, \quad S = 0.125 \text{ m}^2, \quad C_{\max} = 9.9 \mu\text{F}, \quad Q_{\max} = 9.9 \mu\text{C}$$

④ 유전체를 제거했을 때 — 전원과의 연결을 끊었으므로 극판의 전하량 $Q = 9.9 \mu\text{C}$ 는 더 이상 변할 수 없다(고립된 도체). 반면 극판 사이의 유전율은 $9\varepsilon_0 \rightarrow \varepsilon_0$ 로 바뀌므로

$$C' = \varepsilon_0 \frac{S}{d_C} = \frac{1}{9} C_{\max} = 1.1 \times 10^{-6} \text{ F}, \quad V' = \frac{Q}{C'} = \frac{9.9 \times 10^{-6}}{1.1 \times 10^{-6}} = 9 \text{ V}$$

$$C' = \frac{1}{9} C_{\max} = 1.1 \mu\text{F} \quad (1/9 \text{ 배로 감소}), \quad V' = 9 \text{ V} \quad (9 \text{ 배로 증가})$$

미시적 해석 — 유전체 안에서는 분자의 분극으로 극판 전하와 반대 부호의 유도 전하가 표면에 나타나 알짜 전기장을 $1/\kappa$ 로 줄여 준다. 유전체를 빼면 이 상쇄가 사라지므로 같은 Q 에 대해 전기장이 9배가 되고, $V = Ed_C$ 에서 전위차도 9배가 된다. 저장 에너지는 $U = Q^2/(2C)$ 이므로

$$U = \frac{Q^2}{2C_{\max}} = 4.95 \times 10^{-6} \text{ J} \rightarrow U' = \frac{Q^2}{2C'} = 9U = 4.455 \times 10^{-5} \text{ J}$$

로 9배가 되는데, 늘어난 에너지 $8U = 3.96 \times 10^{-5} \text{ J}$ 은 전기장이 유전체를 안쪽으로 끌어당기는 힘을 이기고 유전체를 빼내는 데 외부에서 해 준 일이다.

문제 3 광자와 광전자의 파장·운동량 비교

광전효과 · 드브로이 물질파 · 에너지-운동량 관계

$\lambda_{\text{광자}} = 1 \times 10^{-7} \text{ m}$, $\lambda_e = 4 \times 10^{-10} \text{ m} \rightarrow$ 광전자의 파장이 1/250 배(운동량은 250배). 같은 운동량의 광자 에너지 = $3000 \text{ eV} = 4.8 \times 10^{-16} \text{ J}$

① 입사 광자의 파장 — 광자는 정지질량이 0이어서 $E = hf = hc/\lambda$ 이므로

$$\lambda_{\text{광자}} = \frac{hc}{E_{\text{광자}}} = \frac{(6.4 \times 10^{-34})(3.0 \times 10^8)}{12 \times 1.6 \times 10^{-19}} = \frac{1.92 \times 10^{-25}}{1.92 \times 10^{-18}} = 1 \times 10^{-7} \text{ m}$$

② 광전자의 최대 운동에너지와 물질파 파장 — 광전효과의 에너지 보존 $E_k = hf - W$ 에서

$$E_k = 12 - 3 = 9 \text{ eV} = 9 \times 1.6 \times 10^{-19} = 1.44 \times 10^{-18} \text{ J}$$

이다. 전자는 정지질량을 가지므로 (비상대론적 영역에서) $E_k = p^2/2m_e$, 즉 $p_e = \sqrt{2m_e E_k}$ 이고 드브로이 관계 $\lambda = h/p$ 를 쓰면

$$p_e = \sqrt{2(9.1 \times 10^{-31})(1.44 \times 10^{-18})} = \sqrt{2.56 \times 10^{-48}} = 1.6 \times 10^{-24} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

$$\lambda_e = \frac{h}{p_e} = \frac{6.4 \times 10^{-34}}{1.6 \times 10^{-24}} = 4 \times 10^{-10} \text{ m}$$

$$\lambda_{\text{광자}} = 1 \times 10^{-7} \text{ m}, \quad \lambda_e = 4 \times 10^{-10} \text{ m}, \quad \frac{\lambda_{\text{광자}}}{\lambda_e} = 250$$

즉 광전자의 에너지(9 eV)가 광자의 에너지(12 eV)보다 오히려 작은데도 물질파 파장은 광자 파장의 1/250 로 훨씬 짧다.

③ **운동량의 비교** — 두 경우 모두 $p = h/\lambda$ 이므로 운동량의 비는 파장의 역비이다.

$$p_{\text{광자}} = \frac{h}{\lambda_{\text{광자}}} = \frac{6.4 \times 10^{-34}}{1 \times 10^{-7}} = 6.4 \times 10^{-27} \text{ kg} \cdot \text{m/s}, \quad \frac{p_e}{p_{\text{광자}}} = \frac{\lambda_{\text{광자}}}{\lambda_e} = 250$$

광전자의 운동량은 광자의 운동량의 **250배**이다.

