

### 케플러 법칙

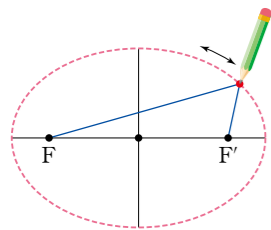
1601년 케플러는 브라헤가 남긴 연구 자료를 물려받았다. 케플러는 브라헤의 관측 자료를 분석해 1609년 행성의 운동에 관한 제1법칙인 ‘타원 궤도 법칙’과 제2법칙인 ‘면적 속도 일정 법칙’을 발표했다. 10년 뒤인 1619년, 공전 주기와 공전 궤도 긴반지름의 관계를 설명한 행성 운동의 제3법칙인 ‘조화 법칙’을 발표함으로써 코페르니쿠스의 지동설을 수정하고 발전시켰다.

케플러 법칙에 따르면 지구를 포함한 행성은 태양 주변을 원 궤도가 아닌 타원 궤도를 따라 운동하며, 이 타원의 한 초점에 태양이 있다. 케플러의 행성 운동에 관한 법칙을 정리하면 다음과 같다.

- 케플러 제1법칙(타원 궤도 법칙) 모든 행성은 태양을 한 초점으로 하는 타원 궤도를 따라 운동한다.
- 케플러 제2법칙(면적 속도 일정 법칙) 태양과 행성을 연결한 선분이 같은 시간 동안에 쓸고 지나가는 면적은 항상 일정하다.
- 케플러 제3법칙(조화 법칙) 행성의 공전 주기 제곱은 타원 궤도의 긴반지름 세제곱에 비례한다.

**\* 긴반지름**  
타원의 중심에서 그 둘레에 이르는 가장 긴 거리이다.

**타원과 초점**  
타원은 평면상의 두 점 F, F'으로부터 거리의 합이 일정한 점들의 집합이다. 이때 F, F'을 타원의 초점이라고 한다.



**잠깐 활동**  
그림 I-16에서 태양과 행성을 연결한 선분이 쓸고 지나간 면적 S<sub>1</sub>과 S<sub>2</sub>가 같다. 행성 궤도의 A~B 구간과 C~D 구간에서 행성의 평균 속력을 비교해 보자.

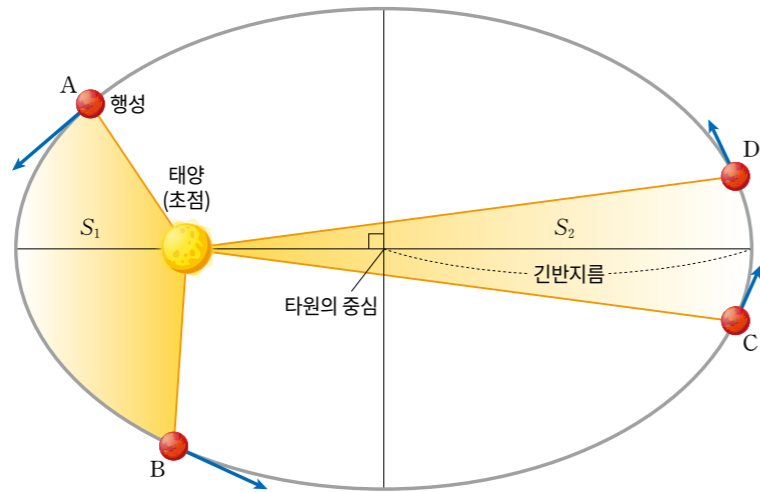


그림 I-16 행성의 타원 궤도 운동

400여 년 전 발표된 케플러 법칙은 발표 당시의 관측 결과는 물론, 오늘날 천문 관측 장비로 관측한 결과에도 잘 들어맞는다.

#### 스스로 확인

- 1 케플러 제1법칙에 따르면 행성은 태양이 한 초점인 ( ) 궤도 운동을 한다.
- 2 행성의 공전 주기 ( )은/는 타원 궤도의 긴반지름 ( )에 비례한다.

