

06

등가 원리와 시공간의 힘

학습 목표 | 등가 원리를 바탕으로 하여 시공간의 힘과 중력 시간 지연을 이해하고, 일반 상대성 이론에 흥미를 느낄 수 있다.

일반 상대성 이론을 소재로 한 어떤 영화를 보면 주인공이 다른 천체를 다녀오는 몇 년 동안 지구에서는 많은 시간이 흘러간 것을 보여 주는 장면이 있다. 주인공의 시간이 지구에서보다 더 천천히 흘렀던 까닭은 무엇일까?



관성력

운동하는 물체의 물리량을 측정하기 위해서는 기준이 되는 좌표계가 필요하다. 좌표계에는 정지 또는 일정한 속도로 운동하는 관성 좌표계와 가속도 운동을 하는 비관성 좌표계가 있다.

그림 I-26에서 일정한 속도 \vec{v} 로 운동하는 버스(가)에 고정된 좌표계는 관성 좌표계이다. 이 관성 좌표계에서 버스 밖의 나무를 보면 일정한 속도 $-\vec{v}$ 로 운동하는 것으로 보인다. 한편 일정한 가속도 \vec{a} 로 운동하는 버스(나)에 고정된 좌표계는 비관성 좌표계이다. 이 비관성 좌표계에서 버스 밖의 나무를 보면 일정한 가속도 $-\vec{a}$ 로 운동하는 것으로 보인다. 따라서 비관성 좌표계에서는 나무의 운동을 설명하기 위해 질량 M 인 나무에 $-M\vec{a}$ 의 힘이 작용한다고 생각할 수 있다.

마찬가지로 버스(나)에 있는 사람은 버스 안 손잡이가 기울어진 상태로 정지해 있는 것으로 관찰한다. 즉, 버스 안 손잡이에 작용하는 합력을 0으로 관찰한다.

연계 물리학

관성 좌표계와 특수 상대성 이론을 '빛과 물질' 단원에서 배웠다.

그림 I-26 관성 좌표계와 비관성 좌표계



버스 안 손잡이가 정지해 있는 까닭을 설명하려면 중력 $m\vec{g}$ 와 줄의 장력 \vec{T} 밖에도 두 힘을 상쇄하는 새로운 힘이 있다고 생각해야 한다. 이 새로운 힘은 가속도 운동을 하는 비관성 좌표계에서 관찰했기 때문에 나타나는 것이다. 이 힘을 관성력이라고 한다. 다음 활동을 하면서 관성력을 관찰해 보자.

해보기

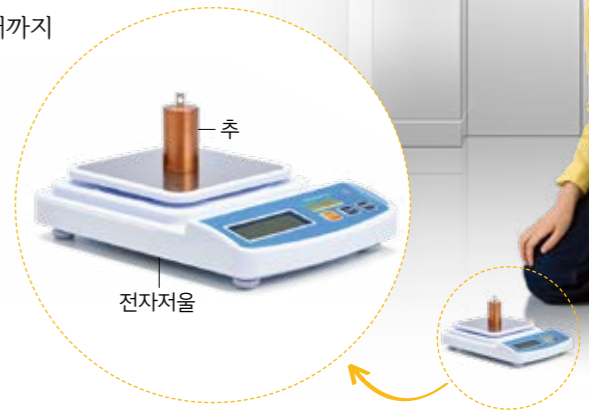
엘리베이터에서 관성력 관찰하기

탐구 능력 | 문제 해결 능력

준비물

- 추 전자저울

- 정지한 엘리베이터 안에서 저울에 나타난 추의 무게를 관찰한다.
[추의 무게(N)=저울의 측정값(kg)×9.8 m/s²]
- 정지한 엘리베이터가 올라간 뒤 다시 정지할 때까지 저울에 나타난 추의 무게 변화를 관찰한다.
- 정지한 엘리베이터가 내려간 뒤 다시 정지할 때까지 저울에 나타난 추의 무게 변화를 관찰한다.



2, 3에서 관찰한 값이 1에서보다 클 때와 작을 때는 언제인가?

1에서보다 클 때	1에서보다 작을 때

엘리베이터의 가속도 방향과 추의 무게 변화 사이에 어떤 관계가 있는지 설명해 보자.



