

01

용수철 진자와 단진동

학습 목표 용수철 진자로 단진동의 특징을 이해하고, 가속도와 변위의 관계를 설명할 수 있다.

용수철에 의자를 매달아 만든 유아용 놀이 기구가 있다. 이 놀이 기구를 아래로 가볍게 당겼다 놓으면 놀이 기구에 탄 아기는 어떤 운동을 할까?



주기 운동과 단진동

그림 III-1과 같이 용수철에 외력 $F_{외력}$ 이 작용해 용수철이 늘어나면, 크기가 용수철의 늘어난 길이 x 에 비례하고 방향은 처음 위치를 향하는 탄성력이 작용한다. 탄성력 $F_{탄성}$ 의 크기와 늘어난 길이의 비례 관계를 나타내는 법칙을 **훅의 법칙**이라고 하며, 다음과 같은 식으로 나타낸다.

$$F_{탄성} = -kx$$

여기서 k 는 용수철 상수이고, (-) 부호는 탄성력의 방향이 용수철이 변형된 방향과 반대임을 뜻한다.

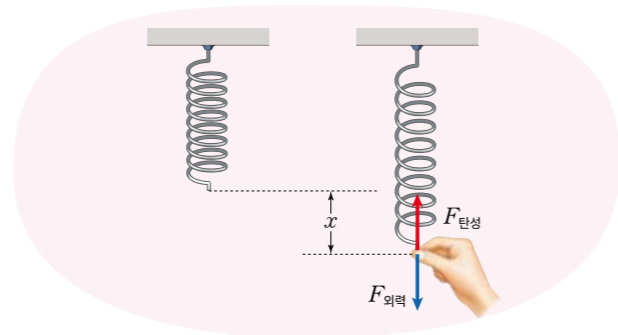


그림 III-1 훅의 법칙

탄성력처럼 물체가 변형되었을 때 물체를 원래 상태로 되돌아가게 하려는 힘을 복원력이라고 하며, 훅의 법칙을 따르는 복원력을 받아 주기적으로 진동하는 물체의 운동을 **단진동**이라고 한다. 단진동 하는 물체는 변위의 크기에 비례하고 변위의 방향과 반대 방향으로 작용하는 복원력에 의해 일정한 주기로 진동한다. 따라서 용수철에 추를 연결해 연직 아래로 당겼다가 놓으면 추가 주기적으로 왕복 운동을 한다. 이처럼 용수철에 연결되어 주기적으로 진동하는 물체를 **용수철 진자**라고 한다.

다음 활동을 하면서 용수철 진자의 운동을 알아보자.

디지털 해보기

용수철 진자의 변위와 가속도 관계 분석하기

탐구 능력

실험 영상



준비물

- 스탠드 용수철 추(100 g) 스마트 기기 삼각대 동영상 분석 프로그램 자

활동 길잡이

132 쪽 동영상 분석 프로그램 사용 방법을 참고한다.

1. 스탠드에 용수철을 설치하고 추를 매단 뒤 멈출 때까지 기다린다.
2. 추를 아래로 10 cm 정도 당겼다가 놓고 추의 운동을 동영상으로 촬영한다.
3. 동영상 분석 프로그램에서 동영상을 열어 용수철 진자의 운동을 분석할 구간을 정하고 좌표축과 기준 길이를 설정한 뒤 일정한 프레임 간격으로 분석한다.
4. 추의 변위, 가속도를 각각 시간에 따른 그래프로 나타내 변위와 가속도 관계를 확인한다.
5. 그래프에서 변위의 크기가 가장 큰 지점과 가장 작은 지점을 포함해 다섯 개 이상의 지점을 골라 각 지점에서 추의 변위와 가속도를 확인한다.