## 탐구

### 행성 관측 데이터를 이용하여 케플러 법칙 확인하기

정보 수집과 기술 / 증거에 근거한 추론

#### 목표

행성 관측 데이터를 이용해 케플러 제3법칙을 확인할 수 있다.

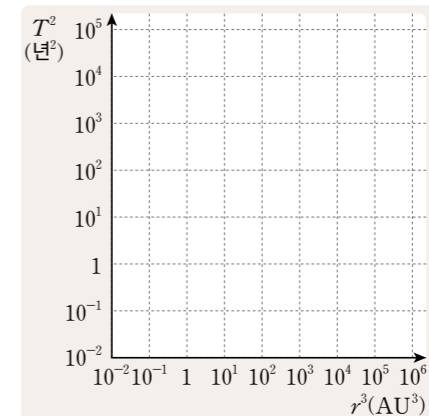
#### 과정

- 1 인터넷에서 태양계 행성의 관측 자료를 검색한다.
- 2 관측 자료에서 행성의 긴반지름  $r$ 와 공전 주기  $T$ 를 찾아 다음 표를 완성한다.

행성	$r^*$ (AU)	$T$ (년)	$r^3$ (AU <sup>3</sup> )	$T^2$ (년 <sup>2</sup> )
수성				
금성				
지구	1.0	1.0		
화성				
목성				
토성				
천왕성				
해왕성				

#### 결과 및 정리

$r^3$ 에 따른  $T^2$  그래프를 그려 케플러 제3법칙이 잘 맞는지 확인해 보자.



#### 스스로 평가

- | 지식·이해 | 행성 관측 자료를 바탕으로 하여 긴반지름과 공전 주기의 관계를 설명했는가? ☆☆☆
- | 과정·기능 | 신뢰할 수 있는 행성 관측 자료를 조사하고 기록했는가? ☆☆☆
- | 가치·태도 | 관측 자료를 있는 그대로 기록하고 해석했는가? ☆☆☆

#### 준비물

- ☑ 스마트 기기

#### 탐구 길잡이

미국항공우주국(NASA) 누리집에서 행성 관측 자료를 찾을 수 있다.(<https://nssdc.gsfc.nasa.gov/planetary/factsheet/>)

#### 미국항공우주국 누리집



#### \* 천문단위(AU)

AU는 태양에서 지구까지의 평균 거리를 1로 나타낸 단위로, 1 AU는 약  $1.5 \times 10^8$  km이다.

#### 탐구 후기



### 뉴턴 중력 법칙과 케플러 법칙

케플러 법칙으로 행성 운동의 규칙성을 설명할 수 있었지만, 행성에 어떤 힘이 작용해 규칙성을 갖는 운동을 하는지에 대해서는 설명할 수 없었다. 뉴턴(Newton, I., 1642~1727)은 1687년 『자연 철학의 수학적 원리』라는 책에서 중력 법칙을 제시해 이 문제를 해결했다.

뉴턴 제2법칙에 따르면 태양 주위를 도는 행성에는 구심력이 작용해야 한다. 뉴턴은 사과가 지면으로 떨어지는 까닭은 지구와 사과 사이에 **인력**이 작용하기 때문이라고 생각했다. 이 인력은 태양과 행성 사이에서도 작용하는데, 이 힘이 구심력 역할을 한다고 생각했다. 나아가 질량이 있는 모든 물체 사이에서 이 힘이 작용하는데, 이를 **중력**이라고 했다. 그림 I-17과 같이 질량이 각각  $m_1, m_2$ 인 두 물체가 거리  $r$ 만큼 떨어져 있을 때, 두 물체 사이에 작용하는 중력의 크기는 다음과 같다.