이 차이는 에너지와 운동량의 관계식이 서로 다르기 때문이다. 광자는 $E = pc$ 로 에너지가 운동량에 **비례**하지만, 전자는 $E_k = p^2/2m_e$ 로 에너지가 운동량의 **제곱**에 비례한다. 따라서 같은 정도의 에너지라면 질량을 가진 입자가 훨씬 큰 운동량(=훨씬 짧은 파장)을 갖는다.

④ **광전자와 같은 운동량을 갖는 광자의 에너지** — 광자의 운동량이 $p_e = 1.6 \times 10^{-24} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$ 가 되려면 파장이 250배 짧아야 하고, $E = hc/\lambda$ 에서 에너지는 250배 커진다.

$$E'_{\text{광자}} = p_e c = (1.6 \times 10^{-24})(3.0 \times 10^8) = 4.8 \times 10^{-16} \text{ J} = \frac{4.8 \times 10^{-16}}{1.6 \times 10^{-19}} = 3000 \text{ eV}$$

$$E'_{\text{광자}} = 250 \times 12 \text{ eV} = 3000 \text{ eV} = 4.8 \times 10^{-16} \text{ J}$$

운동량이 같아도 광자의 에너지(3000 eV)는 광전자의 운동에너지(9 eV)의 약 333배나 된다. 실제로 $E'_{\text{광자}}/E_k = pc/(p^2/2m_e) = 2m_e c^2/(pc)$ 이고, $m_e c^2 \approx 8 \times 10^{-14} \text{ J} \approx 5 \times 10^5 \text{ eV}$ 이므로 $2 \times (5 \times 10^5)/3000 \approx 333$ 이다. 전자는 에너지의 대부분을 정지질량으로 갖고 있어, 같은 운동량이라도 겉으로 드러나는 운동에너지가 훨씬 작다.

문제 4 전기장 속 광전자의 포물선 운동

광전효과 · 균일한 전기장 · 포물선 운동

$\theta = 15^\circ$ 또는 $\theta = 75^\circ$

① **광전자의 최대 운동에너지** — $E_{\text{max}} = hf - W$ 이므로

$$E_{\text{max}} = 13 - 3 = 10 \text{ eV} = 1.6 \times 10^{-18} \text{ J}, \quad v = \sqrt{\frac{2E_{\text{max}}}{m_e}} = \sqrt{\frac{3.2 \times 10^{-18}}{80/9 \times 10^{-31}}} = 1.9 \times 10^6 \text{ m/s}$$

② **전자가 받는 힘과 가속도** — 위쪽 극판이 +, 아래쪽 극판이 - 이므로 전기장은 위 → 아래 방향이고, 전하가 $-e$ 인 전자는 그 반대인 **위쪽**(방출된 극판 쪽)으로 힘을 받는다. 균일한 전기장의 세기는 $E = V/d_P$ 이므로

$$m_e a = e \frac{V}{d_P} \rightarrow a = \frac{eV}{m_e d_P} = \frac{(1.6 \times 10^{-19})(10)}{(80/9 \times 10^{-31})(10^{-2})} = 1.8 \times 10^{14} \text{ m/s}^2$$

이다. 극판에 나란한 방향(x)으로는 힘이 없고, 수직 방향(y , 극판에서 멀어지는 쪽을 +)으로는 크기 a 의 등가속도로 감속된다. 즉 **중력장 속 포물선 운동과 완전히 같은 구조**이다.

③ **사거리** — 방출 속도 v 가 극판과 이루는 각이 θ 이므로 $v_x = v \cos \theta$, $v_y = v \sin \theta$ 이다. 다시 극판으로 돌아오는 시각은

$$y = v_y t - \frac{1}{2} a t^2 = 0 \rightarrow t = \frac{2v_y}{a}$$

이고, 그동안 극판을 따라 이동한 거리는

$$x = v_x t = \frac{2v^2 \sin \theta \cos \theta}{a} = \frac{v^2 \sin 2\theta}{a}$$

이다.

④ **θ 의 결정** — $x = R_1$ 으로 놓고 $a = eV/(m_e d_P)$, $v^2 = 2E_{\text{max}}/m_e$ 를 대입하면 전자의 질량이 소거되어

$$\sin 2\theta = \frac{a R_1}{v^2} = \frac{eV R_1}{m_e d_P} \cdot \frac{m_e}{2E_{\text{max}}} = \frac{eV R_1}{2d_P E_{\text{max}}}$$

