

연세대학교 논술

자연계열 1 · 물리학

문제 · 예시답안

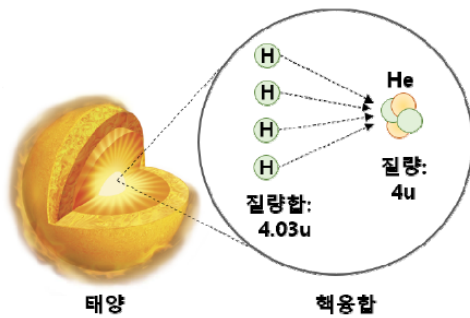
시험 구분
출제 과목
문항 수
시험 시간
핵심 개념

수시모집 논술시험 (자연계열 1, 오전)
통합과학, 물리학 I, 물리학 II
4문항 (각 10점, 총 40점)
60분 (문항당 15분)
질량-에너지 등가성, 물질의 이중성, 이중 슬릿 간섭,
운동량과 충격량, 상대속도, 전기장 내 대전 입자의 운동

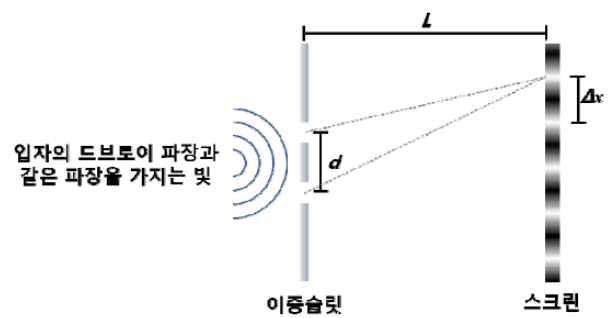
I. 문제

※ 다음 제시문을 읽고 아래 질문에 답하시오.

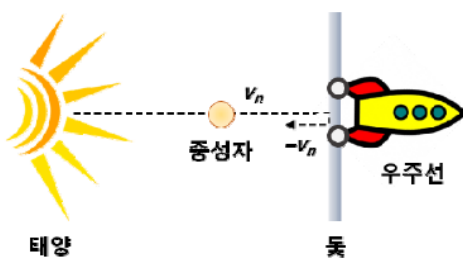
- [가] 태양이 만들어 내는 에너지의 원동력은 수소 핵융합 반응이다. 수소 핵융합 반응은 [그림 1]과 같이 질량의 총합이 $4.03u$ 인 수소 원자핵 4개가 융합하여 질량이 $4u$ 인 헬륨 원자핵 1개가 되는 반응이다. 수소 핵융합 반응으로 얻어지는 에너지는 태양에서 방출되는 다양한 입자(양성자, 중성자, 전자 등)의 운동에너지로 전환될 수 있다.
- [나] 태양에서 방출된 입자가 우주선에 도달할 때 이 입자가 무엇인지 알아보기 위해 입자의 파동적 성질을 이용하려고 한다. [그림 2]와 같이 우주선에 도달한 입자의 드브로이 파장과 같은 파장을 가지는 빛이 간격 d 만큼 떨어진 이중 슬릿을 통과하도록 하였다. 슬릿으로부터 L 만큼 떨어진 지점에 위치한 스크린을 이용하여 이웃한 밝은 무늬 사이의 간격 Δx 를 측정하였다.
- [다] “태양돛”은 태양에서 방출된 입자들이 우주선에 충돌하는 힘을 이용하여 우주선을 가속시키는 방법이다. 태양에서 방출되는 다양한 입자들 중 중성자만 고려하자. [그림 3]과 같이 중성자들이 모두 같은 속도 v_n 으로 날아와 우주선의 후방에 위치한 평면 모양의 돛에 수직으로 충돌하고, 충돌 후 중성자는 정반대 방향으로 속도 $-v_n$ 으로 튕겨 나가고, 우주선은 가속된다고 가정하자.
- [라] 태양에서 방출된 전자를 이용하여 우주선의 속력을 알아보고자 한다. 우주선의 운동 방향으로 날아온 전자의 속력을 측정하기 위해 일정한 속도 v_s 로 운동하는 우주선 내부에 [그림 4]와 같이 두 평행한 금속판을 마련했다. 두 평행한 금속판 사이의 전위차는 V 이고, 두 평행한 금속판 사이의 거리는 d 이다. 전자는 두 평행한 금속판 사이의 가운데 지점에서 두 평행한 금속판에 평행한 방향으로 진입한다. 전자가 양전하로 대전된 금속판에 도달하는 순간에 금속판과 이루는 각도 θ 를 측정하여 우주선의 속도 v_s 를 알아낼 수 있다.