비관성 좌표계 안에서 느끼는 관성력은 엘리베이터 안에서도 느낄 수 있다. 엘리베이터가 올라갈 때 속력이 증가하면 가속도는 위 방향이고, 추에는 아래 방향으로 관성력이 작용해 추의 무게가 증가한다. 엘리베이터의 속력이 일정해지면 관성력이 사라져 정지 상태에서 측정한 추의 무게로 돌아온다. 또 올라가던 엘리베이터가 속력이 느려지면 가속도는 아래 방향이고, 관성력은 위 방향으로 작용해 추의 무게가 감소한다.

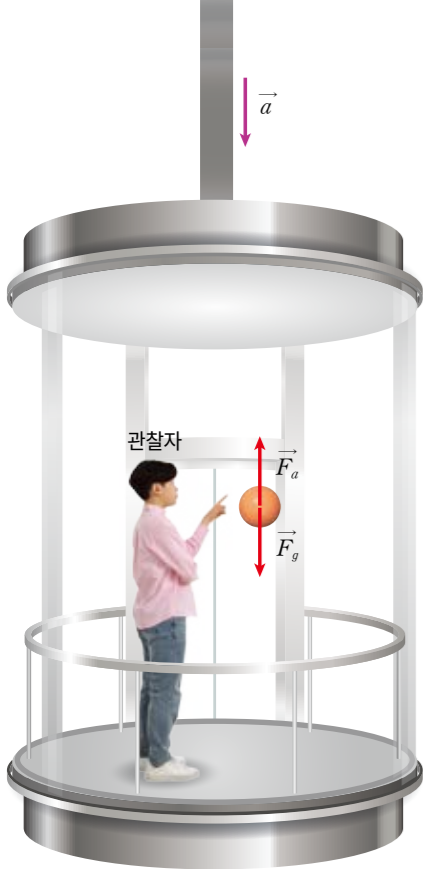


그림 I-27 등가속도 운동을 하는 엘리베이터 속 물체에 작용하는 힘

등가 원리

물체에 작용하는 중력의 크기는 물체의 질량에 따라 다르다. 이때의 질량을 **중력 질량**이라고 한다. 물체의 중력 질량을 m_g 라고 하면 물체가 받는 중력의 크기는 $F_g = m_g g$ 이다. 한편 물체에 힘이 작용할 때 가속도는 힘에 비례하고 물체의 질량에 반비례한다. 이때의 질량을 **관성 질량**이라고 한다. 물체의 관성 질량을 m_a 라고 하면 물체가 받는 관성력의 크기는 $F_a = m_a a$ 이다.

아인슈타인(Einstein, A., 1879~1955)은 지표 근처에서 자유 낙하 운동을 하는 모든 물체의 중력 가속도가 동일하다는 점에 착안해 중력 질량과 관성 질량이 동등하다는 **등가 원리**를 제시했다.

그림 I-27과 같이 아래 방향의 일정한 가속도 \vec{a} 로 운동하는 엘리베이터는 비관성 좌표계이다. 엘리베이터 속 관찰자는 물체에 중력 \vec{F}_g 와 관성력 \vec{F}_a 가 작용해 알짜힘의 크기가 다음과 같은 것으로 관찰한다.

$$F = |F_g - F_a| = |m_g g - m_a a|$$

만약 엘리베이터가 자유 낙하 운동을 한다면 $g = a$ 이고, 등가 원리에 따라 $m_g = m_a$ 이므로 관찰자는 물체에 작용하는 알짜힘이 0인 것으로 관찰한다.

등가 원리에 따르면 우주 공간에서 가속도 \vec{g} 로 운동하는 우주선 안의 관찰자는 물체에 작용하는 힘이 관성력인지 중력인지를 구별할 수 없다. 즉, 관찰자는 바깥을 보지 않고는 그림 I-28과 같이 우주선이 지표에 정지해 있는지, 우주 공간에서 가속도 \vec{g} 로 운동하고 있는지를 구별할 수 없다.

