01 힘의 합성과 운동 예측

학습 목표 | 물체에 작용하는 여러 가지 힘의 합력을 구해 물체의 운동을 정량적으로 예측할 수 있다.

개미들은 주로 물체에 들거나 당기는 힘만을 작용한다고 한다. 그런데도 개미들이 목적지까지 먹이를 옮길 수 있는 까닭은 무엇일까?

벡터의 합성

우리 주변에서 일어나는 여러 현상을 설명하는 데 필요한 물리량은 크기나 방향을 이용해 표현할 수 있다. 질량이나 길이는 kg이나 m 같은 단위를 이용해 크기를 표현하고 비교할 수 있다. 이렇게 크기만으로 설명할 수 있는 물리량을 **스칼라량**이라고 한다.

한편 힘을 설명하기 위해서는 크기만으로는 충분하지 않고 작용하는 방향에 대한 정보도 있어야 한다. 또 속도를 설명할 때에도 크기뿐만 아니라 어느 방향으로 움직이는지에 대한 정보가 있어야 한다. 이와 같이 크기와 방향을 모두 고려해야 하는 물리량을 **벡터량**이라고 한다. 벡터량은 벡터를 이용해 표현할 수 있다.

벡터량의 예
힘, 속도 외에도 변위, 가속도, 운동량, 충격량, 전기장, 자기장 등이 있다.

벡터는 $\vec{F}$와 같이 문자 위에 화살표를 붙여서 표기하고, 크기만을 나타낼 때에는 $|\vec{F}|$나 F로 표기한다. 그림 I-1과 같이 벡터를 화살표를 이용해 표현할 수 있다.

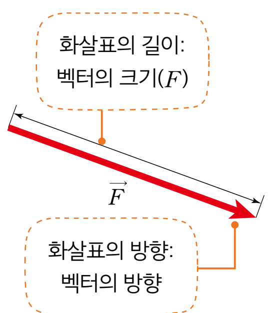
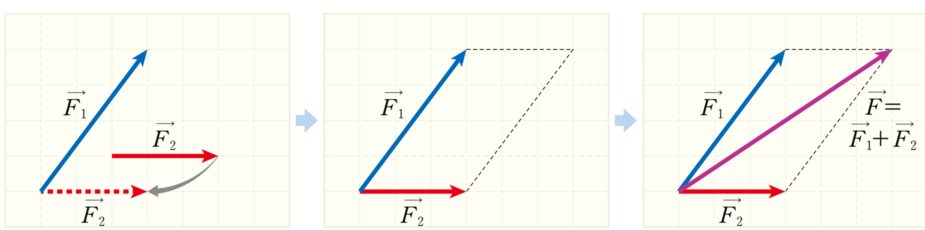


그림 I-1 **벡터 표현**

나란하지 않은 벡터를 합성할 때 평행사변형법을 이용하면 편리하다. 그림 I-2와 같이 $\vec{F_1}$, $\vec{F_2}$를 두 변으로 하는 평행사변형을 그렸을 때 두 벡터의 시작점에서 그은 대각선의 길이와 방향이 두 벡터의 합 $\vec{F_1}+\vec{F_2}$의 크기와 방향이다.



① 두 벡터 $\vec{F_1}$, $\vec{F_2}$의 시작점이 일치하도록 평행이동을 한다.
② $\vec{F_1}$, $\vec{F_2}$를 이웃한 두 변으로 하는 평행사변형을 그린다.
③ $\vec{F_1}$, $\vec{F_2}$의 시작점에서 그은 평행사변형의 대각선이 두 벡터의 합 $\vec{F_1}+\vec{F_2}$를 나타낸다.

그림 I-2 **나란하지 않은 두 벡터의 합**

힘도 벡터량의 한 종류이므로 나란하지 않게 작용하는 두 힘의 합력은 평행사변형법을 통해 알 수 있다. 평행사변형법으로 구한 합력이 실제 합력과 일치하는지 다음 활동을 하면서 확인해 보자.