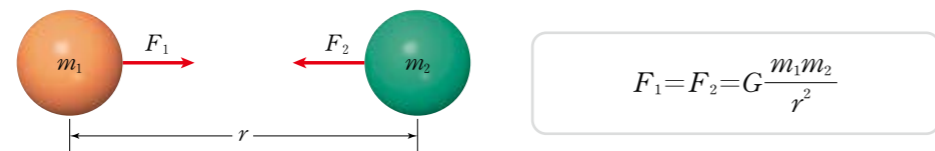


그림 I-17 뉴턴 중력 법칙

이를 **뉴턴 중력 법칙**이라고 한다. 여기서 비례 상수  $G$ 를 **중력 상수**라고 하며, 크기는  $6.67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$ 이다.

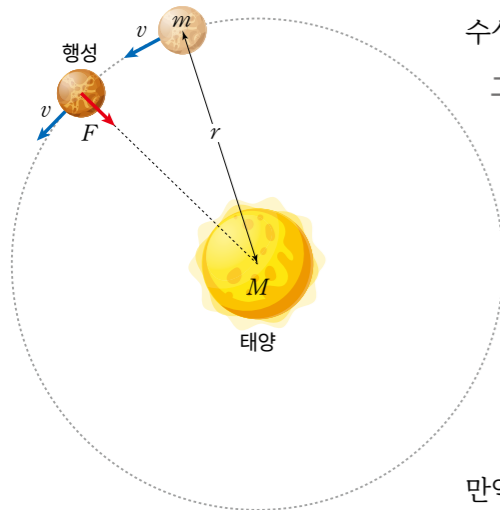


그림 I-18 행성의 등속 원운동

수성을 제외한 태양계 행성의 타원 궤도는 원 궤도에 가깝다. 따라서 그림 I-18과 같이 행성은 태양과 행성 사이에 작용하는 중력을 구심력으로 하여 등속 원운동에 가까운 운동을 한다. 반지름  $r$ 인 원 궤도를 주기  $T$ 로 등속 원운동을 하는 행성의 속력은  $v = \frac{2\pi r}{T}$ 이다. 따라서 등속 원운동을 하는 질량  $m$ 인 행성에 작용하는 구심력의 크기  $F$ 는 다음과 같다.

$$F = \frac{mv^2}{r} = \frac{4\pi^2 mr}{T^2}$$

만약 태양의 질량을  $M$ 이라 하고, 태양과 행성 사이의 중력이 구심력으로 작용한다면 다음과 같은 관계식이 성립한다.

$$F = G \frac{mM}{r^2} = \frac{4\pi^2 mr}{T^2} \Rightarrow T^2 = \frac{4\pi^2}{GM} r^3$$

이 식으로부터 행성의 공전 주기 제곱은 궤도 반지름의 세제곱에 비례한다는 것을 알 수 있다. 이는 케플러 제3법칙인 조화 법칙에 해당한다. 따라서 뉴턴은 운동 법칙과 중력 법칙을 이용해 케플러 법칙을 설명할 수 있었다.

**\* 인력**  
물체끼리 서로 끌어당기는 힘이다.

### 인공위성의 운동

인공위성은 어떻게 지표로 떨어지지 않고 지구 주위를 계속 돌 수 있을까? 이는 지구가 인공위성을 끌어당기는 중력이 구심력으로 작용하기 때문이다.

그림 I-19와 같이 지구와 인공위성의 질량을 각각  $M, m$ 이라 하고, 인공위성의 궤도 반지름을  $r$ , 인공위성에 작용하는 구심력의 크기를  $F$ 라고 할 때, 인공위성이 주기  $T$ 로 반지름  $r$ 인 원 궤도를 따라 운동한다면 다음과 같은 식이 성립한다.

$$F = \frac{4\pi^2 mr}{T^2} = G \frac{mM}{r^2} \dots \textcircled{1}$$

궤도 반지름  $r$ 는 지구의 반지름  $R$ 와 인공위성의 고도  $h$ 의 합과 같으므로 ①을 정리하면 다음과 같다.