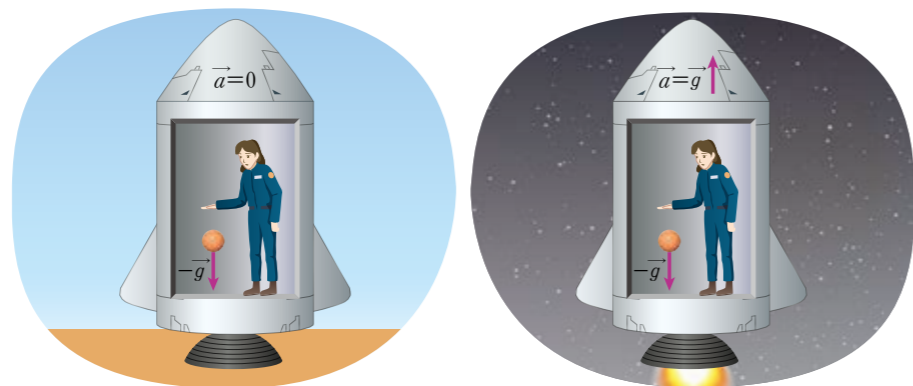


그림 I-28 등가 원리

스스로 확인

- 1 아래로 내려가던 엘리베이터가 속력이 느려지면, 엘리베이터 속 물체에는 위 방향으로 관성력이 작용한다. (○, ×)
- 2 중력 질량과 관성 질량이 동등하다는 원리를 ()이라고 한다.

시공간의 휨

아인슈타인의 등가 원리에 따르면 비관성 좌표계에서 나타나는 물리 현상과 중력장에서 나타나는 물리 현상을 구별할 수 없다. 따라서 비관성 좌표계에서 나타나는 빛의 경로를 통해 중력장에서 빛의 경로를 유추할 수 있다. 그림 I-29의 (가)와 같이 빛이 가속도 운동을 하는 우주선을 통과할 때 우주선 안에서는 그림 (나)와 같이 빛이 휘는 것으로 보인다. 등가 원리에 따라 중력장에서도 이와 동일한 현상이 나타나야 한다. 즉, 빛은 중력이 작용하는 곳에서도 휘어야 한다.

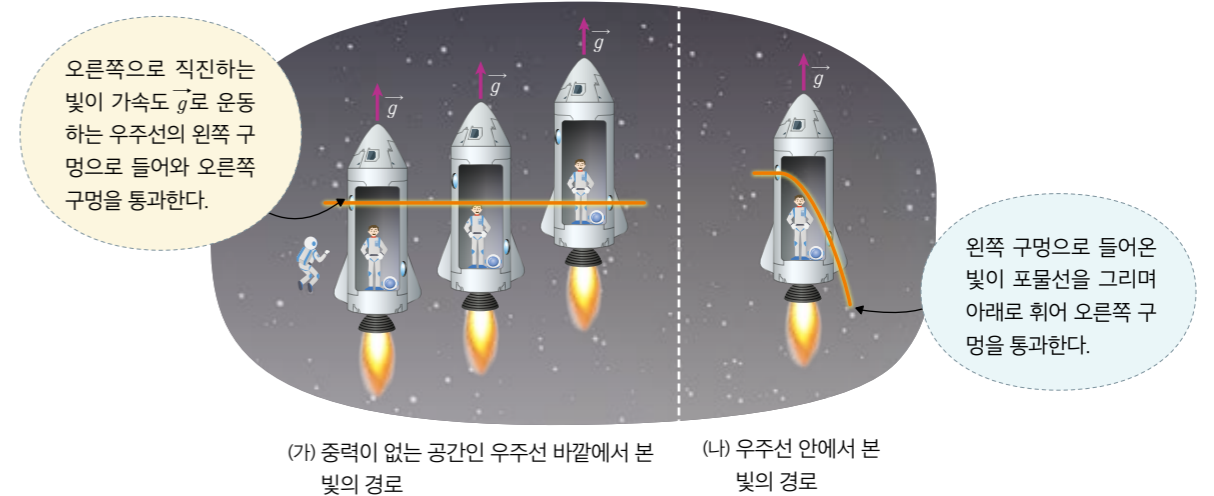
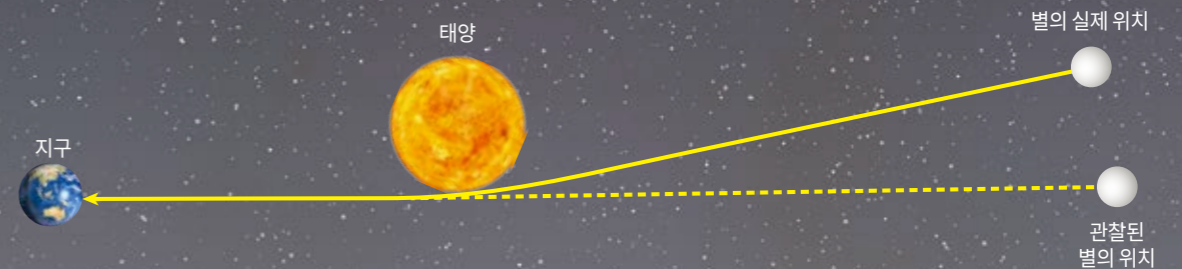


