

02

뉴턴 운동 법칙과 포물선 운동

학습 목표 뉴턴 운동 법칙을 이용해 물체의 포물선 운동을 정량적으로 설명하고, 역학적 에너지를 구할 수 있다.

물총고기는 수면 근처에서 물을 비스듬히 쏘아 올려 물 밖의 곤충을 사냥한다. 물총고기가 쏘아 올린 물방울이 날아가는 동안 물방울에 작용하는 힘은 무엇일까?



비스듬히 던져 올린 물체의 운동

높은 곳에서 수평으로 던진 물체에는 연직 아래 방향으로 중력이 작용한다. 이때 공기 저항을 무시하면 물체는 수평 방향으로 속도가 일정한 운동을 하고, 연직 방향으로 자유 낙하 운동을 한다. 그렇다면 지면에서 비스듬히 던져 올려 포물선 운동을 하는 물체는 수평 방향과 연직 방향으로 각각 어떤 운동을 할까?

그림 I-8과 같이 물체를 지면과 각도 θ 를 이루도록 속도 \vec{v}_0 로 비스듬히 던져 올렸다. \vec{v}_0 의 수평 성분 v_{0x} 와 연직 성분 v_{0y} 는 각각 다음과 같다.

$$v_{0x} = v_0 \cos\theta \quad v_{0y} = v_0 \sin\theta$$

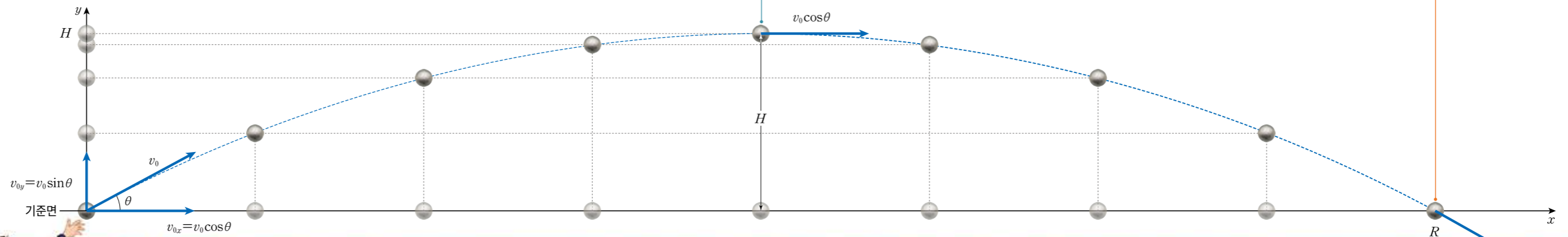


그림 I-8 포물선 운동

공기 저항을 무시하면 비스듬히 던져 올린 물체에 수평 방향으로 힘이 작용하지 않는다. 따라서 물체는 뉴턴 제1법칙에 따라 수평 방향으로 속도 v_x 가 일정한 v_{0x} 로 운동을 하며, 수평 방향 위치 x 는 시간 t 에 비례한다.

$$v_x = v_0 \cos\theta \quad x = (v_0 \cos\theta)t$$

한편 물체에 연직 아래 방향으로 중력이 작용한다. 따라서 물체는 뉴턴 제2법칙에 따라 연직 방향으로 가속도가 $-g$ 인 등가속도 운동을 한다. 시간 t 가 흘렀을 때 물체의 연직 방향 속도 v_y 와 연직 방향 위치 y 는 각각 다음과 같다.

$$v_y = v_0 \sin\theta - gt \quad y = (v_0 \sin\theta)t - \frac{1}{2}gt^2$$

따라서 물체를 비스듬히 던져 올린 뒤 시간 t 가 흘렀을 때 속도 크기 v 는 다음과 같다.

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v_0^2 - 2(v_0 \sin\theta)gt + g^2t^2}$$

기준면에서 최고점까지의 높이 H

물체가 최고점에 이르면 연직 방향 속도는 0이 된다. 이를 이용해 최고점까지 올라가는데 걸린 시간 t_H 와 기준면에서 최고점까지의 높이 H 를 구하면 각각 다음과 같다.

$$t_H = \frac{v_0 \sin\theta}{g}, \quad H = \frac{v_0^2 \sin^2\theta}{2g}$$

기준면에 도달했을 때 변위의 수평 성분 R

연직 방향으로 등가속도 운동을 하므로 최고점까지 올라가는데 걸린 시간과 최고점에서 기준면까지 내려오는데 걸린 시간이 같다. 따라서 R에 도달할 때까지 운동한 시간은 $2t_H$ 이다. 한편 $2\sin\theta\cos\theta = \sin 2\theta$ 가 성립한다. 이를 이용해 R를 구하면 다음과 같다.