디지털 해보기 | 탐구 능력 | 문제 해결 능력

실험 영상

평행사변형법으로 구한 합력 확인하기

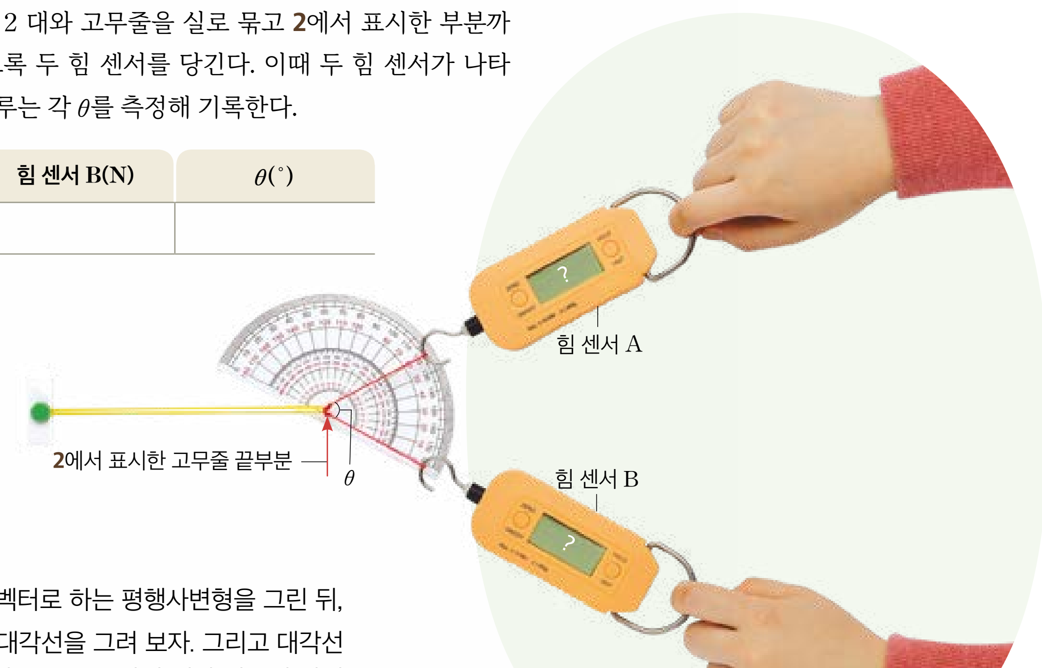
준비물
☑ 힘 센서 2 대 ☑ 고무줄 ☑ 납작못 ☑ 우드록 ☑ 각도기 ☑ 접착테이프 ☑ 실 ☑ 자

1. 우드록에 고무줄 한 끝을 납작못으로 고정하고, 접착테이프로 납작못을 고정한다.

2. 고무줄과 힘 센서를 실로 묶은 뒤 힘 센서가 나타내는 값이 3.00 N이 될 때까지 당기고, 고무줄 끝부분을 표시한다.

3. 1의 상태에서 힘 센서 2 대와 고무줄을 실로 묶고 2에서 표시한 부분까지 고무줄이 늘어나도록 두 힘 센서를 당긴다. 이때 두 힘 센서가 나타내는 값과, 두 실이 이루는 각 θ를 측정해 기록한다.

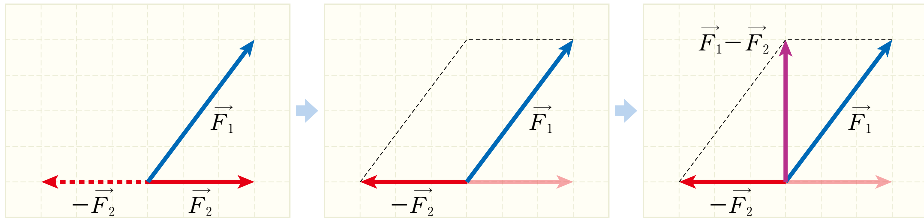
힘 센서 A(N)	힘 센서 B(N)	θ(°)



- 3에서 기록한 값을 두 벡터로 하는 평행사변형을 그린 뒤, 두 벡터의 시작점에서 대각선을 그려 보자. 그리고 대각선으로 합력을 구해 2에서 고무줄을 당긴 힘과 같은지 확인해 보자.