그림 I-29 관성 좌표계와 비관성 좌표계에서 본 빛의 경로

아인슈타인은 중력에 의한 빛의 휨에서 더 나아가 물체의 질량이 시공간을 휘게 한다고 생각했다. 특히 그림 I-30과 같이 태양처럼 질량이 큰 천체 주위에서는 휘어진 시공간 때문에 빛의 경로가 휘므로 특정 별에서 오는 빛이 태양 근처를 스쳐 지나 지구로 오는 경우 별이 관찰되는 위치가 실제 위치와 달라진다고 예상했다. 그리고 실제로 몇몇 과학자들이 개기일식 때 아인슈타인의 예상을 뒷받침하는 관측 결과를 발표하기도 했다.

그림 I-30 태양 주위에서 별 빛이 휘어 별이 관찰된 위치가 실제 위치와 다른 모습



중력 시간 지연

등가 원리를 이용하면 중력의 영향으로 시간이 더 천천히 흐르는 현상인 **중력 시간 지연**도 이해할 수 있다. **그림 I-31**과 같이 일정한 가속도 \vec{g} 로 운동하는 로켓에서 A가 h 만큼 떨어진 B에게 빨간색 빛 신호와 파란색 빛 신호를 보냈다.

- A는 Δt_A 시간 간격으로 빨간색 빛 신호와 파란색 빛 신호를 보냈다.
- B는 Δt_B 시간 간격으로 빨간색 빛 신호와 파란색 빛 신호를 받았다.
- B가 빨간색 빛 신호를 받기 전, A는 파란색 빛 신호를 보냈다.
- A가 빨간색 빛 신호를 보내고 시간 t 가 지난 뒤 B가 받았다.

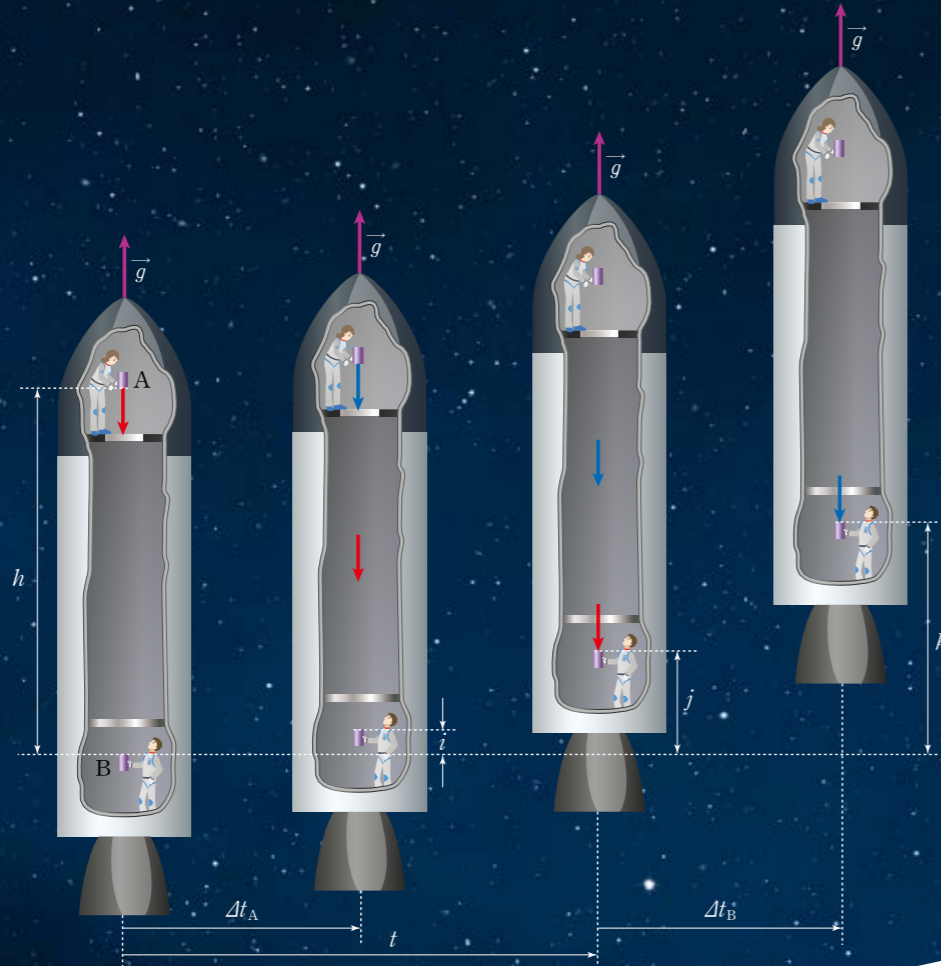


그림 I-31 비관성 좌표계에서 나타나는 시간 지연

빛이 속력 c 로 이동하는 동안 로켓은 계속 등가속도 운동을 하기 때문에 A가 보낸 빨간색 빛 신호를 B가 받는 동안 빨간색 빛의 이동 거리는 다음과 같다.