$$R = 2(v_0 \cos\theta)t_H = \frac{2v_0^2 \sin\theta \cos\theta}{g} = \frac{v_0^2 \sin 2\theta}{g}$$

스스로 확인

- 포물선 운동을 하는 물체는 수평 방향으로 (등속, 등가속도) 운동을 하고, 연직 방향으로 (등속, 등가속도) 운동을 한다.
- 기준면에서 속력 v_0 , 각도 θ 로 던져 올린 물체가 다시 지면에 도달하는 데 걸린 시간은 얼마인가?(단, 중력 가속도의 크기는 g 이다.)

물체가 포물선 운동을 하는 동안 역학적 에너지는 보존될까? 다음 활동을 하면서 알아보자.

탐구

수학적 사고 / 결론 도출

실험 영상



준비물

- 공
- 스마트 기기
- 삼각대
- 자(30 cm)
- 전자저울
- 접착테이프
- 동영상 분석 프로그램

탐구 능력 | 문제 해결 능력

포물선 운동을 하는 물체의 동영상을 분석하여 역학적 에너지 보존 확인하기

목표

포물선 운동을 하는 물체의 동영상을 촬영하고, 이를 분석해 포물선 운동을 하는 물체의 역학적 에너지 보존 여부를 판단할 수 있다.

과정

- 전자저울로 공의 질량을 측정한다.
 - 공의 질량(kg): _____
- 벽에 자를 붙인 뒤 삼각대에 스마트 기기를 고정해 벽 앞에 놓고, 포물선 운동을 하는 물체의 동영상을 촬영할 준비를 한다.
- 공을 비스듬히 위로 던져 포물선 운동을 하게 하고, 공의 운동을 동영상으로 촬영한다. 이때 공이 가급적 벽면과 나란하게 포물선 운동을 하도록 던진다.



벽에 붙인 자

역할 나누기

3~5 명을 한 모둠으로 하고, 역할을 나눠 보자.

- 실험 수행: _____
- 영상 촬영: _____
- 영상 분석: _____

- 동영상 분석 프로그램에서 동영상을 열어 포물선 운동을 분석할 구간을 정하고, 기준 길이와 좌표축을 설정한 뒤 공의 운동 데이터를 얻는다.
- 공의 운동 경로에서 5 개 이상의 지점을 골라 각 지점에서 공의 높이와 속도를 확인한다.

탐구 길잡이
132 쪽 동영상 분석 프로그램 사용 방법을 참고한다.



결과 및 정리

- 과정 1에서 측정한 공의 질량과 과정 5에서 확인한 값을 통해 각 지점에서의 중력에 의한 위치 에너지(E_p), 운동 에너지(E_k), 역학적 에너지(E)를 구해 보자.

탐구 길잡이
중력 가속도는 9.8 m/s^2 로 계산한다.

구분	지점 1	지점 2	지점 3	지점 4	지점 5
높이(m)					
속도(m/s)					
E_p (J)					
E_k (J)					
E (J)					

- 실험을 통해 구한 역학적 에너지는 어떤 특징이 있으며, 그 까닭은 무엇인지 설명해 보자.



스스로 평가

- | 지식·이해 | 수집한 데이터를 바탕으로 하여 5 개 이상의 지점에서 역학적 에너지를 계산했는가? ☆☆☆
- | 과정·기능 | 동영상 분석 프로그램을 이용해 포물선 운동을 하는 물체의 동영상을 분석했는가? ☆☆☆
- | 가치·태도 | 실험 결과를 있는 그대로 기록하고 해석했는가? ☆☆☆

탐구 후기

✍️ _____

포물선 운동에서의 역학적 에너지 전환과 보존

그림 I-9와 같이 질량 m 인 물체를 기준면과 각도 θ 를 이루도록 v_0 의 속력으로 비스듬히 던져 올렸다. 이 물체의 중력에 의한 위치 에너지를 E_p , 운동 에너지를 E_k 라 하면, 물체를 던져 올린 순간 역학적 에너지는 $E_p + E_k = \frac{1}{2}mv_0^2$ 이다.