(−) 부호가 붙은 벡터
$-\vec{F}$는 $\vec{F}$와 크기가 같고 방향이 반대인 벡터이다.

나란하지 않은 두 벡터의 차도 벡터의 합과 같은 방법으로 구할 수 있다. 그림 I-3과 같이 $\vec{F_1}-\vec{F_2}$를 구할 때에는 $\vec{F_1}$의 화살표와, $\vec{F_2}$와 크기가 같고 방향이 반대인 화살표를 이웃한 두 변으로 하는 평행사변형을 그린다. 두 벡터의 시작점에서 그은 평행사변형의 대각선이 $\vec{F_1}-\vec{F_2}$를 나타낸다.



① $\vec{F_2}$와 크기가 같고 방향이 반대인 벡터 $-\vec{F_2}$를 그린다.

② $\vec{F_1}$과 $-\vec{F_2}$를 이웃한 두 변으로 하는 평행사변형을 그린다.

③ $\vec{F_1}$, $-\vec{F_2}$의 시작점에서 그은 평행사변형의 대각선이 $\vec{F_1}+(-\vec{F_2})$, 즉 $\vec{F_1}-\vec{F_2}$를 나타낸다.

그림 I-3 **나란하지 않은 두 벡터의 차**

벡터의 분해

두 벡터를 합성해 하나의 벡터로 나타내는 것과 반대로, 하나의 벡터를 분해해 서로 다른 두 벡터의 합으로 나타낼 수 있다.

벡터를 분해할 때에는 그림 I-4와 같이 서로 수직인 두 성분 벡터로 분해하면 편리하다. 벡터 $\vec{F}$를 xy 평면상에 놓았을 때 x 성분 $\vec{F_x}$의 크기는 $F\cos\theta$, y 성분 $\vec{F_y}$의 크기는 $F\sin\theta$이다.

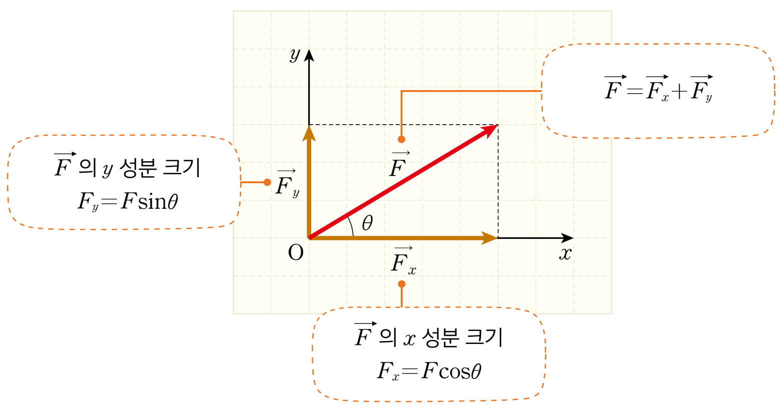


그림 I-4 **벡터의 분해**

스스로 확인

1 힘이나 속도처럼 크기와 방향을 모두 고려해야 하는 물리량을 (　　　　)(이)라고 한다.