$$ct = h - j = h - \frac{1}{2}gt^2 \dots \textcircled{1} \Rightarrow t = \frac{-c + \sqrt{c^2 + 2gh}}{g}$$

A가 보낸 파란색 빛 신호를 B가 받는 동안 파란색 빛의 이동 거리는 다음과 같다.

$$c(t + \Delta t_B - \Delta t_A) = h - (k - i) = h - \frac{1}{2}g(t + \Delta t_B)^2 + \frac{1}{2}g(\Delta t_A)^2 \dots \textcircled{2}$$

①을 ②에 대입해 정리하면 다음과 같다.

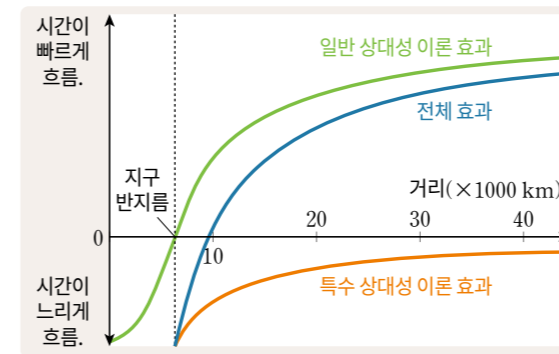
$$\Delta t_A = \Delta t_B \left(1 + \frac{gt}{c} \right) + \frac{g}{2c} \left[(\Delta t_B)^2 - (\Delta t_A)^2 \right] \dots \textcircled{3}$$

한편 $\Delta t_A, \Delta t_B$ 는 빛 신호가 A에서 B까지 가는 데 걸리는 시간 t 보다 짧은 아주 작은 값이므로 $\frac{g}{2c} \left[(\Delta t_B)^2 - (\Delta t_A)^2 \right]$ 값은 무시할 수 있다. 그리고 ①에서 구한 t 를 ③에 대입하면 $\Delta t_A = \Delta t_B \sqrt{1 + \frac{2gh}{c^2}}$ 이므로 $\Delta t_A > \Delta t_B$ 이다.

따라서 A에서 Δt_A 시간 간격으로 일어나는 두 사건을 B에서는 더 짧은 시간 간격인 Δt_B 동안 일어나는 것으로 관찰한다. 즉, B에서는 A의 시간이 자신의 시간보다 더 빠르게 흐른다고 판단한다.

등가 원리에 따라 로켓이 중력 가속도 크기가 g 인 지표면에 정지해 있을 때에도 동일한 현상이 나타나야 한다. 따라서 지표면으로부터의 거리가 h 만큼 가까운 B의 시간이 A의 시간보다 느리게 흐른다.

인공위성은 지표면에 대해 빠르게 운동하므로 특수 상대성 이론에 따라 지표면에서보다 시간이 느리게 흐른다. 반면 일반 상대성 이론에 따라 인공위성에서는 지표면에서보다 시간이 빠르게 흐른다. 지피에스(GPS) 위성과 같이 높은 고도에 있는 인공위성에서는 일반 상대성 이론에 따른 효과가 특수 상대성 이론보다 커서 지표면에서보다 시간이 빠르게 흐른다. 따라서 GPS 위성이 시각에 대한 정보를 지표면에 전송할 때에는 그림 I-32와 같은 고도에 따른 시간 차이를 보정한다.



잠깐 활동
중력 시간 지연 현상을 보정하는 것을 실생활에 어떻게 활용하고 있는지 찾아보자.

그림 I-32 지구 중심으로부터의 거리에 따른 시간 흐름

등가 원리로부터 중력이 미치지 않는 공간은 빛이 직진하며 시간도 일정하게 흐르는 평평한 시공간이지만, 지구나 태양과 같이 질량이 큰 천체 주변은 빛의 이동 경로가 휘며 시간도 천천히 흐르는 휘어진 시공간임을 알 수 있다.