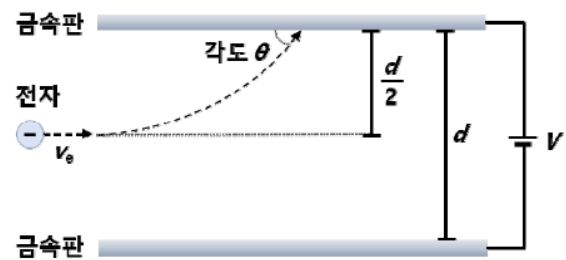
[그림 1] 수소 핵융합 반응



[그림 2] 이중 슬릿 간섭 실험



[그림 3] 태양돛에 충돌하는 중성자



[그림 4] 평행판 사이 전자의 운동

[주의] 아래 질문에 답할 때 물리 상수는 아래 표의 값을 사용한다.

기본 전하량 e	$1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$	전자의 질량 m_e	$9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}$
광속 c	$3.0 \times 10^8 \text{ m/s}$	양성자의 질량 m_p	$1.7 \times 10^{-27} \text{ kg}$
플랑크 상수 h	$6.6 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$	중성자의 질량 m_n	$1.7 \times 10^{-27} \text{ kg}$
에너지 단위 변환	$1 \text{ eV} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ J}$	원자의 질량 단위 u	$1.7 \times 10^{-27} \text{ kg}$

- 제시문 [가]의 상황에서 수소 원자핵 4개가 융합하여 헬륨 원자핵 1개가 만들어졌다. 이 과정에서 손실된 질량 전부가 멈춰있던 양성자 5.4×10^5 개를 같은 속도 v_p 로 운동하게 하는 에너지로 전환되었다면, v_p 의 크기가 얼마인지 논하시오. 단, 중력은 무시한다. [10 점]
- 제시문 [나]의 상황에서 태양에서 방출된 중성자의 속도가 $v_n = 9.1 \times 10^3 \text{ m/s}$ 이고, 전자의 속도가 $v_e = 1.7 \times 10^6 \text{ m/s}$ 이고, 이중 슬릿의 간격 d 가 $6.6\mu\text{m}$ 이고, 이중 슬릿과 스크린의 거리 L 이 15.47 m 이다. 중성자와 전자의 경우에, 빛이 만드는 이웃한 밝은 무늬 사이의 간격 Δx 에 대해 각각 논하시오. 단, 우주선은 정지해 있다고 가정하자. [10 점]
- 제시문 [다]의 상황에서 중성자들이 날아오는 등속도 v_n 이 $1 \times 10^4 \text{ m/s}$ 이고, 1초 당 우주선의 돛에 충돌하는 중성자의 개수 N 이 10^{26} 개이고, 우주선의 질량 m_s 가 3400 kg 이다. 정지해 있던 우주선이 움직이기 시작하는 순간의 가속도에 대해 논하시오. 단, 중력은 무시한다. [10 점]
- 제시문 [라]의 상황에서 태양에서 방출될 때 전자의 속력이 $4.2 \times 10^5 \text{ m/s}$ 이다. 두 평행한 금속판 사이의 전압 V 가 0.91 V 이고, 두 금속판 사이의 거리 d 가 0.16 m 이고, 측정된 전자의 각도 θ 가 45° 이다. 우주선에서 측정된 전자의 속력 v_e 를 이용하여 우주선의 속력을 추론하시오. 단, 중력은 무시한다. [10 점]

II. 예시답안

문항 1 질량-에너지 등가성과 운동에너지

핵융합 과정에서 손실된 질량은

$$\Delta m = 4.03u - 4u = 0.03u$$

이므로, 이때 방출되는 에너지는 질량-에너지 등가성에 의해

$$E = \Delta mc^2 = 0.03u \cdot (3 \times 10^8)^2 = 0.03 \cdot 1.7 \times 10^{-27} \cdot 9 \times 10^{16} = 4.59 \times 10^{-12} \text{ J}$$

한편 속도 v_p 로 운동하는 양성자 $N = 5.4 \times 10^5$ 개의 운동에너지 총합은

$$E = \frac{1}{2} m_p v_p^2 \cdot N$$

질량 손실에 의한 에너지가 모두 양성자들의 운동에너지로 전환되므로

$$\Delta mc^2 = \frac{1}{2} m_p v_p^2 \cdot N$$

양성자의 속력 v_p 에 대해 정리하면

$$v_p = \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta m \cdot c^2}{m_p \cdot N}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0.03u \cdot 9 \times 10^{16}}{u \cdot 5.4 \times 10^5}} = \sqrt{10^{10}}$$

양성자의 질량과 원자의 질량 단위가 모두 $1.7 \times 10^{-27} \text{ kg}$ 으로 같아 u 가 약분된다.

$$v_p = 10^5 \text{ m/s}$$

문항 2 물질파의 드브로이 파장과 이중 슬릿 간섭

운동량 $p = mv$ 인 입자의 드브로이 파장은

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$$

이중 슬릿에서 빛의 파장과 이웃한 밝은 무늬 사이의 간격 사이에는

$$\lambda = \frac{d}{L} \Delta x$$

의 관계가 성립한다.