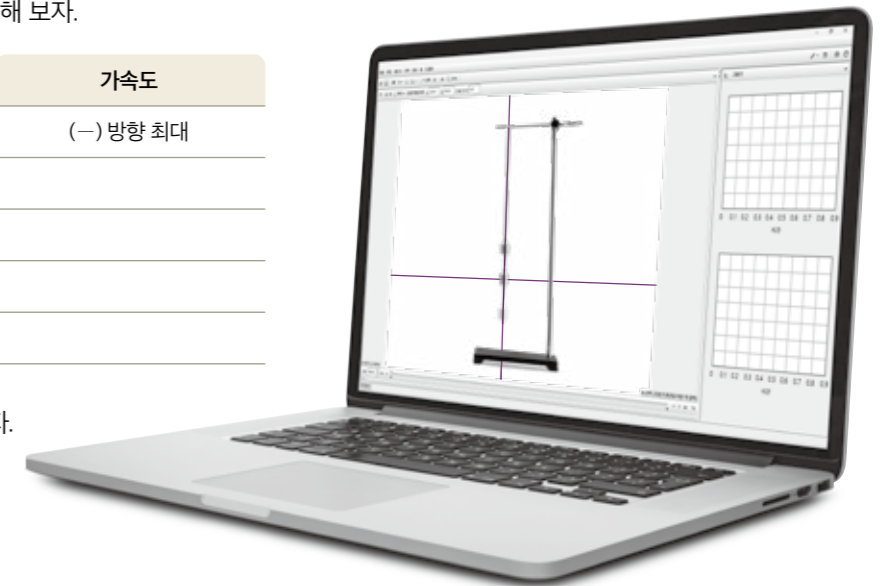
- 추의 변위와 가속도 그래프의 모양은 시간에 따라 각각 어떻게 변하는가?



- 5에서 확인한 그래프의 특징을 표에 정리해 보자.

구분	변위	가속도
지점 1	(+) 방향 최대	(-) 방향 최대
지점 2		
지점 3		
지점 4		
지점 5		

- 추의 변위와 가속도의 관계를 설명해 보자.



스스로 확인

- 1 물체가 복원력을 받아 일정한 주기로 왕복 운동 하는 것을 ()이라고 한다.
- 2 늘어난 용수철에 작용하는 복원력의 방향은 변위의 방향과 반대이다. (O, X)

단진동 하는 물체의 변위는 어떻게 될까? 그림 III-2와 같이 단진동은 평면상에서 반지름 A , 각속도 ω 로 등속 원운동을 하는 물체 P에 평행하게 빛을 비추었을 때 그림자 Q의 직선 왕복 운동과 같다.

단진동 하는 물체가 1 초 동안 진동하는 횟수를 진동수 f 라 하고, 1 회 진동하는데 걸리는 시간을 주기 T 라고 하면 단진동의 주기는 원운동 하는 물체의 주기와 같으므로 $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$ 이다.

단진동 하는 물체의 위치는 주기적으로 변하며, 변위 x_Q 는 원운동의 반지름 A 와 회전각 $\theta = \omega t$ 로부터 다음과 같이 나타낼 수 있다.

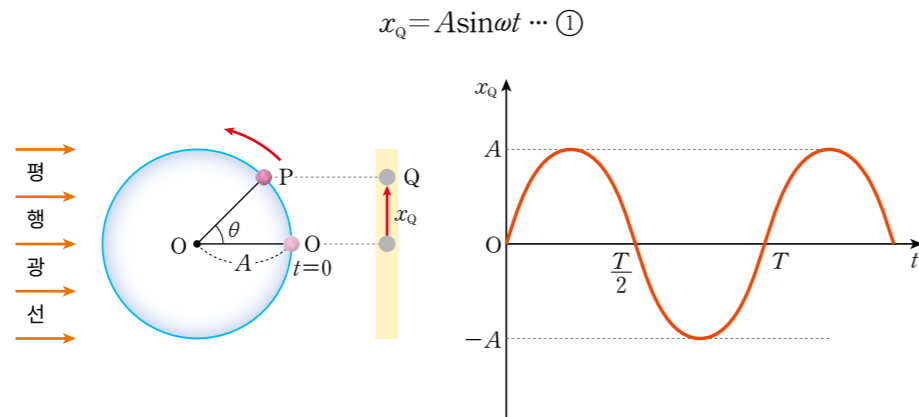


그림 III-2 단진동의 변위

그림 III-3에서 등속 원운동 하는 물체의 속도 v_P 의 방향은 P에서의 접선 방향이며, 이 속도의 x 성분이 단진동 하는 물체의 속도 v_Q 이다. 따라서 원운동 하는 물체가 일정한 크기의 속도 $v_P = A\omega$ 로 회전할 때, 단진동 하는 물체의 속도 v_Q 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