스스로 확인

통신 위성(고도 10000 km), GPS 위성(고도 20000 km), 기상 위성(고도 36000 km) 중 시간이 가장 빠르게 가는 인공위성과 가장 느리게 가는 인공위성을 각각 써 보자.



블랙홀

물체가 반지름 R , 질량 M 인 천체의 표면에서 중력을 완전히 벗어나 무한히 먼 곳까지 가기 위한 최소한의 속도, 즉 탈출 속도 $v_{\text{탈출}} = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$ 이다.

지구의 탈출 속도는 약 11.2 km/s이다. 만약 그림 I-33과 같이 지구가 질량은 그대로인데 반지름이 $\frac{1}{100}$ 인 63.7 km로 압축되면 탈출 속도는 112 km/s가 된다. 그리고 지구의 반지름이 약 0.89 cm까지 압축되면 탈출 속도는 빛의 속력(약 299792 km/s)보다 큰 300000 km/s가 된다. 이 경우에는 지구 표면에서 나오는 빛은 물론, 지구 근처를 지나는 빛도 흡수해 외부에서 볼 수 없는 검은 천체가 된다.



그림 I-33 지구 반지름에 따른 탈출 속도

실제로 구대칭 천체는 수명이 다하면 질량이 일정한 채로 크기만 수축한다. 그리고 수축할수록 중력이 강해져 그림 I-34와 같이 슈바르츠실트 반지름 $R_s (= \frac{2GM}{c^2})$ 보다도

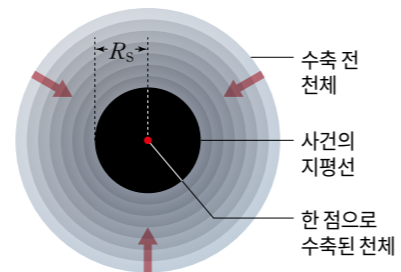


그림 I-34 블랙홀

더 작은 영역으로 수축할 수 있다. 이때 슈바르츠실트 반지름 안쪽 공간은 빛조차 빠져나갈 수 없는데, 이 공간을 **블랙홀**이라고 한다.

블랙홀 내부에서 일어나는 변화는 외부로 전달될 수 없으므로 반지름이 R_s 인 구의 표면을 사건의 지평선이라고도 부른다. 일반 상대성 이론에 따르면 블랙홀은 주변 시공간을 심하게 왜곡한다.

호킹

(Hawking, S. W., 1942~2018)
영국의 물리학자. 상대성 이론과 양자 역학을 결합한 양자 중력 이론 연구에 크게 이바지했으며, 블랙홀에서 일어나는 '호킹 복사'를 양자장론을 바탕으로 하여 증명했다.



지구에서는 쉽게 관측할 수 없지만, 블랙홀이 시공간을 왜곡해 나타나는 흥미로운 현상들이 있다. 이를 표현한 사진이나 영상을 다음 활동을 하면서 찾아보자.

디지털 해보기

탐구 능력 | 의사 결정 능력

블랙홀을 표현한 사진이나 영상을 찾아 발표하기

1. 모둠별로 인터넷에서 블랙홀을 표현한 사진이나 영상을 검색한다.
2. **공유** 검색한 사진이나 영상 중 하나를 골라 발표 자료를 만들어 공유 플랫폼에 공유한다. 발표 자료는 다음 내용을 포함하여 만든다.

준비물
스마트 기기

자료 제목, 사진이나 영상에 대한 설명, 출처

- 발표 자료를 이용해 모둠별로 발표해 보자.

강착 원반

블랙홀로부터 받는 중력으로 물질들이 빨려 들어가면서 속도가 빨라지고, 물질들끼리 마찰하며 온도가 높아져 빛과 열을 낸다.
(출처: 미국항공우주국, 2023.)

블랙홀의 강한 중력으로 시공간이 왜곡되어 블랙홀 뒤편의 모습이 앞에서도 보이는 흥미로운 현상이 나타난다.



스스로 확인

1. 탈출 속도가 빛의 속력보다 큰 천체에서는 빛이 천체를 빠져나오지 못하고 천체에 흡수된다. (○, ×)
2. 블랙홀 내부에서 일어나는 변화는 외부로 전달되지 않는다. (○, ×)

스스로 정리

공유 일반 상대성 이론을 담은 짧은 이야기를 만들어 공유 플랫폼에 공유해 보자.

도움 영상