가 된다. $eV = e \times 10 \text{ V} = 10 \text{ eV}$, $E_{\text{max}} = 10 \text{ eV}$, $R_1 = d_P = 1 \times 10^{-2} \text{ m}$ 이므로

$$\sin 2\theta = \frac{10 \text{ eV} \times (1 \times 10^{-2} \text{ m})}{2(1 \times 10^{-2} \text{ m})(10 \text{ eV})} = \frac{1}{2} \rightarrow 2\theta = 30^\circ \text{ 또는 } 150^\circ$$

$$\theta = 15^\circ \text{ 또는 } \theta = 75^\circ$$

⑤ 아래쪽 극판에 닿지 않는지 확인 — 극판에서 가장 멀어지는 깊이는 $y_{\max} = v_y^2/(2a) = v^2 \sin^2 \theta/(2a)$ 이고, 위와 같이 정리하면

$$y_{\max} = \frac{2E_{\max}}{m_e} \cdot \sin^2 \theta \cdot \frac{m_e d_P}{2eV} = \frac{E_{\max}}{eV} d_P \sin^2 \theta = d_P \sin^2 \theta$$

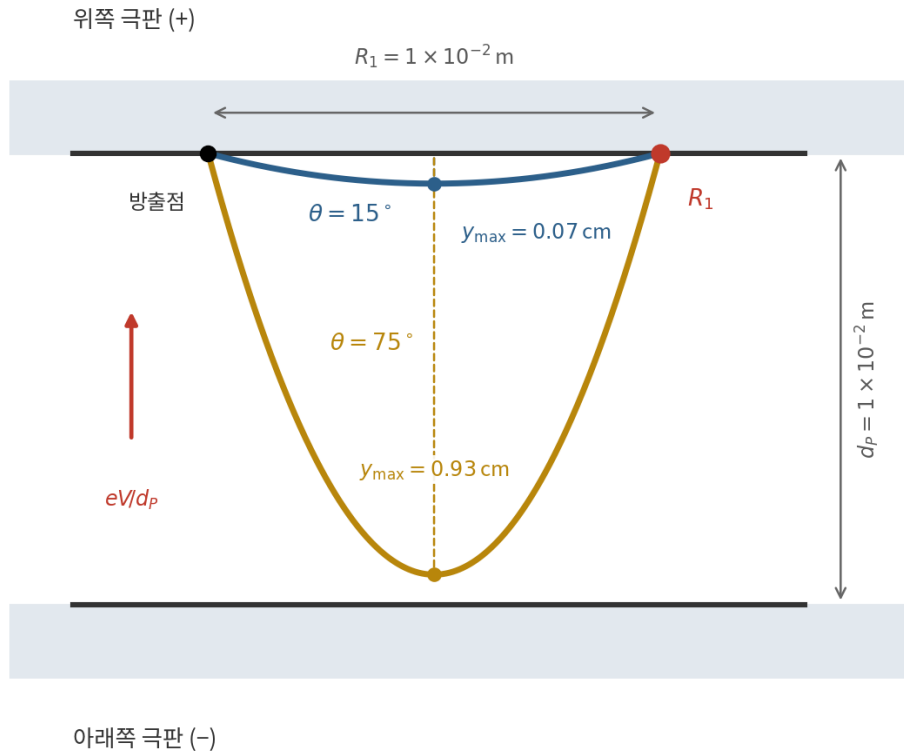
이다($E_{\max} = eV = 10 \text{ eV}$ 이므로). $0 < \theta < 90^\circ$ 에서 항상 $y_{\max} < d_P$ 이므로 두 각 모두 조건을 만족한다.

- $\theta = 15^\circ$: $y_{\max} = (10^{-2}) \sin^2 15^\circ \approx 6.7 \times 10^{-4} \text{ m}$ — 극판에 바짝 붙어 빠르게 날아가는 낮은 궤도.
- $\theta = 75^\circ$: $y_{\max} = (10^{-2}) \sin^2 75^\circ \approx 9.3 \times 10^{-3} \text{ m}$ — 아래쪽 극판 바로 앞까지 갔다가 되돌아오는 높은 궤도.

두 각이 $15^\circ + 75^\circ = 90^\circ$ 로 서로 여각인 것은 $\sin 2\theta$ 가 θ 와 $90^\circ - \theta$ 에서 같은 값을 갖기 때문으로, 비스듬히 던진 물체의 사거리가 여각에서 같아지는 것과 같은 성질이다. 또한 R_1 은 방출점과 같은 극판 위(같은 전위)에 있으므로 도착할 때의 운동에너지는 방출될 때와 같아 $E_1 = E_{\max} = 10 \text{ eV}$ 이다.

$$\sin 2\theta = \frac{eVR_1}{2d_P E_{\max}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta = 15^\circ, 75^\circ$$

$y_{\max} = d_P \sin^2 \theta < d_P$ — 두 궤적 모두 아래쪽 극판에 닿지 않는다



예시 도해 — 두 궤적 모두 R_1 에 도달하며, 전자는 아래쪽 극판을 향해 나아가다 위쪽(방출 극판 쪽)으로 작용하는 전기력 eV/d_P 에 의해 감속되어 되돌아온다.