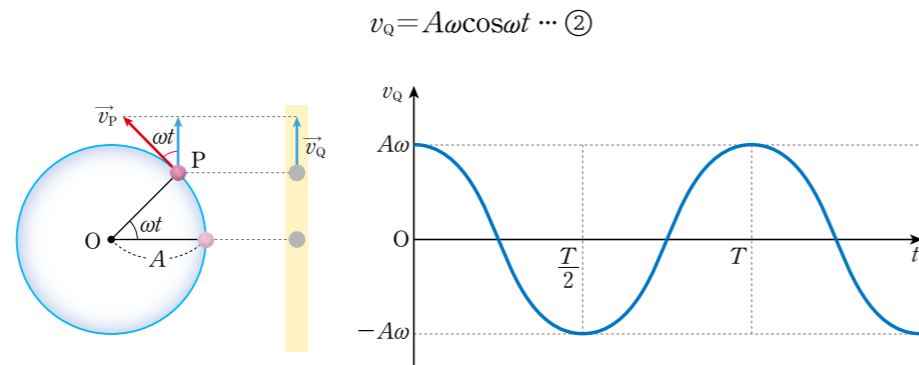


그림 III-3 단진동의 속도

단진동 하는 물체의 속도는 평형점 O를 지날 때 크기가 최대이며, 평형점에서 가장 멀어졌을 때 0이다.

그림 III-4에서 등속 원운동을 하는 물체의 구심 가속도 a_P 는 항상 원의 중심을 향하며 크기는 $A\omega^2$ 이다. 이 구심 가속도의 x 성분이 단진동 하는 물체의 가속도 a_Q 이다.

따라서 원운동 하는 물체의 가속도 크기가 $a_P = A\omega^2$ 로 일정할 때, 단진동 하는 물체의 가속도 a_Q 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

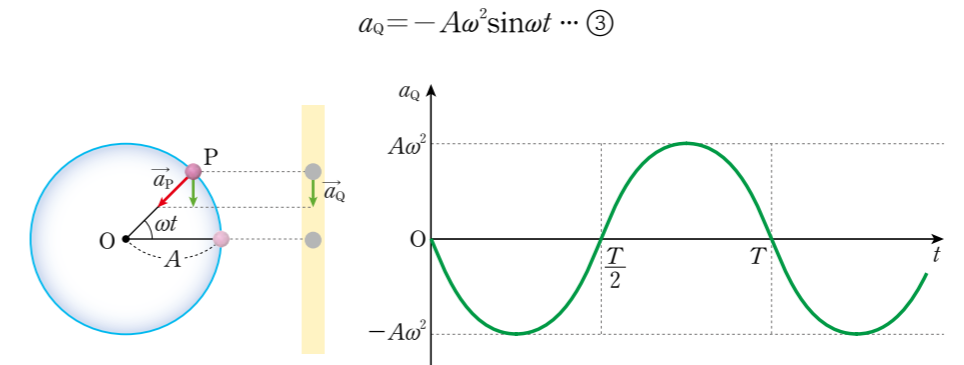


그림 III-4 단진동의 가속도

식 ③에 식 ①을 적용하면 단진동 하는 물체의 가속도와 변위 관계를 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$a_Q = -\omega^2 x$$

즉, 단진동 하는 물체의 가속도 크기는 변위의 크기에 비례하며, 가속도의 방향은 변위의 방향과 반대이다.

그림 III-5는 단진동 하는 물체의 시간에 따른 변위, 속도, 가속도의 변화를 상댓값으로 비교한 것이다.

단진동 하는 물체의 변위와 가속도는 평형점 O에서 크기가 0으로 같지만 위상차가 180° 로 방향이 반대이다. 속도는 변위, 가속도와 각각 90° 의 위상차를 가지고 주기적으로 변한다.