2 나란하지 않은 두 벡터를 나타내는 두 화살표를 두 변으로 하는 평행사변형에서 두 벡터의 시작점에서 그은 대각선의 길이와 방향은 각각 두 벡터를 더한 벡터의 크기와 방향이다. (○, ×)

알짜힘과 운동 예측

한 물체에 여러 힘이 동시에 작용할 때 물체에 작용하는 모든 힘의 벡터 합을 **알짜힘**이라고 한다. 질량 m인 물체에 작용하는 알짜힘 $\vec{F}$를 알면 뉴턴 제2법칙 $\vec{F}=m\vec{a}$를 통해 물체의 가속도 $\vec{a}$를 알 수 있다. 그리고 운동의 초기 조건(위치, 속도 등)이 주어지면 가속도 $\vec{a}$를 통해 시간에 따른 물체의 속도나 변위를 알 수 있기 때문에 물체의 운동을 예측할 수 있다.

예를 들어 그림 I-5와 같이 질량 M인 물체와 m인 물체에 여러 힘이 작용해 두 물체가 파란색 화살표 방향으로 등가속도 운동을 하고 있다. 중력 가속도를 $\vec{g}$라고 할 때 각 물체에 작용하는 힘은 다음과 같다.

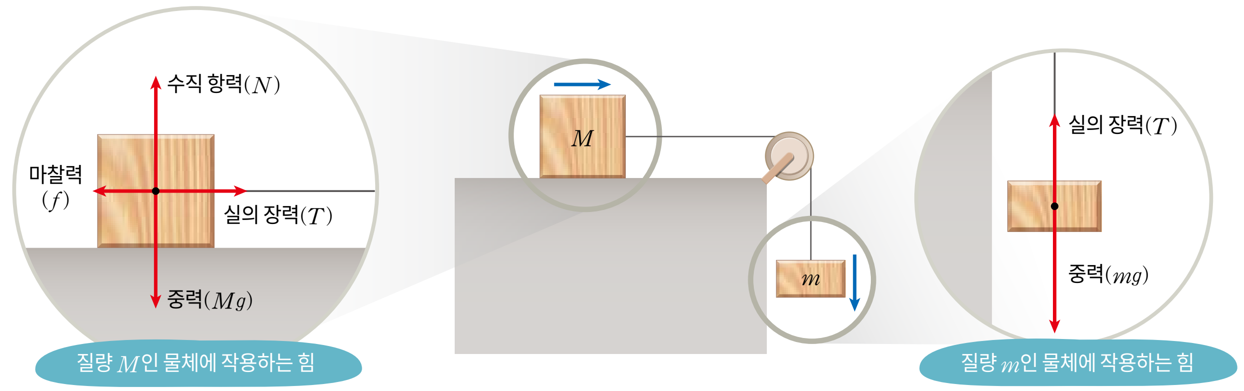


그림 I-5 **실로 연결되어 운동하는 물체에 작용하는 힘**

질량 M인 물체는 수평 방향으로 운동하고 연직 방향으로는 운동하지 않는다. 이 물체에 작용하는 수평 성분 합력은 실이 물체를 당기는 힘인 **장력**과 마찰력의 합력과 같고, 그 크기는 $T-f$이다. 한편 물체에 작용하는 연직 성분 합력은 0이다. 따라서 접촉면에 대해 수직 위 방향으로 물체를 떠받치는 힘인 **수직 항력**은 중력과 상쇄된다. 즉, $N-Mg=0$이다.

질량 m인 물체는 연직 방향으로 운동하고 수평 방향으로는 운동하지 않는다. 이 물체에 작용하는 연직 성분 합력은 실의 장력과 중력의 합력과 같고, 그 크기는 $mg-T$이다. 한편 물체에 작용하는 수평 성분의 힘은 없다.

질량 M인 물체에 작용하는 알짜힘의 크기는 $T-f$이고, 질량 m인 물체에 작용하는 알짜힘의 크기는 $mg-T$이다. 두 물체는 실로 연결되어 함께 운동하므로 가속도 크기가 a로 같다고 하면 뉴턴 제2법칙을 다음과 같이 적용할 수 있다.