속도의 수평 성분 v_x 는 $v_0 \cos \theta$ 로 일정하다. 한편 시간 t 일 때 속도의 연직 성분 $v_y = v_0 \sin \theta - gt$ 이고, 높이 $h = (v_0 \sin \theta)t - \frac{1}{2}gt^2$ 이다. 이를 이용해 시간 t 일 때 역학적 에너지를 다음과 같은 식으로 나타낼 수 있다.

$$E_p + E_k = mgh + \frac{1}{2}m(v_x^2 + v_y^2)$$

$$= mg \left\{ (v_0 \sin \theta)t - \frac{1}{2}gt^2 \right\} + \frac{1}{2}m \left\{ v_0^2 - 2(v_0 \sin \theta)gt + g^2t^2 \right\} = \frac{1}{2}mv_0^2$$

이를 통해 포물선 운동을 하는 물체의 역학적 에너지는 항상 물체를 던져 올린 순간의 역학적 에너지와 같다는 것을 알 수 있다. 즉, 공기 저항이나 마찰을 무시할 때 포물선 운동을 하는 물체의 역학적 에너지는 일정하게 보존된다.

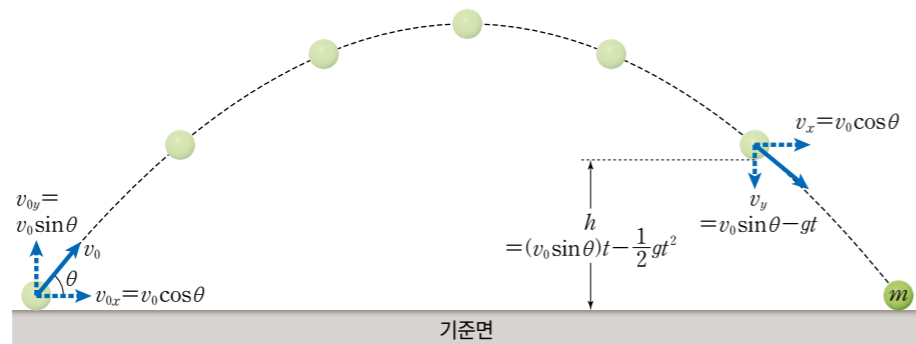


그림 I-9 포물선 운동을 하는 물체의 역학적 에너지

잠깐 활동

그림 I-9의 최고점에서 물체의 높이가 3 m, 속력이 2 m/s라면, v_0 은 몇 m/s인지 역학적 에너지 보존을 이용해 구해 보자.(단, 중력 가속도의 크기는 10 m/s^2 이다.)

스스로 확인

- 1 물체를 지면에서 각도 θ , 속력 v_0 으로 비스듬히 던져 올릴 때 v_0 이 같더라도 θ 가 클수록 최고점에서 역학적 에너지가 크다. (○, ×)
- 2 물체를 지면에서 각도 θ , 속력 v_0 으로 비스듬히 던져 올릴 때 θ 가 같더라도 v_0 이 클수록 최고점에서 역학적 에너지가 크다. (○, ×)

스스로 정리

공유 모눈종이에 포물선 운동을 하는 물체를 그려 스톱 모션 애니메이션을 만들고, 공유 플랫폼에 공유해 보자.

야구 선수의 경기능력을 높이는 스포츠 과학

야구계는 2010년대 중반부터 타구를 추적해 각종 물리량을 측정하는 첨단 과학 장비를 도입했다. 이 장비로 측정하는 것 중 하나는 타자의 타구 발사각이다. 타구 발사각은 타자가 공을 친 순간 공이 날아가는 방향과 지면과의 각도이다.

타구 발사각이 5°일 때보다 20°일 때 공이 날아가는 거리가 길지만, 그만큼 공이 공중에 떠 있는 시간이 길어 수비수에게 잡힐 가능성 또한 크다. 그래서 타구를 추적하는 장비를 도입하기 전에는 선수들이 가능한 타구 발사각을 작게 하도록 훈련했다.

하지만 타구 추적 장비로 수많은 데이터를 수집하면서 안타를 칠 확률이 높은 타구 발사각이 있다는 것을 알아냈다. 그리고 이 발사각에 맞춰 타자가 방망이를 휘두르는 것을 훈련하게 했다. 어느 야구 선수는 훈련을 통해 타구 발사각을 11.1°에서 16.6°로 높였더니 타율이 0.281에서 0.347로 늘어났다.

이처럼 오늘날 야구 선수들이 첨단 과학기술의 도움을 받아 자신의 동작을 분석하고 훈련을 개선해 경기능력을 높인다.

글쓰기

스포츠 중 하나를 선택해 공의 운동을 과학적으로 분석하는 사례에는 어떤 것이 있는지 찾아보고, 내가 스포츠 과학자라면 운동선수의 능력이나 경기력을 어떻게 높일 수 있을지 글로 써 보자.