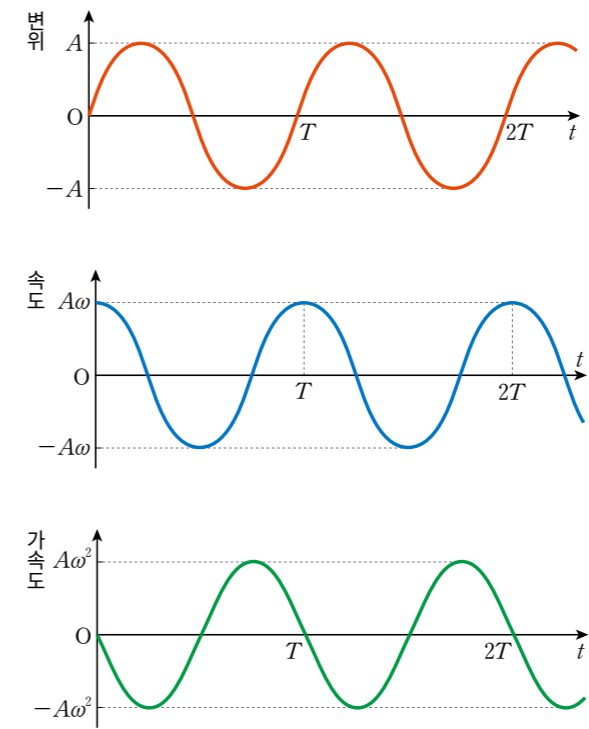


그림 III-5 단진동 하는 물체의 시간에 따른 변위, 속도, 가속도

파동의 위상
위상은 파동이 주기 내에서 어디에 위치하는지를 각도로 표현한 것이다. 예를 들어 $x = A \sin \omega t$ 인 파동의 위상은 ωt 이다.

단진동 하는 물체의 가속도 a 와 변위 x 는 $a = -\omega^2 x$ 의 관계를 만족하므로, 뉴턴 운동 법칙을 적용해 ω^2 항을 구하면 단진동 하는 물체의 주기를 구할 수 있다.

그림 III-6과 같이 용수철에 추를 매달아 가만히 놓으면 용수철이 x_0 만큼 늘어나 정지한다. 이때 추에 작용하는 중력 mg 와 탄성력 kx_0 은 평형 상태이며, 이때 추의 위치가 평형점이 된다. 평형점에서 추를 연직 방향으로 x 만큼 더 잡아당겼다가 놓으면 추는 평형점을 중심으로 단진동을 한다.

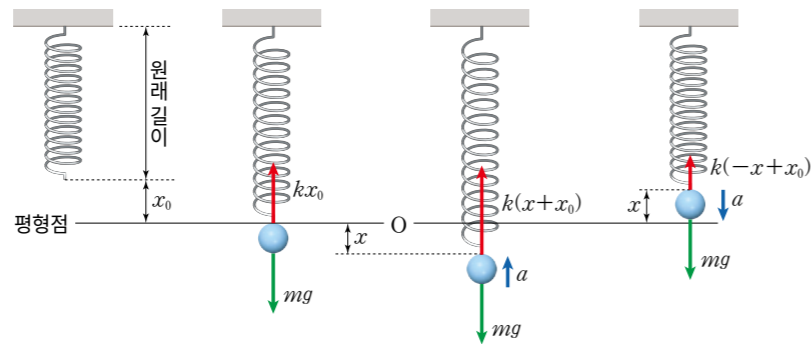


그림 III-6 용수철의 단진동

단진동 하는 용수철 진자의 변위 크기를 x 라고 하면 복원력 F 의 크기는 다음과 같다.

$$F = mg - k(x + x_0) = -kx$$

뉴턴 제2법칙에 따라 $F = -kx = ma$ 이므로, $a = -\frac{k}{m}x = -\omega^2 x$ 이다. 따라서

$\omega^2 = \frac{k}{m}$ 이고 $\omega = \frac{2\pi}{T}$ 에서 $T = \frac{2\pi}{\omega}$ 이므로 용수철 진자의 주기는 다음과 같다.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

즉, 용수철 진자의 주기 T 는 질량 m 이 클수록 크고, 용수철 상수 k 가 클수록 작다.