- 질량 M인 물체: $T-f=Ma$　　• 질량 m인 물체: $mg-T=ma$

두 식을 연립하여 풀면 $a=\dfrac{mg-f}{M+m}$이다. 이렇게 구한 가속도로부터 시간에 따라 물체의 속도와 변위가 어떻게 변하는지 예측할 수 있다.

마찰력의 방향
- 물체가 정지해 있을 때: 마찰력을 제외한 나머지 힘들의 합력과 반대 방향이다.
- 물체가 운동하고 있을 때: 운동 방향과 반대 방향이다.

연계 물리학
속도 v_0인 물체가 직선상에서 일정한 가속도 a로 운동할 때, 시간 t, 속도 v 및 변위 s에 관한 다음 식을 '힘과 에너지' 단원에서 배웠다.
- $v=v_0+at$
- $s=v_0t+\frac{1}{2}at^2$
- $2as=v^2-v_0^2$

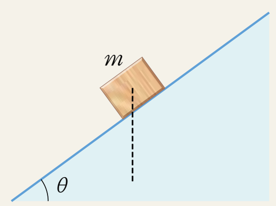
물체에 작용하는 힘들이 나란하지 않거나 수직이 아닐 때에는 벡터의 합성과 분해를 사용해 알짜힘을 구할 수 있다. 다음 활동을 하면서 빗면에 놓인 물체에 작용하는 알짜힘을 구해 물체의 운동을 예측해 보자.

해보기 물체에 작용하는 알짜힘을 구하고 운동 예측하기

문제 해결 능력

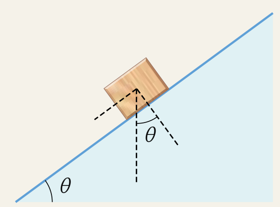
질량 m인 물체를 경사각 θ인 마찰이 없는 빗면에 가만히 놓았다. 중력 가속도를 $\vec{g}$라고 할 때, 다음 과정을 따라서 물체에 작용하는 알짜힘을 구한다.

(가) 빗면에 놓인 물체에 작용하는 중력을 화살표로 표시하고 그 크기를 빈칸에 쓴다.



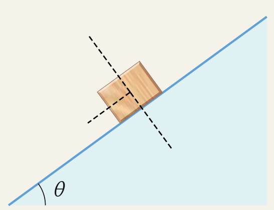
중력의 크기=

(나) 중력을 빗면에 나란한 방향의 힘 $\vec{F}_{\parallel}$과 수직인 방향의 힘 $\vec{F}_{\perp}$으로 분해해 화살표로 표시하고 그 크기를 각각 빈칸에 쓴다.

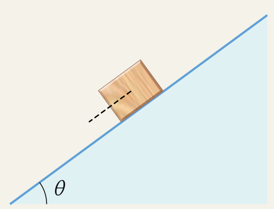


$F_{\parallel}=$, $F_{\perp}=$

(다) 빗면이 물체를 떠받치는 힘인 수직 항력과 $\vec{F}_{\parallel}$, $\vec{F}_{\perp}$을 표시하고 힘의 평형을 이루는 두 힘을 찾아 화살표 위에 ×표를 한다.



(라) 빗면에 놓인 물체에 작용하는 알짜힘을 화살표로 표시하고 그 크기를 구해 빈칸에 쓴다.



알짜힘의 크기=

- 뉴턴 제2법칙을 이용해 물체에 작용하는 알짜힘에 따른 가속도 크기를 구해 보자.