물질파의 드브로이 파장과 빛의 파장이 같으므로 두 식을 연립하면

$$\Delta x = \frac{L}{d} \lambda = \frac{Lh}{dmv}$$

중성자의 경우 — $m_n = 1.7 \times 10^{-27} \text{ kg}$, $v_n = 9.1 \times 10^3 \text{ m/s}$ 이므로

$$\Delta x = \frac{Lh}{dm_n v_n} = \frac{15.47 \cdot 6.6 \times 10^{-34}}{6.6 \times 10^{-6} \cdot 1.7 \times 10^{-27} \cdot 9.1 \times 10^3} = 10^{-4} \text{ m}$$

전자의 경우 — $m_e = 9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}$, $v_e = 1.7 \times 10^6 \text{ m/s}$ 이므로

$$\Delta x = \frac{Lh}{dm_e v_e} = \frac{15.47 \cdot 6.6 \times 10^{-34}}{6.6 \times 10^{-6} \cdot 9.1 \times 10^{-31} \cdot 1.7 \times 10^6} = 10^{-3} \text{ m}$$

중성자: $\Delta x = 10^{-4} \text{ m}$ 전자: $\Delta x = 10^{-3} \text{ m}$

전자의 질량이 중성자보다 훨씬 작아 드브로이 파장이 길고, 그 결과 무늬 간격이 10배 넓게 나타난다.

문항 3 운동량 변화와 충격량, 그리고 가속도

중성자 1개가 속도 v_n 으로 날아와 $-v_n$ 으로 튕겨 나가므로, 중성자 1개의 운동량 변화 크기는 $2m_n v_n$ 이다. 1초 동안 N 개가 충돌하므로 1초 동안 중성자들이 겪는 운동량 변화의 총합은

$$\Delta p = 2m_n v_n N$$

뜻이 중성자에게 준 충격량의 반작용으로 우주선은 같은 크기의 충격량을 반대 방향으로 받는다. 단위 시간당 운동량 변화가 곧 힘이므로

$$m_s a = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{2m_n v_n N}{\Delta t}$$

정지해 있던 우주선이 움직이기 시작하는 순간의 가속도는

$$a = 2 \frac{m_n}{m_s} v_n \frac{N}{\Delta t} = 2 \cdot \frac{1.7 \times 10^{-27}}{3.4 \times 10^3} \cdot 10^4 \cdot 10^{26}$$

$$a = 1 \text{ m/s}^2$$

문항 4 전기장 속 전자의 운동과 상대속도

전위차 V 인 두 평행판 사이의 전기장 세기는 $E = V/d$ 이므로, 전자가 받는 전기력에 의한 수직 방향 가속도는

$$a = \frac{eE}{m_e} = \frac{eV}{m_e d}$$

전자는 두 판의 가운데에서 출발하므로 양전하로 대전된 금속판까지의 수직 거리는 $d/2$ 이다. 따라서

$$\frac{d}{2} = \frac{1}{2} a t^2 \rightarrow t = \sqrt{\frac{d}{a}} = \sqrt{\frac{m_e}{eV}} d$$

측정된 전자의 각도가 45° 이므로

$$\tan 45^\circ = \frac{v_y}{v_x} = 1 \rightarrow v_x = v_y$$

여기서 v_x 는 우주선 안에서 측정한 전자의 처음 속력 v_e 와 같고, $v_y = at$ 이므로

$$v_e = v_x = v_y = at = \frac{eV}{m_e d} \cdot \sqrt{\frac{m_e}{eV}} d = \sqrt{\frac{eV}{m_e}}$$

수직 방향 속력이 판 사이의 거리 d 에 무관해지므로, 주어진 값을 대입하면

$$v_e = \sqrt{\frac{1.6 \times 10^{-19} \cdot 0.91}{9.1 \times 10^{-31}}} = \sqrt{1.6 \times 10^{11}} = 4.0 \times 10^5 \text{ m/s}$$

태양에서 방출될 때 전자의 속력은 $4.2 \times 10^5 \text{ m/s}$ 이고, 우주선은 전자와 같은 방향으로 v_s 로 움직이고 있으므로 우주선에서 측정한 전자의 속력은 $v_e = 4.2 \times 10^5 - v_s$ 이다. 따라서

$$v_s = 4.2 \times 10^5 - 4.0 \times 10^5$$

$$v_s = 2 \times 10^4 \text{ m/s}$$