스스로 확인

- 1 단진동 하는 물체의 가속도의 크기는 물체의 변위의 크기가 (최대, 최소)일 때 가장 크다.
- 2 “용수철 진자의 주기를 변화시키는 물리량 두 가지는 추의 질량과 진폭이다.” 라는 문장에서 틀린 부분을 찾아 밑줄을 긋고 옳게 고쳐 보자.

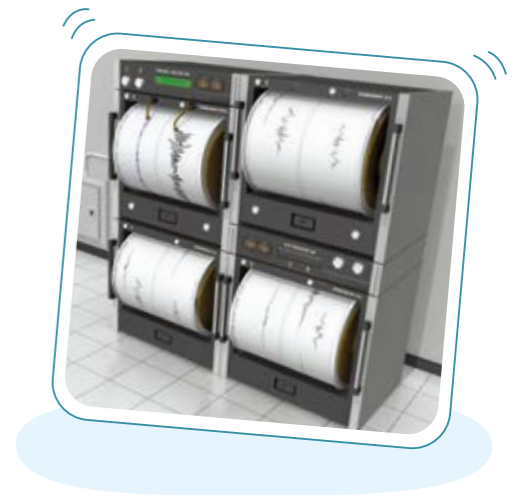
스스로 정리

공유 우리 주변에서 용수철 진자의 단진동을 적용해 설명할 수 있는 예를 조사하고, 공유 플랫폼에 공유해 보자.

02 탄성파

학습 목표 탄성파의 진행, 투과, 반사를 이해하고, 탄성파를 활용하는 예를 찾아보면서 과학의 유용성을 설명할 수 있다.

지진계는 지표면에 도달한 지진파를 기록하는 장치이다. 땅속 깊은 곳에서 발생한 지진파는 어떻게 지표면까지 도달할까?



탄성파의 진행

간단한 호수에 돌을 던지면 돌이 떨어진 점을 중심으로 물결파가 동심원을 그리며 바깥쪽으로 퍼져 나간다. 물결파, 음파, 지진파와 같이 탄성을 가진 매질을 통해 진행되는 파동을 **탄성파**라고 한다.

그림 III-7의 (가)와 같이 탄성을 가진 물질을 구성하는 입자들은 집합체를 이루어 마치 서로 용수철로 연결되어 있는 것처럼 움직인다. 탄성을 가진 물질이 그림 (나)와 같이 외부의 힘 때문에 평형 상태의 배열에 변화가 생기면 탄성에 따른 복원력이 작용해 다시 평형 상태로 돌아오면서 진동한다.

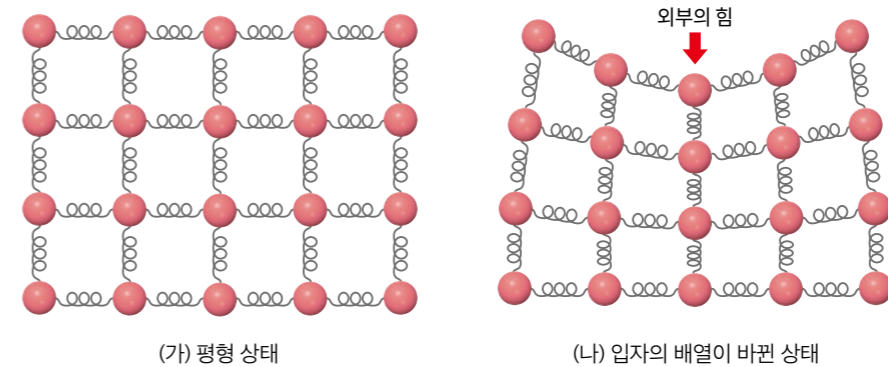


그림 III-7 물질의 탄성

복원력에 의해 매질 입자의 진동은 이웃한 입자로 전달되어 점점 퍼져 나간다. 탄성파는 이러한 과정으로 물질을 통해 에너지를 전달한다. 탄성파는 먼 거리까지 에너지를 전달할 수 있지만, 매질의 입자는 평형 상태의 위치를 중심으로 진동할 뿐 입자 자체는 진행하지 않는다.