- 빗면의 길이가 충분히 길다면, t 초 뒤 속도와 변위의 크기를 예측해 보자.

t 초 뒤 속도의 크기	t 초 뒤 변위의 크기

그림 I-6과 같이 마찰이 없는 빗면에 물체를 가만히 놓으면 물체에 작용하는 알짜힘은 중력과 수직 항력의 합력과 같다. 물체에 작용하는 중력을 빗면에 수직인 성분과 나란한 성분으로 분해하면 그 크기는 각각 $mg\cos\theta$, $mg\sin\theta$이다. $mg\cos\theta$는 물체가 빗면을 수직으로 누르는 힘의 크기로, 빗면이 물체를 떠받치는 수직 항력과 크기가 같고 방향이 반대여서 상쇄된다. 따라서 물체에 작용하는 알짜힘의 크기는 $mg\sin\theta$이며, 이 힘이 작용해 물체는 빗면을 따라 등가속도 운동을 한다. 이때 가속도 크기는 뉴턴 제2법칙에 따라 $g\sin\theta$이다.

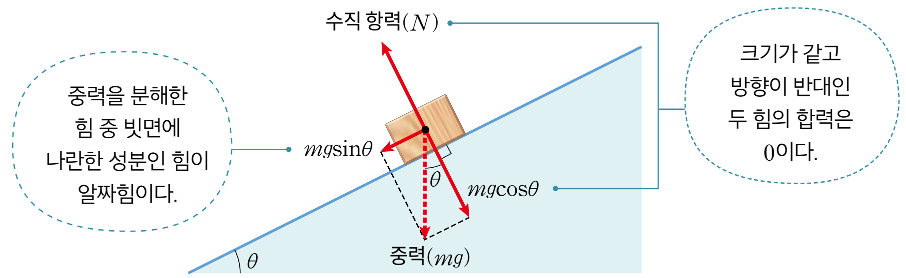


그림 I-6 **마찰이 없는 빗면에 놓인 물체에 작용하는 알짜힘과 물체의 운동**

그림 I-7과 같이 마찰이 있는 빗면에 물체를 가만히 놓으면 마찰력은 빗면을 따라 내려가게 하는 힘과 반대 방향으로 작용한다. 이때 마찰력의 크기 f가 $mg\sin\theta$와 같으면 물체에 작용하는 알짜힘은 0이므로 물체는 빗면 위 물체를 놓은 곳에 계속 정지해 있다. 만약 f가 $mg\sin\theta$보다 작으면 물체에 작용하는 알짜힘의 크기는 $mg\sin\theta-f$이며, 이 힘이 작용해 물체는 빗면을 따라 등가속도 운동을 한다. 이때 가속도 크기는 뉴턴 제2법칙에 따라 $\dfrac{mg\sin\theta-f}{m}$이다.

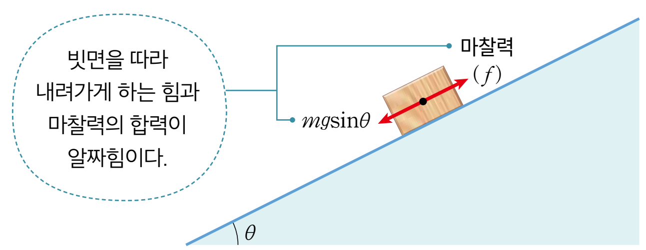


그림 I-7 **마찰이 있는 빗면에 놓인 물체에 작용하는 알짜힘과 물체의 운동**

잠깐 활동

그림 I-7에서 물체가 빗면을 따라 2 m/s의 일정한 속력으로 내려가고 있다. $\theta=30°$, $m=1$ kg, $g=10$ m/s^{2}일 때, 마찰력의 크기와 2 초 동안 물체가 이동한 거리를 각각 구해 보자.

스스로 확인

1 알짜힘은 물체에 여러 힘이 작용할 때 물체에 작용하는 모든 힘의 벡터 합을 나타낸 것이다. (○, ×)

2 빗면에 물체를 가만히 놓으면 물체에는 빗면이 물체를 수직으로 떠받치는 힘인 (   )이/가 작용한다.

스스로 정리

공유 암벽 등반, 카약 등 여러 힘이 작용하는 운동 모습을 나타낸 사진을 찾아보고, 사진에 알짜힘을 표시해 공유 플랫폼에 공유해 보자.