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{GM} (R+h)^3 \dots \textcircled{2}$$

만약  $T$ 가 지구 자전 주기와 같다면 지구에서 볼 때 인공위성은 항상 머리 위에 멈춰 있는 것처럼 보인다. 이러한 인공위성을 정지 위성이라고 한다. 지구 자전 주기  $T = 86400 \text{ s}$ , 지구 반지름  $R = 6.37 \times 10^6 \text{ m}$ , 지구 질량  $M = 5.97 \times 10^{24} \text{ kg}$ 을 ②에 적용하면 고도  $h \approx 3.58 \times 10^7 \text{ m}$ 이다. 따라서 적도 위 고도 약 36000 km 높이에서 운동하는 인공위성은 정지 위성으로, 계속 한곳에 머물러 있는 것처럼 보인다.

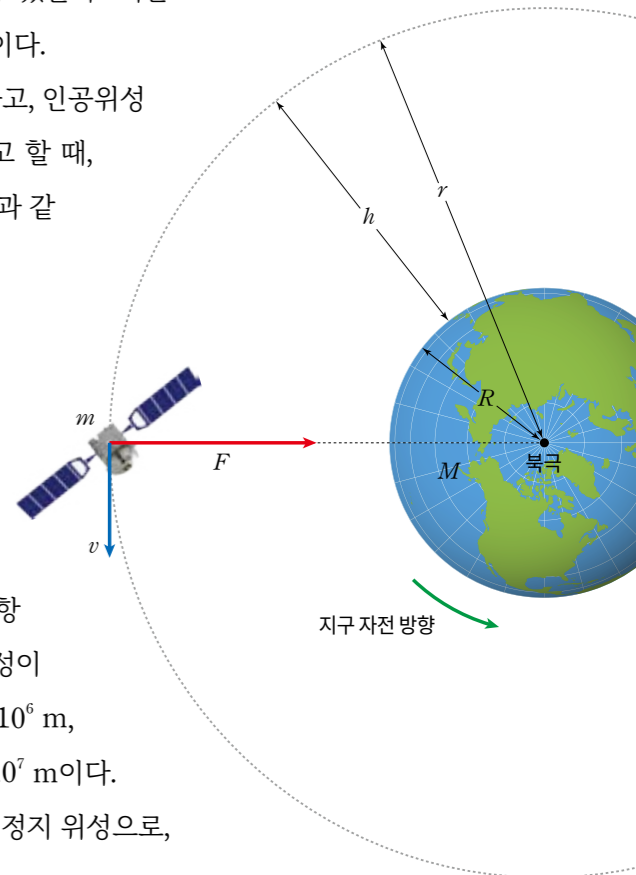


그림 I-19 인공위성의 등속 원운동

#### 잠깐 활동

그림 I-19의 위성이 정지 위성이라면 속도의 크기  $v$ 는 몇 m/s인지 구해 보자.

한편 고도가 200 km~2000 km인 낮은 궤도를 도는 인공위성이 있다. 이러한 인공위성을 저궤도 위성이라고 한다. 저궤도 위성은 주기가 지구 자전 주기보다 짧아 지구에서 볼 때 움직이는 것으로 보인다. 국제 우주 정거장은 고도 약 400 km에서 운동하는 저궤도 위성으로, 하루에 지구를 15 회 이상 공전한다.

#### 스스로 확인

- 1 뉴턴 중력 법칙에 따르면 두 물체 사이에 작용하는 인력의 크기는 두 물체의 질량 곱에 비례하고, 두 물체 사이의 ( )에 반비례한다.
- 2 정지 위성의 공전 주기는 지구의 ( )와/과 같아서 항상 머리 위에 멈춰 있는 것처럼 보인다.

#### 스스로 정리

**공유** 케플러 법칙을 거쳐 뉴턴 중력 법칙에 이르는 과학사적 배경을 재미있는 이야기로 만들어 공유 플랫폼에 공유해 보자.